Institutt for teknisk kybernetikk
Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, tlf. **7359 4358**, mobil **9189 7045**
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0945 - 1015 og ca. kl. 1115 - 1145

Eksamen i TTK4105 reguleringsteknikk

tirsdag 24. mai 2005

Tid: 0900 - 1300

Denne besvarelse teller 70% på karakteren

Sensur vil foreligge innen tre uker. Følg med på fagets nettsted for mulig tidligere resultat.

Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmann.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. **Se kjapt gjennom den før du begynner**. Sjekk den alltid før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen**.

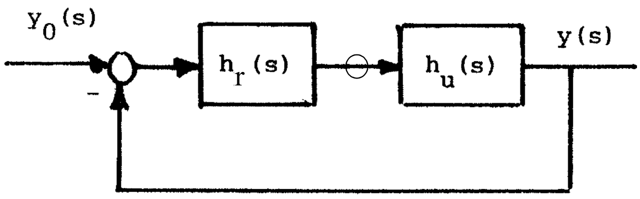
STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (46 %)

Figur 1.2 viser frekvensresponsen i Bodediagram for en prosess $h_u(s)$, med heltrukken linje.

a) (5 %) Du skal foreslå en transferfunksjon for $h_u(s)$. Det oppgis at den inneholder tre ledd med tidskonstanter T_1, T_2, T_3 og en forsterkning K.
Angi en tallverdi for K. Tidskonstantene trenger du ikke angi tallverdier for, men du skal oppgi hvilken som er minst, middels og størst. (Tips: Det er to første ordens ledd i nevner, og ett i teller, dessuten er $h_u(s)$ ikke-minimum-fase.)
NB: *Du kan løse resten av oppgave 1 sjøl om du ikke greier dette punktet.* :-)

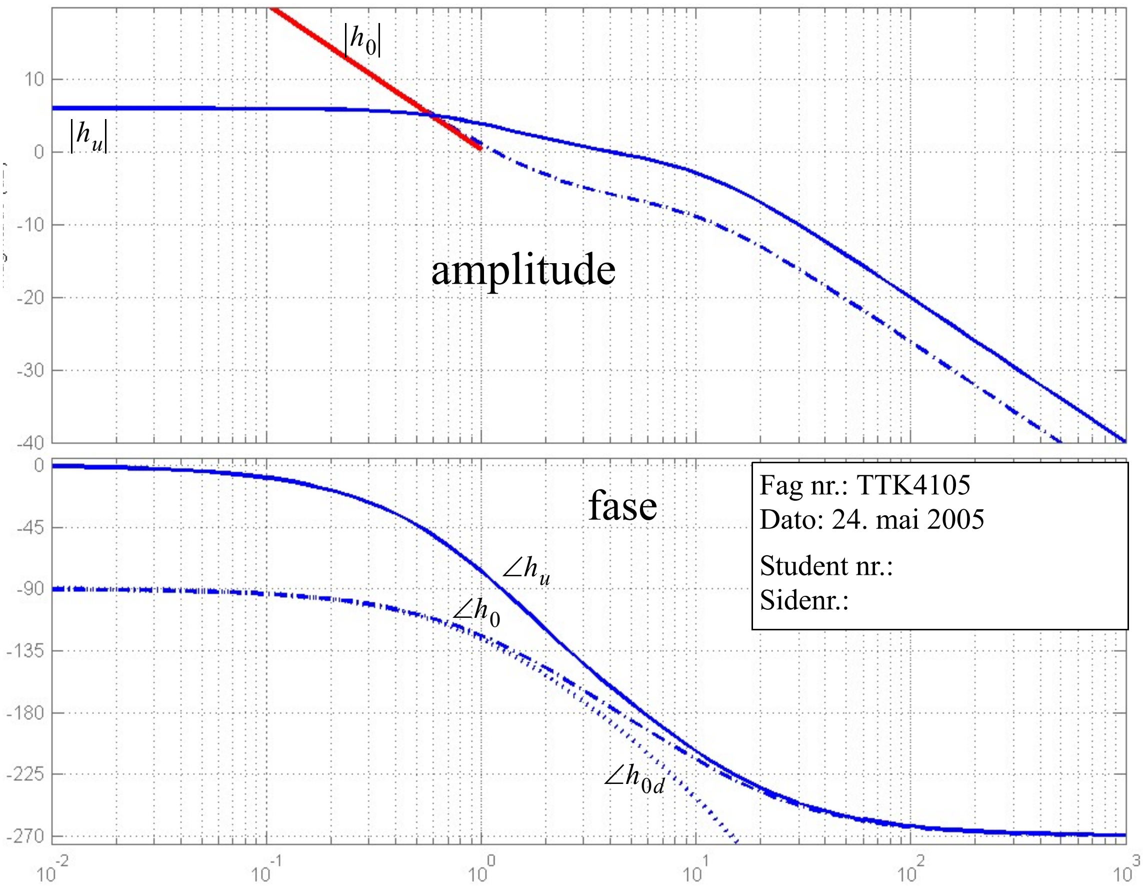
Prosessen ønskes regulert med seriekompensasjon som vist i figur 1.1 . (Ignorér inntil videre summasjonspunktet som er antydet foran $h_u(s)$.)



