NTNU
Det skapende universitet

INSTITUTT FOR TEKNISK KYBERNETIKK

Løsningsforslag TTK4100 Kybernetikk Introduksjon

Fredag 18. mai 2007

Kontaktperson: Professor Tommy Gravdahl
Pål Johan From

Oppgave 1. (23%)

a) (2%) Det er antatt at tversnittsarealet av tanken er konstant, dvs at A ikke varierer med h.

b) (6%) Vi finner a og b:

$$a = \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_A = -\left.\frac{k}{2\rho A\sqrt{h}}\right|_A = -\frac{k}{2\rho A\sqrt{h_A}} \tag{1}$$

$$b = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A = \left.\frac{1}{\rho A}\right|_A = \frac{1}{\rho A} \tag{2}$$

c) (2%) Vi finner stasjonærverdien ved å sette $\dot{h} = 0$ og $u = 1$.

$$h_s = -\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{h_A}}{k}. \tag{3}$$

Løsningen kan også finnes ved å løse differensialligningen. Da får vi

$$\frac{dh}{dt} = ah + b \tag{4}$$

$$\frac{1}{ah+b}dh = dt \tag{5}$$

$$\int_0^\tau \frac{1}{ah+b}dh = \int_0^\tau dt \tag{6}$$

$$\frac{1}{a}\ln\left(ah+b\right) = t + C'' \tag{7}$$

$$\ln\left(ah+b\right) = at + aC'' \tag{8}$$

$$ah + b = C'e^{at} \tag{9}$$

$$h = Ce^{at} - \frac{b}{a} \tag{10}$$

Vi observerer at $a < 0$ slik at hvis vi lar $t \to \infty$ får vi

$$h_s = -\frac{b}{a}u = -\frac{b}{a}. \tag{11}$$

d) (5%) Uttrykket for lukket sløyfe blir

$$\dot{h} = ah + bu \tag{12}$$

$$\dot{h} = ah + b(k_p(h_r - h)) \tag{13}$$

$$\dot{h} = ah + bk_p h_r - bk_p h \tag{14}$$

$$\dot{h} = (a - bk_p)h + bk_p h_r \tag{15}$$

$$\tag{16}$$

slik at tidskonstanten i lukket sløyfe er gitt ved

$$T_L = -\frac{1}{a - bk_p}. \tag{17}$$

Videre har vi at $T_L = \frac{1}{2}T_A$ og at $T_A = -\frac{1}{a}$ slik at vi får

$$T_L = \frac{1}{2}T_A \tag{18}$$

$$-\frac{1}{a - bk_p} = -\frac{1}{2a} \tag{19}$$

$$2a = a - bk_p \tag{20}$$

$$k_p = -\frac{a}{b} \tag{21}$$

e) (5%) Vi har igjen at

$$\dot{h} = ah + bu \tag{22}$$
$$\dot{h} = (a - bk_p)h + bk_p h_r \tag{23}$$
$$\tag{24}$$

Vi setter $\dot{h} = 0$ of får finner h_s

$$0 = (a - bk_p)h_s + bk_p h_r \tag{25}$$
$$(a - bk_p)h_s = -bk_p h_r \tag{26}$$
$$h_s = -\frac{bk_p}{a - bk_p} h_r \tag{27}$$

Stasjonært avvik kan fjærnes ved å legge på et integralledd.

f) (3%) (se Johnson side 230-232)

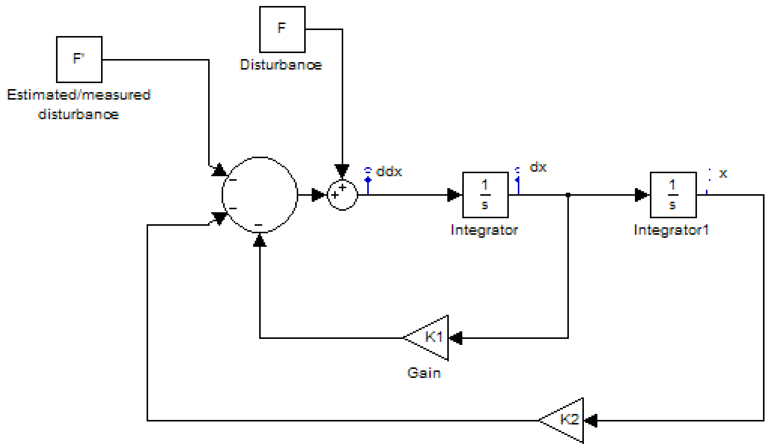
- Makanisk: Flottør som flyter i overflaten av væsken. Nivået er gitt av vinkelen som kan måles med en vinkelmåler.
- Elektrisk: Vi kan måle kapasitansen. Denne varierer med væskehøyden.
- Ekkolodd/ultralyd: tiden det tar fra sender til sensor gir oss høyden direkte.
- Trykket på bunnen av væsken gir oss høyden dersom tettheten er kjent.

Oppgave 2. (8%)

a) (2%) Tråder blir ikke avbrutt, så en lavprioritetstråd kan hindre en høyprioritetstråd å kjøre. Alternativt; kompleksitet innført ved at tidkrevende tråder må returnere før de er ferdige.

b) (2%) Enkelhet, oversikt, predikterbarhet.

c) (4%) Problemet er at tråd1 kan være midt i beregningen av den nye verdien til i når den blir avbrutt. Den har lest verdien som i har (la oss si 0), men har ikke tilordnet resultatet (1) til i igjen. Så får tråd2 kjøre, leser i (0), beregner ny verdi (-1) og skriver den til i. Så kommer tråd1 til igjen og fortsetter der den slapp - og overskriver glatt i med 1.
Vi har dermed "mistetresultatet av en kjøring av f2.



