TFE4101

KRETS- OG DIGITALTEKNIKK

Gajski:

- Kap. 1: Introduksjon
- Kap. 2.1 – 2.2: Tallsystemer
- Kap. 2.3: Konvertering mellom tallsystemer
- Konvertering av deltall (ikke dekket av boka)
- Avrunding og usikkerhet (ikke dekket av boka)

TFE4101 Læringsmål digitalteknikk

- Kunnskap

5. Forstå ulike tallsystemer og forstå hvordan binær aritmetikk utføres.
6. Kjenne til digitale kretselementer som porter og vipper og forstå hvordan disse kan brukes til å bygge opp kombinatoriske kretser, aritmetiske kretser og enkle minnekretser.
7. Forstå Boolsk algebra og ulike forenklingsmetoder som kan benyttes ved design av digitale kretser og systemer.
8. Forstå hvordan ulike alternative kretsløsninger påvirker tidsforsinkelse, areal og effektforbruk i enkle digitale kretser.

- Ferdigheter

4. Kunne utnytte Boolsk algebra og forenklingsmetoder til å analysere og konstruere digitale kretser og systemer bygget opp av digitale kretselementer som porter og vipper.
7. Kunne benytte moderne verktøy og utviklingskort til design av digitale systemer.

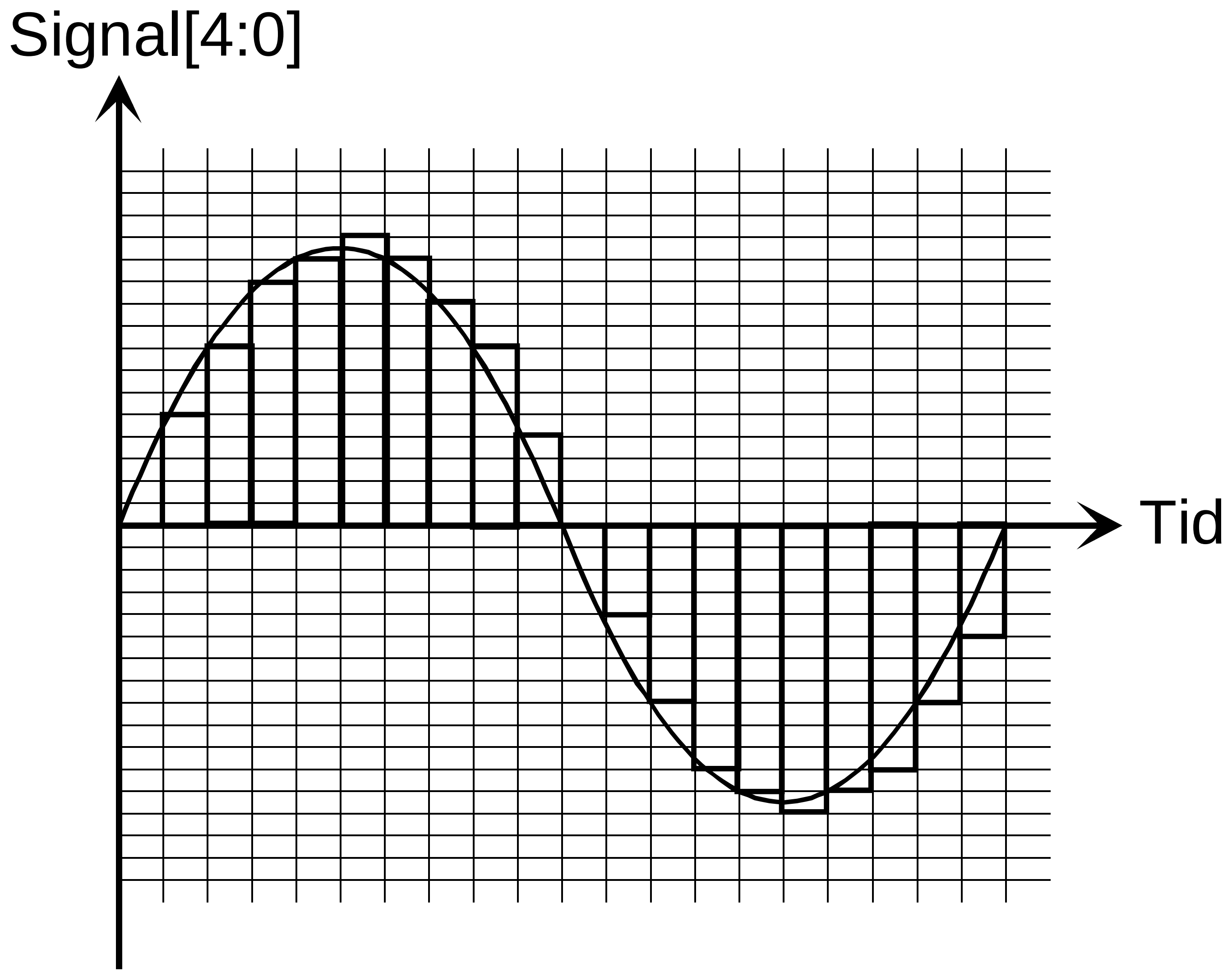
Overordnet plan del 2 Digitalteknikk

- Uke 41 (8. oktober)
  - Intro til digitalteknikken (kapittel 1)
  - Tallsystemer og regnemåter (kapittel 2)
- Uke 42 (13. og 15. oktober)
  - Tallformat og regnemåter (kapittel 2)
