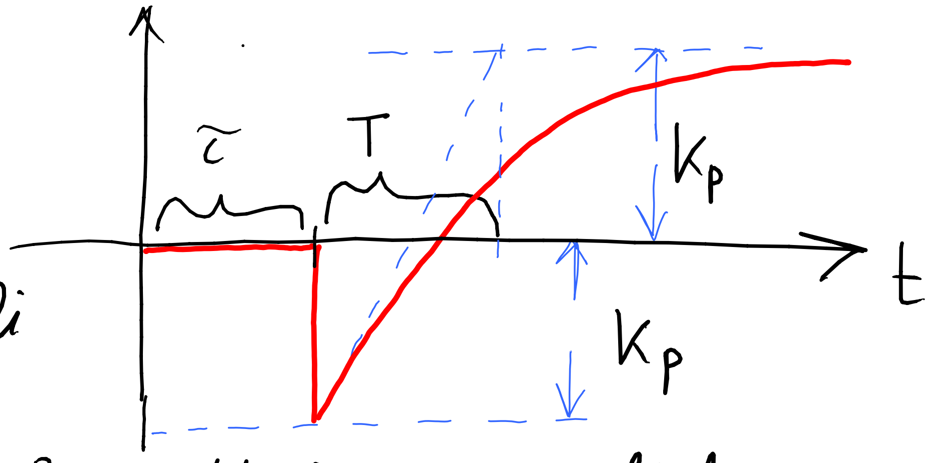
Løsningsforslag eksamen i reguleringsteknikk 4/6-2007

Oppg. 1a)

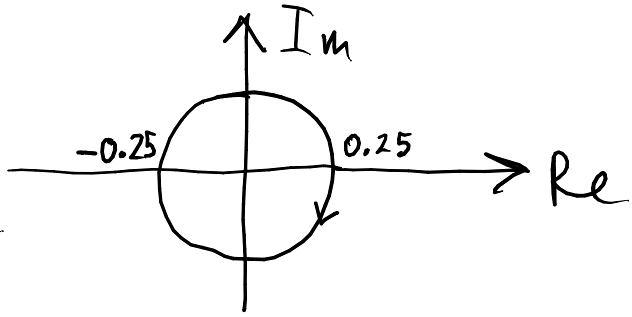


Kan finnes v.h.a. beg. verdi og sluttverdi, og/eller 1. linje s. 11 i oppgavesettet

1b)

$$|h_0| = 0.25 \frac{\sqrt{1+(\omega T)^2}}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} \cdot 1 = 0.25$$

= sirkel



1c)

Systemet er åpent stabilt. Da skal ikke Nyquistkurven omslutte −1. Sirkelen har radius = K_p. Da blir $K_{pk} = \underline{1}$. $\Delta K = \underline{\underline{4 = 12\,dB}}$.

$|h_0|$ for $K_p < 0$ blir $|K_p|$. Sirkelen har også nå radius $|K_p| \Rightarrow K_{pkn} = \underline{\underline{-1}}$.

1d)

$$h = \frac{t_0/n_0}{1+t_0/n_0} = \frac{t_0}{n_0+t_0} \Rightarrow \frac{t_0}{n_0} = K_p \frac{1-Ts}{1+Ts} \cdot \frac{(1-\frac{\tau}{2}s)}{(1+\frac{\tau}{2}s)}$$

$\Rightarrow e^{-\tau s}$ approksimeres med $\underline{\underline{\dfrac{1-\tau/2\, s}{1+\tau/2\, s}}}$

1e)

Nevnerpolynomet i h =

$$(1+K_p)\frac{T\tau}{2}s^2 + \left(T+\frac{\tau}{2}\right)(1-K_p)s + (1+K_p)$$

1e, forts) Rouths ~~tabell~~ blir da:

$(1+k_p)\frac{T\tau}{2}$	$1+k_p$
$\dfrac{(1-k_p)(T+\frac{\tau}{2})}{1+K_p}$	0

Vi krever ingen fortegnsskift $\Leftarrow -1 < K_p < 1$
Stemmer med resultatet fra **c)**.
(Ellers gjelder det for et 2.-ordens system at venstre kolonne blir identisk med polynomets koeffisienter. Det er da tilstrekkelig å sjekke om disse har samme fortegn.)

