



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, mobil 9189 7045
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0940 - 1010 og ca. kl. 1115 - 1145.

Eksamen i TTK4105 reguleringsteknikk

torsdag 30. mai 2013

Tid: 0900 - 1300

Sensur vil foreligge innen tre uker. Den blir også lagt ut på its learning når den er klar.

Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmann, som altså er tillatt.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen. Denne besvarelsen teller 100% på karakteren.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke formelsamlinga bakerst i oppgavesettet. Se kjapt gjennom den før du begynner. Sjekk alltid den før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å lese av verdier på grafer i oppgavesettet – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet". Det inkluderes noen ekstra ark her i tilfelle du roter deg bort ved tegning. Tips: bruk blyant!

Oppgave 1 (6 %)

Et diskret signal $x[k]$ skal *lavpassfiltreres* med et tidsdiskret filter, det vil si at vi ønsker å dempe de høye frekvenskomponentene i signalet. Kall utgangssignalet fra filteret $y[k]$. Filteret har tidsintervall T mellom hver gang det inkrementeres. (altså $T = \text{"tastetid"} = \text{"samplingstid"}$). Vi lager filteret med utgangspunkt i en kontinuerlig transferfunksjon $\frac{1}{1 + T_1 s}$, og ønsker tilnærmet samme knekkfrekvens.

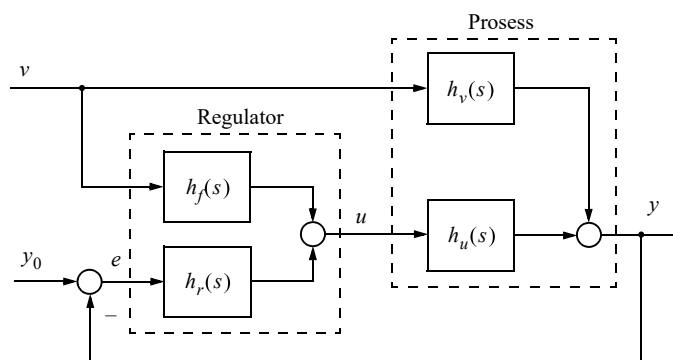
Algoritmen som utgjør det diskrete filteret blir $y[k + 1] = a_1 y[k] + b_0 x[k + 1] + b_1 x[k]$ (1.1)

Finn koeffisienten a_1 . (Tips: Det oppgis til kontroll at $b_0 = b_1 = \frac{T}{2T_1 + T}$.)

Oppgave 2 (11 %)

Gitt strukturen i figur 2.1.

- a) (4 %) Finn *foroverkopplingsgraden* $L(s)$ i uttrykket $y(s) = N(s)L(s)v(s)$.
- b) (3 %) Finn den ideelle foroverkoppling $h_f(s)$.
- c) (2 %) Hva blir $L(s)$ med ideell foroverkoppling?
- d) (2 %) Hva blir den ideelle *statiske* foroverkoppling?