  - Boolsk algebra og Boolske funksjoner (kapittel 3)
- Uke 43 (20. og 22. oktober)
  - Algebraisk manipulasjon (kapittel 3)
  - Digitale porter (kapittel 3)
  - Forenkling av Boolske funksjoner (kapittel 4)
- Uke 44 (27. og 29. oktober)
  - Forenkling av boolske funksjoner (kapittel 4)
  - Eksempler på kombinatoriske kretser (kapittel 5)
  - Mer om regnemåter (kapittel 2)
- Uke 45/46 (3., 5. og 10. november)
  - Låser og vipper (kapittel 6)
  - Tilstandsmaskinmodell (kapittel 6)
  - Eksempler på minnekomponenter (kapittel 7)
  - Større designeksempel

Hva er digitalteknikk?

- Digit : Digitus (latin) = Tå eller finger
  - Brukes til å telle → Derfor brukt om tall
- Digital
  - Webster's Dictionary: involving or using numerical digits in a scale of notation to represent discretely all variables occuring in a problem
  - Behandler data representert ved diskrete verdier
  - Motsetning til analogteknikk med kontinuerlige verdier

Hva er digitalteknikk?



Hva er digitalteknikk?

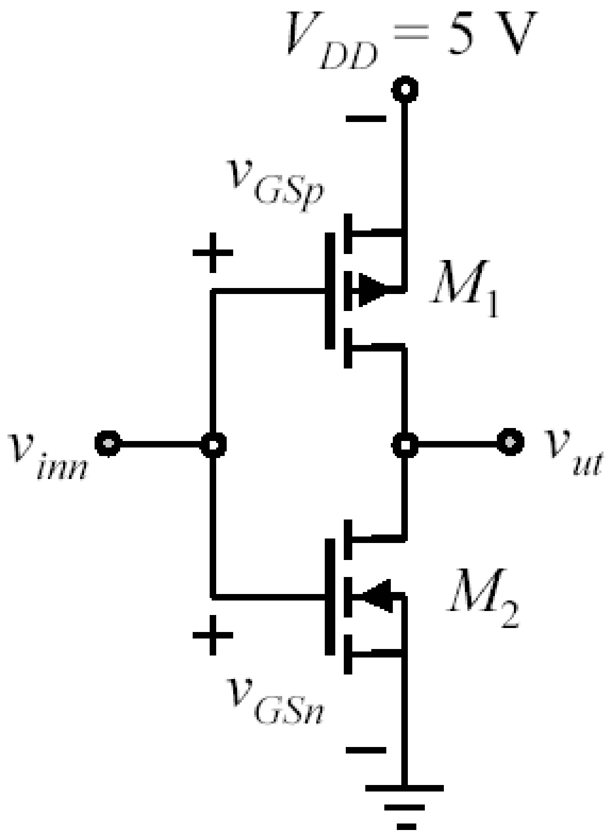
- Teknikk
  - Webster's Dictionary: the body of specialized procedures and methods used in any special field
- Digitalteknikk
  - Settet av spesialiserte prosedyrer og metoder brukt i (design av) systemer som behandler data representert ved diskrete verdier

