Reconnaissance d'images par un réseau de neurones convolutifs (CNN)

Objectifs[a] *:*
• *Réseaux convolutifs associés à la reconnaissance d'images*
• *Applications aux bases MNIST et CIFAR-10*

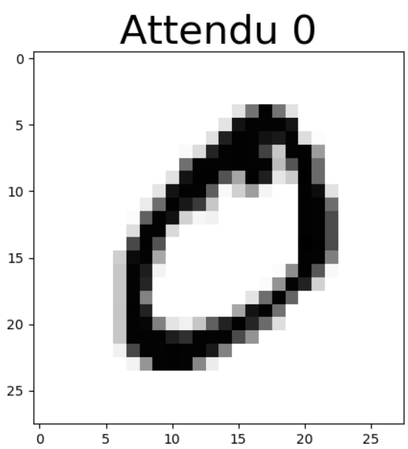
a. Version 2023 adapté BUT 3 Informatique (Orléans), inspiré du livre d'Arnaud Bodin et François Recher

1. Reconnaissance de chiffres

On souhaite reconnaître des chiffres écrits à la main.

1.1. Données

Les données sont celles de la base MNIST déjà rencontrée dans le TP2. On rappelle brièvement que cette base contient 60 000 données d'apprentissage (et 10 000 données de test) sous la forme d'images 28×28 en niveau de gris, étiquetées par le chiffre attendu.

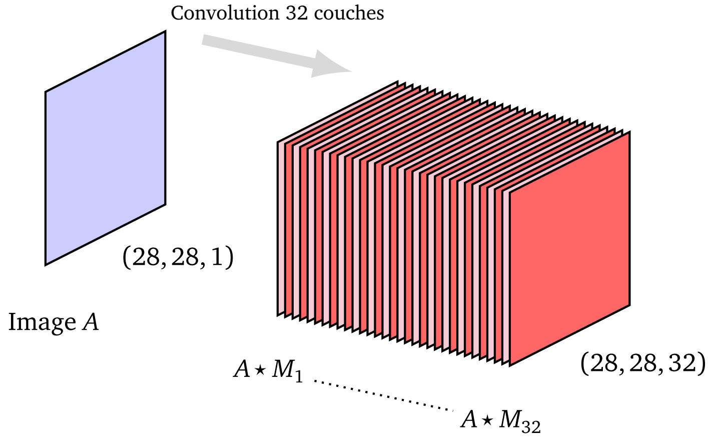


Pour le besoin de la convolution, on conserve chaque image sous la forme d'une matrice 28×28 ; afin de préciser que l'image est en niveau de gris, la taille du tableau *numpy* est en fait $(28, 28, 1)$ (à comparer à la représentation d'une image couleur de taille $(28, 28, 3)$).

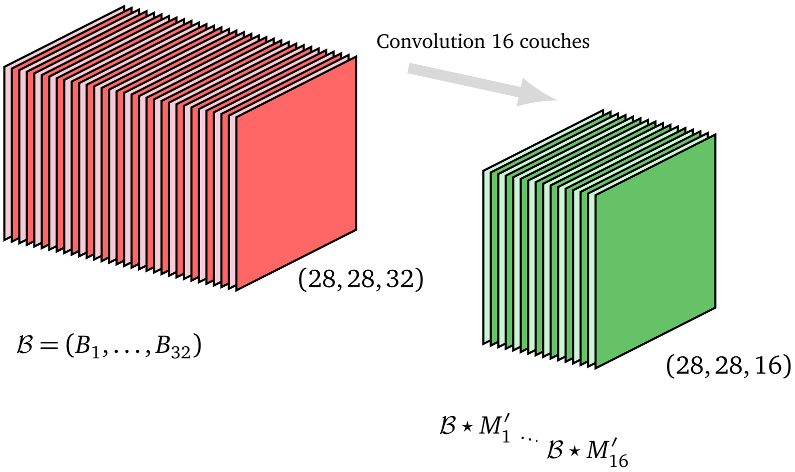
1.2. Modèle

On crée un réseau composé de la façon suivante :

- **Première couche de convolution.** Une couche formée de 32 sous-couches de convolution. Si on note A l'image de départ, chaque sous-couche est la convolution $A \star M_i$ de A par un motif M_i de taille 3×3 $(i = 1, \ldots, 32)$. Une entrée de taille $(28, 28, 1)$ est transformée en une sortie de taille $(28, 28, 32)$.
  Chaque sous-couche correspond à un neurone de convolution avec 3×3 arêtes plus un biais, c'est-à-dire 10 poids par sous-couche. Avec nos 32 sous-couches, cela fait au total 320 poids pour cette première couche.