figur 2.1

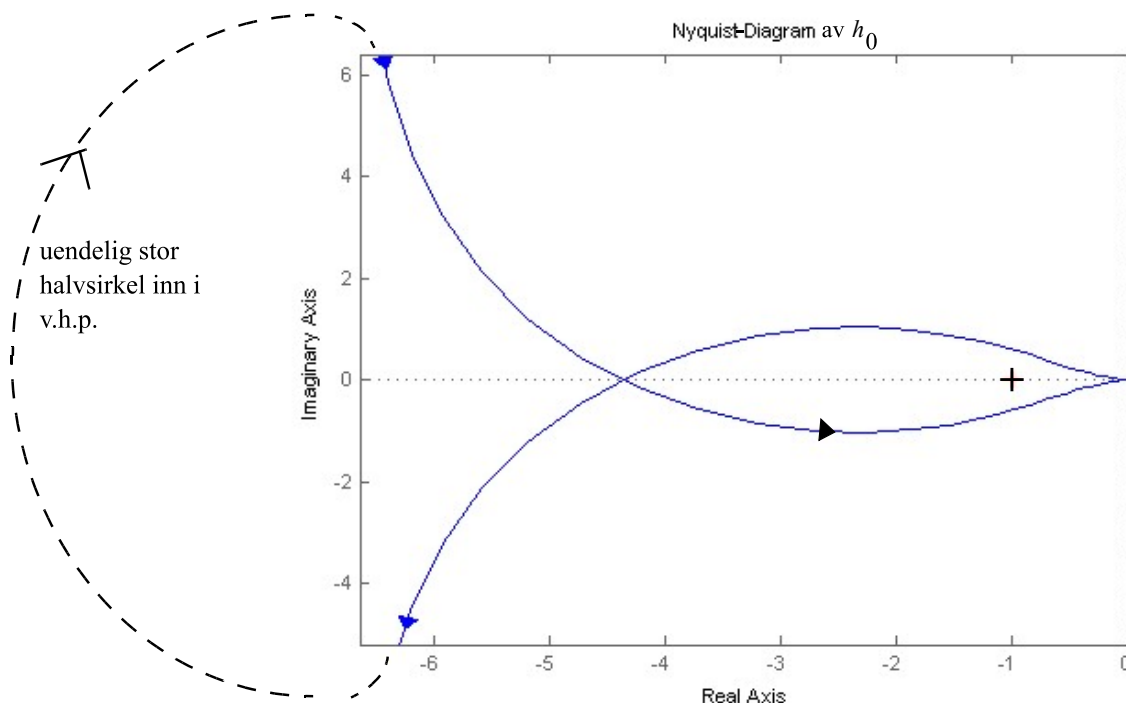
Oppgave 3 (19 %)

Gitt en (for dere etter hvert velkjent!) prosess med proporsjonalregulator,

$$h_0(s) = h_r(s)h_u(s) = K_p \frac{1}{(1 + Ts)(s - a)}, \quad a > 0 \quad (3.1)$$

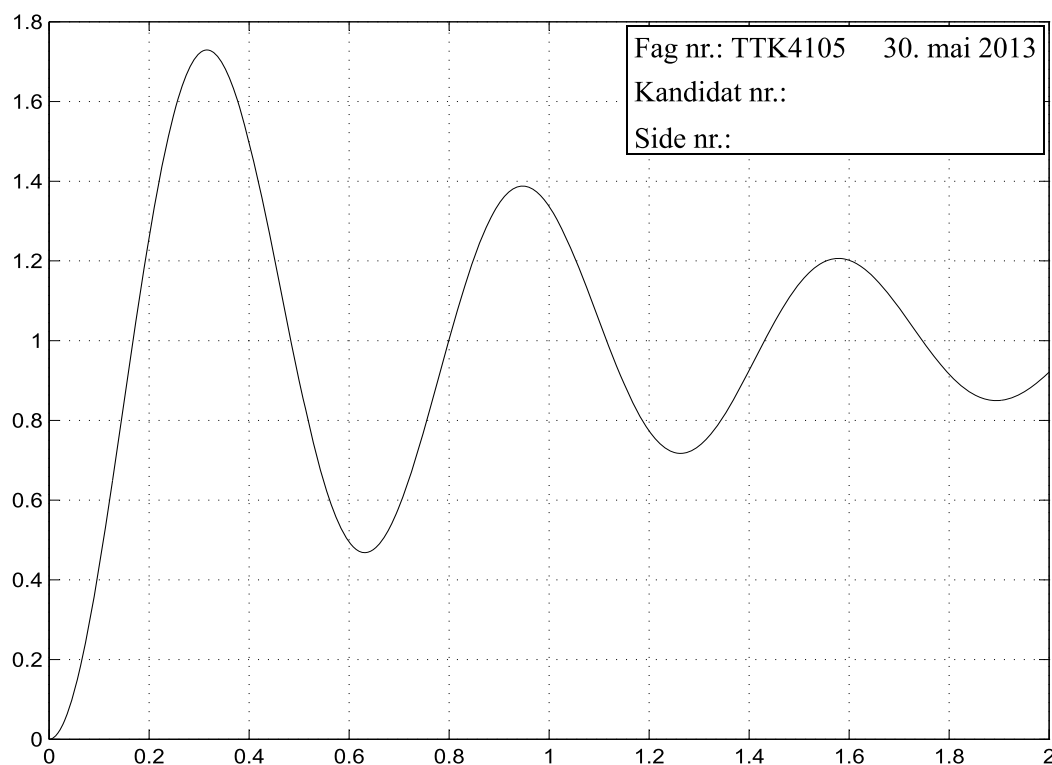
For $T < \frac{1}{a}$ og $K_p > a$ er det lukkede systemet, $\frac{y}{y_0}(s) = \frac{h_0}{1 + h_0(s)}$ stabilt.

