NTNU
Det skapende universitet

INSTITUTT FOR TEKNISK KYBERNETIKK

Avsluttende Eksamen TTK4100 Kybernetikk Introduksjon

Fredag 18. mai 2007

Tid: 09:00 - 13:00

Kontaktperson:	Professor Tommy Gravdahl Tlf.: (735)94393 eller 90144212
Hjelpemidler:	D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt. NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.
Språk:	Norsk (Bokmål)
Antall sider:	6

Da tidligere vurdering i faget teller 30% av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 70%.

Oppgave 1. (23%)

Modellen for væskenivået h i en tank er gitt av ligningen

$$\dot{h} = f(h, u) = \frac{1}{\rho A}(w_{inn} - w_{ut}), \tag{1}$$

der ρ er tettheten til væsken i tanken, A er tverrsnittsarealet til tanken, $u = w_{inn}$ og massestrømmen w_{ut} som renner ut av tanken er gitt av ligningen

$$w_{ut} = k\sqrt{h}, \tag{2}$$

der k er en positiv konstant som følger av Bernoullis ligning.

a) (2%) Utgangspunktet for å komme frem til modellen (1) er den generelle massebalansen

$$\dot{m} = (w_{inn} - w_{ut}), \tag{3}$$

der m er den totale massen i tanken. Hvilken antagelse om formen til tanken er gjort for å komme fra ligning (3) til ligning (1)?

b) (6%) På grunn av kvadratrottegnet i (2) er modellen (1) ulineær. Vi skal nå sette opp en lineær modell som er en tilnærming til modellen (1). Denne nye lineære modellen vil være gyldig i et område rundt det som kalles et arbeidspunkt, gitt ved det *konstante* nivået h_A, og det *konstante* pådraget u_A. Det kan vises (vi skal ikke gjøre det her) at en modell for avviket fra arbeidspunktet $\Delta h = h - h_A$ kan settes opp som

$$\dot{\Delta h} = \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_A \Delta h + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A \Delta u, \tag{4}$$

der $\Delta u = u - u_A$. Notasjonen $\left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_A$ betyr at $\frac{\partial f}{\partial h}$ skal beregnes og $h = h_A$ skal settes inn. Tilsvarende betyr $\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A$ at $\frac{\partial f}{\partial u}$ skal beregnes og $u = u_A$ skal settes inn. Dette betyr at modellen nå kan skrives

$$\dot{\Delta h} = a\Delta h + b\Delta u, \tag{5}$$

der $a = \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_A$ og $b = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_A$.

Finn uttrykk for konstantene a og b uttrykt med konstantene i modellen og h_A.

Tips 1: $a < 0$ og $b > 0$.

Tips 2: Den partiellderiverte av f med hensyn på h, det vil si $\frac{\partial f}{\partial h}$, beregnes ved at man deriverer f med hensyn på h og holder alt annet konstant. Tilsvarende beregnes $\frac{\partial f}{\partial u}$ ved at man deriverer f med hensyn på u og holder alt annet konstant.

c) (2%) Resten av Oppgave 1 kan gjøres selv om man ikke finner uttrykkene for a og b i b). I resten av oppgaven brukes modellen

$$\dot{h} = ah + bu, \tag{6}$$

det vil si vi dropper Δ-notasjonen fra b), og vi bruker a og b som konstante modellparametre. Hva er stasjonærverdien h_s til h uttrykt ved a og b hvis innstrømingen er gitt ved $u = 1$?

d) (5%) Vi ønsker nå å regulere nivået av væske i tanken. Gitt P-regulatoren,

$$u = k_p(h_r - h), \tag{7}$$

der $k_p > 0$ er regulatorens forsterkning og h_r er referansen, eller ønsket nivå. Finn et uttrykk for k_p som er slik at tidskonstanten i lukket sløyfe blir halvparten så stor som tidskonstanten i åpen sløyfe.

e) (5%) Vis, ved å beregne stasjonærverdien til systemet (6) med regulatoren (7), at reguleringssystemet vil ha et stasjonært avvik. Hvordan kan regulatoren modifiseres for å eliminere dette avviket?

f) (3%) Regulatoren er basert på måling av nivået h. Beskriv *kort* 3 prinsipper for å utføre denne målingen.

