Løsningsforslag i SIE3005 reguleringsteknikk, eksamen 15/8 - 03

Oppgave 1a) Fra fig. 1.1. ser vi at volumet mellom varmeelement og temp. måling er $A \cdot l = V$.

I løpet av τ tidsenheter fylles dette volumet med ny luft $\Rightarrow$ $q \cdot \tau = V = A \cdot l \Rightarrow \tau = \underline{\underline{A \cdot l / q}}$

1b) Effektbalanse rundt varmeelementet:

$$\underset{\text{(akkumulert)}}{C \dot{x}_1} = \underset{\text{(bortledet)}}{-g(x_1 - x_2)} + \underset{\text{(tilført)}}{G \cdot u} \qquad (1)$$

Dessuten: All varme som strømmer ut fra elementet tas opp av forbistrømmende luft:

$$g(x_1 - x_2) = \gamma \rho q (x_2 - v) \qquad (2)$$

Løser (2) m.h.p x_1 og bruker $\beta = \gamma \rho q$:

$$x_1 = \frac{g + \beta}{g} x_2 - \frac{\beta}{g} v \qquad (3)$$

Setter (3) inn i (1) og laplacetransformerer:

$$C \frac{g+\beta}{g} s \cdot x_2 - C \frac{\beta}{g} s \cdot v = -g\left(\frac{g+\beta}{g} x_2 - \frac{\beta}{g} v - x_2\right) + G u \qquad (4)$$

$$\Rightarrow C \frac{g+\beta}{g} s \, x_2 + \beta x_2 = \left(\beta + C \frac{\beta}{g} s\right) v + G \cdot u \qquad (5)$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{G}{C \frac{g+\beta}{g} s + \beta} \cdot u + \frac{\beta(1 + C/g \, s)}{C \frac{g+\beta}{g} s + \beta} \cdot v$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{G/\beta}{C \frac{g+\beta}{g\beta} s + 1} \cdot u + \frac{1 + C/g \cdot s}{C \frac{g+\beta}{\beta g} s + 1} \cdot v$$

$$\Rightarrow T_1 = \underline{\underline{C \frac{g+\beta}{g\beta}}}, \quad K_u = \underline{\underline{G/\beta}}, \quad T_2 = \underline{\underline{C/g}}$$

Med $y = e^{-\tau s} \cdot x_2$, følger (1.1)

1c) Nei, den inneholder en tidsforsinkelse.
Alternativt: Tidsforsinkelsen $e^{-\tau s}$ kan tilnærmes med et rasjonalt uttrykk i s. Da går det.

1d) $x_{20} = y_0$ fordi tidsforsinkelsen ikke spiller noen rolle når de variable er konstante.

Da blir $x_{20} = h_u(s)\big|_{s=0} \cdot u_0 + h_v(s)\big|_{s=0} \cdot v_0 = \underline{\underline{K_u \cdot u_0 + v_0}}$

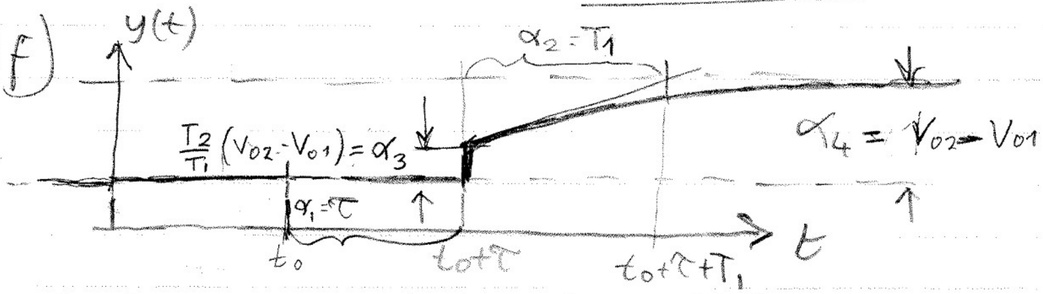
Vi setter $u_0 = 0$ (superposisjonsprinsippet gjelder): Ingen effekt på systemet og konstant temperatur v_0 inn. Da må $x_{20} = y_0$ være $= v_0 \Rightarrow K_v = 1$.

