TTK 4240 – Øving 7

Utlevert dato: 06.10.2016
Veiledningstime: 13.10.2016
Innleveringsfrist: 20.10.2016
Ansvarlig: Atle Rygg (atle.rygg@itk.ntnu.no)

INTRODUKSJON – ELEKTROMAGNETISME OG TRANSFORMATOREN

Elektromagnetisme og **magnetiske kretser** dekkes av Hambley kap. 15 (se It's Learning), og alle er anbefalt å lese dette. Koblingen mellom elektriske og magnetiske kretser er svært viktig i en lang rekke teknologier, for eksempel elektromotorer og transformatorer. Magnetisk kretsregning er en veldig nyttig metode til å gjøre overslagsberegninger på magnetfelt i jern, og er mye brukt i praksis.

Analogien mellom elektriske og magnetiske kretser er som følger:

Elektrisk strøm *I* -> Magnetisk fluks (ϕ), enhet Weber
Elektrisk spenning *V* -> Ampere-vindinger ($N \cdot I$), enhet Ampere-turns
Elektrisk resistans *R* -> Magnetisk reluktans ($\Re$), enhet Ampere-turns / Weber

Reluktans oppfører seg på samme måte som resistans i en ledning, dvs. den øker med økende lengde , og minker med økende tverrsnittsareal. Den er også proporsjonal med en materialkonstant kalt permeabilitet (μ). Dette kan oppsummeres med følgende formel:

$\Re = \dfrac{l}{\mu A}$, hvor l er «lengden» til fluksbanen, og *A* er tverrsnittsarealet normalt på fluksretningen.

En mye brukt størrelse er *magnetisk flukstetthet* (B, enhet Tesla [T]). Denne er gitt som fluks per areal, dvs. $\phi = B \cdot A$. Vanligvis dimensjoneres en magnetisk jernkjerne for en flukstetthet rundt *1.0 – 2.0 T*. Det er ikke mulig å oppnå særlig høyere flukstettheter enn *2 T*, siden da vil jernet gå i såkalt *metning*. Merk at magnetisk kretsberegning ikke kan ta hensyn til metning.

Transformatoren ble oppfunnet sent på 1800-tallet, og benytter seg av magnetfelt i en jernkjerne for å omforme elektrisitet fra et spenningsnivå til et annet. I dette faget skal vi begrense oss til den ideelle transformatormodellen: $\dfrac{V_1}{N_1} = \dfrac{V_2}{N_2}$, (VIKTIG LIGNING)

V_1 er spenningen på side 1 som har N_1 viklinger, og V_2 er spenningen på side 2 som har N_2 viklinger. Ved å dimensjonere antall viklinger kan vi dermed koble et lavt spenningsnivå (f.eks. 230 V) til et høyt spenningsnivå (f.eks. 22 000).

NB: En transformator benyttes KUN for vekselsspenning, og vil ikke fungere for konstante spenninger (DC).

En ideell transformatormodell antar at transformatoren verken forbruker aktiv eller reaktiv effekt. Mer om dette i oppgave 3.

1 INDUKTANS OG MAGNETISK FLUKS (FARADAYS LOV)

I denne oppgaven ser vi nærmere på induktans som et fysisk fenomen. Dette dekkes av Hambley kap. 15.1 og 15.2, men oppgaven er forsøkt formulert slik at det ikke er nødvendig å bruke denne boken.

Faradays lov er sentral innen elektromagnetisme, og relaterer indusert spenning til magnetisk fluks:

$\varepsilon = N\dfrac{d\varphi}{dt}$, hvor ε brukes om indusert spenning, φ er magnetisk fluks og N er antall viklinger

Av og til er Faradays lov gitt på formen $\varepsilon = \dfrac{d\lambda}{dt}$, hvor $\lambda = N\varphi$ kalles fluksforslyngninger (flux linkages)

