Avsluttende Eksamen TTK4100
Kybernetikk introduksjon

Lørdag 24.mai 2014

Tid: 09:00 - 13:00

Kontaktperson:	Professor Tommy Gravdahl Tlf.: 90144212
Hjelpemidler:	D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt. NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.
Språk:	Norsk (Bokmål)
Antall sider:	8

Da tidligere vurdering i faget teller 20% av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 80%.

Oppgave 1. (9%)

a) (2%) Gitt differensialligningen

$$\dot{x} = -2x + 2u. \tag{1}$$

Finn tidskonstant T og forsterkningen K for (1).

b) (2%) Gitt P-regulatoren

$$u = K_p(r - x), \tag{2}$$

der $K_p > 0$ er en regulatorparameter og r er den konstante referansen. Finn en verdi for K_p slik at tidskonstanten til systemet (1)-(2) i lukket sløyfe blir halvert i forhold til tidskonstanten i åpen sløyfe (det vil si verdien fra a)).

c) (3%) Skriv differensialligningen

$$\dddot{x} + ax + b\dot{x} + c\ddot{x} = du \tag{3}$$

som et sett av førsteordens differensialligninger.

d) (2%) Gitt at $y = \ddot{x}$. Er systemet i (3) mono- eller multivariabelt?

Oppgave 2. (44%)

Figur 1 viser en skisse av en flistank som er en del av en papirfabrikk.Tanken tilføres flis fra en flishaug via en innmatningsskrue og et transportbånd. En utmatningsskrue i bunnen av tanken mater flis fra tanken til de etterfølgende prosessene i papirfabrikken. Innmatningsskruen styres av et styresignal u som utgjør pådraget. Sammenhengen mellom massestrøm w_s og pådrag u er gitt av

$$w_s = K_u u. \tag{4}$$

Transportbåndet går med konstant hastighet og fører til en transportforsinkelse slik at utstrømningen fra båndet er lik innstrømningen inn på båndet forsinket med tiden τ, det vil si $w_i(t) = w_s(t-\tau)$. En differensialligning som beskriver hvordan nivået i tanken varierer med tiden kan utledes med utgangspunkt i følgende ligning:

$$\dot{m} = w_i - w_u \tag{5}$$

a) (1%) Hva kalles balanseloven som er satt opp i (5)?

b) (5%) Vis, med utgangspunkt i (5), at dynamikken til h, nivået i tanken, beskrives med følgende differensialligning

$$\dot{h} = \frac{1}{\rho A}\left(K_u u(t-\tau) - w_u\right), \tag{6}$$

der ρ er tetthet og A er tankens tverrsnittsareal.

c) (5%) Se foreløbig bort fra transportforsinkelsen, det vil si sett $\tau = 0$. Utstrømningen w_u fra tanken ses på som en forstyrrelse i denne oppgaven. Systemet er nå beskrevet av

