Institutt for teknisk kybernetikk
Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, tlf. **7359 4358**, mobil **9189 7045**
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0940 - 1010 og ca. kl. 1115 - 1145.

Eksamen i TTK4105 reguleringsteknikk

torsdag 8. juni 2006

Tid: 0900 - 1300

Denne besvarelse teller 100% på karakteren.

Sensur vil foreligge innen tre uker. Den blir også lagt ut på fagets nettsted når den er klar.

Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmann.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. **Se kjapt gjennom den før du begynner**. Sjekk den alltid før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen**.

STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (34 %)

En data/video-projektor har ei pære med veldig høy temperatur. Temperaturen i glødetråden er x_2. Temperaturen i glasset i pæra er x_1. I drift er pæra kjølt av ei vifte, som blåser luft forbi den med omgivelsestemperaturen v. Effekten som leveres til glødetråden er u. En enkel lineær modell er

$$\begin{aligned} C_1\frac{dx_1}{dt} &= g_2(x_2-x_1)-g_1(x_1-v) \\ C_2\frac{dx_2}{dt} &= u-g_2(x_2-x_1) \end{aligned} \tag{1.1}$$

der C_i, g_i er konstante koeffisienter.

a) (6 %) Finn elementene i A, $\underline{b}$, $\underline{e}$ i en tilstandsrommodell av systemet,

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}u + \underline{e}v \tag{1.2}$$

(Merk: $\underline{e}$ er her en vektor med konstante elementer, og har ingen ting å gjøre med symbolet e som brukes i andre sammenhenger for avvik!)

b) (6 %) Projektoren slås av. Det er ganske opplagt hva x_1 og x_2 går mot da. Men vis hvordan dette framgår av (1.1)!

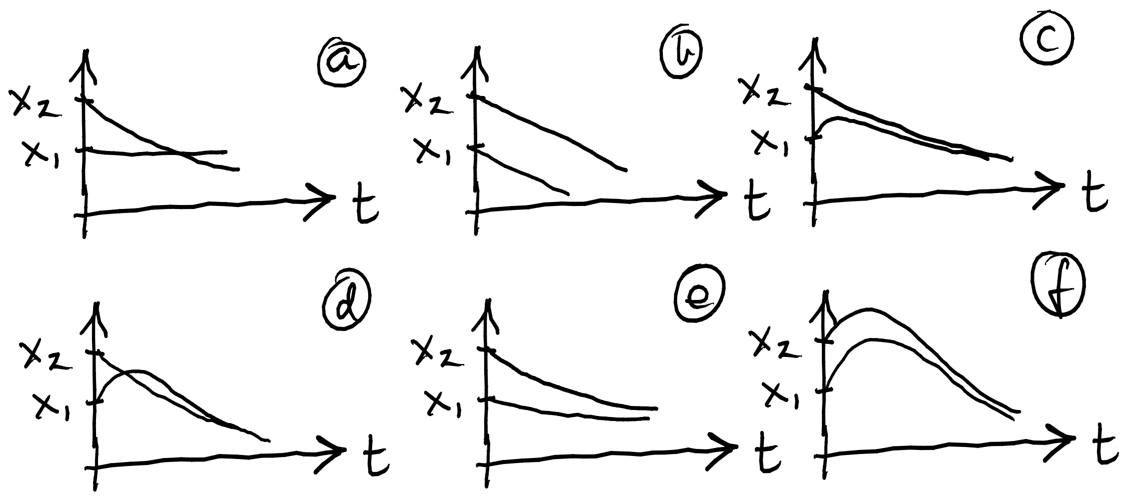
c) (9 %) Jo større effekt u, jo større temperatur i glødetråden, x_2. Finn transferfunksjonen $h(s)$ fra u til x_2!
Tips: Dette kan gjøres på flere måter. For å lette regnearbeidet oppgis følgende om $h(s)$:

$$h(s) = \frac{\mathbf{?} \cdot s + (g_1 + g_2)}{\mathbf{?} \cdot s^2 + [C_2(g_1 + g_2) + \mathbf{?}]s + g_1 g_2} \qquad (1.3)$$

Du skal altså finne ut hva som skal stå der det er spørsmålstegn. Men du kommer videre på underoppgavene nedenfor sjøl om du ikke greier rett svar her.

d) (7 %) Anta konstant effekt u_0. Finn den stasjonære temperaturen i glødetråden x_{20} ved hjelp av sluttverditeoremet, når vi for enkelhets skyld setter romtemperaturen v konstant = 0 grader. Deretter: hva blir x_{20} hvis romtemperaturen er 20 grader?