1f) Nyquist: $\Delta\angle(1+h_0) = -4\pi = -2\pi\,(N_n - 0) \Rightarrow \underline{\underline{N_n = 2}}$

Routh: $K_p > 1 \Rightarrow$ to fortegnsskift $\Rightarrow \underline{\underline{N_n = 2}}$

$K_p < -1 \Rightarrow$ —— " —— —— " ——

1g) Fra **1e)**: $n_0 + t_0 = (1+k_p)\frac{T\tau}{2}s^2 + (T+\frac{\tau}{2})(1-k_p)s + (1+k_p)$

$$\Rightarrow s^2 + \frac{1-K_p}{1+K_p}\cdot\frac{T+\frac{\tau}{2}}{T\tau/2}\,s + \frac{2}{T\tau} = s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{T\tau}} = \underline{\underline{2}}.$$

Måler over tre perioder, $t_2 - t_1 \approx 9.45$

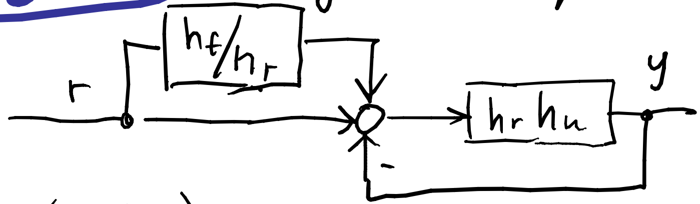
Da er $\beta = \dfrac{2\pi}{9.45/3} = \dfrac{6\pi}{9.45} = 1.9947$

Ved t_2 til t_1 er amplituden h.h.v. 5.05 cm og 1.45 cm. Vi har da $e^{-\alpha\cdot 9.45} = \dfrac{1.45}{5.05} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{1}{9.45}\ln\left(\frac{5.05}{1.45}\right) = 0.1320$

$\omega_0 = \sqrt{\alpha^2+\beta^2} = \sqrt{1.9947^2 + 0.1320^2} = \underline{\underline{1.9991 \approx 2}}$

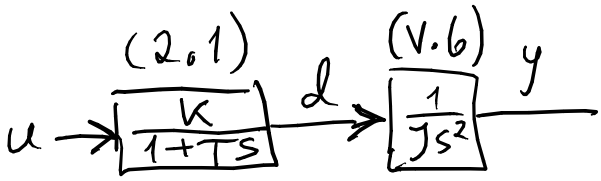
Oppg. 2a) Flytter høyre summasjonspunkt:



$$\Rightarrow h = \frac{\left(1+\frac{h_f}{h_r}\right)h_r h_u}{1+h_r h_u}$$

Hvis $\left(1+\frac{h_f}{h_r}\right)h_r h_u = 1 + h_r h_u$ blir $h = 1$. Dette oppnås med $\underline{\underline{h_f = \frac{1}{h_u} = h_{fi}}}$

2b)



$$\Rightarrow h_u = \frac{K}{Js^2(1+Ts)}$$

$$\Rightarrow h_{fi} = 1/h_u = \underline{\underline{\frac{J}{K}(s^2+Ts^3)}}$$

Velger h_f slik at $|h_f(j\omega)| \rightarrow$ konst. når $\omega \rightarrow \infty$:

$$\underline{\underline{h_f = \frac{J}{K}\cdot\frac{s^2+Ts^3}{(1+\alpha Ts)^3}}}, \quad 0<\alpha \ll 1$$

Foroverkopling betyr ingenting for systemets stabilitet!

2c) $\angle h_0(j\omega) < -180^\circ \; \forall \omega$. For å få stabilt lukket system må $\angle h_0$ løftes over -180°. Det krever derivatvirkning.

