Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet
Institutt for teknisk kybernetikk

Faglig kontakt:

Navn: Esten Ingar Grøtli
Tlf.: 920 99 036

Eksamen - TTK 4100 Kybernetikk Introduksjon

21. mai 2012, 09:00 – 13:00

Hjelpemidler: D - Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Da tidligere vurdering i faget teller 20% av den endelige karakteren, teller denne eksamenen 80%. Oppgavenes vekting er i forhold til endelig karakter.

Oppgave 1 (28%)

Gitt differensiallikninga

$$\dot{x} = ax + b\,, \tag{1}$$

hvor a og b er konstanter.

(a) (4%) Vis at den generelle løsninga til differensiallikninga (1) er gitt av

$$x = Ce^{at} - \frac{b}{a}\,, \tag{2}$$

hvor C er en konstant.
Hint: Du kan finne det nyttig å vite at

$$\int \frac{1}{ax+b}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln|ax+b|\,. \tag{3}$$

(b) (4%) Anta at likninga har en initialverdi gitt ved $x(0) = x_0$. Vis da at løsninga på differensiallikninga (1) er gitt av

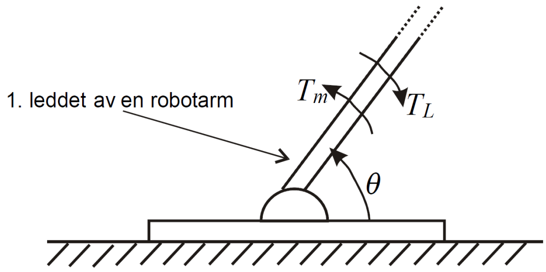
$$x = x_0 e^{at} + \frac{b}{a}(e^{at} - 1)\,. \tag{4}$$

(c) (2%) En forenklet modell for temperaturen til ei kokeplate er gitt av differensiallikninga

$$\dot{T} = -\frac{k}{c}T + \frac{1}{c}(P - kT_{\text{rom}})\,, \tag{8}$$

hvor P er effekten vi tilfører plata, T_{rom} er temperaturen på lufta i rommet, c er varmekapasiteten og k er varmeovergangstallet mellom kokeplata og lufta i rommet. Hvilken balanselov er brukt for å komme fram til denne differensiallikninga?

(d) (8%) Forklar begrepene stasjonærverdi og tidskonstant, og bruk tallverdiene $P = 500\,\mathrm{W}$, $k = 2\,\mathrm{W\,{}^\circ C^{-1}}$, $T_{\text{rom}} = 20\,{}^\circ\mathrm{C}$ og $c = 400\,\mathrm{J\,{}^\circ C^{-1}}$ til å finne disse.



Figur 1: Det første leddet av en robotarm.

(e) (5%) Sett opp løsninga for kokeplatetemperaturen $T(t)$, og bruk initialbetingelsen $T(0) = T_0 = 20\,°\mathrm{C}$ og tallverdiene for P, k, T_{rom} og c fra forrige oppgave til å finne temperaturen for $t = 5\,\mathrm{s}$ og $t = 10\,\mathrm{s}$. *Husk at løsninga til denne typen differensiallikninger er gitt av (4).*

(f) (5%) Dersom man ikke kan finne en analytisk løsning til differensiallikninga $\dot{x} = f(x)$, kan man beregne løsninga numerisk for eksempel ved hjelp av Eulers metode. Løsninga x_{n+1} (det vil si løsninga ved tidspunkt t_{n+1}) er gitt av

$$x_{n+1} = x_n + hf(x_n)\,, \tag{9}$$

hvor h er skrittlengden. La $h = 5\,\mathrm{s}$, og bruk Eulers metode til å regne ut løsninga for $t = 5\,\mathrm{s}$ og $t = 10\,\mathrm{s}$. Sammenlikn med svaret fra forrige oppgave, og forklar eventuelle avvik.

Oppgave 2 (22%)

Figur 1 viser det første leddet av en robotarm (robotmanipulator). Ved å sette opp momentbalanse for systemet kommer man fram til følgende modell

$$J\ddot{\theta} = T_m - T_L\,, \tag{11}$$

der J er treghetsmomentet, θ er vinkelen, T_m er momentet fra en motor som driver leddet og T_L er et lastmoment som skriver seg fra resten av robotarmen, gravitasjonsmoment, og en eventuell last i enden.

(a) (4%) Tegn et blokkdiagram for modellen. T_m og T_L skal være inngangssignaler, og θ er utgangen.

(b) (2%) Momentet fra motoren T_m betraktes som pådrag. Vinkelen til armen skal styres ved hjelp av en PD-regulator

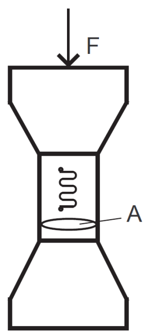
$$u(t) = T_m(t) = -K_p(\theta + T_d\dot{\theta})\,, \tag{12}$$

der $K_p > 0$ og $T_d > 0$ er regulatorparametre. Det er antatt her at referansevinkelen er null. Hva må måles for å realisere denne regulatoren?

