Avsluttende Eksamen TTK4100
Kybernetikk introduksjon

Fredag 12.desember 2014

Tid: 09:00 - 13:00

Kontaktperson:	Professor Tommy Gravdahl Tlf.: 90144212
Hjelpemidler:	D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt. NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.
Språk:	Norsk (Bokmål)
Antall sider:	7 (inklusiv denne)

Da tidligere vurdering i faget teller 20% av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 80%.

Oppgave 1. (11%)

Grunnstoffet polonium er meget radioaktivt og avgir en blåaktig glød i mørket. Dette betyr at kvantiteten $x(t)$ (målt i gram) for en gitt isotop av dette grunnstoffet vil avta over tid, og kan beskrives av ligningen

$$\dot{x} = ax \tag{1}$$

hvor $a < 0$ er konstant for en gitt isotop.

a) (2%) Finn løsningen til systemet når vi har initialbetingelsen $x(0) = x_0$.

b) (4%) Isotopen polonium-210 har en halveringstid på 138 dager. Halveringstiden $t_{1/2}$ er definert som den tiden det tar for en gitt verdi av stoffet til å halveres, det vil si

$$x(t_{1/2}) = \tfrac{1}{2}x_0 \tag{2}$$

Hva er tidskonstanten T til systemet (1)? Vis at halveringstiden $t_{1/2}$ er gitt av

$$t_{1/2} = T \ln 2. \tag{3}$$

som en funksjon av T.

c) (3%) Vi ønsker at vårt radioaktive stoff skal gløde blått like sterkt over lang tid, noe vi oppnår om kvantiteten holdes konstant. Derfor innfører vi en mekanisme som hele tiden tilfører nytt stoff av isotopen. Systemet kan nå beskrives ved

$$\dot{x} = ax + u \tag{4}$$

Mekanismen vår kan kun gi et konstant pådrag u (g/s). Hva blir forsterkningen K til systemet når halveringstiden $t_{1/2}$ er 138 dager? Oppgi tallsvar med tilhørende enhet.

d) (2%) Vi ønsker at kvantiteteten i systemet skal bli liggende på $x_s = 10$ g. Hvor stor må verdien på u være for at vi skal oppnå dette som stasjonærverdi?

Oppgave 2. (17%)

Den dynamiske modellen for hastigheten til en bil er gitt i ligning (5)

$$m\dot{v} = u - kv - k_l v^2, \tag{5}$$

der v er hastigehten, m er bilens masse og u er skyvkraften fra motoren som vi skal bruke som pådrag. kv utgjør friksjonskraft der k er en konstant og $k_l v^2$ er luftmotstand der k_l er en annen konstant.

a) (2%) Hvilken balanselov er benyttet for å komme frem til (5)?

b) (2%) Hastigheten skal reguleres med P-regulatoren

$$u = k_p(v_r - y), \tag{6}$$

der målingen $y = v$, $k_p > 0$ er en regulatorparameter og v_r er den konstante referansehastigheten. Hvilke av følgende betegnelser beskriver systemet bestående av (5) og (6): 1)Multivariabelt, 2)Monovariabelt, 3)Lineært, 4)Ulineært