  Formellement, le calcul effectué pour la i-ième sous-couche s'écrit :
  $$S_i(x, y) = (A \star M_i)(x, y) + b_i,$$
  où (x, y) est la coordonnée du pixel considéré et b_i est le biais, ajouté uniformément à tous les pixels de la carte (ou plan convolutif) de sortie. Enfin, une fonction d'activation non linéaire Φ est appliquée afin d'introduire une non-linéarité dans le modèle :
  $$A_i(x, y) = \Phi\big(S_i(x, y)\big).$$
  La sortie finale de cette première couche est donc un tenseur
  $$A^{(1)} = (A_1, \ldots, A_{32})$$
  de dimension $(28, 28, 32)$.
- **Seconde couche de convolution.** Une couche formée de 16 sous-couches de convolution. Si on note $\mathcal{B} = (B_1, \ldots, B_{32})$ les sorties de la couche précédente, qui deviennent maintenant les entrées, alors chaque sous-couche de sortie est une convolution $\mathcal{B} \star M'_i$ par un motif M'_i de taille $3 \times 3 \times 32$. Une entrée de taille $(28, 28, 32)$ est transformée en une sortie de taille $(28, 28, 16)$.
  Chaque sous-couche correspond à un neurone de convolution avec $3 \times 3 \times 32$ arêtes plus un biais, soit 289 poids par sous-couche. Avec nos 16 sous-couches, cela fait un total de 4624 poids pour cette seconde couche.



Chaque filtre de la deuxième couche de convolution produit une carte de sortie en combinant les 32 cartes d'entrée issues de la couche précédente. Plus précisément, pour un filtre donné M'_k, une convolution distincte est effectuée sur chacun des 32 plans d'entrée B_j à l'aide de sous-filtres $M'_{k,j}$ de taille 3×3. On obtient ainsi 32 cartes intermédiaires qui sont ensuite sommées pixel à pixel :

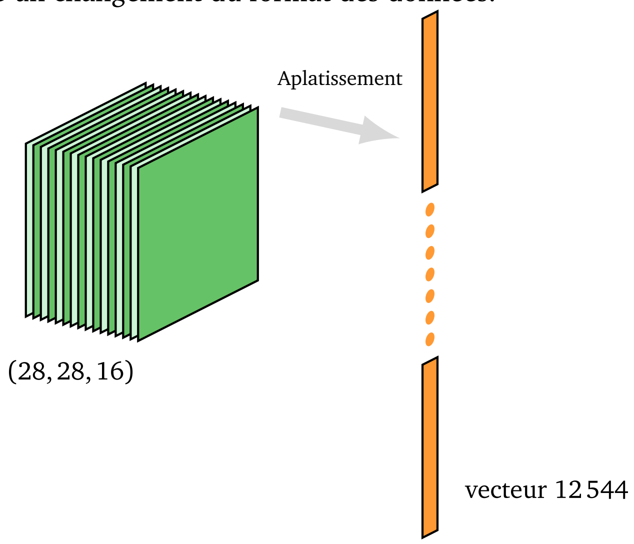
$$S_k(x,y) = \sum_{j=1}^{32} (B_j * M'_{k,j})(x,y) + b_k,$$

où $*$ désigne l'opération de convolution bidimensionnelle et b_k est le biais associé au k-ième filtre. Ce biais est un scalaire ajouté de manière uniforme à tous les pixels de la carte de sortie, ce qui revient à additionner une matrice constante de taille 28×28 dont tous les coefficients valent b_k. Enfin, une fonction d'activation non linéaire Φ est appliquée afin d'introduire la non-linéarité dans le modèle :