$$\dot{h} = \frac{1}{\rho A}\left(K_u u - w_u\right). \tag{7}$$

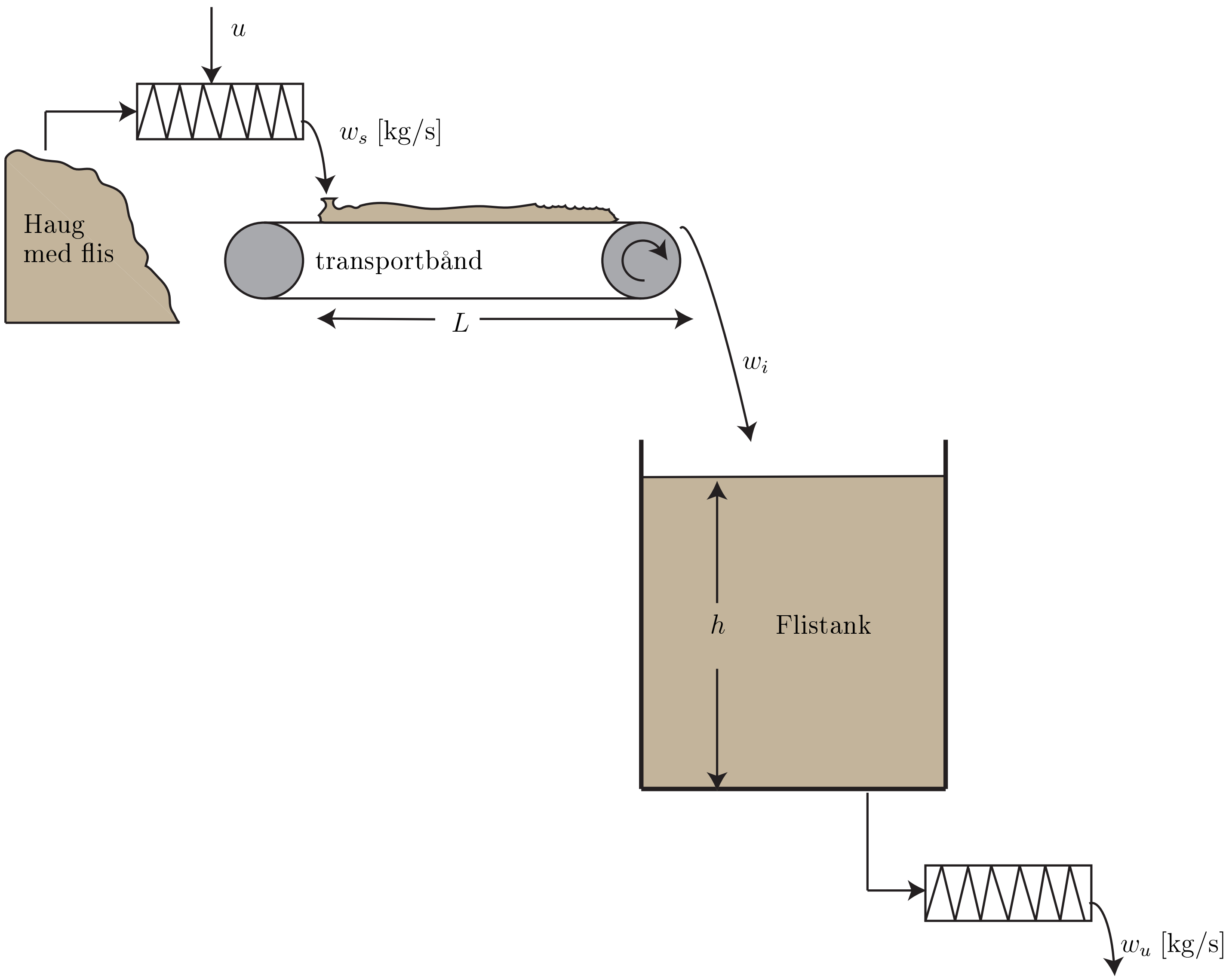
Systemet blir regulert med P-regulatoren $u = K_p(h_r - h)$, der K_p er en konstant regulatorparameter og h_r er den konstante referanseverdien for nivået. Denne reguleringsstrategien leder til et stasjonært avvik. Vis at dette avviket er gitt av

$$e_s = \frac{w_u}{K_u K_p}. \tag{8}$$

d) (3%) Fra (8) ser vi at vi kan gjøre det stasjonære avviket lite ved å velge K_p veldig stor. Forklar hvorfor dette kan føre til praktiske problemer.

e) (5%) En nyutdannet kyb-ingeniør foreslår å regulere nivået i tanken med en PI-regulator. Vis at dette valget av regulator vil fjerne det stasjonære avviket.

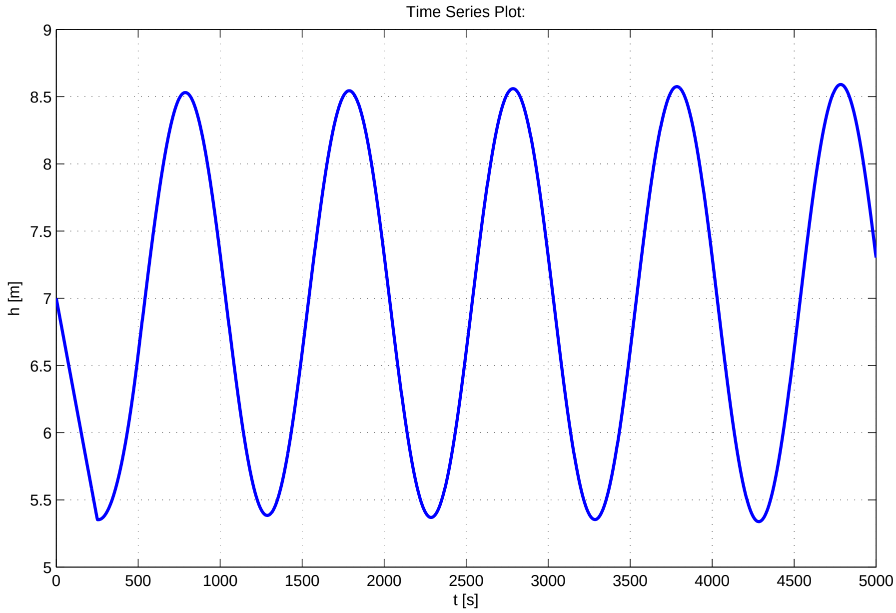
f) (4%) Tegn blokkdiagram for hele systemet, med tidsforsinkelse og PI-regulator.