- (4 %) Anta at y_0 endres som et enhetssprang. Finn det stasjonære avviket $e(t \rightarrow \infty)$.
- (4 %) Vis at en PI-regulator, under forutsetning av at regulatorparametre er valgt slik at det lukkede system er stabilt (det er mulig, se pkt. d nedenfor), vil gi null stasjonært avvik.
- (2 %) For å stille inn PI-regulatoren for dette systemet, kan du *ikke* bruke Ziegler-Nichols' eller Skogestads SIMC-metode. Hvorfor ikke?
- (5 %) Gitt prosessparametre $a = 0.1$ og $T = 2$. Da blir det lukkede system stabilt hvis vi for eksempel velger regulatorparametre $K_p = 0.5$ og $T_i = 20$. Figur 3.1 viser polardiagrammet (Nyquist-diagrammet) for h_0 med PI-regulator og de valgte regulatorparametre. Vis ved hjelp av Nyquists kriterium at det lukkede system er stabilt.



figur 3.1

- (4 %) Vis hvor mange poler i høyre halvplan vi får i det lukkede system hvis vi reduserer K_p for mye! Hvilken ca. verdi av K_p plasserer systemet på stabilitetsgrensa? (Mål ut i figuren.)

Oppgave 4 (6 %)

Figuren over viser enhetssprangresponsen til $h(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta(s/\omega_0) + (s/\omega_0)^2}$. (4.1)

Du skal finne relativ dempningsfaktor ζ og udempet resonansfrekvens ω_0 . Mål med linjal, vis utregning og velg nærmeste verdier blant alternativene under. Levér den påtegnete figur som del av besvarelsen.

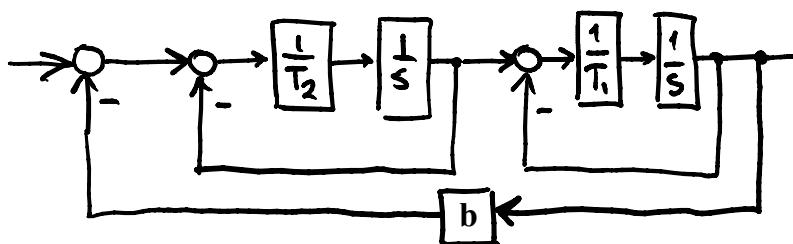
A	$\zeta, \omega_0 = 0.15, 10$	C	0.1, 10	E	0.15, 15
B	0.1, 15	D	0.07, 10	F	0.07, 15

Oppgave 5 (6%)

Gitt en modell som vist i figuren til høyre.

Du skal forenkle modellen til et første ordens system av typen

$$h(s) = \frac{K}{1 + Ts},$$



når det oppgis at T_1 er mye større enn T_2 . Du skal altså finne K og T .

Oppgave 6 (22 %)

En bil beveger seg på en horisontal vei. Anta at skyvekraften fra bilens motor er proporsjonal med gasspådraget g , og at samlede friksjonskrefter (luftmotstand dominerer) er proporsjonale med kvadratet av bilens hastighet w .

- a) (3 %) Vis at en differensialligning for bilens hastighet w er

$$\dot{w} = C_G g - C_W w^2, \quad \text{der } C_W \text{ og } C_G \text{ er konstanter.} \quad (6.1)$$

- b) (2 %) Finn bilens maksimale hastighet w_{\max} når maksimalt gasspådrag er g_{\max} .

