



Institutt for teknisk kybernetikk
Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, mobil 9189 7045
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0940 - 1010 og ca. kl. 1115 - 1145.

Eksamen i TTK4105 regulerings-teknikk

lørdag 30. mai 2015

Tid: 0900 - 1300

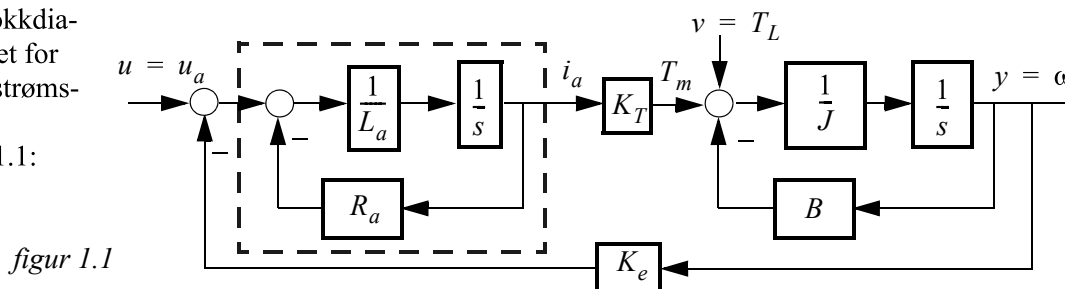
Sensur vil foreligge innen tre uker. Den blir også lagt ut på its learning når den er klar.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen. Denne besvarelsen teller 100% på karakteren.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke formelsamlinga bakerst i oppgavesettet. Se kjapt gjennom den før du begynner. Sjekk alltid den før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å lese av verdier på grafer i oppgavesettet – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet". Tips: bruk blyant!

Oppgave 1 (22 %)

Gitt blokkdiagrammet for en likestrømsmotor i figur 1.1:



- a) (6 %) Sett først $v = T_L = 0$.

Finn matrisene A , \underline{b} , \underline{c}^T i en tilstandsrommodell med $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}u$, $y = \underline{c}^T \underline{x}$.

- b) (6 %) Vis at transferfunksjonen fra det eksternt påsatte belastningsmoment T_L til ankerstrøm i_a

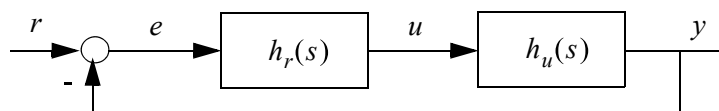
$$\text{er } \frac{i_a}{T_L}(s) = h_{iT}(s) = \frac{-K_e}{JL_a s^2 + (JR_a + BL_a)s + K_T K_e + BR_a} \quad (1.1)$$

(Merk notasjon: T_L er ikke en tidskonstant; T brukes ofte for "Torque" = dreiemoment.)

- c) (4 %) Du antar at tidskonstanten i motorens elektriske del (innrammet) er så liten at den kan ignoreres. Hva blir da den forenklede utgave av ligning (1.1)?
- d) (4 %) Vi tar igjen utgangspunkt i den opprinnelige ligning (1.1). Finn uttrykk for likestrømsmotorens udempede resonansfrekvens ω_0 og relative dempningskonstant ζ .
- e) (2 %) Hvis motoren skulle vært helt tapsfri, måtte to parametre vært = 0. Hvilke? Hvordan ville da motoren da ha oppført seg ved et sprang i u_a ? Kort, kvalitativt og verbalt svar.

Oppgave 2 (32 %)

En prosess beskrevet ved transferfunksjonen $h_u(s)$ skal reguleres som vist i figuren til høyre.



$$\text{Vi har } h_u(s) = \frac{2(1 - 0.5s)}{(1 + 2s)(1 + 0.1s)} \quad (2.1)$$

- a) (6 %) Hva kaller vi en prosess med en teller av denne typen i transferfunksjonen? Hva er problematisk med en slik prosess? Hva er karakteristisk for dens sprangrespons? Er prosessen åpent stabil?