1e) Vi har fra (3) at

$$x_1 = \frac{g+\beta}{g} x_2 - \frac{\beta}{g} v \Rightarrow x_{10} = \frac{g+\beta}{g}\left(\frac{G}{\beta}\cdot u_0 + v_0\right) - \frac{\beta}{g} v_0$$

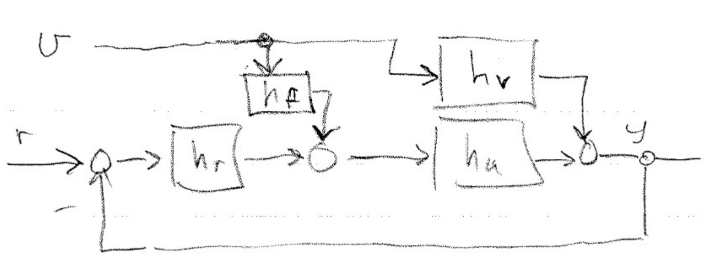
$$= \underline{\underline{\frac{g+\beta}{\beta g} G u_0 + v_0}}$$

1f)



Vi setter $u = 0$, og bruker $h_v' = K_v \frac{1+T_2 s}{1+T_1 s}$ (uten tidsforsinkelse).
Begynnelsesverditeoremet: $\lim_{s\to\infty} x_2(s) = \lim_{s\to\infty} s\, h_v'(s) \frac{v_{02}-v_{01}}{s} = \frac{T_2}{T_1}(v_{02} - v_{01}) = \alpha_3$

1g)



1h) Vi krever $h_f h_u + h_v = 0 \Rightarrow h_f = -\frac{h_v}{h_u} = \underline{\underline{\frac{-1}{K_u}(1+T_2 s)}}$

1h) (forts.) Mer realistisk: $-\frac{1}{K_u}\,\underline{\frac{1+T_2 s}{1+\alpha T_2 s}}$, $0<\alpha<1$

Ingen innvirkning på systemets stabilitet.

1i) Sluttverditeoremet: $e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}(-h_v N)\cdot\frac{1}{\cancel{s}}$

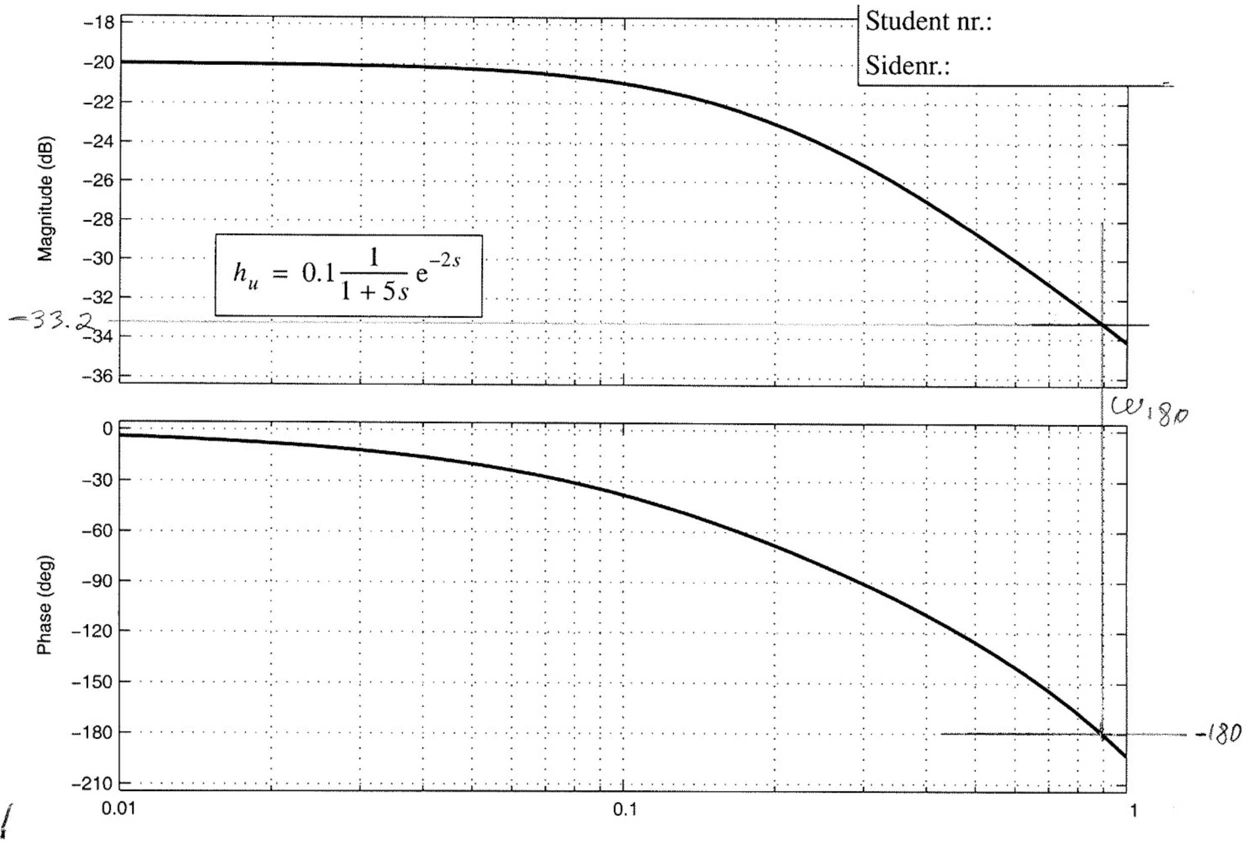
$$= -\lim_{s\to 0}\left(\frac{1+T_2 s}{1+T_1 s} e^{-\tau s} \cdot \frac{1}{1+h_0(s)}\right) = -\lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{1}\cdot 1 \cdot \frac{n_0(s)}{n_0(s)+t_0(s)}\right) =$$