Oppgave 2. (8%)

a) (2%) Hva er ulempene med å bruke non-preemptive scheduling i sanntidssammenheng ?

b) (2%) Hva er fordelene med å bruke non-preemptive scheduling i sanntidssammenheng ?

c) (4%) De to funksjonene `f1` og `f2` gitt under kjøres like mange ganger, men av forskjellige tråder under preemptive scheduling. Variabelen `i` var `0` til å begynne med. Forklar hvorfor `i` ikke nødvendigvis er `0` når programmet er ferdig.

```
f1(){
  i = i+1;
}

f2(){
  i = i-1;
}
```

Oppgave 3. (28%)

Det automatiske fjæringsystemet til en bil kan modelleres med differensialligningen

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_o^2 x = F + u \tag{8}$$

der x er avstanden fjæra og demperen beveger seg og u er pådraget fra en aktuator. I utgangspunktet, det vil si når $u = 0$, er systemet gitt av parameterene $\omega_0 = 5rad/s$ og $\zeta = 0.9$. Kraften F er en konstant kraft som virker fra bilen på fjæringssystemet.

Det viser seg at under noen kjøreforhold (humpete veg i en viss hastighet) så blir bilen utsatt for en forstyrrelse med en frekvens av samme størrelsesorden som ω_0, og det er fare for forsterkning (resonans) av denne forstyrrelsen. Det foreslås å bruke PD-regulatoren

$$u = K_p x + K_d \dot{x}, \tag{9}$$

der K_p og K_d er regulatorparametre, til å endre egenskapene til systemet.

a) (4%) Den konstante kraften F kan håndteres på to måter. Sett opp to nye uttrykk for regulatoren (9) med i) foroverkobling fra F, og ii) ved at du utvider regulatoren med en annen metode som gjør den i stand til å håndtere konstante forstyrrelser.

b) (6%) Tegn blokkdiagram for systemet (8) med regulatoren (9) med henholdsvis i) foroverkobling fra F og ii) den andre metoden du foreslo i oppgave a). Du skal altså tegne to blokkdiagrammer.

VI SETTER $F = 0$ VIDERE I OPPGAVEN.

c) (6%) Finn verdier for K_p og K_d slik at den udempede resonansfrekvensen for lukket sløyfe systemet flyttes til $10rad/s$ og systemet får kritisk demping.

d) (2%) Det foreslås å installere et måleinstrument som måler x og så finne hastigheten $\dot{x}$ ved å derivere målingen $y = x$. Hvorfor er dette en dårlig løsning?

e) (3%) Foreslå en alternativ metode for å fremskaffe hastighetssignalet $\dot{x}$

f) (4%) Hastighetsmålingen representeres ved signalet

$$y(t) = b + \frac{1}{2}\sin(2t) + \frac{1}{2}\cos(\pi + 6t), \tag{10}$$

der b er en konstant målefeil. For å kunne brukes i et reguleringssystemet, må signalet tastes (Engelsk: samples). Hvor høy må samplingsfrekvensen være (i henhold til samplingsteoremet) for at signalet ikke skal nedfoldes (Engelsk: aliasing)?

g) (3%) Signalet overføres som et strømsignal som ligger mellom $4mA$ og $20mA$. Hvorfor brukes et strømsignal istedet for et spenningssignal?

Oppgave 4. (11%)

a) (2%) Finn tidskonstant og forsterkning i systemet

$$2\dot{x} = -x + 2u. \tag{11}$$

b) (4%) Regn ut hvor stor prosentvis del av sin stasjonærverdi tilstanden i et førsteordens system har oppnådd etter $t = 2T$, det vil si to tidskonstanter. (Tips: samme utledning som for 63% regelen for $t = T$, det spørres her etter en tilsvarende prosentsats for $t = 2T$)

c) (2%) En Wheatstonebro er i balanse når de to konstante kjente motstandene og den variable motstanden er på 500Ω. Hvor stor er den ukjente motstanden?

d) (3%) Bruk De Morgans teorem til å skrive om uttrykket

$$D = \bar{A} + B \cdot C \tag{12}$$

slik at det kan implementeres med to NAND-porter.