TTK 4240 – Øving 4

Utlervert dato: 15.09.2016
Veiledningstime: 22.09.2016
Innleveringsfrist: 29.09.2016
Ansvarleg: Atle Rygg (atle.rygg@itk.ntnu.no)

INTRODUKSJON – AKTIVE OG PASSIVE FILTER

Filter er ein viktig detl av kretsteknikk i alle spennings- og effektnivå. Hovedmålet med bruk av filter er å fjerne uønska innhald frå eit signal, for eksempel støy. Filter kan konstruerast på svært sofistikerte og avanserte måtar, men vi skal i dette faget prøve å begrense oss til enkle konfigurasjonar for å lære prinsippa. I praksis kjem ein også langt med desse enkle filtertypane.

Når vi analyserer filter er vi primært ute etter frekvensresponsen, dvs. korleis filteret responderer på sinusfunksjonar med varierande frekvens. Transferfunksjonar frå forrige øving er eit viktig hjelpemiddel til dette, og vi ser hovudsakleg på transferfunksjonar i frekvensdomenet, dvs. $H(j\omega)$. Eit filter blir ofte karakterisert gjennom bode-plott. Dette plottet viser $H(j\omega)$ sin amplitude og fasevinkel som funksjon av frekvens. Dette skal vi sjå på i oppgåve 4.

Vi deler filter i ulike kategoriar, for eksempel *lavpassfilter* og *høgpassfilter*. Som navnet indikerer så vil lavpassfilteret la dei lave frekvensane «passere», dvs. ikkje bli påverka av filteret. Dei høge frekvensane blir derimot «slukt», slik at $H(j\omega)=0$ for store frekvensar. Høgpassfilter er omvendt. Vi definerer **knekkfrekvens** som den frekvensen som akkurat får lov til å passere. Sjå i læreboka for den matematiske definisjonen. Tilsvarande definerer vi **båndbredde** som det frekvensområdet med frekvensar som får lov til å «passere». For eit lavpassfilter er det alle frekvensar mindre enn knekkfrekvensen.

Ang. bruk av decibel: Ved karakterisering av filter gjennom bodeplott etc., er det vanlig å bruke eininga decibel (dB) for å måle amplitude/forsterkning. Dette kan virke forrvirrande, men er enkelt å rekne med når ein har gjort det nokre gongar. Definisjonen av Decibel er:

$X_{db} = 20\log(X) \Leftrightarrow X = 10^{\frac{X_{db}}{20}}$. Merk at for kvar tierpotens aukar decibelverdien med 20. dvs:

$$\begin{aligned}
&1 = 0\ db \\
&10 = 20\ db \\
&100 = 40\ db \\
&1000 = 60\ db \\
&osv...
\end{aligned}$$

Ang. kretsnotasjon: Ofte teiknast filter med to inngangsterminalar og to utgangsterminalar som vist f.eks. i Figur 1. Det kan vere forvirrande at vi ikkje veit kor stor straum som går i utgangsterminalane, sidan denne kan påverke oppførselen til filteret. Merk følgande: Når vi reknar på filter i dette faget ser vi bort frå straumen som går i utgangen, dvs. vi antar opne terminalar. Dette er ei forenkling som kan gje avvik, men som gjer utrekningane mykje enklare.

1 TRANSFERFUNKSJON TIL FØRSTE ORDENS FILTER

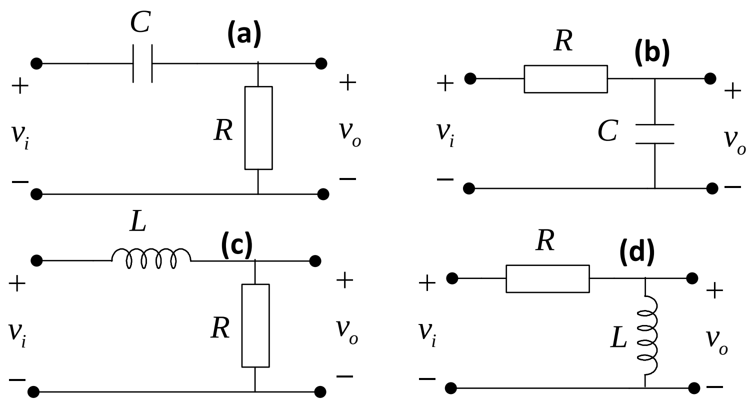
Figur 1 viser fire ulike filter av første orden.