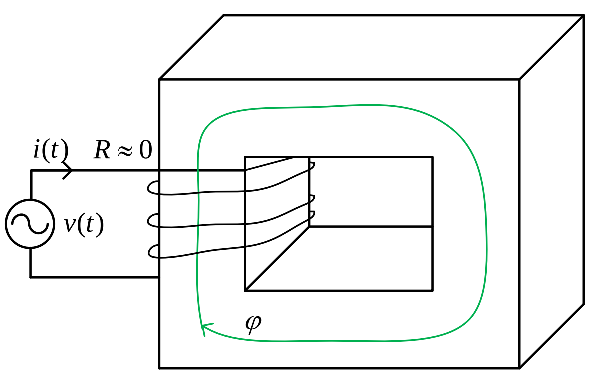
Det er utfordrende å nøyaktig beregne magnetisk fluks, og typisk blir numeriske simuleringer («Finite Element-metoder» brukt til dette). I denne oppgaven skal vi benytte en forenklet regnemåte som gir gode overslag i de fleste praktiske applikasjoner.

I en jernkjerne kan vi (noe forenklet) anta at magnetisk fluks fordeler seg likt over tverrsnittet, og at all fluks går i jernkjernen. Som vist i figuren vil fluksen φ sirkulere i en sløyfe rundt jernkjernen. For å finne lengden til fluksbanen, også kalt «jernveien», er det vanlig å benytte den gjennomsnittlige lengden midt i kjernen.

Vi antar $v(t) = 10\cdot\cos\left(100t\right)$, $\Re = 100\dfrac{At}{Wb}$ og *N=4*, samt at motstanden i viklingen er null, dermed blir $v(t) = \varepsilon(t)$ (påtrykt spenning er lik viklingens induserte spenning)

a) Finn $\varphi(t)$ og $i(t)$

b) Vis at $L = \dfrac{N^2}{\Re}$ basert på uttrykkene ovenfor, samt definisjonen $v_L = L\dfrac{di_L}{dt}$. Uttrykket viser at induktansen *L* kun er avhengig av viklingstallet, samt geometri og materialegenskap til kjernen.



2 ANALYSE AV JERNKJERNE MED LUFTGAP

I denne oppgaven skal vi betrakte en jernkjerne som inneholder et såkalt *luftgap*. Magnetfelt ønsker mye heller å passere gjennom jern enn gjennom luft, men ved å konstruere jernkjernen på en gitt måte kan vi tvinge magnetfeltet gjennom luftgapet. Luftgap forekommer f.eks. i elektromotorer hvor magnetfeltet må krysse gjennom luft fra den stasjonære (ikke-roterende) delen av motoren til den roterende delen.

Fra et matematisk ståsted har et luftgap mye høyre reluktans enn tilsvarende volum med jern, da permeabiliteten kan være flere tusen ganger lavere. Sagt på en annen måte så har jernet flere tusen ganger mer lyst til å gå gjennom jern enn gjennom luft. Permeabiliteten til luft kan antas å være lik tomromspermeabiliteten μ_0.

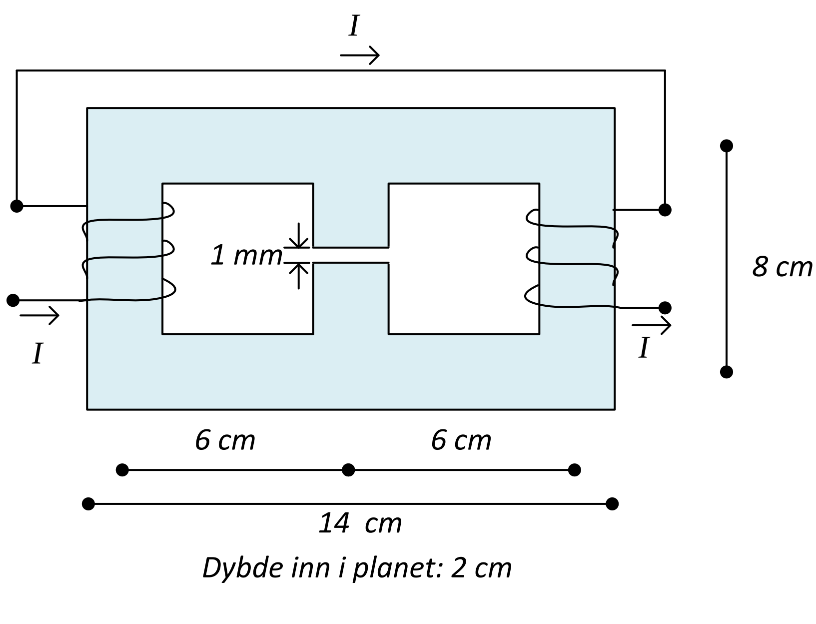
Jernkjernen i figuren nedenfor inneholder et tynt luftgap i det midtre benet (lengden til luftgapet er overdrevet i figuren). I tillegg er det en spole på venstre og høyre ben, og denne seriekobles med den andre spolen slik at de fører den samme strømmen *I*. Målet med systemet er å styre strømmen *I* til å oppnå en viss flukstetthet i luftgapet.

