Norges Teknisk- Naturvitenskapelige Universitet

Institutt for teknisk kybernetikk

Avsluttende Eksamen TTK4100 Kybernetikk Introduksjon

LØSNINGSFORSLAG

Mandag 18. mai 2009

Tid: 09:00 - 13:00

Oppgave 1. (17%)

Som oppgitt ved eksamen er korrekt modell av bilen gitt ved:

$$m\dot{v} = -F_l - F_g + u$$

hvor v er hastigheten, u er pådraget og m er massen til bilen. Videre er $F_l = k_l v$, $k_l > 0$ og $F_g = mg\theta$ hvor θ er vinkelen bilen har til horisontalplanet. Det er denne modellen som vil bli brukt i resten av løsningsforslaget til oppgaven.

a) (5%) Ved å benytte P-regulatoren $u = K_p(r - v)$, hvor r er konstant, får vi:

$$\begin{aligned} m\dot{v} &= -F_l - F_g + K_p(r - v) \\ &= -(k_l + K_p)v - mg\theta + K_p r \end{aligned}$$

Siden θ er konstant, vil farten stabilisere seg. Stasjonærverdien, v_s, finnes for eksempel ved å sette $\dot{v} = 0$:

$$v_s = \frac{-mg\theta + K_p r}{k_l + K_p}$$

b) (2%) Systemet er lineært. Det inneholder ingen ulineære funksjoner ($\exp(v)$, $\sqrt{v}, \sin v, v^2$,etc.).

c) (4%) En PI-regulator fungerer fint for å fjerne konstante forstyrrelser. Siden $\theta(t)$ nå varierer, vil ikke $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$. Siden θ enkelt kan måles, benytter vi en foroverkobling fra forstyrrelsen:

$$u = K_p e + K_i \int e dt + w_f$$

hvor $w_f = mg\theta$. Merk at det ikke er nok å bruke en P-regulator med foroverkobling fra forstyrrelsen for å løse reguleringsproblemet. Dette kan blant annet ses av utrykket for v_s i oppgave a).

d) (6%) For å implementere regulatoren vi kom fram til i oppgave c) trenger vi å vite hastigheten v til bilen, og vinkelen θ, med horisontalplanet. Integratordelen i regulatoren kan implementeres med en numerisk integrator. Hastigheten kan vanskelig måles direkte, men kan enten estimeres ved å måle omdreiningshastighet til bilens hjul/aksling med en encoder og deretter regne om til hastighet, eller man kan integrere målingene fra et akselerometer. For å måle vinkelen θ kan man for eksempel bruke et gyroskop. Fordeler og ulemper med disse måleinstrumentene er gitt i pensumboka / laboppgaven.

Oppgave 2. (12%)

a) (2%) Strøm brukes i stedet for spenning fordi systemet da blir mindre avhengig av lasten

b) (4%) (Basert i eksempel 1.7 i læreboka). En rett linje er gitt av

$$I = mT + I_0. \tag{1}$$

Vi setter inn for 4 og 20mA for å finne de ukjente konstantene:

$$\begin{aligned} 4\text{mA} &= m(-20°C) + I_0 \qquad (2)\\ 20\text{mA} &= m(-100°C) + I_0 \qquad (3) \end{aligned}$$

Ved å trekke (3) fra (2) finner vi

$$\begin{aligned} -16\text{mA} &= m(-120°C) \\ m &= \frac{16}{120}\text{mA}/°C. \qquad (4) \end{aligned}$$

Vi finner I_0 ved å sette inn for 20mA og m:

$$\begin{aligned} 20\text{mA} &= \frac{16}{120}100\text{mA} + I_0 \qquad (5)\\ I_0 &= \frac{20}{3}\text{mA}. \qquad (6) \end{aligned}$$

Vi kan da regne ut

$$I(0°C) = \frac{16}{120}\text{mA}/°C \cdot 0°C + \frac{20}{3}\text{mA} = \frac{20}{3}\text{mA} = 6.67\text{mA}$$

og

$$15mA = \frac{16}{120}\text{mA}/°C \cdot T + \frac{20}{3}\text{mA} \Rightarrow T(15\text{mA}) = 62.5°C.$$

c) Se kap 5.2.4, s230 i Johnson. Radar er også godkjent metode.