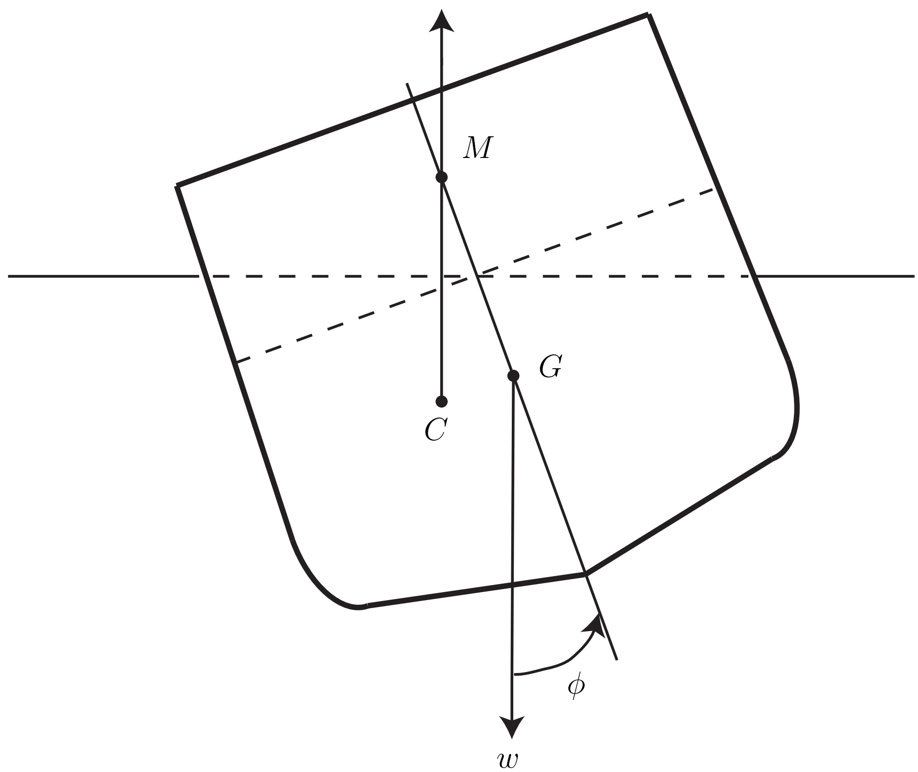
c) (6%) Systemet skal simuleres i matlab, og Eulers metode skal brukes. Et matlab-skript som gjør dette er listet under. Fullfør uttrykket for `v(n)=`

```
v_r=5;
k_p=150;
k_l=5;
k=50;
m=1000;
v(1)=7;
h=0.1;
T=100;

for n=2:T/h+1
    v(n)=SKRIV NED HVA SOM MÅ STÅ HER FOR Å SIMULERE SYSTEMET
end

t=0:h:T;
plot(t,v)
grid on
xlabel('Tid');
ylabel('Hastighet');
```

d) (5%) Se nå bort fra luftmotstanden, det vil si sett $k_l = 0$ og vis at modellen (5) med regulatoren (6) resulterer i et stasjonært avvik gitt ved

$$e_s = \frac{k}{k_p + k} v_r \tag{7}$$

e) (2%) Bruk tall fra matlab-skriptet i oppgave c), og regn ut tallverdien for det stasjonære avviket e_s.



Figur 1: Rullbevegelse for et skip

Oppgave 3. (36%)

Figur 1 viser et containerskip sett bakfra. Skipet ruller (det vi si gynger fra side til side) med en rullvinkel ϕ, og den tidsderiverte av rullvinkelen gir rullhastigheten p

$$\dot{\phi} = p. \tag{8}$$

Dynamikken til rullhastigheten er gitt av

$$J\dot{p} = K_1 p + K_2 \phi + u, \tag{9}$$

der J er treghetsmomentet til den bevegelige massen (skipet og det vannet det drar med seg), $K_1 p$ er hydrodynamisk dempemoment og $K_2 \phi$ er det såkalte opprettende moment som avhenger av hvordan skipet er konstruert (det vil si avstanden mellom M og G på Figur 1) og u er et pådrag som skal beregnes senere. For et gitt containerskip er de konstante parameterene gitt av

$$\begin{aligned} J &= 1.40 \cdot 10^{10} \\ K_1 &= -1.50 \cdot 10^{9} \\ K_2 &= -8.90 \cdot 10^{8} \end{aligned}$$

a) (6%) Sett $u = 0$ foreløbig, skriv (8) og (9) som én annenordens differensialligning og vis at den udempede resonansfrekvensen ω_0 for skipet er 0.252 og at den relative dempingsfaktoren $\zeta = 0.213$

b) (1%) Er skipet overdempet eller underdempet?