Bruk følgende tallverdier:

$N_1 = N_2 = 100$ (antall viklinger til spolene)

$\mu_{jern} = 5000\mu_0$
$\mu_{luft} = \mu_0$, hvor $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

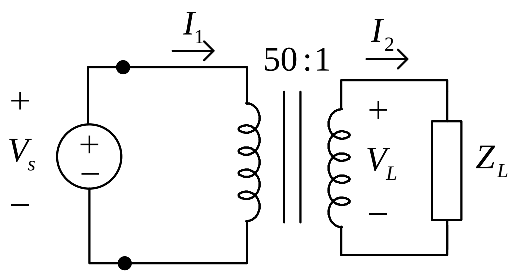
a) Tegn magnetisk kretsekvivalent til jernkjernen. Inkluder en egen reluktans for luftgapet. Bruk høyrehåndsregelen til å bestemme retningen/fortegnet til spenningskildene som representerer de to spolene.
b) Hva må strømmen *I* være for at flukstettheten i luftgapet skal bli lik *0.25 T* ?



Dybde inn i planet: 2 cm

3 INTRODUKSJONSOPPGAVE – TRANSFORMATOR

a) Bruk transformatorligningen fra introduksjonsteksten sammen med antagelsen om null forbrukt aktiv og reaktiv effekt i en transformator til å vise følgende: $I_1 N_1 = I_2 N_2$.



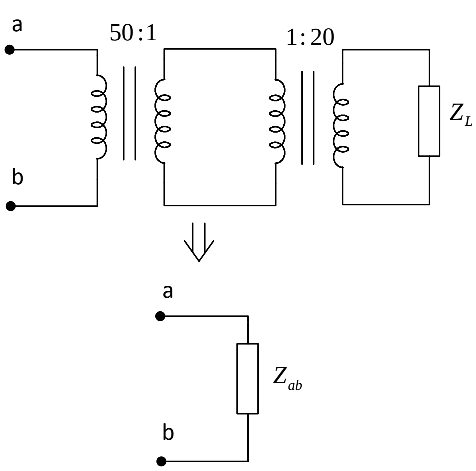
Figuren til venstre viser en transformator koblet mellom en vekselsspenningskilde og en last. Omsetningsforholdet er 50:1, dvs. 50 viklinger på side 1, og 1 vikling på side 2. Videre antar vi at transformatoren er ideell. Bruk $V_s = 1000\,V$ (RMS), og $Z_L = 0.5 + j0.5\,\Omega$.

b) Finn V_L , I_1 og I_2 .

c) Hva blir aktiv og reaktiv effekt forbrukt i lasten Z_L ? Hva blir aktiv og reaktiv effekt levert fra kilden V_s ?

4 TILSYNELATENDE IMPEDANS GJENNOM TRANSFORMATOR

Ofte i kretsberegninger er det interessant å finne ekvivalent impedans sett fra et gitt punkt i kretsen. Dette minner om Thevenin- og Norton-ekvivalenter, bortsett fra at vi antar det er ingen strøm-eller spenningskilder i ekvivalenten.