Oppgave 3. (10%)

a) (Se også ex. 5.120 s 245) Gitt:

$$GF = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} \tag{7}$$
$$GF = 2.13 \tag{8}$$
$$E = \frac{F/A}{\Delta l/l} \tag{9}$$
$$A = 2 \cdot 10^{-3} \tag{10}$$
$$E = 6.89 \cdot 10^{10} N/m^2 \tag{11}$$

$$(\Delta l/l) = \frac{F/A}{E} \tag{12}$$
$$= \frac{20\text{kN}}{2 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 6.89 \cdot 10^{10} N/m^2} \tag{13}$$
$$= 1.4514 \cdot 10^{-4} = 145.14 \mu m/m \tag{14}$$

Vi kan da regne ut ΔR som

$$\Delta R = (\Delta l/l) \cdot GF \cdot R \tag{15}$$
$$= 1.4514 \cdot 10^{-4} \cdot 2.13 \cdot 120\Omega \tag{16}$$
$$= 0.0371\Omega \tag{17}$$

Vi kan nå finne motstanden ved full last ved å *trekke fra* ΔR fra den nominelle motstanden:

$$R_{fulllast} = R - \Delta R = 120\Omega - 0.0371\Omega = 119.96\Omega$$

b) Utledet eller husket:

$$\Delta V = V_s \left(\frac{R_a}{R_a + R_a} - \frac{R_{fulllast}}{R + R_{fulllast}} \right) \tag{18}$$
$$= 2 \left(\frac{120}{120 + 120} - \frac{119.96}{120 + 119.96} \right) V \tag{19}$$

Godkjenner litt forskjellige svar her, da det eksakte svaret blir ganske lite og i stor grad avhengig av hvor mange siffer man har brukt under mellomregningene.

Oppgave 4. (20%)

a) (2%) Vi har $\dot{x} = ax + bu$ med $x = x_2$, $a = -k_2$ og $b = 1$. Stasjonærverdien for $u = 1$ er gitt av

$$\begin{aligned} x_{stasjonær} &= -\frac{bu}{a} \\ &= \frac{1}{k_2} \end{aligned} \tag{20}$$

b) (4%) La $y = x_1$. Deriverer to ganger:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \ddot{x} \\ &= -k_1\dot{x}_1 + \dot{x}_2 && (21) \\ &= -k_1\dot{y} + (-k_2x_2) + u && (22) \\ &= -k_1\dot{y} - k_2(\dot{y} + k_1y) + u, && (23) \end{aligned}$$

det vil si

$$\ddot{y} + (k_1 + k_2)\dot{y} + k_1k_2y = u.$$

c) (4%)

$$\begin{aligned} \ddot{y} + (k_1 + k_2)\dot{y} + k_1k_2y &= -k_3y \\ \ddot{y} + (k_1 + k_2)\dot{y} + k_1k_2y + k_3y &= 0 \\ \ddot{y} + (k_1 + k_2)\dot{y} + (k_1k_2 + k_3)y &= 0 && (24) \end{aligned}$$

Alle koeffisientene må være positive. $k_1 + k_2 > 0$ i følge oppgaven. Dermed må vi kreve at $k_1k_2 + k_3 > 0$, eller

$$k_3 > -k_1k_2$$

d) (5%) Et generelt 2.ordens system skrives

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 = 0 \tag{25}$$

Ved å sammenligne (24) og (25) finner vi den udempede resonansfrekvensen som

$$\omega_0 = \sqrt{k_1k_2 + k_3}.$$

Da må dempningfaktoren oppfylle

$$\zeta = \frac{k_1 + k_2}{2\omega_0} = \frac{k_1 + k_2}{2\sqrt{k_1k_2 + k_3}}.$$

e) (2%) Systemet er monovariabelt. Det har én inngang u og én utgang y.

Oppgave 5. (11%)

a) (4%) Priority inversion er problemet med at en lavprioritetstråd har reservert en resurs som trenges av en høyprioritetstråd. Se også Figur 2 i Kompendium i Sanntidsprogrammering, Henseth, S.

b) (3%)

$$
\begin{aligned}
10001001_2 &= 137_{10} \\
34_8 &= 28_{10} \\
AB22_{16} &= 43810_{10}
\end{aligned}
$$

c) (4%) Tidsforsinkelse kan føre til dårlig ytelse og ustabilitet. Begrensning i pådraget kan føre til dårlig ytelse