figur 1.1

b) (2 %) Man prøver seg med en proporsjonalregulator $h_r(s) = K_p$, og setter $K_p = 1$. Hva er den viktigste grunn til at verdien $K_p = 1$ er helt uakseptabel? Begrunnet, kort og verbalt svar, som kan finnes ved å studere figur 1.2!

c) (5 %) Det velges en PI-regulator $h_r(s) = K_p \dfrac{1 + T_i s}{T_i s}$. Forklar kort prosedyren for å finne K_p og T_i ved hjelp av Ziegler-Nichols' regler. Finn så K_p og T_i.



figur 1.2

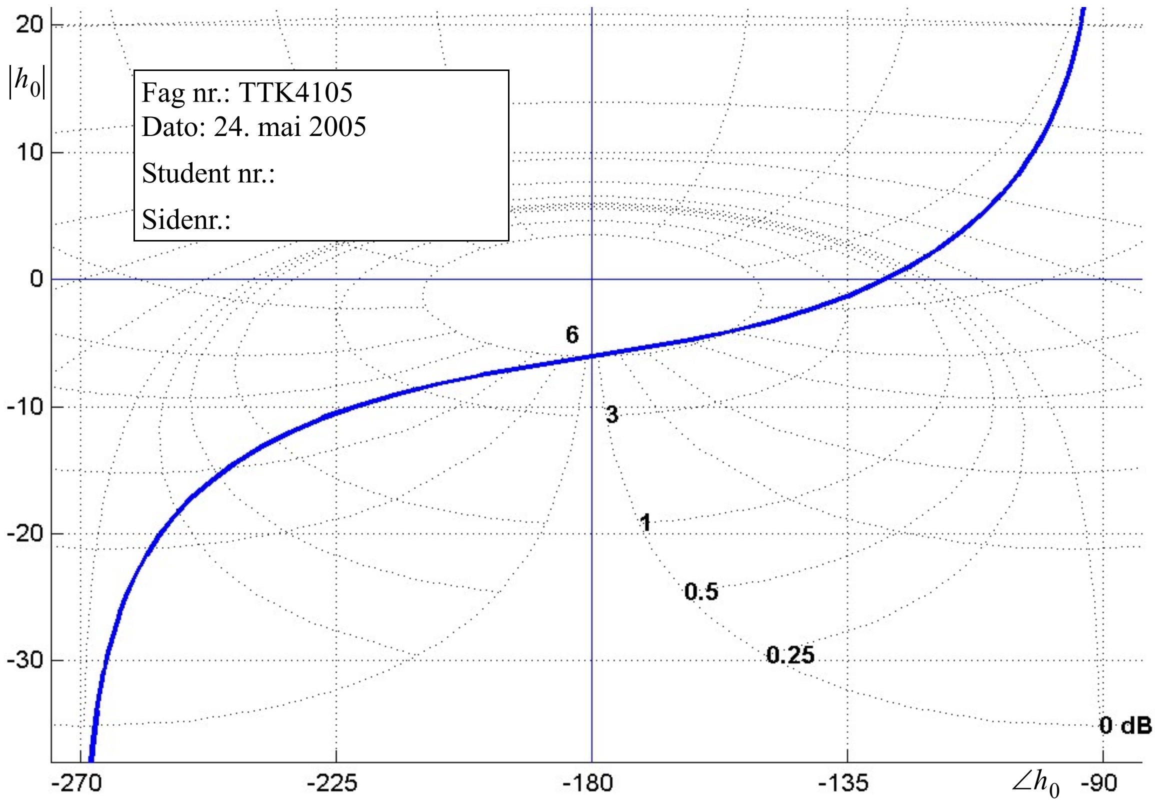
d) (4 %) De stiplede linjene viser Bodediagram for $h_0 = h_r h_u$, med parametre valgt i følge punkt c) ovenfor. Hva blir forsterknings- og fasemargin ΔK og ψ for reguleringssystemet? ΔK skal oppgis i [dB].