Figur 1.1 viser noen mulige og umulige alternative tidsforløp når projektoren slås av.



figur 1.1

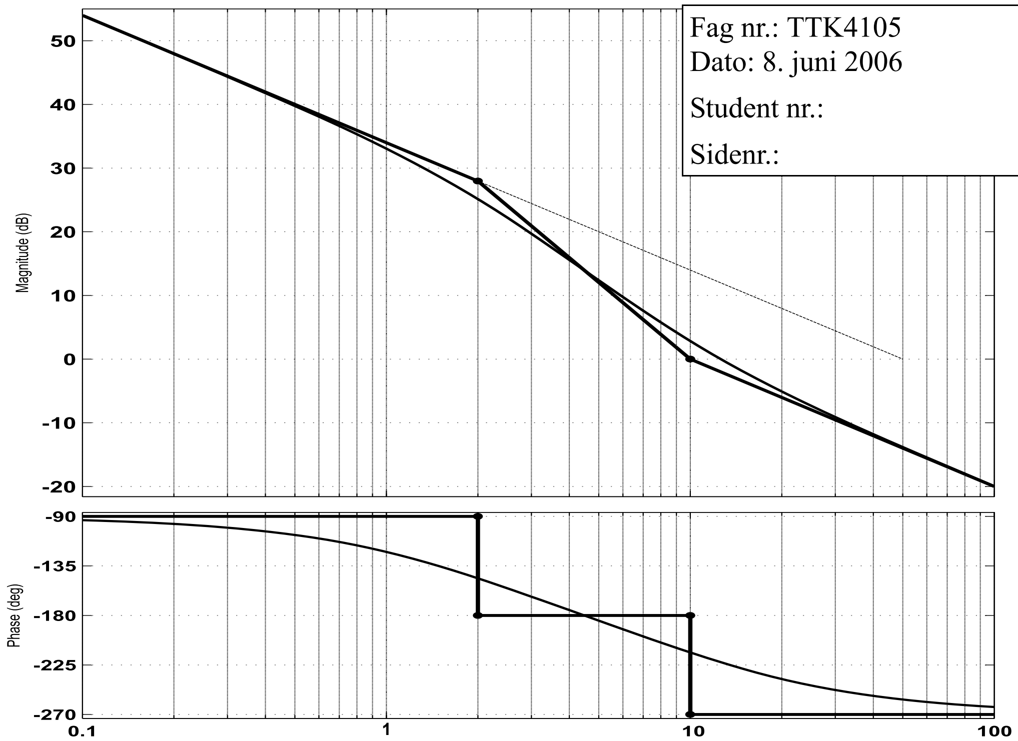
e) (3 %) Projektoren slås av på korrekt vis: da går vifta en god stund etter at at pæra er slukket. Hvilket forløp i figur 1.1 beskriver det som da skjer? Du trenger ikke begrunne ditt valg. Regning kreves ikke.

f) (3 %) Projektoren slås av på ukorrekt vis: du drar ut støpselet og både pære og vifte mister dermed strømmen samtidig. Hvilket forløp i figur 1.1 beskriver det som da skjer? Du trenger heller ikke her begrunne ditt valg, og regning er ikke nødvendig.

Oppgave 2 (33 %)

Bodediagrammet i figur 2.1 viser frekvensresponsen inklusive asymptoter til en åpent stabil prosess $h_u(s)$. Det er også tegnet inn en tynn “hjelpelinje” som du kan bruke i punkt a) nedenfor.

Fag nr.: TTK4105
Dato: 8. juni 2006
Student nr.:
Sidenr.:



figur 2.1

a) (9 %) Finn $h_u(s)$! (- Men hvis du ikke greier det, kan du likevel løse resten av oppgave 2.)

b) (8 %) Anta at $h_u(s)$ skal reguleres med proporsjonalregulator $h_r = K_p$. Finn den K_p som gir forsterkningsmargin $\Delta K = 6\text{dB}$! Hva blir da fasemarginen ψ ? Tegn i Bodediagrammet, og levér det påtegnede ark som del av besvarelsen!

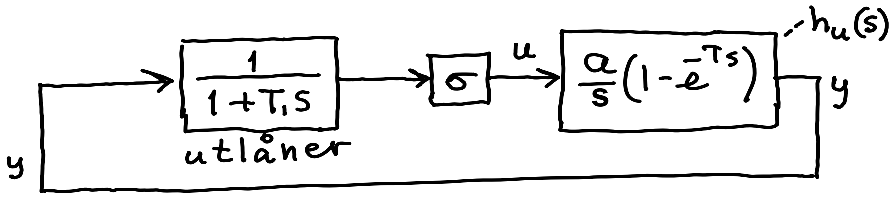
c) (6 %) Ved nærmere ettertanke ønsker du integralvirkning i regulatoren, fordi du vil at reguleringsssystemet skal følge et referansesignal med null stasjonært avvik. Hvilke referansesignal (sprang, rampe og/eller parabel) vil systemet da kunne følge med null stasjonært avvik? Kort verbalt svar er tilstrekkelig, men du kan regne hvis du vil. (Tips: hvis du vil regne, kan det være nyttig å skrive $h_0 = h_r h_u$ som

$$h_0 = \frac{t_0}{s^2 n_0'}$$, der n_0' ikke har noen integrasjoner.)