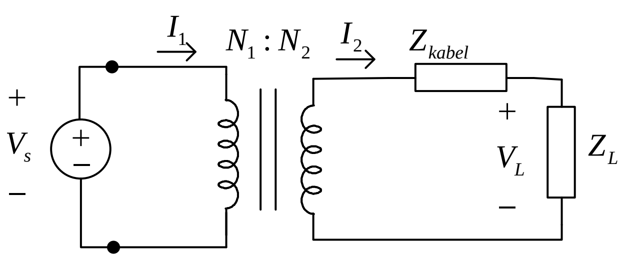
En last Z_L er koblet til en forsyning *(a-b)* gjennom to transformatorer som vist i figuren Anta at $Z_L = 200\angle -45^o\ \Omega$

a) Finn ekvivalent impedans sett fra terminalene *a-b*. Dvs.: Finn den impedansen Z_{ab} som er slik at de to kretsene i figuren alltid vil ha identisk respons.

5 PRAKTISK EKSEMPEL – STRØMFORSYNING TIL SLITEN STUDENTBY

Vi skal se nærmere på hybelen fra øving 5, og hvordan den henter kraft fra høyspentnettet. Bildet ovenfor viser hvordan strømmen transformeres fra kraftlinjen med spenning 22 000 V og ned til spenningen vi trenger i huset på 230 V. En transformator er plassert oppe i masten, og så går det en kabel (eller linje) med spenning 230 V fra denne transformatoren og inn til studentboligen.

Vi antar at hybelen kun benytter strøm til å se på TV denne dagen, og at TV'en oppfører seg som en motstand med en verdi på $Z_L = 53 + j0\,\Omega$. Kabelen mellom transformator og huset har en impedans lik $Z_{kabel} = 2 + j5\,\Omega$. Spenningen på høyspentsiden er $V_s = 22\,000\,V$ (RMS). Basert på denne informasjon kan vi tegne følgende krets-ekvivalent:



a) Når TV'en er koblet fra av måler vi spenningen V_L til å være $234.043\,V$ (RMS). Hva blir omsetningsforholdet $\frac{N_1}{N_2}$?

b) Finn effekten forbukt av TV'en når den er skrudd på

c) Finn strømmen I_1 som transformatoren trekker fra høyspentsiden.

HINT OG TALLSVAR

1. **Induktans og magnetisk fluks**
   a. $i(t) = \frac{5}{8}\sin\left(100t\right)$ Still opp Faradays lov for å finne fluksen $\varphi(t)$ (du må integrere). For å finne strømmen kan du stille opp den magnetiske varianten av Ohms lov.
2. **Jernkjerne med luftgap**
   a. Ang. fortegn: Fluksen fra ben 1 og ben 3 skal møtes i midtbenet og gå gjennom luftgapet.
   b. *I=2.0607 A*. ($\Re_1 = \Re_3 = 79577$ At/Wb, $\Re_2 = 15717$ At/Wb $\Re_{luft} = 1989400$ At/Wb)
   Finn reluktansene og sett opp ligninger som beskriver kretsen (for eksempel er nodespenningsmetoden et godt valg). Det er nødvendig å kombinere kretsligningen(e) med en ligning som spesifiserer ønsket flukstetthet i luftgapet. Hint 2: Du sparer deg for mye regning ved å utnytte symmetrien mellom ben 1 og ben 3.
3. **Introduksjonsoppgave transformator**
   a. Bruk definisjonen på kompleks effekt. Se på kompleks effekt inn og ut av transformatoren.
   b. $I_1 = \frac{2\sqrt{2}}{5}e^{-j45}\ A$ Bruk viserregning og ligningene som beskriver en ideell transformator
   c. $P_L = 400\,W \quad Q_L = 400\,VAr$. Bruk definisjonen på kompleks effekt på hver side av transformatoren.
4. **Tilsynelatende impedans gjennom transformator**
   a. $Z_{ab} = 1250\angle -45^o\ \Omega$. Kan finnes ved å sette opp transformatorligningene både for strøm og spenning, og ved å regne seg fra høyre mot venstre i figuren.
5. **Praktisk eksempel – strømforsyning til sliten studentby**
   a. Hvor stor strøm går til hybelen i dette tilfellet? Omsetningsforholdet kan finnes uten særlig regning
   b. $P_L = 951.9\,W$, $Q_L = 0\,VAr$. Kan gjøres på flere måter. Kan være lurt å regne ut strømmen I_2 .
   c. $I_1 = 0.0451e^{-j5.19}\ A$. Dette blir enkel regning hvis du allerede har funnet strømmen I_2