e) (4 %) Forklar hvorfor $\angle h_0$ har $90°$ dårligere faseforløp enn $\angle h_u$ ved lave frekvenser. Forklar hvorfor $\angle h_0$ og $\angle h_u$ faller sammen ved høye frekvenser.

f) (4 %) Den venstre del av asymptoten for $|h_0|$ er vist i figur 1.2. Finn frekvensen hvor denne skjærer 0-dB-linja, uttrykt ved K_p, T_i, og K. (Den skal altså ikke leses av numerisk.)

g) (4 %) Tegn inn i figur 1.2 asymptoten for forløpet til $|N(j\omega)|$ ved frekvenser noe mindre enn h_0's kryssfrekvens ω_c. (Tips: $N = 1/(1 + h_0)$.) Tegn inn asymptoten for frekvenser noe over ω_c. Levér dette påtegnede ark som en del av besvarelsen.

h) (6 %) Se Nichols-diagrammet med h_0 inntegnet, i figur 1.3. Markér hva som er forsterknings- og fasemargin ΔK og ψ. Levér også dette påtegnede ark som en del av besvarelsen. Hva blir maksimalverdien av $|N(j\omega)|$? Er dette en rimelig verdi? Markér verdien, og ved hvilken frekvens den inntreffer, med et tydelig punkt i Bodediagrammet i figur 1.2. Skissér inn $|N(j\omega)|$ grovt i figur 1.2 basert på dette og asymptotene fra punkt g) ovenfor.



figur 1.3

i) (4 %) **(Generelt spørsmål, ikke knyttet spesielt til denne oppgaven:)** N har to forskjellige tolkninger: *Reguleringsgrad* og *avviksforhold*. Forklar begge begrep. Det kan f.eks. gjøres med utgangspunkt i et enkelt blokkdiagram som inneholder tre blokker, kalt h_r, h_u og h_v.

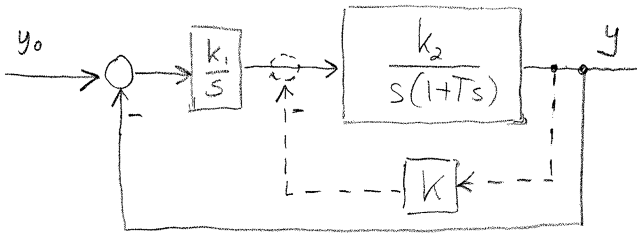
j) (4 %) PI-regulatoren skal implementeres diskret. Den prikkede grafen i figur 1.2 viser det nye faseforløpet $\angle h_{0d}$ når virkninga av holdelementet er tatt med (tips: virkninga svarer omtrent til en tidsforsinkelse lik halve tastetida). Er tastetida akseptabelt liten? Finn ved hjelp av de oppgitte grafer for $\angle h_0$ og $\angle h_{0d}$, tastetida T for den diskrete regulatoren. (Tips: det er enklest å måle den størrelsen du trenger ved frekvensen 10.)

k) (4 %) Anta at det kommer inn en målbar forstyrrelse v i summasjonspunktet som er antydet i figur 1.1. Hva blir den ideelle forverkopling h_{fi}? (Tips: svaret er ytterst enkelt, og kan finnes meget raskt ...)