2d) Kravet oppfylles hvis to integrasjoner i h_0 fra r til y. h_u inneholder to integrasjoner. Da trengs det ingen i h_r. Dermed gir 2c) og 2d) som resultat: $\underline{\underline{\text{(begrenset) PD-regulator}}}$

Oppg. 3a)

UAUUM

3b)

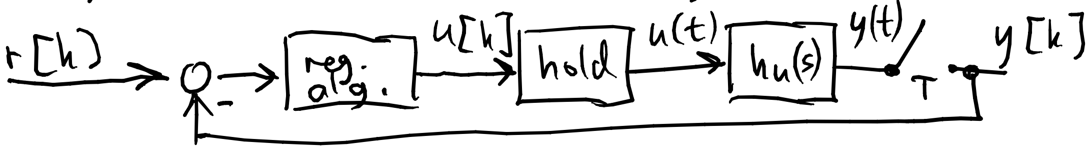
2,5

3c)

Stiplet graf indikerer endringa:

- kryssfrekvensen øker (bra)
- resonanstoppen blir høyere (dårlig: mindre stabilitet)

3d)



3e)

Antar at regulatoren er kontinuerlig, og bestemmer parametre på det grunnlaget. Så erstattes alle s'ene i $h_r(s)$ med $\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)$. Dette gir en rekursiv formel for den diskrete regulator.

Hvis T er "stor", kan man gjöre som ovenfor, man må bare först putte inn en tidsforsinkelse $e^{-\frac{T}{2}s}$ i h_0.

Oppg. 4a)

Gjör dette ved å vise at (4.2) gir (4.1). Vi har $h(s) = \underline{c}^T(s\underline{I}-\underline{A})^{-1}\underline{b} =$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+3} & \frac{-1}{s+2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{2}{s+3} - \frac{1}{s+2}$$

$$= \frac{2(s+2)-(s+3)}{(s+3)(s+2)} = \underline{\underline{\frac{s+1}{s^2+5s+6}}}$$

4b)

$$\Phi(t) = e^{At} = (\text{i dette tilfellet}) = e^{\Lambda t} = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

4b forts.)

$$\underline{x}(t) = \int_0^t e^{\Lambda(t-\tau)} \underline{b} \overbrace{u(\tau)}^{\equiv 1} d\tau = \int_0^t \begin{bmatrix} e^{-3(t-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} d\tau \cdot 1$$

$$= \int_{\tau=0}^{t} \begin{bmatrix} e^{-3(t-\tau)} \\ e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} d\tau = -\int_{\alpha=t}^{0} \begin{bmatrix} e^{-3\alpha} \\ e^{-2\alpha} \end{bmatrix} d\alpha = \int_0^t \ldots = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(1-e^{-3t}) \\ \frac{1}{2}(1-e^{-2t}) \end{bmatrix}$$

Oppg. 5a)

Se neste side.

5b)

—— II ——

5c)