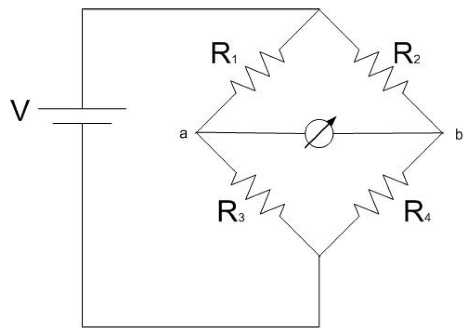
(c) (2%) Det er ønskelig at reguleringssystemet skal ha kritisk demping. Hvorfor det?

(d) (6%) Sett foreløpig $T_L = 0$. Gitt at $J = 1$, finn verdier for regulatorparametrene K_p og T_d slik at systemet får kritisk demping og udempet resonansfrekvens $\omega_0 = 1$.

(e) (4%) Anta så at vi har et lastmoment T_L som virker på armen. Dette kan betraktes som en forstyrrelse som kan måles. Hvordan vil du modifisere regulatoren for å kompensere for denne forstyrrelsen? (Skriv opp uttrykket for regulatoren $u(t) = \ldots$) Hva kalles denne teknikken?



Figur 2: Strekklapp i lastcelle.



Figur 3: Helbro.

(f) (4%) Forklar kort hva vi ønsker å oppnå med *proporsjonal-*, *integral-* og *derivat-*leddene i en PID-regulator.

Oppgave 3 (18%)

Gauge Factor for en strekklapp er definert som

$$G_F = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} \,. \tag{14}$$

En strekklapp med $G_F = 2.1$ og nominell motstand $R = 240\,\Omega$ er montert i en lastcelle som skal måle en kraft F. Lastcellen er utformet som en stolpe med tverrsnittareal $A = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$ som vist i Figur 2. Stolpen er laget av aluminium med elastisitetsmodul $E = 6.89 \times 10^{10}\,\mathrm{N\,m^{-2}}$. Sammenhengen mellom stress og strekk er gitt av

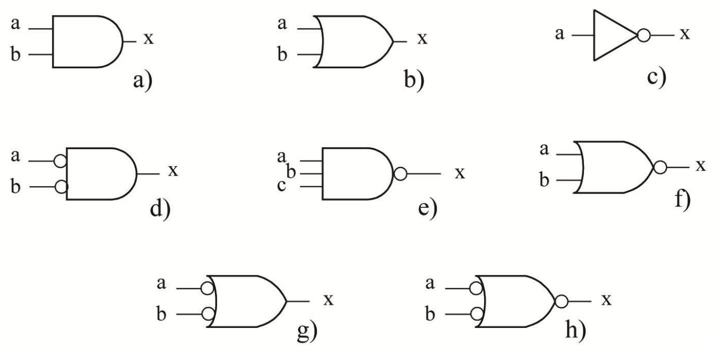
$$E = \frac{\text{stress}}{\text{strekk}} = \frac{F/A}{\Delta l/l} \,. \tag{15}$$

(a) (5%) Strekklappen R_4 er plassert i en helbro (Wheatstonebro), se Figur 3. Vis at

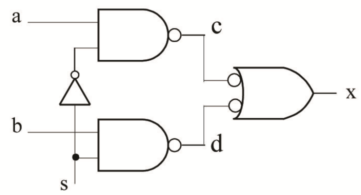
$$V_{ab} = \Delta V = \frac{R_3R_2 - R_1R_4}{(R_1+R_3)(R_2+R_4)} V \,. \tag{16}$$

(b) (4%) Helbroens driftsspenning er på 12 V. Finn resistanseendringen i strekklappen når målebroens avvik ΔV fra likevekt er 12 mV, og de tre andre motstandene i broa har resistans $R_1 = R_2 = R_3 = 240\,\Omega$.

(c) (3%) Hva er lasten dersom resistanseendringen til strekklappen er $\Delta R = 5\,\mathrm{m}\Omega$?



Figur 4



Figur 5

(d) (2%) Anta at den ukjente motstanden er plassert lagt fra resten av målebroen. Hvilke teknikker vil du anbefale for å opprettholde nøyaktighet, med tanke på at du vil redusere feil i målingene på grunn av temperaturendringer og motstand i ledningene.

(e) (4%) I stedet for å plassere strekklappen i en helbro kunne man brukt en halvbro. Forklar prinsippet bak en halvbro, og forklar hvorfor en helbro oftest er å foretrekke.

Oppgave 4 (12%)

(a) (1%) Forklar kort hva vi mener med *kombinatoriske* og *sekvensielle* funksjoner, og forskjellen mellom disse to begrepene.

(b) (1%) Skriv alle tallkombinasjonene av logikkfunksjonen $c = a + b$, hvor a, b, og c er boolske variable.

(c) (1%) Skriv alle tallkombinasjonene av logikkfunksjonen $c = a \cdot b$, hvor a, b, og c er boolske variable.

(d) (3%) Skriv det logiske uttrykket for x for hver av figurene a), b), c) ... h) i Figur 4.

(e) (2%) Kan du finne et forenklet uttrykk for funksjonen i h) i Figur 4, og hvilket viktig teorem ligger til grunn for denne forenklingen?

(f) (2%) Forklar hva som menes med *høy* og *lav* representasjon når to distinkte spenningsnivåer brukes til å representere 0 og 1 i et elektronisk logikksystem.

(g) (2%) Skriv et uttrykk for logikkfunksjonen $x = f(a, b, s)$ i Figur 5, uttrykt ved inngangsvariablene a, b og s. Hva er virkningen av denne kretsen?