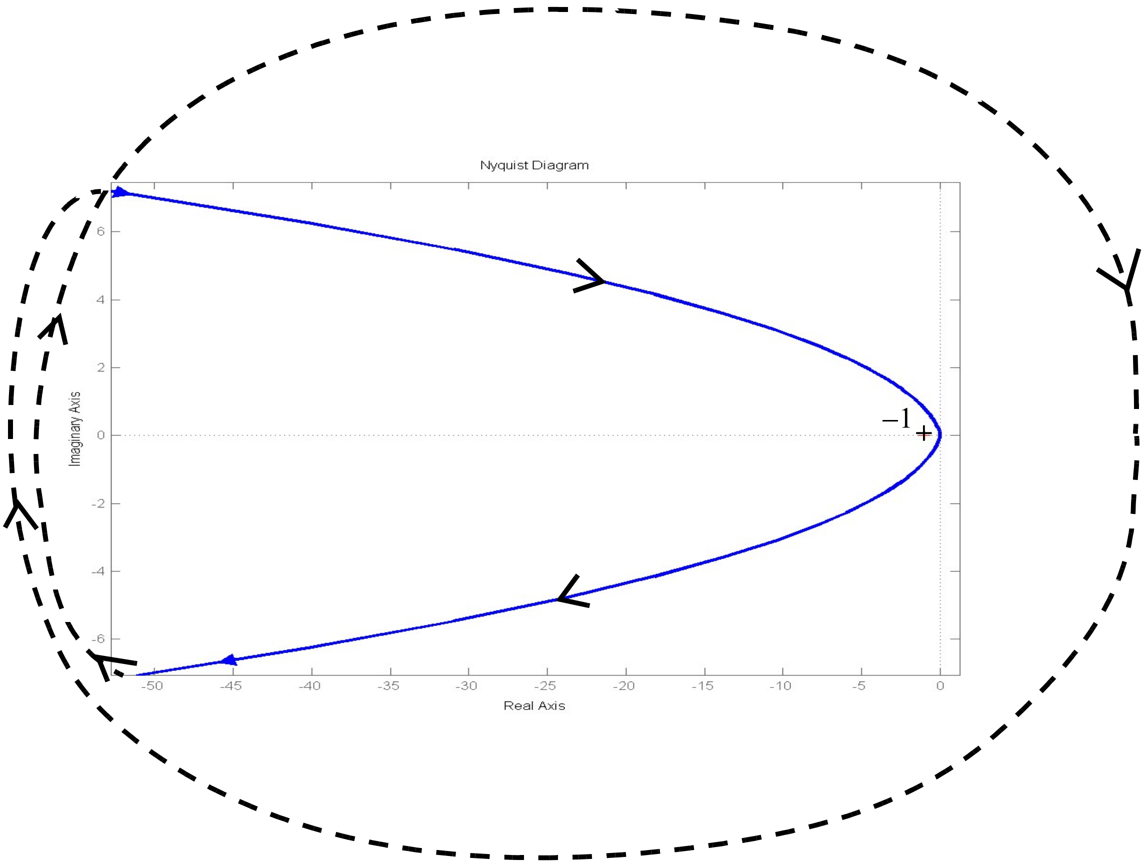
Oppgave 2 (24 %)

Gitt systemet i figur 2.1. Ignorér den stiplede tilbakekoplinga inntil videre. Konstantene k_1, k_2 og T er alle positive.
Vi har

$$h_0(s) = \frac{k_1 k_2}{s^2(1 + Ts)}$$



figur 2.1



figur 2.2

a) (5 %) Figur 2.2 viser Nyquistkurven (polardiagrammet) for h_0, for ett sett av parametre k_1, k_2 og T. Grafen vil ha samme kvalitative forløp for alle k_1, k_2 og $T > 0$. Den stiplede delen av grafen indikerer en uendelig stor "sirkel". Forklar hvorfor det lukkede system i figur 2.1 er ustabilt. Hvor mange poler har det lukkede system i høyre halvplan!