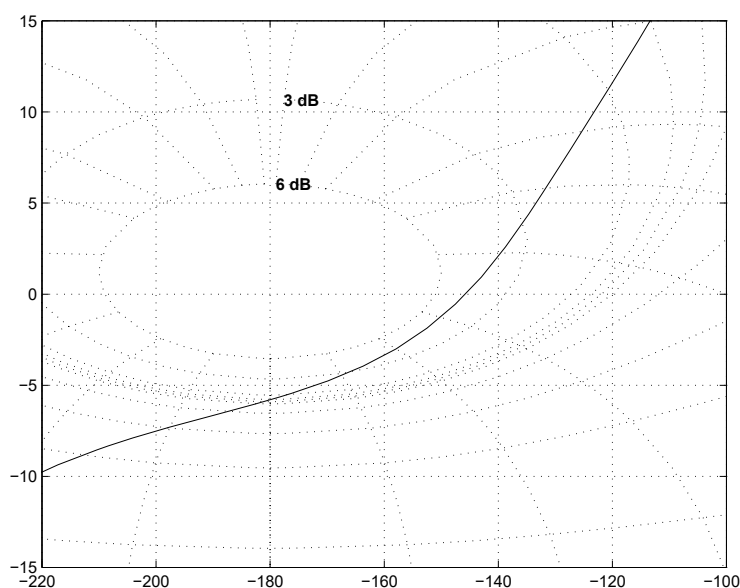
I figur 2.1 neste side (+ en ekstra kopi bakerst hvis du trenger den) er vist Bode-diagram for $h_u(s)$.

- b) (7 %) Tegn inn asymptoter for $|h_u|$ og $\angle h_u$ i Bode-diagrammet og legg arket ved besvarelsen. Det skal framgå av det påtegnede arket hvordan du har fastlagt asymptotene, det er ikke tilstrekkelig å bare "smyge dem inntil" de oppgitte kurver.

- c) (7 %) Regulatortransferfunksjonen er $h_r(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$.

Bestem regulatorparametrene ved hjelp av Bode-diagrammet og Ziegler-Nichols' metode.

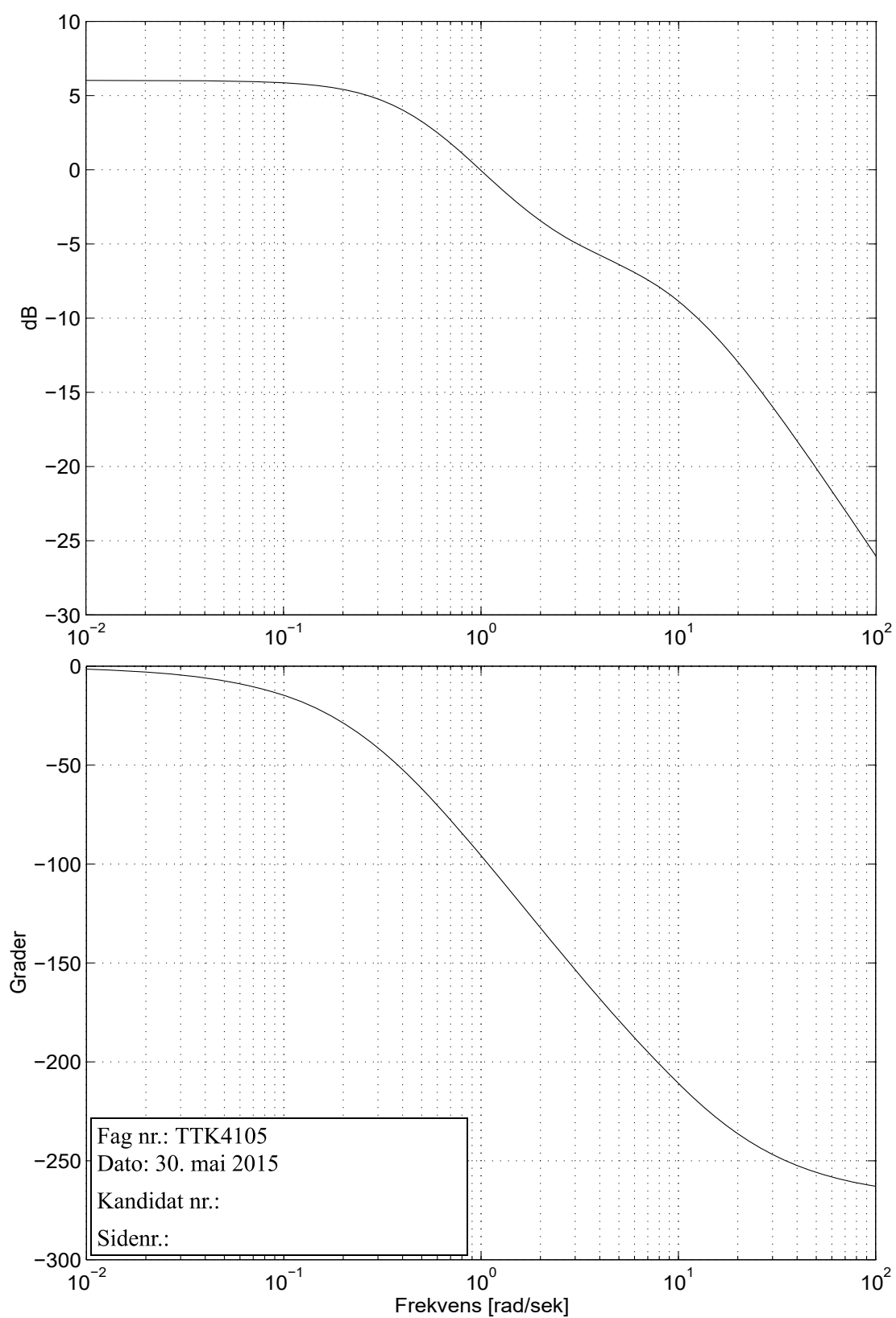
- d) (5 %) Gitt Nichols-diagrammet for prosessen med ferdig innstilt regulator, se figur til høyre. Les av fase- og forsterkningsmargin, og finn $|N(j\omega)|_{\max}$. Hvis vi i stedet godtar en $|N(j\omega)|_{\max} = 6 \text{ dB}$, hvor mye kan vi da øke forsterkningen K_p ? Les av og tegn i det vedlagte diagram og innlevér som en del av besvarelsen.