$$-\lim_{s\to 0}\left(\frac{1+T_1 s}{(1+T_1 s)+K_p K_u e^{-\tau s}}\right) = \underline{\underline{-\frac{1}{1+K_p K_u}}}$$

Med integralvirkning (PI-regulator) blir siste mellomresultat ovenfor:

$$-\lim_{s\to 0}\left(\frac{T_i s(1+T_1 s)}{T_i s(1+T_1 s)+K_p(1+T_i s)K_u e^{-\tau s}}\right) = \underline{\underline{0}}$$

1j)

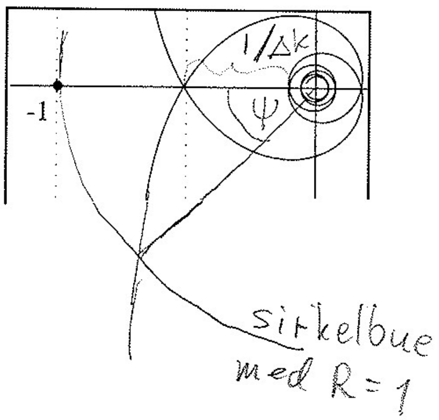


$K_{pk} = 33.2$ [dB] gir stående svingning, $\omega_{180} = 0.9$

$\Rightarrow$ PI-reg. får $\underbrace{K_p}_{(=0.45\cdot K_{pk})} = \underline{\underline{26.3\text{ dB}}} = \underline{\underline{20.6}}$, $T_i = \frac{2\pi}{1.2\cdot\omega_{180}} = \underline{\underline{5.82}}$

1k) $|h_0(j\omega)| \to \infty$ når $\omega \to 0$ $\Rightarrow$ det må være en integrasjon i h_0. Siden det ikke er noen i h_u, må den være i h_r.

Tidsforsinkelsen sees av spiralformen nær origo.



$1/\Delta K \approx 0.5$

$\Rightarrow \underline{\underline{\Delta K = 2 = 6\,dB}}$

Dette er akseptabel ΔK.

