

TFE4101

KRETS- OG DIGITALTEKNIKK

Forenkling av Boolske funksjoner

Gajski:

- Kap. 4.4: Forenkling av Boolske funksjoner
- Kap. 4.5-4.6: Teknologimapping

Tabellmetoden (Quine-McCluskey)

- Karnaughdiagram
 - basert på mønstergjenkjenning
 - velegnet for bruk av mennesker
 - meget vanskelig med mer enn 6 variable
- Tabellmetoden
 - systematisk og velegnet for bruk av datamaskin
 - brukbar inntil ca. 16 variable
 - finner alle primledd
 - velger blant primleddene for å finne forenklet uttrykk
 - (nær) minimum antall literaler
 - irredundant dekning

-
- Finn primimplikanter
 - Sorter mintermer etter antall enere
 - Finn 1-subkuber ved å sammenlikne nabogrupper
 - Sorter 1-subkubene etter antall enere
 - Finn 2-subkuber ved å sammelikne nabogrupper
 - osv.

Tabellmetoden: finn prim implikanter

Mint.	w	x	y	z	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

Grp. id	Sub- kub	Verdi				Dekket
		w	x	y	z	
G_0	(0)	0	0	0	0	no
G_1	(2)	0	0	1	0	no
	(4)	0	1	0	0	no
G_2	(3)	0	0	1	1	no
	(6)	0	1	1	0	no
	(9)	1	0	0	1	no
G_3	(7)	0	1	1	1	no
	(11)	1	0	1	1	no
	(13)	1	1	0	1	no
G_4	(15)	1	1	1	1	no

Tabellmetoden: finn prim implikanter

Grp. id	Sub- kub	Verdi				Dekket
		w	x	y	z	
G ₀	(0)	0	0	0	0	yes
G ₁	(2)	0	0	1	0	yes
	(4)	0	1	0	0	yes
G ₂	(3)	0	0	1	1	yes
	(6)	0	1	1	0	yes
	(9)	1	0	0	1	yes
G ₃	(7)	0	1	1	1	yes
	(11)	1	0	1	1	yes
	(13)	1	1	0	1	yes
G ₄	(15)	1	1	1	1	yes

Grp. id	Sub- kub	Verdi				Dekket
		w	x	y	z	
G ₀	(0,2)	0	0	-	0	no
	(0,4)	0	-	0	0	no
G ₁	(2,3)	0	0	1	-	no
	(2,6)	0	-	1	0	no
	(4,6)	0	1	-	0	no
G ₂	(3,7)	0	-	1	1	no
	(3,11)	-	0	1	1	no
	(6,7)	0	1	1	-	no
	(9,11)	1	0	-	1	no
	(9,13)	1	-	0	1	no
G ₃	(7,15)	-	1	1	1	no
	(11,15)	1	-	1	1	no
	(13,15)	1	1	-	1	no

Tabellmetoden: finn prim implikanter

Grp. id	Sub- kub	Verdi				Dekket
		w	x	y	z	
G ₀	(0,2)	0	0	-	0	yes
	(0,4)	0	-	0	0	yes
G ₁	(2,3)	0	0	1	-	yes
	(2,6)	0	-	1	0	yes
	(4,6)	0	1	-	0	yes
G ₂	(3,7)	0	-	1	1	yes
	(3,11)	-	0	1	1	yes
	(6,7)	0	1	1	-	yes
	(9,11)	1	0	-	1	yes
	(9,13)	1	-	0	1	yes
G ₃	(7,15)	-	1	1	1	yes
	(11,15)	1	-	1	1	yes
	(13,15)	1	1	-	1	yes