- e) (5 %) Referansen $r(t)$ er nå en rampefunksjon med Laplacetransform $y_0(s) = 1/s^2$. Finn det stasjonære avviket $e(t = \infty)$.

Fag nr.: TTK4105
Dato: 30. mai 2015
Kandidat nr.:
Sidenr.:

- f) (2 %) h_r skal realiseres som en diskret regulator. Det oppgis at kryssfrekvensen til $h_r h_u$ ligger fast, $\omega_c = 1.3$. Finn en tastetid T som gir 2° mindre fasemargin. Er 2° akseptabelt?

*figur 2.1*

Oppgave 3 (9 %)

En konstant befolkning av N individer utsettes for en smittsom sjukdom. Ingen dør av den, men ingen blir friske når de først har fått den. De som er syke (antallet kaller vi x), forblir smittsomme. En modell for sjukdomsutvikling i et slikt system er den såkalte *logistiske ligning*,

$$\dot{x} = c(N-x)x, \text{ hvor } c \text{ er en konstant} \quad (3.1)$$

- a) (2 %) Hvorfor er dette et ulineært system? Er det et autonomt system? Begrunn svarene.
- b) (3%) Anta at x er liten, dvs. svært få personer er smittet. Lineariser systemet for det tilfellet. Hva slags tidsforløp får du for små x ?
- c) (4 %) Hva skjer med $x(t)$ når $t \rightarrow \infty$? Benytt dette og svaret fra b) til å tegne en grov skisse av tidsforløpet (du skal *ikke* løse (3.1)). Sett begynnelsesverdien ved $t = 0$ til en x_0 som forutsettes « N », altså bare noen få syke individer.

Oppgave 4 (16%)

Et fartøy med masse m utsettes for et press fra vinden, en forstyrrelse $v[N]$. Vi betrakter bare bevegelse i én dimensjon. Fartøyet skal holdes fast på posisjonen $y = y_0$ tross vinden. Det brukes et sett med propeller, som gir en motkraft $u[N]$. Vi forutsetter så lave hastigheter at vi kan se bort fra friksjon i vannet. Vi skal regulere med både tilbakekopling (seriekompensasjon) og foroverkopling.

- a) (4 %) Du skal tegne et blokkdiagram for reguleringsystemet. I dette inngår blokkene h_f, h_r, h_v, h_u .
- b) (4 %) Det er en viss treghet i pådragsorganet. Det må da inkorporeres i prosessmodellen h_u . Pådragsorganet modelleres som en 1. ordens prosess med forsterkning K og tidskonstant T . Hva blir h_u ? (Tips: det er blant annet to integratorer i nevner.) Hva blir h_v ?
- c) (5 %) Finn den ideelle forverkopling $h_{fi}(s)$. Hva blir en mer realistisk $h_f(s)$? Hva blir den *statistiske* (og enda enklere) foroverkopling, og hva slags forstyrrelse v kan den motvirke?
- d) (3 %) Seriekompensatoren h_u i tilbakekoplinga kan verken være en proporsjonalregulator eller en PI-regulator. Hvorfor ikke? Hva må til?