Automatisk hastighetsregulering, også kalt "cruise-control", er vanlig i nyere biler. Man har en referansehastighet r som man ønsker bilen skal holde. Anta at det er valgt en reguleringsstrategi som følger ligningen

$$\dot{g} = K_p(r - w) \quad (6.2)$$

- c) (3 %) Hva slags regulator er dette? Hva oppnår man med denne regulatoren? (Verbalt svar tilstrekkelig.)

Vi innfører nå notasjonen $\underline{x} = \begin{bmatrix} w \\ g \end{bmatrix}$, og skriver systemet (6.1), (6.2) på tilstandsromform, med r som pådrag, $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, r)$.

- d) (5 %) Anta konstant hastighet w_0 og stasjonære forhold. Uttrykk g_0 ved w_0 . Du skal utlede A og \underline{b} i en linearisert modell $\Delta \dot{\underline{x}} = A \Delta \underline{x} + \underline{b} \Delta r$ rundt denne stasjonære tilstand.

Modellen gjelder for små endringer $\Delta \underline{x}$ og Δr . For den videre regning oppgis svaret:

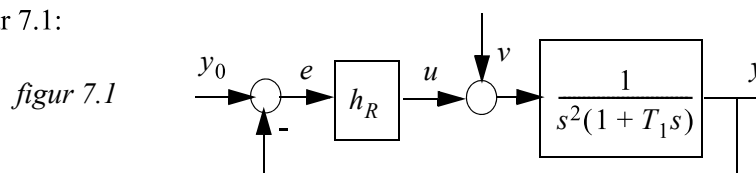
$$A = \begin{bmatrix} -2C_W w_0 & C_G \\ -K_p & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_p \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

- e) (5 %) Finn egenverdiene til det lineariserte system. Kommentér forskjellen i stabilitet for reguleringsystemet ved lave kontra høye hastigheter.

- f) (4 %) Anta fra nå av at bilen kjører svært langsomt. Hastighetsresponsen $\Delta w(t)$ fra stillstand når referansen økes som et sprang fra 0 til en liten verdi Δr , er $\Delta w(t) = \Delta r[1 - \cos(\omega t)]$. Hva skal stå der spørsmålsteget er?

Oppgave 7 (30 %)

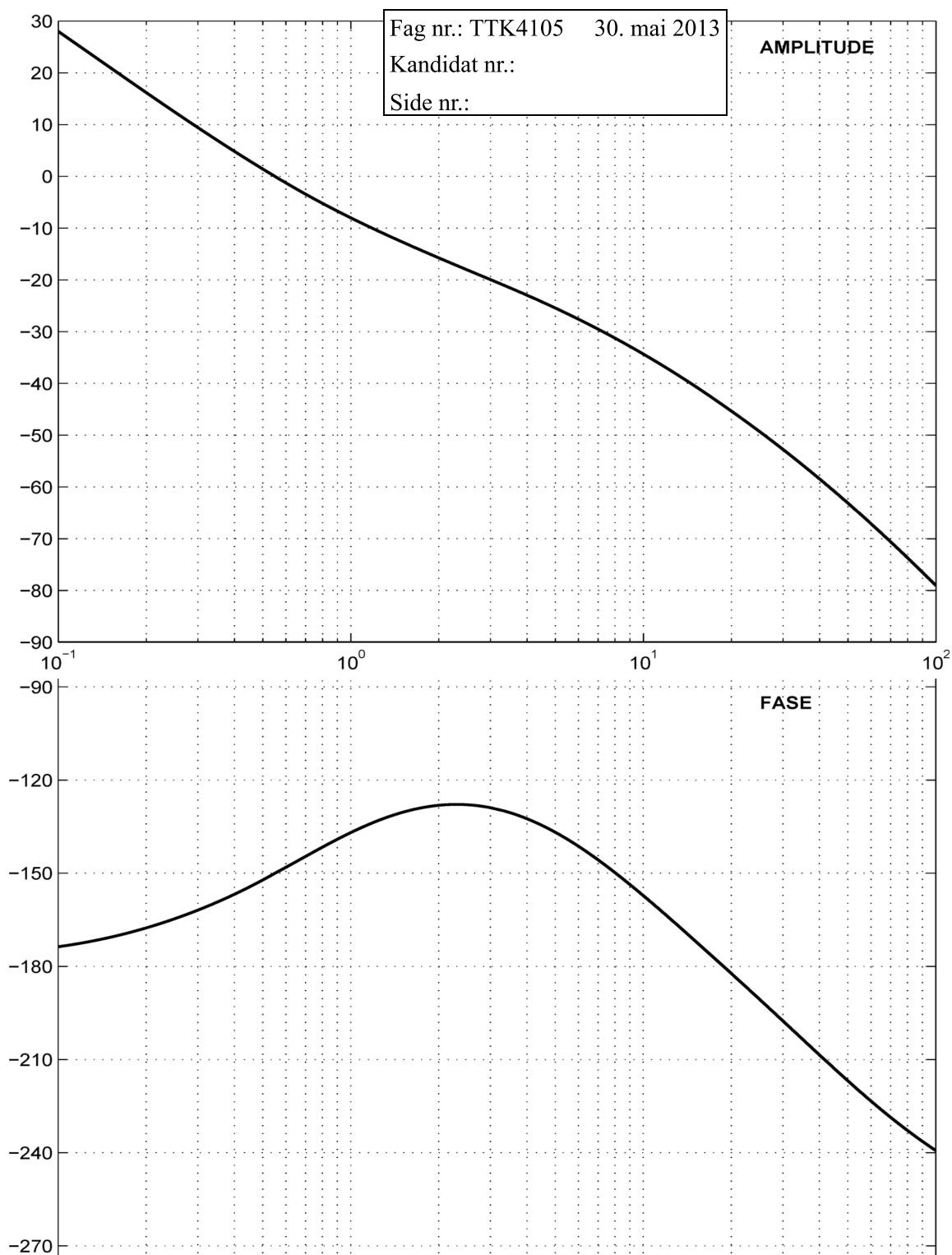
Gitt reguleringsstrukturen i figur 7.1:



- a) (4 %) Vi velger $h_R(s) = K_p \frac{1 + T_d s}{1 + \alpha T_d s}$, $0 < \alpha < 1$ Hva kalles en slik regulator?

Hvorfor bør vi velge en slik i dette tilfellet?

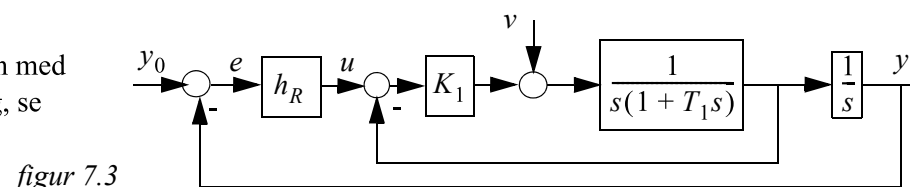
- b) (8 %) Figur 7.2 viser Bode-diagram for h_0 med $T_1 = 0.02$, $T_d = 1.25$, $\alpha = 0.1$, $K_p = 0.25 = -12.04 \text{ [dB]} \approx -12 \text{ [dB]}$. Tegn inn asymptotene til $h_0(j\omega)$, amplitude og fase. Det skal framgå tydelig, om nødvendig med forklaring i tillegg til tegning, hvordan asymptotene er fastlagt – det er ikke nok å bare "smyge dem inntil" de to oppgitte grafer. Ta arket med figur 7.2 ut av oppgavesettet og lever det som en del av besvarelsen.



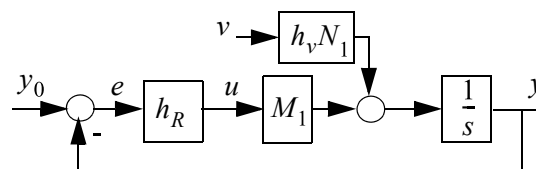
figur 7.2

- c) (8 %) Finn i Bode-diagrammet en ny 0-dB-linje og den tilsvarende nye verdi K_{p1} [dB], som gir størst fasemargin ψ . Videre: Bruk Nichols-diagrammet (gitt i figur 7.4 for h_0 med de samme parameterverdier som i punkt b) til å finne den K_{p2} [dB], som gir resonanstopp 6 dB i avviksforholdet N . Og hvordan finner du K_{p1} [dB] ut fra Nichols-diagrammet? (Tips: $K_{p2} > K_{p1}$.) Tegn inn, og ta arket med figur 7.4 ut av oppgavesettet og lever det som en del av besvarelsen.

