Løsningsforslag eksamen TTK4105 Reguleringsteknikk 30/5-2013

Oppgave 1) Bruker (V.21) $s \to \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$

$$h(z) = \frac{y_k}{u_k}(z) = \frac{1}{1+T_1\left[\frac{2}{T}\cdot\frac{z-1}{z+1}\right]} = \frac{T(z+1)}{T(z+1)+2T_1(z-1)}$$

$$\Rightarrow y_k\left[T(z+1)+2T_1(z-1)\right] = u_k T(z+1)$$

$$\Rightarrow y_k(T+2T_1) = y_{k-1}(2T_1-T) + T(u_k+u_{k-1})$$

$$\Rightarrow y_k = \underbrace{\frac{2T_1-T}{2T_1+T}}_{a_1} y_{k-1} + \underbrace{\frac{T}{2T_1+T}}_{b_0=b_1}(u_k+u_{k-1})$$

O2) alle spørsmål, læreboka side 384-385
Men Obs: Feil i O2a): skulle stått
$y(s) = N(s)L(s)h_v\, v(s)$. Vil bli hensyntatt.

O3 a) Sluttverditeoremet: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}(s\,e(s))$

$$= \lim_{s\to 0} s\left[\frac{1}{1+h_0}\cdot\frac{y_0}{s}\right] = \lim_{s\to 0} s\left[\frac{n_0}{n_0+t_0}\cdot\frac{y_0}{s}\right] =$$

$$\lim_{s\to 0} \cancel{s}\left[\frac{(1+Ts)(s-a)}{(1+Ts)(s-a)+K_p}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right] = \frac{-a}{-a+K_p} = \underline{\underline{\frac{a}{K_p-a}}}$$

O3b) Bytter ut K_p med $h_r = K_p\frac{1+T_i s}{T_i s}$
Når $s \to 0$ går $h_r \to \infty$. Altså går $e(t) \to 0$.

O3c) Z-N og Skogestad forutsetter at prosessen er åpent stabil. Det er ikke tilfelle her, p.g.a pol i $+a$.

O3 d) (V.11) = Nyquist: $\Delta\angle(1+h_0) = -2\pi(N_n - N_p)$

Fra figur 3.1 ser vi at $\Delta\angle(1+h_0) = +2\pi$

h_0 har én pol i hhp $\Rightarrow N_p = 1$. Vi får

$+2\pi = -2\pi(N_n - 1) \Leftrightarrow -1 = N_n - 1 \Rightarrow N_n = 0$

$\Rightarrow$ lukket system er stabilt.

O3 e) Da blir $\Delta\angle(1+h_0) = -2\pi$ i stedet.

$\Rightarrow 1 = N_n - 1 \Rightarrow N_n = 2$ poler i hhp

Målt: $\frac{1.6\,cm}{6.95} \cdot 0{,}5 \Rightarrow$ ny $K_p = 0.115 \Leftrightarrow$ stab.-grense

O4) Avstand en periode T måles, $T \simeq 0.63$, $\beta = \frac{2\pi}{T} = 9.97$

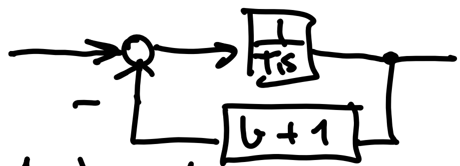
Demping måles som $\frac{A_2}{A_1}$, der toppen A_2 ligger T etter toppen A_1.

Vi har $e^{-\alpha T} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow -\alpha T = \ln\left(\frac{2.15}{4.05}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{0.63}\ln\left(\frac{4.05}{2.15}\right) \simeq 1$

$\omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{1^2 + 9.97^2} = 10$, $\xi = \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right) = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow$ Alternativ C: $\xi = 0.1$, $\omega_0 = 10$

O5) $T_2 << T_1$. Venstre indre delsystem blir da ≈ 1 i stedet for $\frac{1}{1+T_2 s}$. Reduserer resten:



$\Rightarrow \frac{\frac{1}{T_1 s}}{1+(b+1)\frac{1}{T_1 s}} =$

$\frac{1}{T_1 s + b + 1} = \left(\frac{1}{b+1}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_1}{b+1} s} \Rightarrow K = \frac{1}{b+1}$, $T = \frac{T_1}{b+1}$

Annen metode: Redusere diagrammet først, så sette $T_2 \approx 0$:

$h(s) = \frac{1}{1 + (T_1 + \underbrace{T_2}_{\approx 0})s + \underbrace{T_1 T_2}_{\approx 0} s^2 + b} \approx \frac{1}{T_1 s + b + 1}$, samme svar!