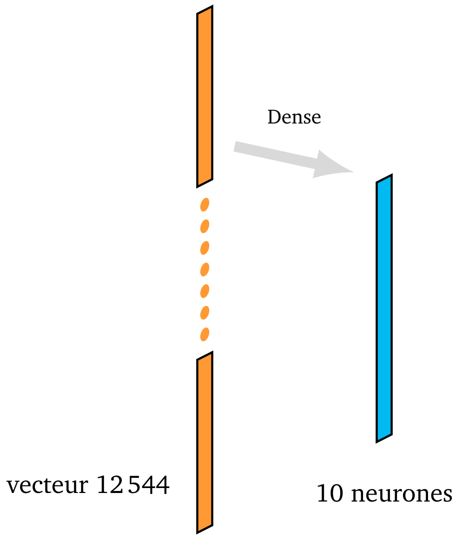
$$A_k(x,y) = \Phi\big(S_k(x,y)\big).$$

Au total, cette couche comporte 16 filtres produisant chacun une carte de sortie, ce qui conduit à un tenseur de sortie de dimension $(28, 28, 16)$.

- **Aplatissement.** Chaque sortie de taille $(28, 28, 16)$ est reformatée en un (grand) vecteur de taille 12 544 ($= 28 \times 28 \times 16$). Il n'y a aucun poids associé à cette transformation : ce n'est pas une opération mathématique, c'est juste un changement du format des données.

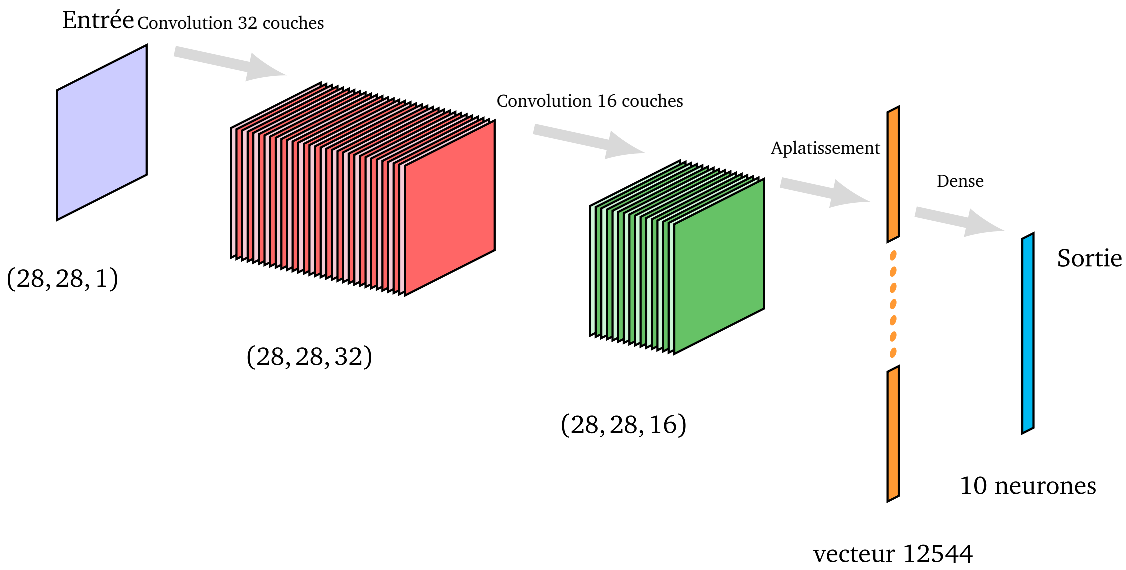


- **Couche dense.** C'est une couche dense composée de 10 neurones, chaque neurone étant relié aux 12 544 entrées. En tenant compte d'un biais par neurone cela fait 125 450 ($= (12\,544 + 1) \times 10$) poids pour cette couche.

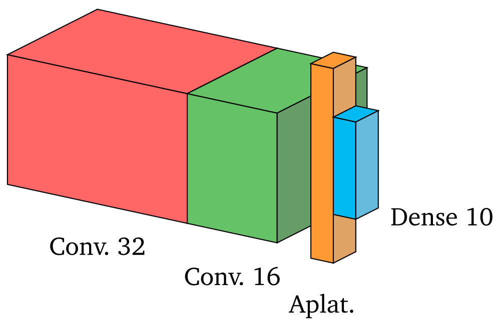


- **Bilan.** Il y a en tout 130 394 poids à calculer.