Figur 1: Blokkdiagram med foroverkobling fra F. $K1 = (2\zeta\omega_0 - K_d)$ og $K2 = (\omega_0^2 - K_p)$.

Oppgave 3. (28%)

a) (4%) i) Vi setter

$$u = K_p x + K_d \dot{x} - F' \tag{28}$$

det F' er den målte/estimerte av F.

ii)Vi kan innføre integralvirkning:

$$u = K_p x + K_d \dot{x} + K_i \int x \, dt. \tag{29}$$

med $K_i < 0$.

b) (6%) Se figurer.

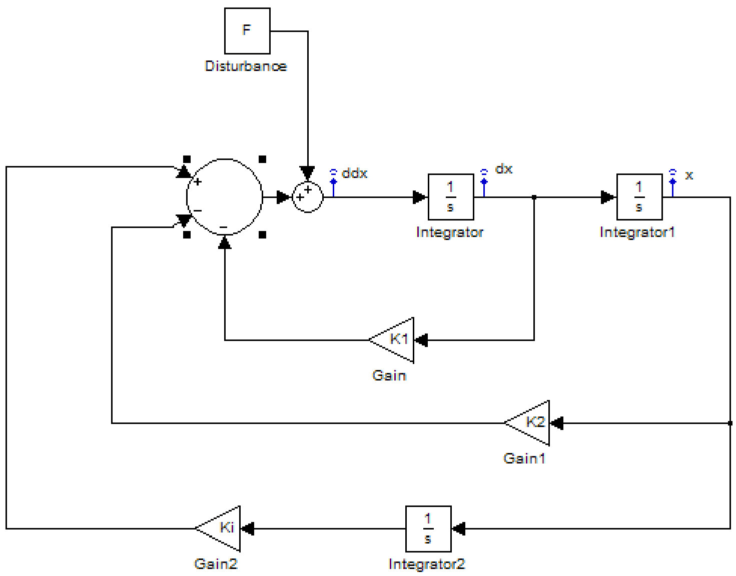
c) (6%) Vi bruker regulatoren som er oppgitt og får følgende lukkede sløyfe:

$$\ddot{x} + (2\zeta\omega_0 - K_d)\dot{x} + (\omega_o^2 - K_p)x = F \tag{30}$$

Vi ønsker å flytte den udempede resonansfrekvensen til $10 rad/s$:

$$\omega_o^2 - K_p = 10^2 \tag{31}$$

$$K_p = 25 - 100 = -75. \tag{32}$$



Figur 2: Blokkdiagram med integralvirkning. $K1 = (2\zeta\omega_0 - K_d)$, $K2 = (\omega_0^2 - K_p)$ og $Ki < 0$.

Kritisk demping får vi ved å sette $(2\zeta\omega_0 - K_d) = 2\hat{\zeta}\hat{\omega}_0$ der $\hat{\zeta}$ er ønsket demping og $\hat{\omega}_0$ er ønsket udempet resonansfrekvens.

$$2\zeta\omega_0 - K_d = 2\hat{\zeta}\hat{\omega}_0 \tag{33}$$
$$2 \cdot 0.9 \cdot 5 - K_d = 2 \cdot 1 \cdot 10 \tag{34}$$
$$-K_d = 20 - 9 \tag{35}$$
$$K_d = -11 \tag{36}$$
$$\tag{37}$$

d) (2%) Å derivere et signal med målestøy vil forsterke opp målestøyen. Å derivere signalet er også ugunstig dersom vi har sprang i signalet.

e) (3%) I stedet for å derivere posisjonen for å finne hastingheten kan vi finne aksellerasjonen ved et aksellerometer og integrere denne.

f) (4%) Samplingsfrekvensen må være minst to ganger høyeste frekvenskomponent.

$$f_s = 2\frac{6}{2\pi} = \frac{6}{\pi}\text{Hz} \tag{38}$$

g) (3%) Vi velger å bruke et strømsignal fordi dette er uavhengig av motstanden i for eksempel ledninger (strømmen er den samme i hele kretsen, mens spenningen forandrer seg når motstanden forandrer seg).

Oppgave 4. (11%)

a) (2%) Vi skriver om systemet som

$$\dot{x} = -\frac{1}{2}x + u \tag{39}$$

slik at vi har $a = -\frac{1}{2}$ og $b = 1$. Tidskonstanten er gitt ved

$$T = -\frac{1}{a} = 2 \tag{40}$$

og forsterkningen er gitt ved

$$K = -\frac{b}{a} = 2 \tag{41}$$

b) (4%) Vi har at

$$x(t) = x_s(1 - e^{-\frac{t}{T}}). \tag{42}$$

Hvis vi setter inn $t = 2T$ får vi

$$x(t) = x_s(1 - e^{-\frac{2T}{T}}) \tag{43}$$
$$= x_s(1 - e^{-2}). \tag{44}$$

Vi får at $(1 - e^{-2}) = 0.8647$ og at vi etter $2T$ har nådd 86.5% av stasjonærverdien.

c) (2%) Den må være like stor som de andre motstandene: 500Ω.

d) (3%)

$$D = \bar{A} + B \cdot C \tag{45}$$
$$D = \overline{A \cdot \overline{(B \cdot C)}} \tag{46}$$