Oppgave 6

a)

Benytter Newtons lov:

$$\sum F = ma = m\dot{w}. \tag{21}$$

I oppgaveteksten er sammenhengen mellom kreftene gitt slik at differensiallig-ningen kan settes opp:

$$\sum F = C_1 g - C_2 w^2 = m\dot{w} \tag{22}$$

$$\Rightarrow \frac{C_1}{m} g - \frac{C_2}{m} w^2 = \dot{w} \tag{23}$$

$$\dot{w} = \underline{\underline{C_G g - C_W w^2, \text{ der } C_G = \frac{C_1}{m} \text{ og } C_W = \frac{C_2}{m}}}. \tag{24}$$

b)

Den maksimale hastigheten finnes ved stasjonære forhold, dvs $\dot{w} = 0$.

$$\dot{w} = 0 \Rightarrow C_G g_{\text{max}} - C_W w_{\text{max}}^2 \Rightarrow \underline{\underline{w_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C_G g_{\text{max}}}{C_W}}}}. \tag{25}$$

c)

Vi har $\dot{g} = K_p(r - w)$, som gir $g(t) = K_p \int_0^t (r - w) \mathrm{d}\tau$. Dette er en I-regulator. Etter innsvingningstiden blir $\dot{g} = 0$.

$$\dot{g} = 0 \Rightarrow K_p(r - w) = 0 \Rightarrow r = w, \tag{26}$$

altså, vi oppnår referansen til tross for forstyrrelse fra friksjon og luftmotstand.

d)

Finner g_0 som uttrykk av w_0 vha ligningen fra a):

$$0 = C_G g_0 - C_W w_0^2 \Rightarrow \underline{\underline{g_0 = \frac{C_W}{C_G} w_0^2}}. \tag{27}$$

Med $x_1 = w$ og $x_2 = g$ kan vi skrive

$$\dot{x}_1 = C_g x_2 - C_W x_1^2 = f_1(\underline{x}, r) \tag{28}$$

Den lineariserte modellen finnes ved hjelp av formlene fra formelsamlingen insatt arbeidspunktet $(\underline{x}_0, r_0)$.

$$\Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial r} \end{bmatrix} \Delta r. \tag{30}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -2C_W x_1 \tag{31}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = C_G \tag{32}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -K_p \tag{33}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial r} = 0 \tag{35}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial r} = K_p. \tag{36}$$

Vi får dermed følgende modell når vi setter inn arbeidspunktet $(\underline{x}_0, r_0)$:

$$\underline{\underline{\Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} -2C_W w_0 & C_G \\ -K_p & 0 \end{bmatrix} \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_p \end{bmatrix} \Delta r.}} \tag{37}$$

e)

Egenverdiene finnes fra $|\lambda I - A| = 0$:

$$\lambda(\lambda + 2C_W w_0) + K_p C_G = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\lambda_{1,2} = -C_W w_0 \pm \sqrt{C_W^2 w_0^2 - K_p C_G}.}} \tag{38}$$

Ved lave hastigheter (når $C_W w_0^2 < K_p C_G$) blir systemet marginalt stabilt med to poler på imaginæraksen. Ved høye hastigheter er systemet eksponensielt stabilt med to poler i venstre halvplan.

f)

Dersom bilen kjører langsomt har vi $w_0^2 \approx 0$. Da blir modellen (laPlace-transformert)

$$s\Delta w(s) = C_G \Delta g(s) \tag{39}$$

$$s\Delta g(s) = K_p \left(\Delta r(s) - \Delta w(s)\right). \tag{40}$$

Substituerer man for $\Delta g(s)$, får man

$$s\Delta w(s) = C_G \left(\frac{K_p}{s} \Delta r(s) - \frac{K_p}{s} \Delta w(s) \right) \tag{41}$$

$$\frac{\Delta w}{\Delta r}(s) = \frac{C_G K_p}{s^2 + C_G K_p}. \tag{42}$$

Dette systemet har (formelsamlingen) sprangrespons $k(t) = K(1 - cos(\omega_0 t)$, der $K = 1$ og $\omega_0 = \sqrt{C_G K_p}$. Altså, dersom spranget er på Δr, blir responsen

$$\underline{\underline{\Delta w(t) = \Delta r \left(1 - cos(\sqrt{C_G K_p} t)\right).}} \tag{43}$$