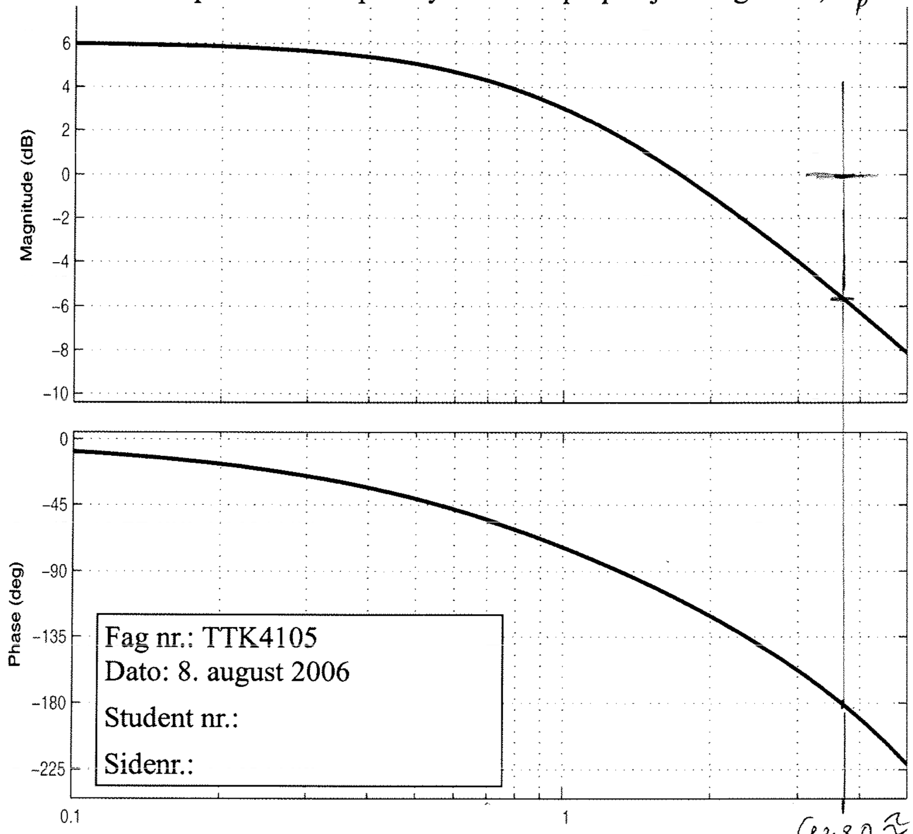
Resonanstoppen i $|N(j\omega)|$ blir mye over 6dB. Dette indikerer for dårlig stabilitet. K_p må reduseres, eller T_i kan økes.

5d)

Se neste side.

Oppgave 5

Figur 5.1 viser frekvensresponsen til et åpent system med proporsjonalregulator; $K_p = 0.1$.



figur 5.1

5.6 dB = 1.9

$K_{pk} = 0.1 \cdot 1.9 = 0.19$

$K_p = 0.45 K_{pk} = \underline{\underline{0.086}}$

$\omega_{180} \approx 3.6$

$T_k = \frac{2\pi}{3.6} = 1.74$

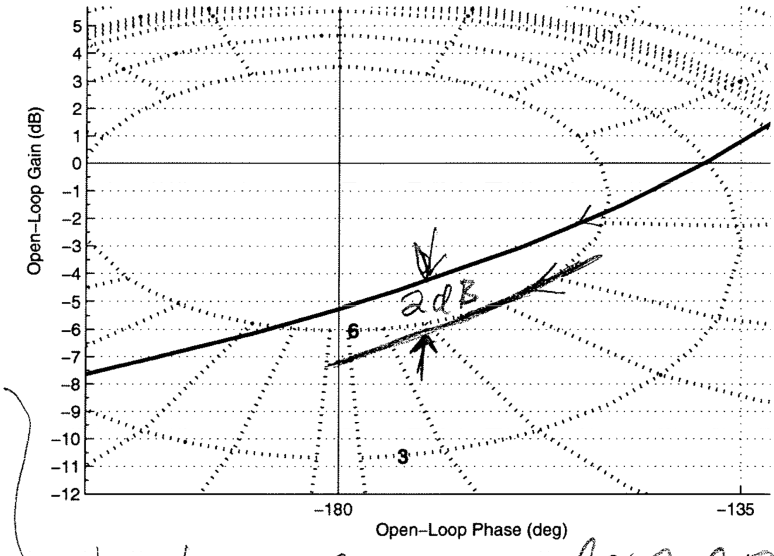
$T_i = \frac{T_k}{1.2} = \underline{\underline{1.45}}$

a) (%) Er det lukkede system stabilt for denne verdien av K_p? Begrunnet svar!

b) (%) Det skal brukes PI-regulator på systemet. Finn verdier for K_p og T_i ved hjelp av Ziegler-Nichols' metode!

c) (%) Med parametre valgt i følge pkt. b), blir frekvensgangen til den åpne sløyfes transferfunksjon som vist i Nichols-diagrammet til høyre Kommentér!

d) (%) Hvor mye ville du eventuelt ha endret K_p? (Tegn i diagrammet og levér denne sida som del av besvarelsen!)



→ K_p bør reduseres med $\approx$ 2 dB