For kvart av filtra, gjer følgande:

a) Set opp transferfunksjonen $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$, og finn også $H(j\omega)$

b) Finn eit uttrykk for knekkfrekvensen ω_c

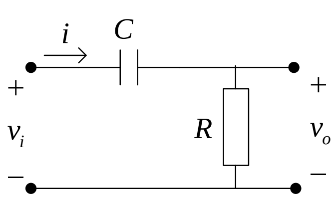
c) Bestem om dei er eit lavpassfilter eller et høgpassfilter. Prøv å svar på denne oppgåva gjennom å betrakte kretsens oppførsel for veldig låge (0 Hz) og veldig høge (∞ Hz) frekvensar.



Figur 1: Fire første ordens filter

2 DESIGN AV RC HØGPASSFILTER

Figur 2 viser eit RC høgpassfilter (første orden) mellom inngang v_i og utgang v_o.



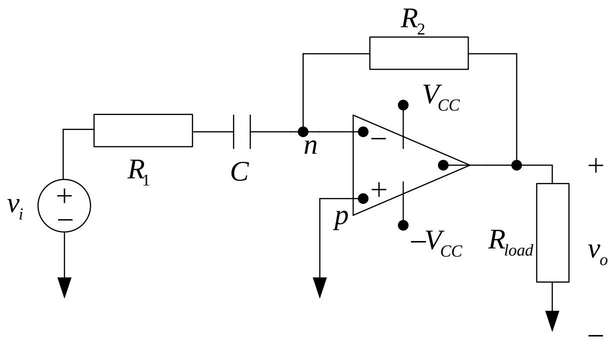
Figur 2: RC høgpassfilter

I denne oppgåva skal vi dimensjonere høgpassfilteret etter to kriterie:

- Knekkfrekvens lik $f_c = 500\ Hz$
- Aktive tap i filteret skal begrensast til $2\,W$ når inngangsspenninga er 10 V, og frekvensen er lik knekkfrekvensen

a) Finn verdiane til R og C som oppfyller kriteria over. Kva er båndbredda til filteret? Kva er tidskonstanten?

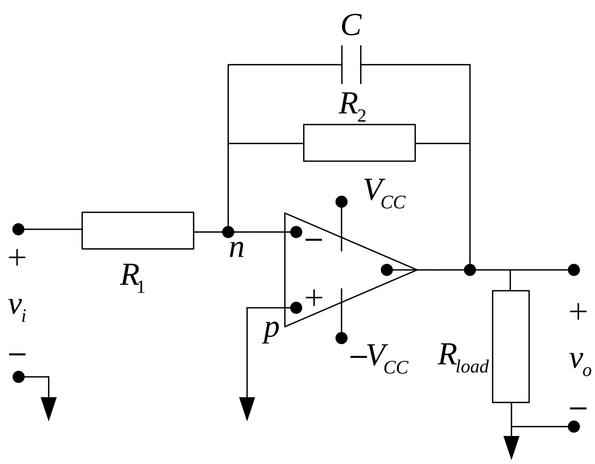
3 AKTIVT HØGPASSFILTER



Vi skal i denne oppgåva analysere oppførselen til kretsen i følgande figur. Denne representerer eit første ordens aktivt høgpassfilter. Betydninga av ordet *aktiv* er relatert med operasjonsforsterkaren, og dens evne til å aktivt regulere utgangsspenning basert på differansen mellom inngangsspenningane.

a) Finn transferfunksjonen til filteret, dvs. $H(s)=\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$. Kva blir knekkfrekvensen og båndbredda til filteret (anta $R_1 = R_2 = R$) ?

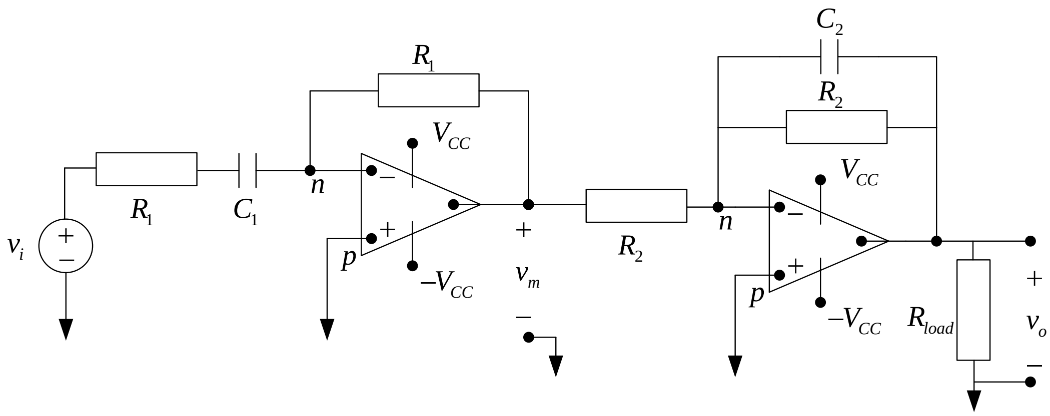
4 AKTIVT LAVPASSFILTER



I denne oppgåva skal vi sjå nærare på knekkfrekvens og bodeplott til eit aktivt lavpassfilter. Sjå figuren til venstre for oppbygninga til kretsen.

a) Vis at transferfunksjonen blir $H(s)=\dfrac{V_o}{V_i}=-\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{1}{1+sR_2C}$. Kva blir knekkfrekvensen og båndbredda til filteret?