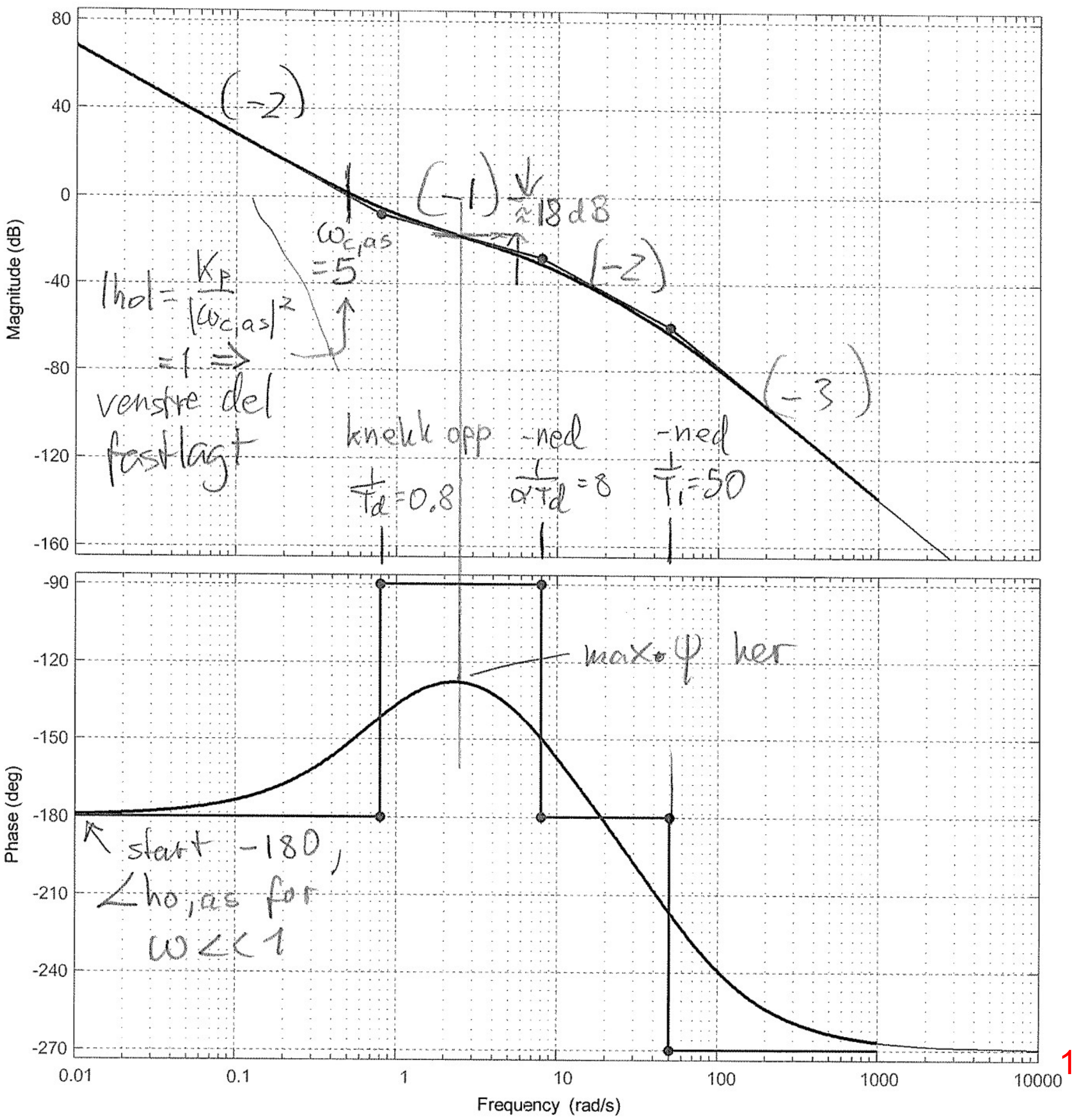
Oppgave

a)