Figur 1: Flistank-systemet. Komponentene er ikke i riktig skala i forhold til hverandre

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.4K_{pk}$	$0.8T_k$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$0.5T_k$	$0.125T_k$

Tabell 1: Ziegler-Nichols lukket sløyfe metode



Figur 2: Stående svingninger når K_{pk}=24.5

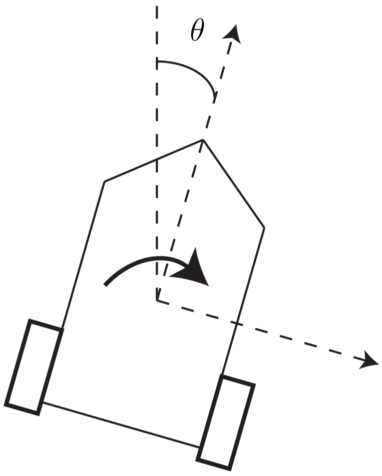
g) (5%) PI-regulatoren skal tunes ved å bruke Ziegler Nichols metode. I Figur 2 er det vist responsen vi får når vi har endret referansen fra 0 til en annen konstant verdi, vi har satt $K_i = 0$ og vi har brukt den kritiske forsterkningen $K_{pk} = 24.5$ som P-parameter. Bruk tabell 1 og finn verdier for K_p og K_i. Husk at $K_i = \frac{K_p}{T_i}$.

h) (3%) En feil i motoren som driver transportbåndet gjør at hastigheten til båndet blir redusert. Hvilken konsekvens kan dette ha for reguleringssystemet?

i) (5%) Forklar hvordan man kan realisere en måling av massestrøm (kg/s) for flis ved å instrumentere transportbåndet. Bruk gjerne en enkel skisse.

j) (5%) Forklar kort hvordan man kan måle nivået av treflis i tanken.

k) (3%) Bruk Figur 2 og anslå en verdi for τ (i sekunder)



Figur 3: Retningsstyrt mobil robot

Oppgave 3. (16%)

Vi skal retningsstyre en mobil robot. En skisse av roboten er gitt i Figur 3. Roboten styres ved at de to drivhjulene drives av hver sin motor. I denne oppgaven skal vi bruke momentet fra hver motor for å styre retningen. En matematisk modell er gitt av

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J}(\tau_H - \tau_V - \tau_F) = \frac{1}{J}(u - d\omega) \quad (9)$$

$$\dot{\theta} = \omega, \quad (10)$$

der ω er vinkelhastigheten, θ er vinkelen, J er treghetsmomentet, τ_H og τ_V er henholdsvis høyre og venstre drivmoment og τ_F er et friksjonsmoment. Vi bruker differansen i drivmoment som pådrag slik at $u = \tau_H - \tau_V$. Friksjonen er viskøs friksjon slik at $\tau_F = d\omega$ der d er en konstant. Vi ønsker å styre roboten mot $\theta = r = 0$.

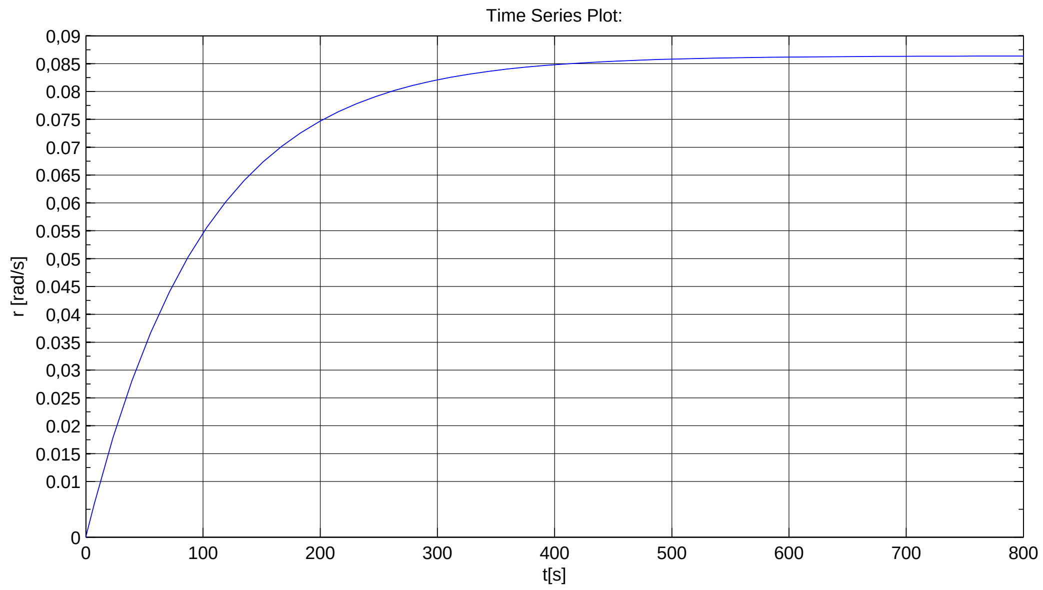
a) (3%) Vi skal bruke en PD-regulator til dette. Regulatorparameterene er K_p og K_d. Sett opp et uttrykk for en slik regulator og vis at dynamikken til roboten i lukket sløyfe med regulatoren kan skrives som

$$J\ddot{\theta} + K_p\theta + K_d\dot{\theta} + d\dot{\theta} = 0 \quad (11)$$

b) (5%) Bestem K_p og K_d som funksjoner av J og d slik at systemet får udempet resonansfrekvens $\omega_o = 5$ og kritisk demping.