b) (5 %) Systemet kan stabiliseres ved å innføre en indre tilbakekopling som er indikert stiplet i figur 2.1. Finn ved hjelp av Rouths kriterium for hvilke K det blir stabilt! (Tips: Det blir stabilt bare K er stor nok!)

c) (5 %) Anta at K er slik at systemet er stabilt. Referansen er en rampefunksjon med Laplacetransform $y_0(s) = 1/s^2$. Finn det stasjonære avviket $e(t = \infty)$.

d) (5 %) Med $K > 0$, skal du formulere systemet i figur 2.1 på tilstandsromform. Finn A, $\underline{b}$, $\underline{c}^T$ i

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}y_0, \quad y = \underline{c}^T\underline{x}. \tag{2.1}$$

e) (4 %) Anta at blokka med K modifiseres slik at utgangen på blokka blir $Ky|y|$, ikke Ky som til nå. Reguleringssystemet er nå ulineært.
På referansen settes signalet $y_0(t) = \delta(t)$ (en impuls).
Vil systemet noensinne komme til ro i $y = 0$?
Vil y svinge seg ut mot uendelig amplitude?
(Du skal gjøre enkle verbale betraktninger her, uten linearisering. Se dette punktet i sammenheng med punkt b) ovenfor).

Formelsamling

(5 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sf(s), \quad \text{og} \quad \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sf(s) \tag{V.1}$$

$$\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)|_{t=0} \quad , \quad \mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)|_{t=0} - \dot{f}(t)|_{t=0} \tag{V.2}$$

Residuregning: $$f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}}\{(s-a_i)^m f(s) e^{st}\}\right]\Bigg|_{s=a_i} \tag{V.3}$$

Tidsforsinkelse: $$\mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-\tau s} f(s) \tag{V.4}$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \tag{V.5}$$

Rettlinja bevegelse: $f = ma$ Rotasjon: $d = I\dot{\omega}$ (V.6)

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad \mathcal{L}[h(t) * u(t)] = h(s)u(s) \tag{V.7}$$

Linearisering:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\Bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\Bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta\boldsymbol{u} \quad , \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\Bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots \\ \dots \; \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \tag{V.8}$$

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\boldsymbol{u}$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan.
Vektoren $1 + h_0(j\omega)$ får en netto vinkeldreining lik

$$\Delta\angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \qquad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty \tag{V.9}$$

N_n blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.

$$x[\text{dB}] = 20 \cdot \log_{10}(x) \tag{V.10}$$

Rouths kriterium:
For stabilitet kreves for det første at alle koeffisienter i det karakteristiske polynom (nevnerpolynomet i det lukkede system) må ha samme fortegn. Dessuten må alle koeffisienter i den venstre kolonne i Rouths tabell (nedenfor) ha samme fortegn.

Kall det karakteristiske polynom: $\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0$
Rouhs tabell blir da (i tilfellet vist her er n et oddetall):

$$\begin{array}{llll}
\alpha_n & \alpha_{n-2} & \ldots & \alpha_1 \\
\alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \ldots & \alpha_0 \\
\beta_{n-1} & \beta_{n-3} & \ldots & \\
\zeta_{n-1} & \zeta_{n-3} & \ldots & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\sigma_{n-1} & \sigma_{n-3} & & \\
\eta_{n-1} & & & \\
\omega_{n-1} & & &
\end{array} \tag{V.11}$$

De nye koeffisientene i tabellen framkommer etter følgende regler:

$$\beta_{n-1} = \frac{\begin{matrix}\alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3}\end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n\alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}}$$

$$\beta_{n-3} = \frac{\begin{matrix}\alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5}\end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n\alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}}$$

osv.

Ziegler-Nichols' regler : (V.12)

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.45K_{pk}$	$T_k/1.2$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$T_k/2$	$T_k/8$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdot & \cdot & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{n-1} \end{bmatrix}$$

(V.13)

gir $$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{\rho_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \rho_1 s + \rho_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0}$$