Voici l'architecture complète du réseau.



On résume l'architecture du réseau par des blocs, chaque bloc représentant une transformation.



1.3. Programme

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

import os
```

```
os.environ["KERAS_BACKEND"] = "torch"
import keras

from keras import optimizers
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense, Conv2D, Flatten

### Partie A - Création des données
from keras.datasets import mnist
from keras.utils import to_categorical

(X_train_data,Y_train_data),(X_test_data,Y_test_data) = mnist.load_data()

N = X_train_data.shape[0]  # 60 000 données

X_train = np.reshape(X_train_data, (N,28,28,1))
X_test = np.reshape(X_test_data, (X_test_data.shape[0],28,28,1))

X_train = X_train/255  # normalisation
X_test = X_test/255

Y_train = to_categorical(Y_train_data, num_classes=10)
Y_test = to_categorical(Y_test_data, num_classes=10)

### Partie B - Réseau de neurones
modele = Sequential()

# Première couche de convolution : 32 neurones, motif 3x3, activ. relu
modele.add(Conv2D(32, kernel_size=3, padding='same', activation='relu',
                      input_shape=(28,28,1)))

# Deuxième couche de convolution : 16 neurones
modele.add(Conv2D(16, kernel_size=3, padding='same', activation='relu'))

# Aplatissage
modele.add(Flatten())

# Couche de sortie : 10 neurones
modele.add(Dense(10, activation='softmax'))

# Descente de gradient
modele.compile(loss='categorical_crossentropy',
               optimizer='adam',
               metrics=['accuracy'])

print(modele.summary())

# Calcul des poids
modele.fit(X_train, Y_train, batch_size=32, epochs=5)
```

```
### Partie C - Résultats
score = modele.evaluate(X_test, Y_test, verbose=0)
print('Test loss:', score[0])
print('Test accuracy:', score[1])
```

1.4. Explications

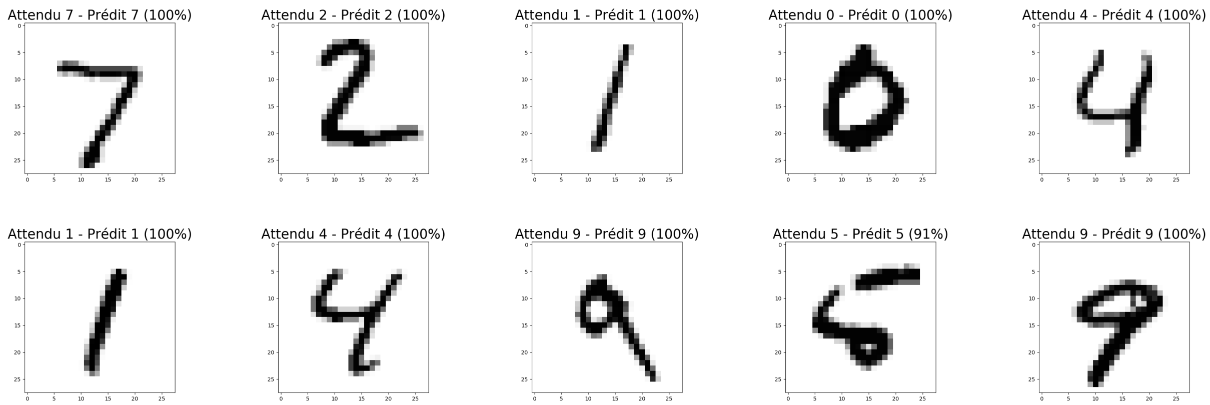
Une couche de convolution est ajoutée avec /*keras* par une commande du type :