c) (5%) Det viser seg at resonansfrekvensen fra oppgave a) er ugunstig med tanke på sjøsyke, og for å endre på dette foreslår en kybernetikkstudent på sommerjobb å bruke skipets ror til å generere et moment for å påvirke rullbevegelsen. Studenten foreslår at P-regulatoren

$$u = -K_p \phi \tag{10}$$

med $K_p = 5.00 \cdot 10^7$ skal testes. Hvor mange prosent vil denne regulatoren endre den udempede resonansfrekvensen?

d) (3%) Rulldemping ved bruk av ror som i oppgave c) er en kjent teknikk, men for store skip (skipet i denne oppgaven har en masse på $7.70 \cdot 10^7 kg$) så er det vanskelig å endre resonansfrekvens mye med denne teknikken. Hva er problemet med å øke K_p ytterligere i et forsøk på å påvirke systemet mer?

e) (3%) Studenten foreslår å bytte regulator til en PI-regulator, men får beskjed av en mer erfaren ingeniør at dette ikke er noen god ide. Hvorfor ikke?

f) (5%) En alternativ løsning på ror-rull-demping problemet er å øke dempingen i systemet ved hjelp av en D-regulatoren

$$u = -K_d \dot{\phi}, \tag{11}$$

der $K_d > 0$ er en konstant regulatorparameter. Beregn K_d som funksjon av andre parametere slik at systemet (9) i lukket sløyfe med (11) får en ny relativ dempingsgrad $\hat{\zeta} = 0.30$. Den udempede resonansfrekvensen forblir uforandret. Sett inn tallverdier og regn ut en tallverdi for K_d.

g) (3%) Et alternativ til å bruke skipets ror som pådragsorgan, er å installere en stor U-formet tank fylt med vann inne i skipet. Bevegelsen til vannet i denne tanken, som kan styres med en stor pumpe, vil bidra til å dempe rullbevegelsene til skipet. Pådraget kan i dette tilfellet skrives

$$u = -K_U \tilde{u}, \tag{12}$$

der K_U er en ny konstant som er avhengig av designet på tanken og pumpen, og $\tilde{u}$ er et nytt pådrag. Dette nye pådraget kan designes ved hjelp av en PID-regulator og tilbakekobling fra rullvinkelen ϕ. Sett opp det matematiske uttrykket for pådraget $\tilde{u}$.

h) (5%) Systemet blir utsatt for flere forstyrrelser som skyldes miljøkrefter, blant annet $v_{vind}(t)$ som skyldes vind og v_{strom} som skyldes strøm. Tegn blokkdiagram for systemet (9), inklusiv disse forstyrrelsene, i lukket søyfe med (12) og PID-reguletoren fra g).

i) (5%) I dette tilfellet er skipet utstyrt med en meget nøyaktig vindmåler slik at v_{vind} kan måles. Foreslå hvordan denne informasjonen kan brukes til å forbedre reguleringssystemet.

Oppgave 4. (8%)

a) (2%) Hva betyr det at et datamaskinprogram opererer i ″sann tid″

b) (2%) Hva er hovedoppgaven til en scheduler?

c) (2%) Hva betyr det at scheduleren er preemptive"?

d) (2%) De to trådene `t1` og `t2` blir klare til å kjøre samtidig og kjører under en preemptive scheduler.

```
t1(){
for(j=0;j<1000000;j++){ // gjenta en million ganger
   i=i+1;
 }
}

t2(){
for(j=0;j<1000000;j++){ // gjenta en million ganger
   i=i-1;
 }
}
```

Verdien av den globale variabelen `i`, som begge trådene bruker, var 0 når trådene startet, men når begge har kjørt fra seg har `i` av og til verdier som er forskjellig fra 0. Hvordan kan dette skje?

Oppgave 5. (8%)

a) (4%) Gitt at vi har utstyr til å sample med en tastefrekvens på $f_s = 10\text{kHz}$. Hvor stor er den maksimale frekvensen et signal vi ønsker å sample kan inneholde?

b) (4%) Forklar kort hva fenomenet nedfolding innebærer. Bruk gjerne en enkel figur.