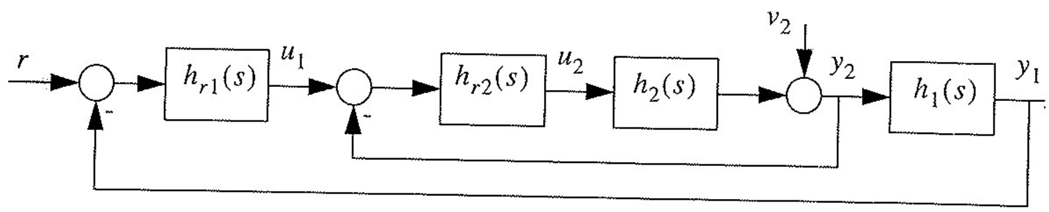
Hvordan finne ψ sees av figur til venstre.

1l) To ulineariteter skal nevnes her:

(i) Effekten er proporsjonal med spenningen kvadrert, dvs. $P = \frac{u^2}{R}$ $\Rightarrow$ ulineært ledd i pådraget

(ii) Hvis $x_2 >> v$, dvs. kraftig oppvarming, vil lufta utvide seg merkbart etter varmeelementet. Dette betyr at tidsforsinkelsen τ blir en funksjon av x_2 $\Rightarrow$ ulinearitet.

2a)



b) Ved riktig valg av $h_{r2}(s)$ kan man oppnå en reguleringsgrad $N_2(s) = \frac{1}{1 + h_2(s)h_{r2}(s)} \ll 1$ for den indre sløyfen, noe som undertrykker forstyrrelsen kraftig før den virker på den ytre sløyfen. Riktig $h_{r2}(s)$ gir også $M_2(s) = \frac{h_2(s)h_{r2}(s)}{1 + h_2(s)h_{r2}(s)} \approx 1$ med stor båndbredde, noe som bedrer egenskapene til den ytre sløyfen. Dermed: Høyere båndbredde, (og/eller) bedre stabilitetsegenskaper for det samlede system.

Oppgave 3) Se læreboka eksempel 11.6: Alle s i PI-reg. erstattes med $\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$:

$$u[k] = K_p \frac{1 + T_i\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right)}{T_i\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right)} e[k]$$

Vi multipliserer med $T(z+1)$ i teller og nevner, og får

$$u[k] = K_p \frac{T(z+1) + 2T_i(z-1)}{2T_i(z-1)} e[k]$$

Dette gir

$$2T_i(z-1)u[k] = K_p(T(z+1) + 2T_i(z-1))\, e[k] \Leftrightarrow$$

$$u[k+1] - u[k] = \frac{K_p}{2T_i}(Te[k+1] + Te[k] + 2T_ie[k+1] - 2T_ie[k]) \Leftrightarrow$$

$$u[k+1] = u[k] + K_p\left(\left(1 + \frac{T}{2T_i}\right)e[k+1] - \left(1 - \frac{T}{2T_i}\right)e[k]\right)$$

Innsatt tallverdier $\Rightarrow$ $\underline{\underline{f_1 = 1,\ g_0 = 2.05,\ g_1 = -1.95}}$

Oppgave 4) Anti-overlading trengs når det er integralvirkning i regulatoren og det er metning i pådraget.

Oppgave 5)

a) Laplacetransformerer på begge sider av (5.1):

$$s^2y + \omega_0^2 y = u + \beta s \cdot u \Rightarrow \frac{y}{u}(s) = h(s) = \underline{\underline{\frac{1+\beta s}{s^2+\omega_0^2}}} \qquad (1)$$

b) Bruker faserariabel form, (V.14) og (1) med $\alpha_0 = \omega_0^2$:

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix},\ \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ \underline{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & \beta \end{bmatrix} \qquad (2)$$

c) Egenverdiene er polene i (1): $\lambda^2 + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm j\omega_0$

$$A\underline{m}_1 = \lambda_1 \underline{m}_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \end{bmatrix} = +j\omega_0 \cdot \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{m}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ j\omega_0 \end{bmatrix},\ \underline{m}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -j\omega_0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow M = \underline{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j\omega_0 & -j\omega_0 \end{bmatrix}}$$

d) To distinkte poler på im.-akse $\Rightarrow$ marginalt stabil. Kan også sies ut fra imp.-respons $h(t)$, fordi $0 < h(\infty) < \infty$