```
modele.add(Conv2D(16, kernel_size=3, padding='same', activation='relu'))
```

qui correspond à une couche composée de 16 sous-couches de convolution. Chacune de ces sous-couches correspond à une convolution par un motif de taille 3×3 (option `kernel_size=3`) et conserve la taille de l'image (option `padding='same'`). La fonction d'activation pour chaque neurone est « ReLU ».
Note : en fait le calcul d'une « convolution » avec /*keras* est un calcul de corrélation, c'est-à-dire que les coefficients du motif ne sont pas retournés. Cela n'a pas vraiment d'importance car ces coefficients sont déterminés par rétropropagation et cela reste transparent à l'usage.

1.5. Résultats

Après 5 époques, on obtient une précision de 99% sur les données de test, ce qui est un gros progrès par rapport au 95% obtenus dans le TP sur les réseaux denses (TP2). Il faut bien avoir conscience que les derniers pourcentages de précision sont de plus en plus difficiles à acquérir !



Sur les exemples ci-dessus toutes les prédictions sont correctes avec en plus une quasi-certitude de 100%, à l'exception de l'avant-dernière image qui conduit à une bonne prédiction mais avec une certitude plus faible. En effet le vecteur de sortie pour cette image est :

$$Y = (0, 0, 0, 0, 0, 0.911, 0.089, 0, 0, 0).$$

Le chiffre 5 est donc prédit à 91% avec un léger doute avec le chiffre 6 à 9%, ce qui est tout à fait rassurant vu que ce chiffre est très mal dessiné !

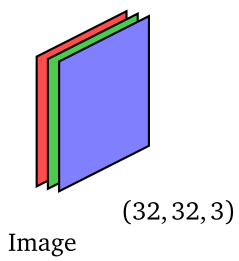
2. Reconnaissance d'images

On souhaite reconnaître des objets ou des animaux sur de petites photos.

2.1. Données

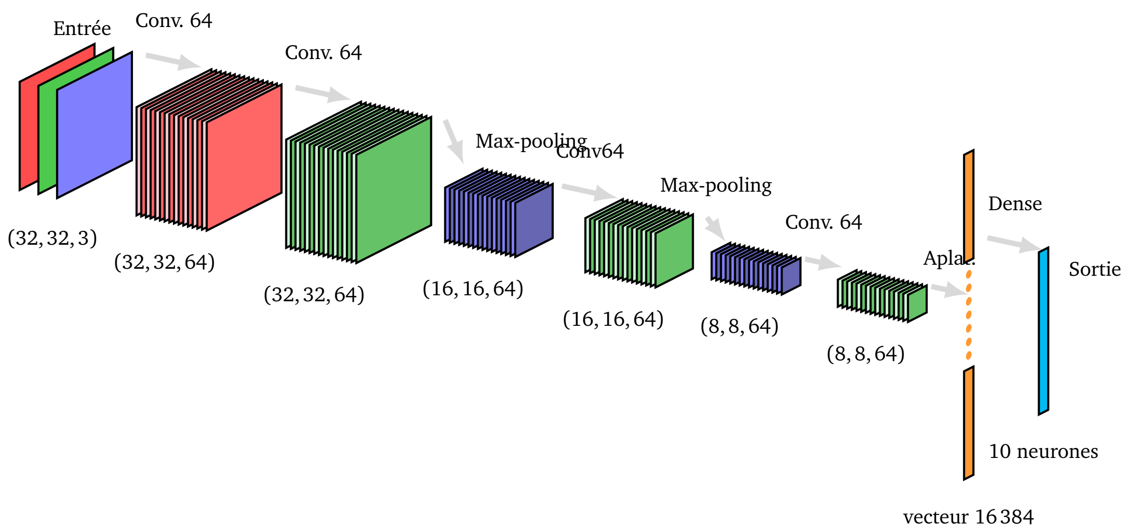
On rappelle que la base CIFAR-10, déjà rencontrée dans TP2 contient 50 000 images d'apprentissage, réparties en 10 catégories.

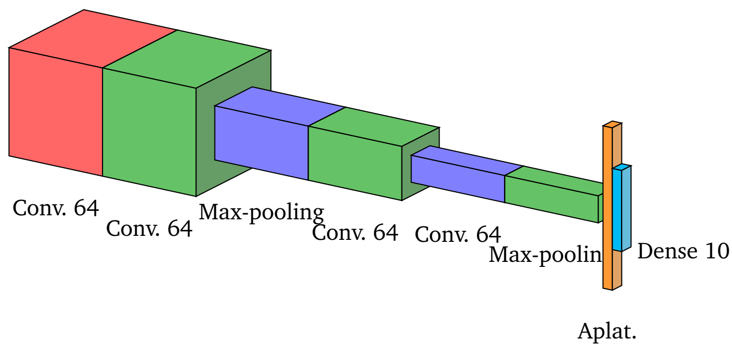
Chaque image possède 32×32 pixels de couleurs. Une entrée correspond donc à un tableau $(32, 32, 3)$.



2.2. Modèle

L'architecture du réseau utilisé est composée de plusieurs couches de convolution. Pour diminuer le nombre de poids à calculer, on intercale des couches de pooling (regroupement de termes). Ces pooling sont des max-pooling de taille 2×2. De tels regroupements divisent par 4 la taille des données en conservant les principales caractéristiques, ce qui fait que la couche de neurones suivante possèdera 4 fois moins de poids à calculer.





Il y a en tout 153 546 poids à calculer. Sans les deux couches de pooling, il y aurait 767 946 poids.

2.3. Programme

