NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Magne Hallstein Johnsen
Tlf.: 93025534

EKSAMEN I EMNE
TTT4120 DIGITAL SIGNALBEHANDLING

Dato: Torsdag, 19. august 2010
Tid: kl. 15:00 - 19:00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

INFORMASJON

- Eksamen består av 4 oppgaver.
  - Oppgave 1 omhandler analyse av digitale filtre.
  - Oppgave 2 omhandler endelig ordlengde-effekter i filterstrukturer.
  - Oppgave 3 omhandler stokastiske prosesser.
  - Oppgave 4 omhandler punktprøving i frekvensdomenet og DFT.

  Vekting av hver deloppgave er angitt i parentes. Totalt antall poeng er 56.
- **Fremgangsmåten skal vises tydelig og alle svar skal begrunnes!**
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- Faglærer vil gå rundt to ganger, første gang ca. kl. 16 og andre gang ca. kl. 17:45.
- Sensurfrist er 9. september 2010.

Lykke til!

Oppgave 1 **(3+6+9+4=22 poeng)**

Et tidsdiskret system med overføringsfunksjon $H(z)$ er satt sammen av to delsystemer koblet i serie. Det første delsystemet er antikausalt og er gitt ved sin overføringsfunksjon

$$H_1(z) = \frac{1}{1-3z^{-1}}.$$

Det andre delsystemet er kausalt og er gitt ved følgende differensligning

$$2y(n) - y(n-1) = x(n) - 2x(n-1),$$

der $x(n)$ og $y(n)$ er hhv. delsystemets inngangs- od utgangssignal.

1a) Skisser konvergensområdet (ROC) for overføringsfunksjonene til delsystemene $H_1(z)$ og $H_2(z)$, og deres seriekobling $H(z)$.

1b) Vis at enhetspulsresponsene til de to delsystemene er gitt ved

$$\begin{aligned} h_1(n) &= \begin{cases} -3^n & n < 0 \\ 0 & n \geq 0 \end{cases} \\ h_2(n) &= \begin{cases} 0 & n < 0 \\ \frac{1}{2} & n = 0 \\ -3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} & n > 0, \end{cases} \end{aligned}$$

og at enhetspulsresponsen til hele systemet er gitt ved

$$h(n) = \begin{cases} -\frac{3^n}{5} & n < 0 \\ \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} & n \geq 0. \end{cases}$$

1c) Finn ut om de to delsystemene og deres seriekobling er stabile?

Er de FIR- eller IIR-systemer?

Har de lineær faserespons?

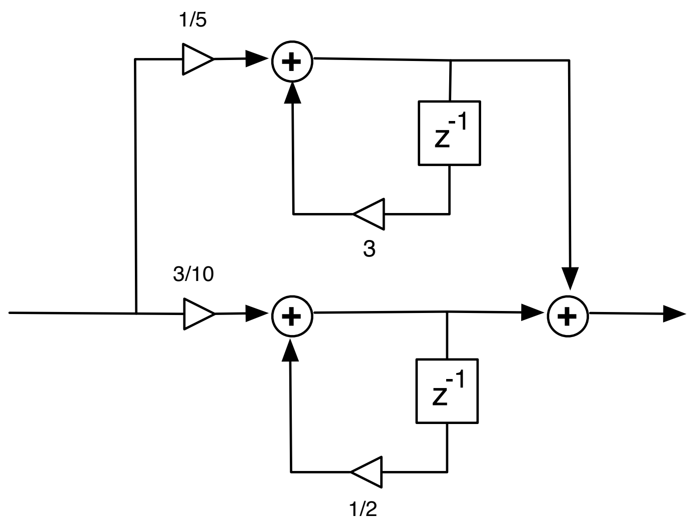
Bestem deres type (lavpass, høypass, båndpass, båndstopp eller allpass).

1d) Tegn direkte form II-strukturen til delsystemet $H_2(z)$.

Tegn kaskadestrukturen til hele systemet $H(z)$.

Oppgave 2 **(2+3+4+4=13 poeng)**

Figur 1 viser parallellstrukturen til filteret $H(z)$ fra oppgave 1.



Figur 1: Implementering av et digitalt filter

Alle interne og eksterne signaler i filterstrukturen er representert ved binær fast komma-representasjon med 4 bit og dynamisk område $[-1, 1)$. Avrunding skjer etter hver multiplikasjon. Anta at avrundingsfeilen kan betraktes som uniformt fordelt hvit støy.

2a) Utled et uttrykk for avrundingsfeileffekten σ_e^2 etter en multiplikasjon.
Finn også tallverdien til σ_e^2.

2b) Vis at signaleffekten på utgangen av et LTI filter med enhetspulsrespons $g(n)$ er lik

$$\sigma_q^2 = \sigma_e^2 \, r_{gg}(0)$$

når hvit støy $e(n)$ med effekt σ_e^2 påtrykkes på inngangen.

2c) Finn den totale avrundingsfeileffekten på utgangen av filteret i figur 1.

2d) Finn nødvendig skaleringsfaktor på inngangen av filteret i figur 1 for å unngå overflyt.

Oppgave 3 (1+4+5+2=12 poeng)

En stokasisk prosess $x(n)$ genereres ved å sende hvit gaussisk støy $w(n)$ med varians $\sigma_w^2 = 1$ gjenom et system med overføringsfunksjon $H(z) = 1 - 2z^{-1}$.

3a) Hvilken type prosess er $x(n)$?

3b) Finn autokorrelasjonsfunksjon $\gamma_{xx}(l)$ og effektspektraltetthet $\Gamma_{xx}(\omega)$ til prosessen.

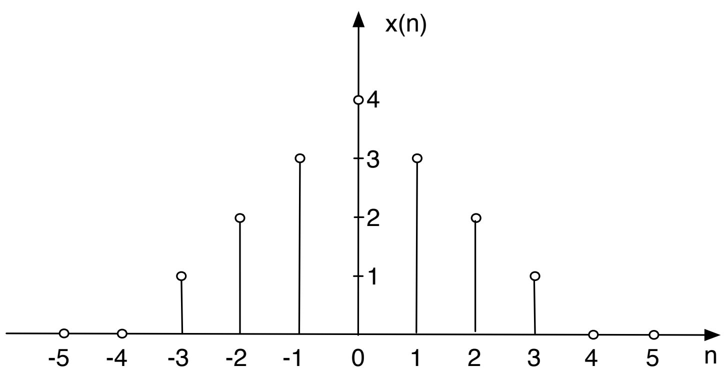
3c) Vi ønsker å modellere prosessen ved en optimal AR(2)-modell.

Finn modellparametrene.

3d) Finn et uttrykk for effektspektraltetthetsestimatoren $\hat{\Gamma}_{xx}(\omega)$ basert på den optimale AR(2)-modellen.

Oppgave 4 (2+4+3=9)

Et tidsdiskret signal $x(n)$ er gitt ved følgende figur.



4a) Finn spekteret $X(\omega)$ til signalet $x(n)$.

4b) Vi tar punktprøver til spekteret $X(\omega)$ på følgende måte

$$X(k) = X(\omega)|_{\omega=\frac{2\pi k}{N}}.$$

Skisser signalet $y(n)$ som har spektrum gitt ved $X(k)$.

Hvordan må N velges for at det skal være mulig å gjenvinne signalet $x(n)$ fra spektrale punktprøver $X(k)$?

4c) Forklar prinsippet for 'overlap-add'-metode for filtrering av veldig lange sekvenser gjennom et FIR-filter ved bruk av DFT.