c) (4%) Vinkelhastigehten $\omega = \dot{\theta}$ måles med et gyroskop. Beskriv *kort* virkemåten til to forskjellige metoder for å realisere et gyroskop.

d) (4%) Vinkelen θ finnes ved å integrere målingen fra gyroskopet. Beskriv *kort* hva som kan være problematisk med dette og hvordan dette kan håndteres.



Figur 4: Kursraten r til lasteskipet som funksjon av tiden t.

Oppgave 4. (5%)

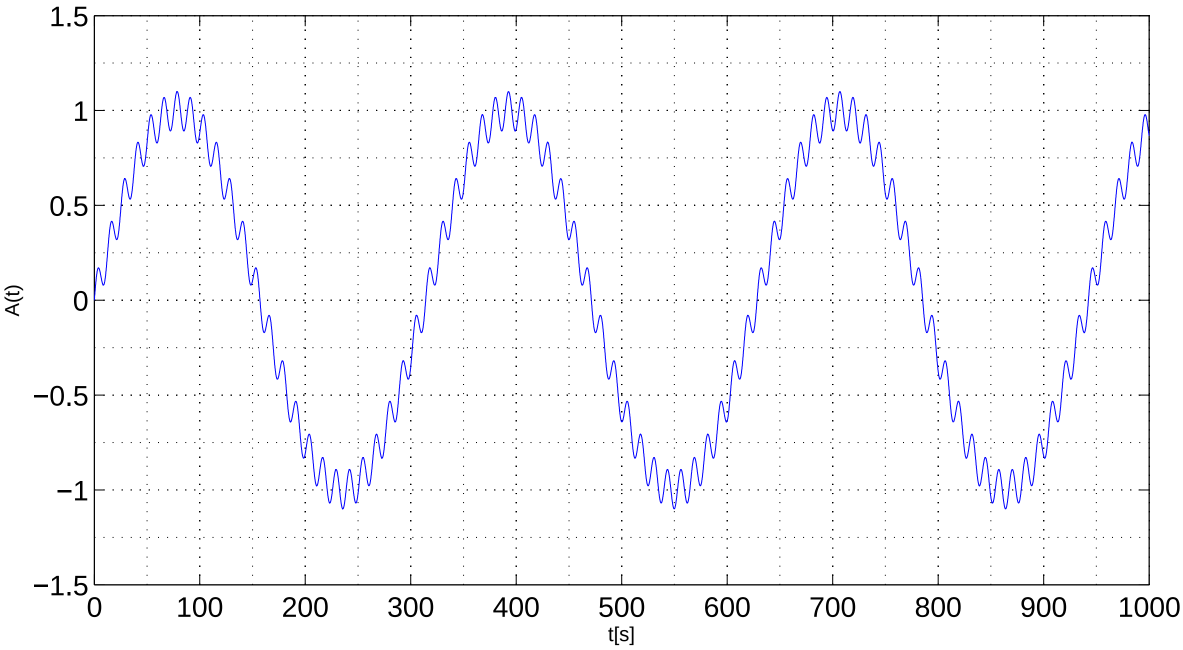
En modell for kursdynamikken til et lasteskip er gitt av

$$\dot{r} = ar + b\delta, \tag{12}$$

der r er kursraten i [rad/s] og $u = \delta$ er rorvinkelen i [rad]. For å finne parameterene i modellen, gjør vi et eksperiment og setter på et konstant rorpådrag $u = \delta = \frac{\pi}{8}$. Responsen til kursraten blir logget og er vist i figur 4.

a) (3%) Bruk figur 4 og finn verdier for tidskonstanten T og forsterkningen K for denne modellen. Du kan tegne på figuren, men behøver IKKE levere inn denne som en del av besvarelsen.

b) (2%) Regn ut verdier for parameterene a og b i (12)



Figur 5: Signalet A som funksjon av tiden t.

Oppgave 5. (6%)

a) (3%) Gitt signalet $A(t)$ i Figur 5. Med hvilken frekvens må signalet samples for at det skal kunne rekonstrueres?

b) (3%) Hva blir konsekvensen hvis signalet samples med en for lav frekvens? Bruk gjerne en enkel figur.