d) (6 %) Det viser seg at du for denne prosessen ikke kan bruke en PI-regulator hvis du vil ha integralvirkning. Du må da også legge inn derivatvirkning, altså bruke en PID-regulator. Forklar hvorfor!

e) (4 %) Regulatoren skal implementeres diskret, med tastetid $T = 0.02$. Dette gir et ekstra negativt fasebidrag. Hvor stort er dette bidraget ved $\omega = 3$, i grader?

Oppgave 3 (18 %)



figur 3.1

Figur 3.1 viser blokkdiagrammet for en prosess hvor en pengeutlåner søker å øke sin inntektsstrøm y [kr./år] fra sine eksisterende utlån, ved å låne ut på nytt (re-investere) en andel $0 < \sigma < 1$ av den mottatte inntektsstrøm. Pengestrømmen av nye utlån er u [kr./år].
T [år] er lånenes nedbetalingstid.
a [1/år] er en konstant bestemt av renta r [1/år] og nedbetalingstid T. Til seinere bruk oppgis at

$$a = \frac{r}{1 - e^{-rT}} \qquad \text{(merk at } r \text{ er definert slik at f.eks. 6\% rente her blir 0.06)} \qquad (3.1)$$

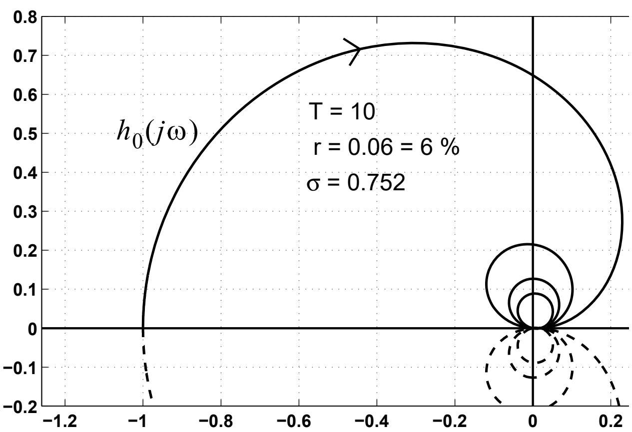
(For spesielt interesserte: blokka h_u beskriver et såkalt annuitetslån, i kontinuerlig-tid-versjon. *Men du trenger ikke vite noe "faglig" om økonomi for å løse denne oppgaven.*)
Utlåneren låner ikke ut sin inntektsstrøm det øyeblikk han mottar den – denne tregheten er modellert som ei 1.-ordens blokk med tidskonstant T_1.

a) (4 %) Kan systemet beskrives på tilstandsromform? Kort, begrunnet, verbalt svar!

b) (6 %) Betrakt delprosessen h_u isolert (ingen tilbakekopling). Skissér impulsresponsen til h_u (bare velg og merk av en vilkårlig a og T for skisseringas del)!

c) (8 %) Systemet har en sløyfetransferfunksjon

$$h_0(s) = -\frac{\sigma a(1 - e^{-Ts})}{s(1 + T_1 s)} \qquad (3.2)$$



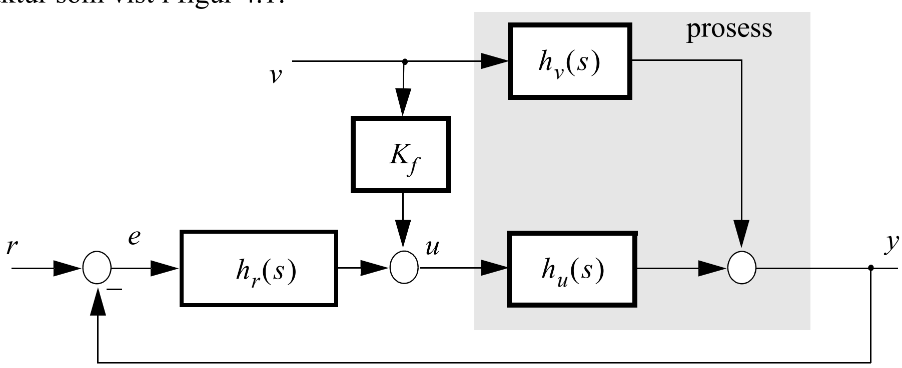
Hvorfor negativt fortegn?
Figuren til høyre viser polar(Nyquist-)diagrammet for $h_0(j\omega)$ for et sett av verdier for σ, r og T. Det oppgis at $h_0(j\omega)$ har sin mest negative realverdi for $\omega = 0$.
Bruk dette og Nyquists stabilitetskriterium til å vise at utlånerens inntektsstrøm y vil vokse hvis

$$\sigma r T > 1 - e^{-rT} \quad !$$

(Tips: du trenger her (3.1)).