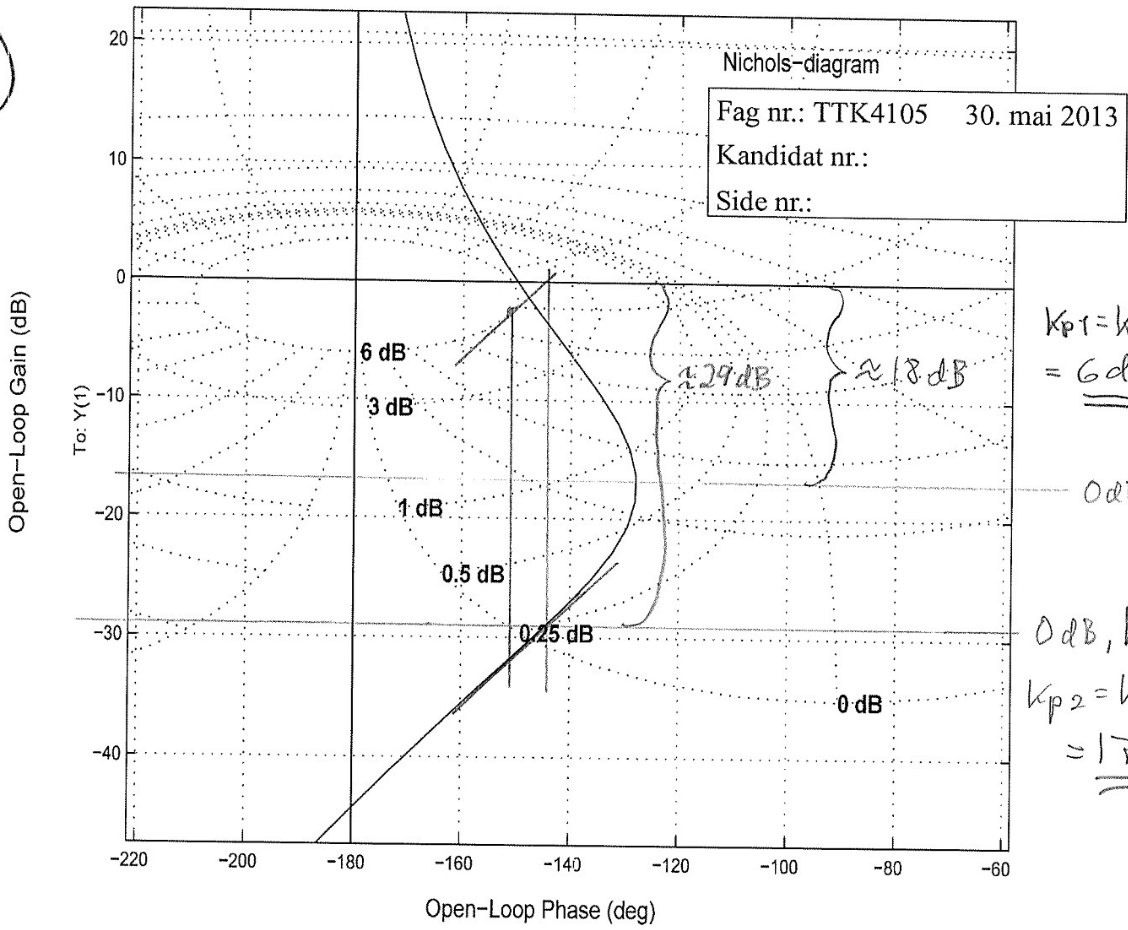
Dette er en begrenset PD-regulator. Denne er nødvendig her da prosessen $h_u(s)$ har to rene integratorer i seg. Dermed blir faseresponsen $-180°$ fra starten av, og vi trenger et tidlig nullpunkt for å løfte den opp.

b) Se påtegnet diagram under

c) $K_{p1}\,[dB] = K_p\,[dB] + 18 = -12 + 18 = 6\,dB$



7c)



figur 7.4

$K_{p1} = K_p + 18\,dB = \underline{\underline{6\,dB}}$

$K_{p2} = K_p + 29\,dB = \underline{\underline{17\,dB}}$

7d)

Den interne sløyfen har åpen-sløyfetransferfunksjon $h_{01} = \frac{K_1}{s(1+T_1 s)}$. Vi har at ~~feil-~~ avviks-forholdet $N_1(s) = \frac{1}{1+h_{01}(s)}$. Altså er

$$\underline{\underline{N_1(s) = \frac{1}{1+\frac{K_1}{s(1+T_1 s)}} = \frac{s(1+T_1 s)}{s(1+T_1 s)+K_1}}}. \tag{51}$$

Av figuren ser vi at $\underline{\underline{h_v(s) = \frac{1}{s(1+T_1 s)}}}$.

$$M_1(s) = \frac{h_{01}(s)}{1+h_{01}(s)} = \frac{\frac{K_1}{s(1+T_1 s)}}{1+\frac{K_1}{s(1+T_1 s)}} = \underline{\underline{\frac{K_1}{s(1+T_1 s)+K_1}}}. \tag{52}$$

7e) Flere fordeler kan nevnes, nok med to for full pott:

- Vi kan nå ha integralvirkning i h_R, for den indre sløyfa har fjernet en integrator og dermed bedret faseforløpet til den ytre sløyfetransferfunksjonen.
- K_1 kan økes kraftig, dette gir kurtigere respons fra y_0 til y
- virkningen av v blir mindre på y, p-g-a. N_1 liten for K_1 stor