Oppgave 5 (21 %)

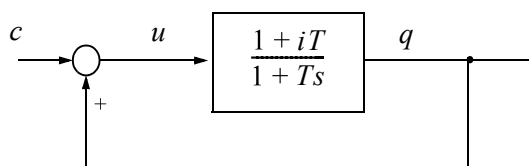
Betrakt et lån x [\$] med rentesats i [1/år] (dvs. 5% rente uttrykkes her som 0.05) og tilbakebetalingstid T [år]. Låntaker betaler da en kontinuerlig pengestrøm q [\$/\$år], *gjeldsbetjeninga*:

$$q(t) = \left(i + \frac{1}{T}\right)x(t) \quad (5.1)$$

$$\text{Lånet avtar gjennom nedbetaling i følge ligning} \quad \dot{x} = -\frac{1}{T}x \quad (5.2)$$

Vi skal anvende disse enkle sammenhengene til å lage en modell av et finansielt pyramidespill. En skurk låner kontinuerlig en pengestrøm $u(t)$ [\$/\$år] for å finansiere sitt eget forbruk $c(t)$ [\$/\$år] pluss gjeldsbetjening på sine allerede eksisterende lån $x(t)$. Vi har $u = c + q$.

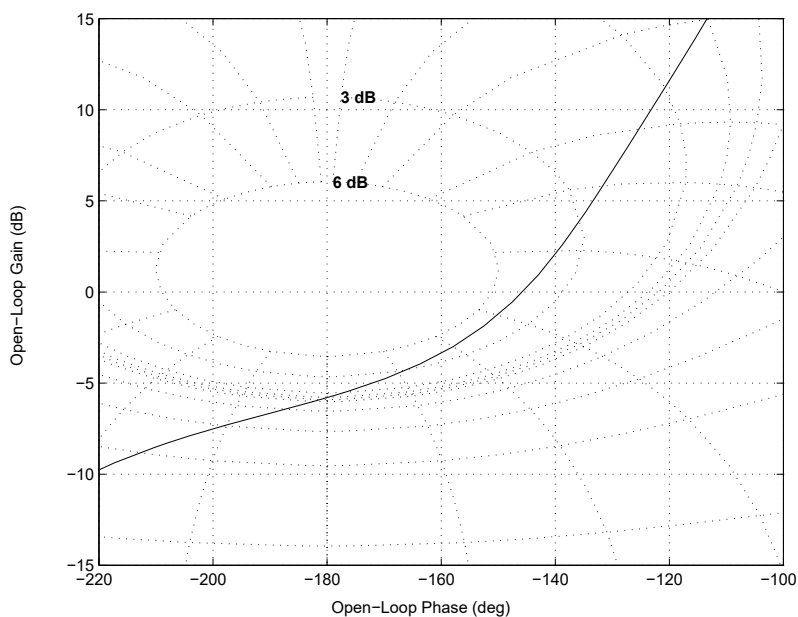
- a) (4 %) Vis at da får vi følgende blokkdiagram:



- b) (4 %) Nyquistkurven for dette systemet blir enkel: en sirkel. Tegn den riktig plassert i det komplekse plan. Angi skjæringspunkt med Re-aksen og dreieretning for økende ω . (Tips: Nyquist forutsetter negativ tilbakekopling, så her må blokkdiagrammet omformes noe, ved å bytte fortegn på den åpne sløyfes transferfunksjon.)
- c) (3 %) Er systemet åpent stabilt?
Vis ved hjelp av grafen og Nyquists stabilitetskriterium at det lukkede systemet er ustabilt for alle $i > 0$. Hva betyr dreieretninga (for økende ω) i dette tilfellet?
- d) (3 %) Vis at transferfunksjonen