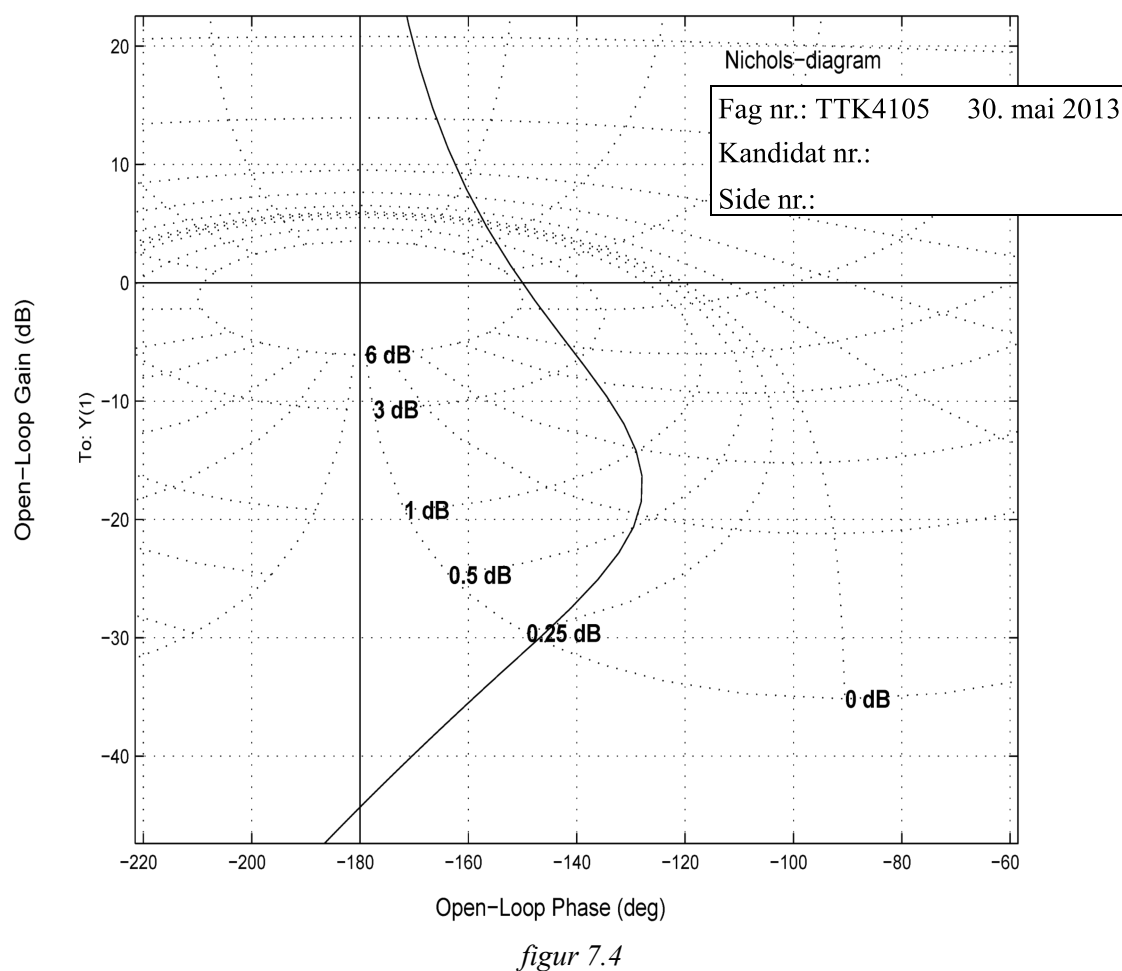
Vi modifierer nå reguleringsstrukturen med intern tilbakkekopling, se figur 7.3.