5 AKTIVE BÅNDPASSFILTER OG BODEPLOTT



I denne oppgåva skal vi konstruere båndpassfilter ved hjelp av operasjonsforsterker (aktive filter). Dette skal vi gjere på same måte som i seksjon 15.3 i læreboka: Ved å koble eit aktivt lavpass- og høgpassfilter i serie/kaskade som vist i kretsen. Når vi skal analysere denne kretsen er det viktig å hugse at utgangsspenninga til operasjonsforsterkeren kun er bestemt av inngangen og tilbakekobling, dvs. det vi koblar til på utgangen vil ikkje påverke den.

a) Kva blir transferfunksjonen frå inngang til midtpunkt, dvs $H_{hp}(s) = \dfrac{V_m(s)}{V_i(s)}$? Vis at denne kan skrivast på formen $H_{hp}(s) = -\dfrac{s}{s+\omega_{hp}}$, og finn ω_{hp} uttrykt ved kretselementa.

b) Kva blir transferfunksjon frå midtpunkt til utgang, $H_{lp}(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_m(s)}$. Vis at denne kan skrivast på formen $H_{lp}(s) = -\dfrac{\omega_{lp}}{s+\omega_{lp}}$, og finn ω_{lp} uttrykt ved kretselementa.

c) Vis at vi kan skrive total transferfunksjon frå inngang til utgang som

$$H_{bp} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s\omega_{lp}}{\left(s+\omega_{lp}\right)\left(s+\omega_{hp}\right)}$$

Bruk følgande talverdiar i dei to neste deloppgåvene: $R_1 = R_2 = 1000\,\Omega$

d) Vi ønskjer at høgpassfilteret får knekkfrekvens $\omega_{hp} = 500$ *rad/s*, samt at lavpassfilteret får knekkfrekvens $\omega_{lp} = 1000$ *rad/s*. Finn verdiane til C_1 og C_2 som oppfyller dette. Forklar kvifor dette valget av verdiar gir oss eit båndpassfilter.

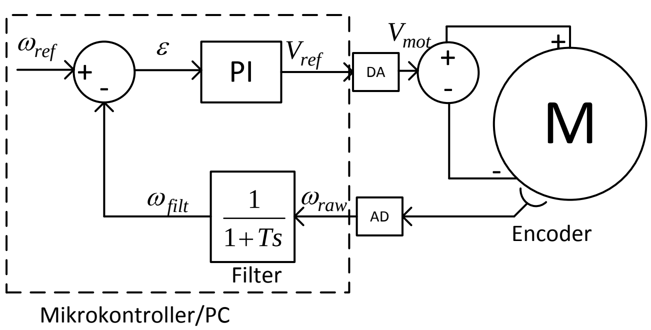
e) **(Frivilleg, men lærerik (!))** Plott frekvensresponsen til filtra frå d) i MATLAB, dvs. plott $|H_{bp}(j\omega)|$ Inkluder også lavpass- og høgpassfilteret sin frekvensrespons i det same plottet. Kommenter grafane. Identifiser knekkfrekvensane til lavpass- og høgpassfiltra i plottet. Tips er gitt i hint-seksjonen.

6 (Frivilleg) Digital filtrering av turtalsmåling

I denne oppgåva skal vi sjå bruk av digitale filter, og korleis vi skal bruke dette i den digitale motorlaben i TTK4240. Digitale filter implementerast på ein mikrokontroller eller på ein PC, og har identisk virkemåte som analoge filter (aktive og passive) som vi har sett på i dei tidlegare oppgåvene.