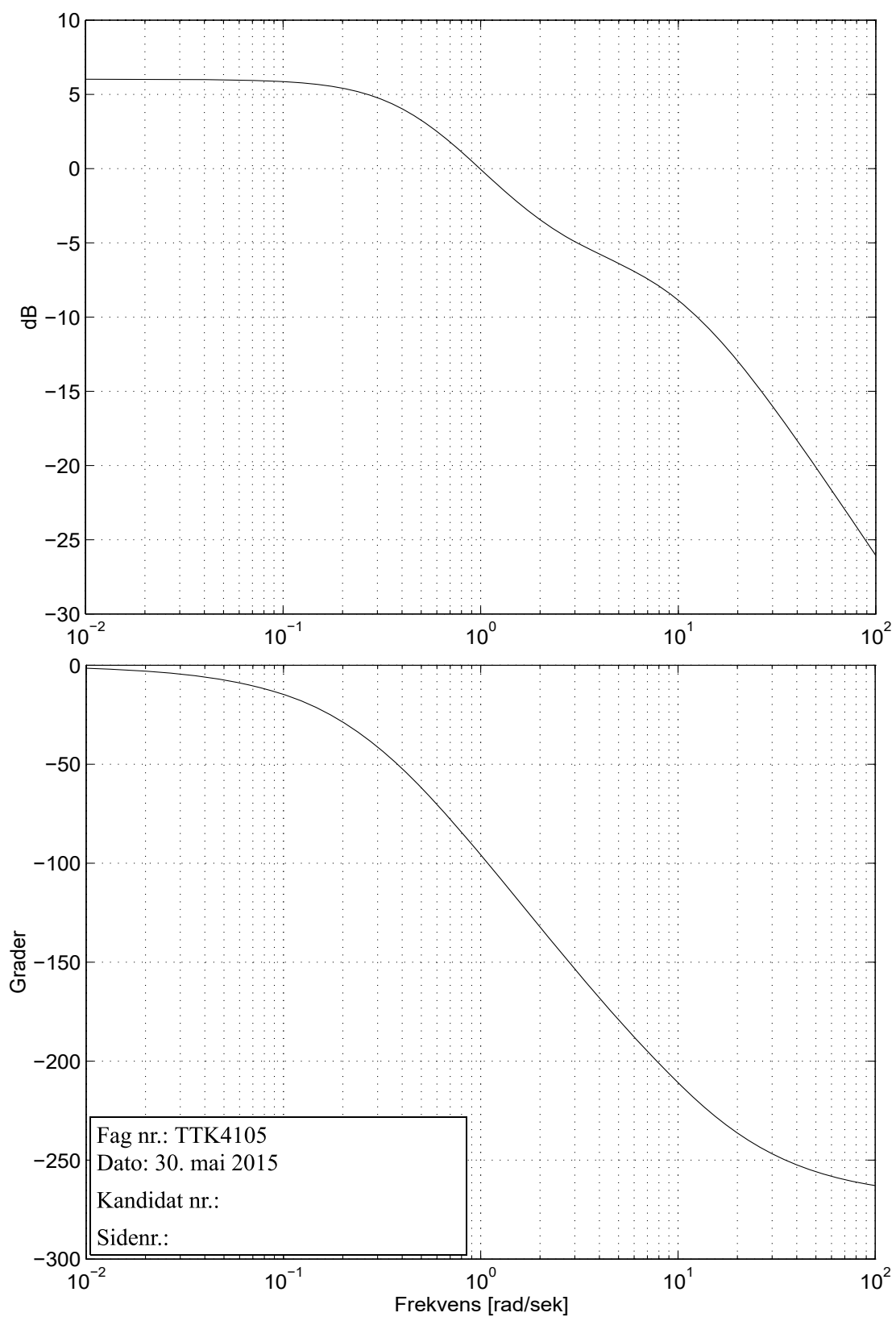
$$\frac{x}{c}(s) = h(s) = \frac{1}{s-i} \quad (5.3)$$

- e) (3.5 %) Anta at skurken har et voksende personlig forbruk $c(t) = e^{\alpha t}$, der $0 < \alpha < i$. Finn $x(t)$ når det oppgis at $x(0) = 0$, altså ingen gjeld ved start.
- f) (3.5 %) Finn den samme $x(t)$ når $\alpha = i$.



(Ekstra Nicholsdiagram til oppgave 2)

Fag nr.: TTK4105
Dato: 30. mai 2015
Kandidat nr.:
Sidenr.:



(Ekstra Bode-diagram til oppgave 2)