Grp. id	Sub- kub	w	x	y	z	Dekket
G ₀	(0,2,4,6)	0	-	-	0	no
G ₁	(2,3,6,7)	0	-	1	-	no
G ₂	(3,7,11,15)	-	-	1	1	no
	(9,11,13,15)	1	-	-	1	no

$$P_1 = w'z'$$

$$P_2 = w'y$$

$$P_3 = yz$$

$$P_4 = wz$$

Tabellmetoden: finn minimal dekning

- Lag valgtabell der
 - hver rad tilsvarer en PI
 - hver kolonne tilsvarer en minterm
- Sett kryss i de celler der tilhørende PI dekker tilhørende minterm
- Dersom en kolonne bare har ett kryss, er den PI som tilhører raden med kryss en EPI
- Ring rundt EPI kryss
- Merk av de mintermer som er dekket av en EPI
- Velg den PI som dekker flest udekkede mintermer
- Merk av de mintermer som er dekket av denne
- Fortsett til alle mintermer er dekket

Tabellmetoden: finn minimal dekning

PI navn	PI uttrykk	PI mintermer	Funksjonens mintermer									
			0	2	3	4	6	7	9	11	13	15
P ₁	w'z'	(0,2,4,6)	x	x		x	x					
P ₂	w'y	(2,3,6,7)		x	x		x	x				
P ₃	yz	(3,7,11,15)			x			x		x		x
P ₄	wz	(9,11,13,15)							x	x	x	x
Dekket			0	2	3	4	6	7	9	11	13	15

$$F = w'z' + wz + w'y$$

$$F = w'z' + wz + yz$$

Tabellmetoden: finn minimal dekning (annen funksjon)

PI navn	PI uttrykk	PI mintermer	Funksjonens mintermer						
			2	6	7	8	9	13	15
P1	$w'yz'$	(2,6)	x	x					
P2	$wx'y'$	(8,9)				x	x		
P3	$w'xy$	(6,7)		x	x				
P4	$wy'z$	(9,13)					x	x	
P5	xyz	(7,15)			x				x
P6	wxz	(13,15)						x	x
Dekket			2	6	7	8	9	13	15

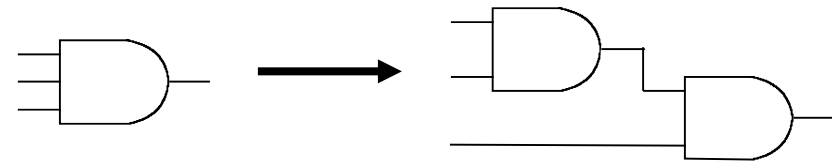
$$F = w'yz' + wx'y' + xyz + wxz$$

Teknologimapping

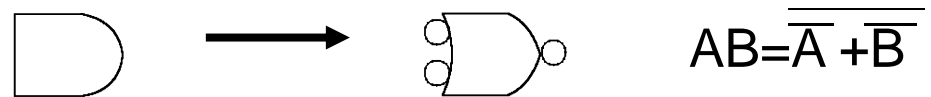
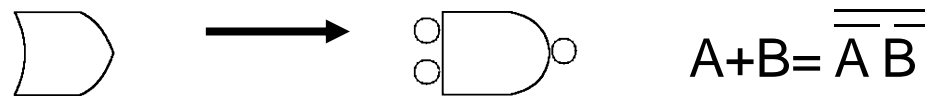
- Mål:
 - Konverter funksjon slik at den benytter tilgjengelige porttyper
 - Redusere forsinkelse på kritisk sti
 - Redusere totalt antall transistorer brukt i designet

- Metode:

- Dekomponer innganger



- Konverter porter

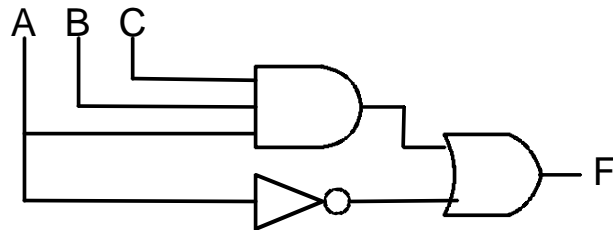


- Optimaliser bort dobbel invertering

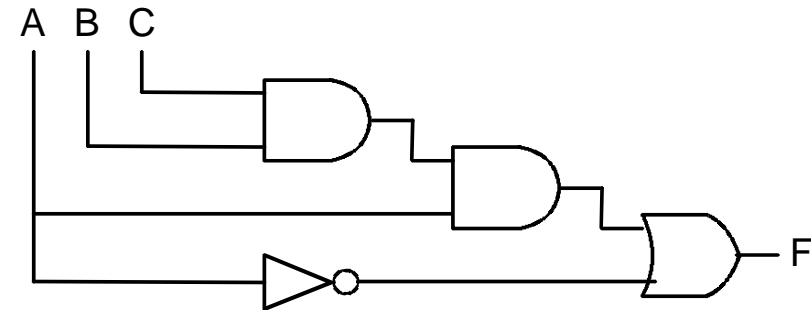


Teknologimapping til NAND-2 og INV

$$F = ABC + \bar{A}$$

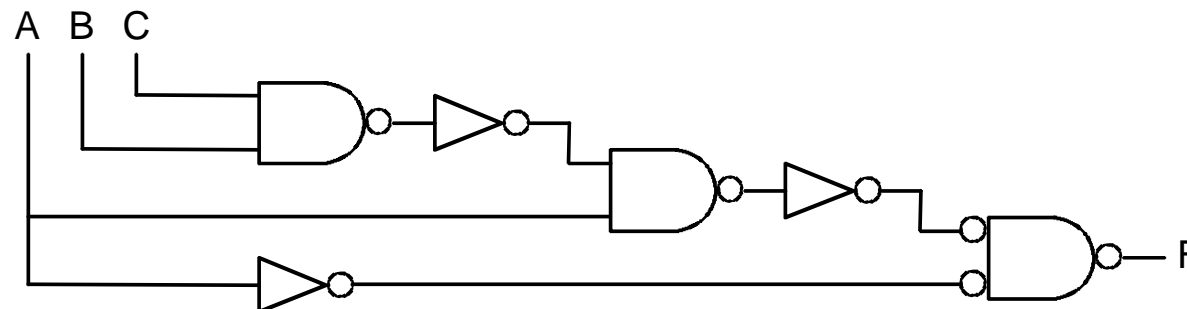


Kun 2 innganger



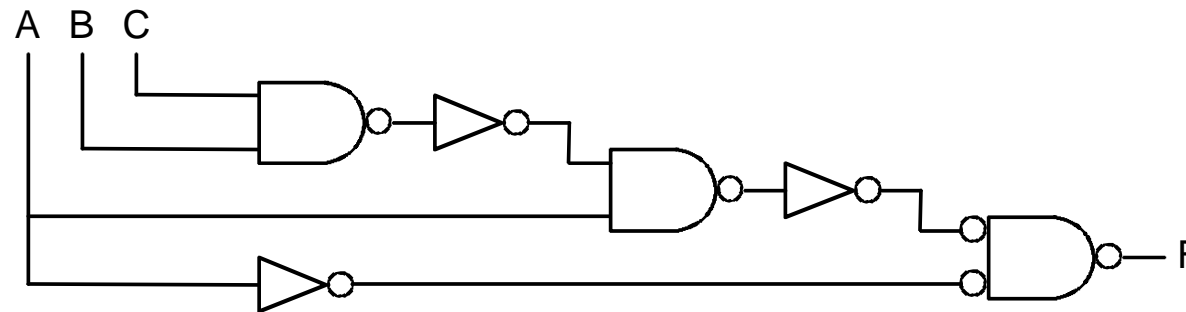
Kritisk sti B/C – F:
 $2,4 + 2,4 + 2,4 = 7,2\text{ns}$