Figuren nedanfor viser ei forenkla skisse av ein motor med tilhøyrande turtalskontroll. Alt som er innanfor den stipla linja blir utført av ein mikrokontroller, som eigentleg er ein liten PC. Ein såkalla «encoder» måler farten til motoren gjennom registrering av eit pulsmønster som er teikna på den roterande delen. Sjå labheftet til digital motorlab for meir informasjon. Dette signalet blir konvertert til digital form gjennom ein såkalla AD-omformar (analog-til-digital omformar). Dermed har vi fått den uprosesserte turtalsmålinga ω_{raw}. Denne skal vi sende gjennom eit filter med transferfunksjon $H(s) = \dfrac{1}{1+Ts}$, der *T* er filteret sin tidskonstant. Den filtrerte målinga ω_{filt} blir trukke frå turtalsreferansen ω_{ref}, og avviket ε blir sendt inn på ein PI-regulator. Utgangen frå denne regulatoren er referansespenninga til motoren V_{ref}, og dette blir konvertert til faktisk motorspenning V_{mot} gjennom ein digital-til-analog omformar og ein forsterkar.

a) Forklar kvifor $H(s)$ er eit lavpassfilter gjennom å betrakte transferfunksjonen. Finn knekkfrekvensen f_c målt i *Hz* uttrykt ved hjelp av *T*.
b) Grunnen til at vi treng eit lavpassfilter er at encoderen har ein del høgfrekvent støy. Kva slags bivirkningar kan regulatoren få gjennom at vi brukar eit lavpassfilter?
c) Anta at encoderen fører til 20 % støy i ω_{raw} med ein frekvens på 1000 Hz. Kva må filterparameteren *T* vere for at vi skal redusere støynivået til 1 % i ω_{filt}? Kva blir den tilhøyrande knekkfrekvensen, målt i Hz?
d) Anta at valget ditt av filterparameter *T* ikkje kan brukast pga. bivirkningane i b). Foreslå korleis vi kan modifisere filteret sin struktur slik at vi likevel oppnår ønska støyreduksjon.



HINT OG TALSVAR

1. Se i læreboken for tips til denne. Fremgangsmåten er identisk for de fire filtrene.
2. **Design av RC høgpassfilter**
   a. $R = 25\ \Omega, C = 12.73\ \mu F$. Knekkfrekvens er definert som den frekvensen hvor amplituden til utgangsspenningen er lik $V_{o,\max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$, hvor $V_{o,\max}$ er den maksimale verdien som utgangsspenningen kan oppnå. Sett opp to uttrykk, ett for hver betingelse. Kombinering av uttrykkene gir verdiene til *R* og *C*.
3. **Aktivt høgpassfilter**
   a. $H(s) = -\frac{sRC}{sRC+1}$. Tegn kretsen i s-domenet og løs den på valgfri måte. Tips: Kirchoffs strømlov er ofte nyttig i kretser som inneholder operasjonsforsterkere.
4. **Aktivt lavpassfilter, knekkfrekvens og bodeplott**
   a. Kan løses på flere måter. Bruk antagelse om ideell operasjonsforsterker. Kirchoffs strømlov kan være nyttig. $\omega_c = \frac{1}{R_2 C}$ Bruk vanlig antagelse om knekkfrekvens, men ta hensyn til at maksimal verdi til $\left|H\left(j\omega\right)\right|$ i dette tilfellet er ulik 1. Dette er nytt i forhold til tidligere oppgaver. Se for øvrig læreboken.
5. **Aktivt båndpassfilter**
   a. Dette er nesten identisk med oppgåve 3a
   b. Dette er nesten identisk med oppgåve 4a
   c. Svara frå oppgåve a) og b) kan kombinerast / multipliserast. Kvifor er dette lov?
   d. $C_1 = 2\ \mu F$, $C_1 = 1\ \mu F$
6. **Digital filtrering av turtalsmåling**
   a. Samanlikn med transferfunksjonane til eit lavpassfilter i oppgåve 1. For å finne knekkfrekvens er det viktig å respektere forskjellen mellom *Hz* og *rad/s*.
   b. Sjå i læreboka eller labheftet. Lavpassfilter vil alltid innføre ein slags forsinkelse
   c. Knekkfrekvensen blir $f_c \leq 49.73\ Hz$. Ikkje tenk på kva tala som vi måler i prosent representerer, men det viktige er kor stor faktor i støyreduksjon vi er ute etter.
   d. Vi har her brukt den enklaste formen for lavpassfilter. Sjå i læreboka/slides for tips til korleis vi kan gjere filteret litt meir avansert og med betre respons.

Eksempel på korleis lage bode-plott

```
s=tf('s'); % MATLAB-syntaks for å definere Laplace-operatoren "s"
H_example=s/(1+5*s); %Eit eksempel på bruk av bode()
bode(H_example); %Bruker MATLAB sin innebygde bodeplott-funksjon
```

Eksempel på korleis lage figur:

```
figure(1); % Oppretter ny figur
cla; % Tømmer figurvinduet
hold on; % Tillater at flere grafar kan plottes i samme vindu
bode(H_lp,'bx-');
bode(H_hp,'rd-');
bode(H_bp,'k');
grid on;
legend('Lowpass','Highpass','Bandpass');
```

Før denne koden fungerer må du definere transferfunksjonane H_lp, H_hp og H_bp.