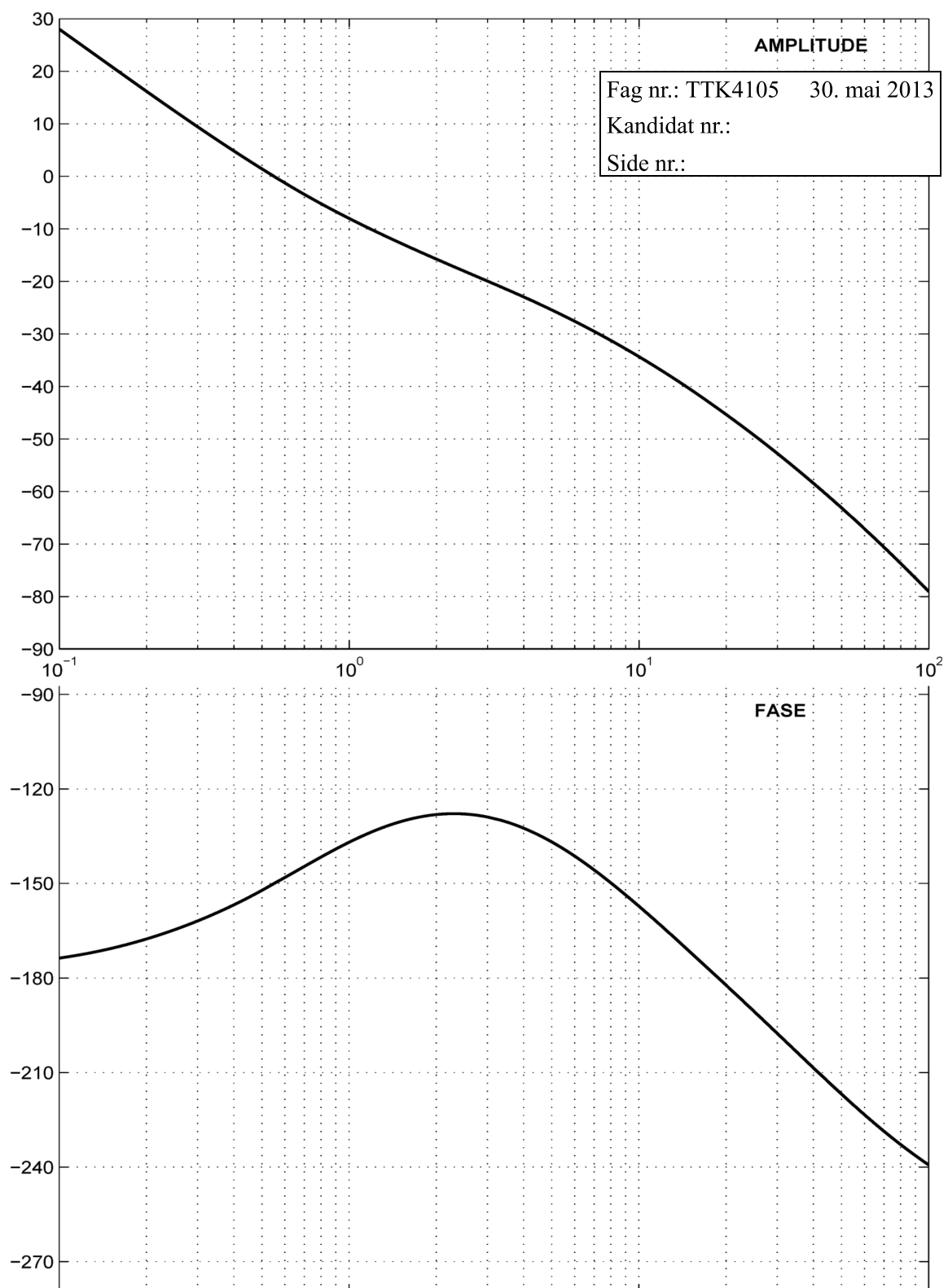


K_1 er nå en "stor" konstant forsterkning. Diagrammet i figur 7.3 kan bringes på formen som er vist i figuren til høyre.



- d) (6 %) Velg $K_1 = 1/T_1$. Finn h_v , N_1 og M_1 .
- e) (4 %) Forklar kort minst to fordeler ved denne løsningen med intern tilbakkekopling!





(Ekstra ark hvis du trenger det.)