Bare NAND og INV

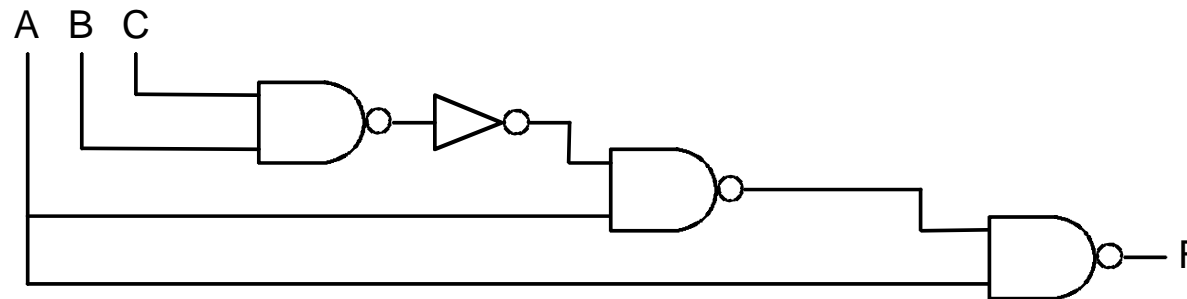


Teknologimapping til NAND-2 og INV

Fra forrige lysark

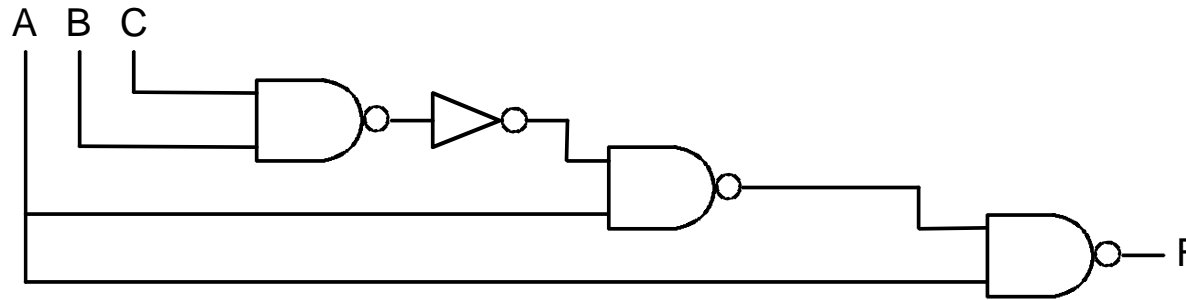


Optimaliser bort dobbel invertering



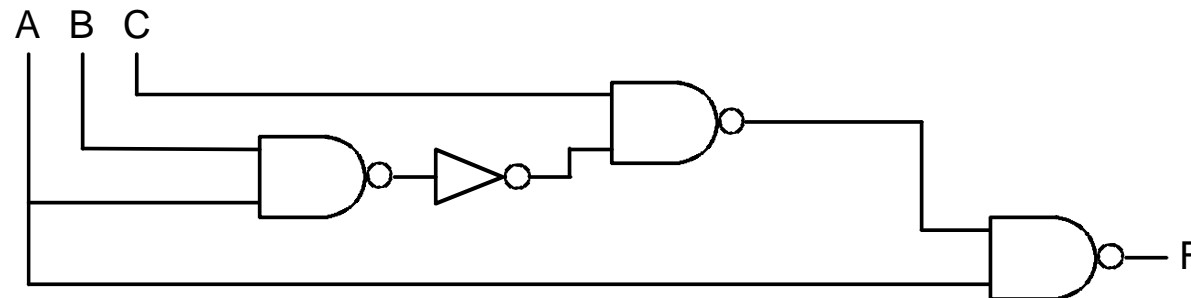
Kritisk sti B/C – F: $1,4 + 1 + 1,4 + 1,4 = 5,2 \text{ ns}$

Teknologimapping til NAND-2 og INV



Anta at bare C – F del av kritisk sti i totalkretsen:

$$X + 1,4 + 1 + 1,4 + 1,4 = (X + 5,2) \text{ ns}$$



Ny C – F kritisk sti: $X + 1,4 + 1,4 = (X + 2,8) \text{ ns}$