```
import numpy as np

import os
os.environ["KERAS_BACKEND"] = "torch"
import keras

from keras import optimizers
from keras.models import Sequential
from keras.layers import Dense, Conv2D, Flatten, MaxPooling2D


# Partie A. Données

from keras.datasets import cifar10

(X_train_data, Y_train_data), (X_test_data, Y_test_data) = cifar10.load_data()

num_classes = 10
labels =  ['airplane','automobile','bird','cat','deer','dog','frog','horse','ship','truck']
```

```
Y_train = keras.utils.to_categorical(Y_train_data, num_classes)
Y_test = keras.utils.to_categorical(Y_test_data, num_classes)

X_train = X_train_data.astype('float32')
X_test = X_test_data.astype('float32')

X_train = X_train/255
X_test = X_test/255

print(X_train.shape)


# Partie B. Réseau

modele = Sequential()

# Première couche de convolution : 64 neurones, convolution 3x3, activation relu
modele.add(Conv2D(64, kernel_size=3, padding='same', activation='relu', input_shape=(32,32

# Deuxième couche de convolution : 64 neurones
modele.add(Conv2D(64, kernel_size=3, padding='same', activation='relu'))

# Mise en commun (pomodele.add(MaxPooling2D(pool_size=(2, 2)))

# Quatrième couche de convolution : 64 neurones
modele.add(Conv2D(64, kernel_size=3, padding='same', activation='relu'))

# Mise en commun (pooling)
# modele.add(MaxPooling2D(pool_size=(2, 2)))

# Aplatissage
modele.add(Flatten())

# Couche de sortie : 10 neurones
modele.add(Dense(10, activation='softmax'))

# Méthode de gradient
modele.compile(loss='categorical_crossentropy', optimizer='adam', metrics=['accuracy'])

# Affiche un résumé
modele.summary()


# Partie C. Apprentissage
modele.fit(X_train, Y_train, epochs=5, batch_size=32)


# Partie D. Résultats et visualisation
```

```
score = modele.evaluate(X_test, Y_test, verbose=0)
print('Test erreur (loss) :', score[0])
print('Test précision (accuracy) :', score[1])


Y_predict = modele.predict(X_test)

def affiche_images_test(debut):
    plt.axis('off')
    for i in range(9):
        plt.subplot(330 + 1 + i)
        image_predite = Y_predict[i]
        perc_max = int(round(100*np.max(image_predite)))
        rang_max = np.argmax(image_predite)
        titre = 'Attendu ' + labels[Y_test_data[i][0]] + ' \n Prédit ' + labels[rang_max]
        plt.title('Attendu %d - Prédit %d (%d%%)' % (Y_test_data[i],rang_max,perc_max))
        plt.title(titre)
        plt.imshow(X_test_data[i], interpolation='nearest')
    plt.tight_layout()
    # plt.savefig('tfconv-images-test.png')
    plt.show()

    return

affiche_images_test(0)
```

2.4. Résultats

Après une dizaine d'époques, on obtient plus de 80% de précision sur les données d'entraînement et un peu moins de 75% sur les données de test. Ainsi les trois quarts des images sont correctement prédites.