Oppgave 4 (7 %)

Gitt en reguleringsstruktur som vist i figur 4.1:



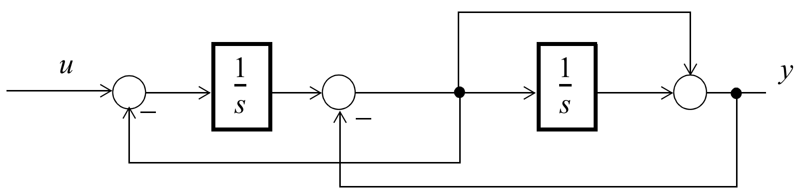
figur 4.1

Her er $h_u(s) = \dfrac{1}{(s+a)^2} e^{-\tau s}$ og $h_v(s) = \dfrac{K}{1+Ts}$.

Du skal finne en *statisk foroverkopling* (som er en konstant forsterkning, kall den K_f). K_f fjerner stasjonært avvik p.g.a. forstyrrelsen v, når *v er et sprang.* Finn K_f!

Oppgave 5 (8 %)

Du skal redusere blokkdiagrammet i figur 5.1, det vil si å finne transferfunksjonen fra u til y.



figur 5.1

Formelsamling

(5 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sf(s), \quad \text{og} \quad \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sf(s) \qquad (V.1)$$

$$\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)\big|_{t=0}, \quad \mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)\big|_{t=0} - \dot{f}(t)\big|_{t=0} \qquad (V.2)$$

Residuregning: $$f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}}\{(s-a_i)^m f(s) e^{st}\}\right]\Bigg|_{s=a_i} \qquad (V.3)$$

Tidsforsinkelse: $$\mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-\tau s} f(s) \qquad (V.4)$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \qquad (V.5)$$

Rettlinja bevegelse: $f = ma$ Rotasjon: $d = I\dot{\omega}$ (V.6)

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau) u(\tau) d\tau, \quad \mathcal{L}[h(t) * u(t)] = h(s) u(s) \qquad (V.7)$$

Linearisering:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta \boldsymbol{u}, \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots \\ \cdots \; \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \qquad (V.8)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \boldsymbol{u}$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan.
Vektoren $1 + h_0(j\omega)$ får en netto vinkeldreining lik

$$\Delta\angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \quad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty \qquad (V.9)$$

N_n blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.

$$x[\mathrm{dB}] = 20 \cdot \log_{10}(x) \qquad \text{(V.10)}$$

Rouths kriterium:
For stabilitet kreves for det første at alle koeffisienter i det karakteristiske polynom (nevnerpolynomet i det lukkede system) må ha samme fortegn. Dessuten må alle koeffisienter i den venstre kolonne i Rouths tabell (nedenfor) ha samme fortegn.

Kall det karakteristiske polynom: $\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0$
Rouhs tabell blir da (i tilfellet vist her er n et oddetall):

$$\begin{array}{llll}
\alpha_n & \alpha_{n-2} & \cdots & \alpha_1 \\
\alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \cdots & \alpha_0 \\
\beta_{n-1} & \beta_{n-3} & \cdots & \\
\zeta_{n-1} & \zeta_{n-3} & \cdots & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\sigma_{n-1} & \sigma_{n-3} & & \\
\eta_{n-1} & & & \\
\omega_{n-1} & & &
\end{array} \qquad \text{(V.11)}$$

De nye koeffisientene i tabellen framkommer etter følgende regler:

$$\beta_{n-1} = \frac{\begin{array}{cc}\alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3}\end{array}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n\alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}}$$

$$\beta_{n-3} = \frac{\begin{array}{cc}\alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5}\end{array}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n\alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}}$$

osv.

Ziegler-Nichols' regler : (V.12)

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.45K_{pk}$	$T_k/1.2$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$T_k/2$	$T_k/8$

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_{180}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdot & \cdot & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot\cdot\cdot & \rho_{n-1} \end{bmatrix}$$

(V.13)

gir $$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{\rho_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \rho_1 s + \rho_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0}$$

Diskret regulator: Alle s erstattes med $\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$, der z er en tidsforskyvingsoperator. (V.14)

Diskret regulator medfører en ekstra tilnærma tidsforsinkelse = $\frac{T}{2}$ i sløyfetransferfunksjonen.(V.15)