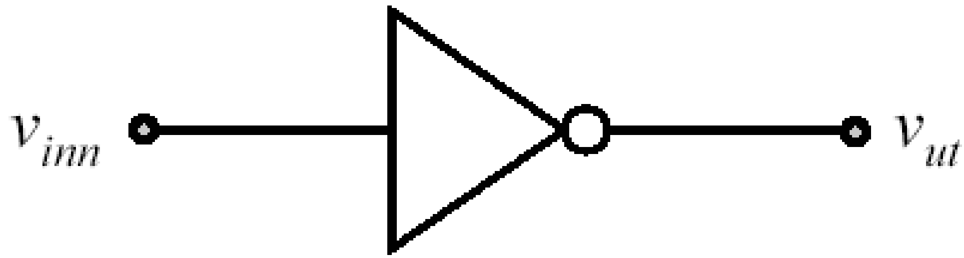
Historikk

- Digital styring av elektromekaniske systemer (heiser, båndopptakere etc.)
- Håndholdte kalkulatorer
- Digital styring av analoge systemer (musikkanlegg, TV, høreapparater)
- Bruk av mikroprosessorer (uP) for slik styring
- Mikroprosessorer i personlige datamaskiner
- Digitale signalprosessorer
- Både digital styring og signalbehandling (CD-spillere, DAT-spillere, multimedia, spill, digital telefoni, digitalt høreapparat, digital-TV, ultralydinstrumenter)
- Integrering av uP, DSP, + digitalt og analogt, alt på *en* og samme IC.
- Kalles nå System-On-Chip: (SoC) - et viktig internasjonalt forskningsområde, - også ved kretsdesignmiljøet på NTNU!

Kobling mot kretsteknikken

CMOS inverter

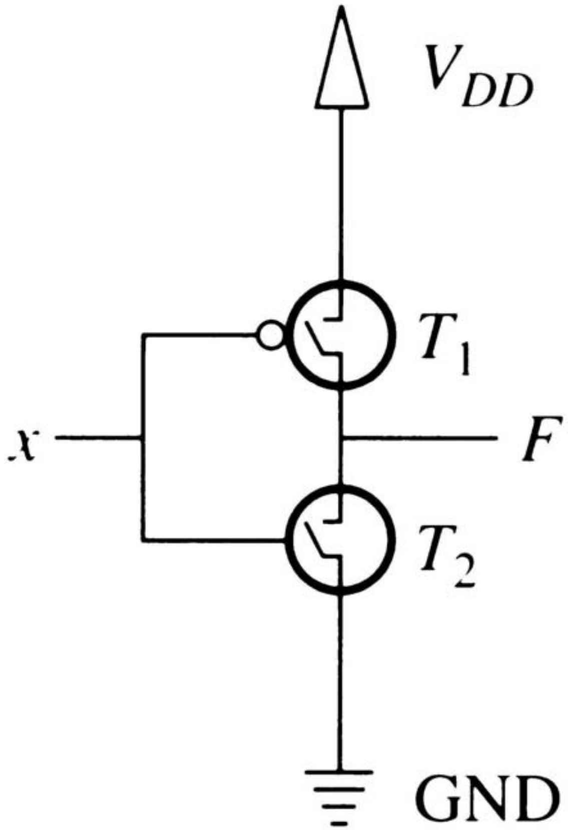


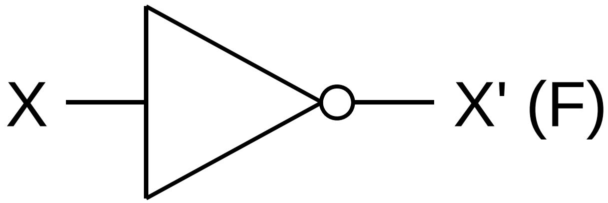


v_{inn} (fysisk)	v_{inn} (logisk)	v_{ut} (fysisk)	v_{ut} (logisk)
~ 0 V	0	~ 5 V	1
~ 5 V	1	~ 0 V	0

Kobling mot kretsteknikken

CMOS inverter

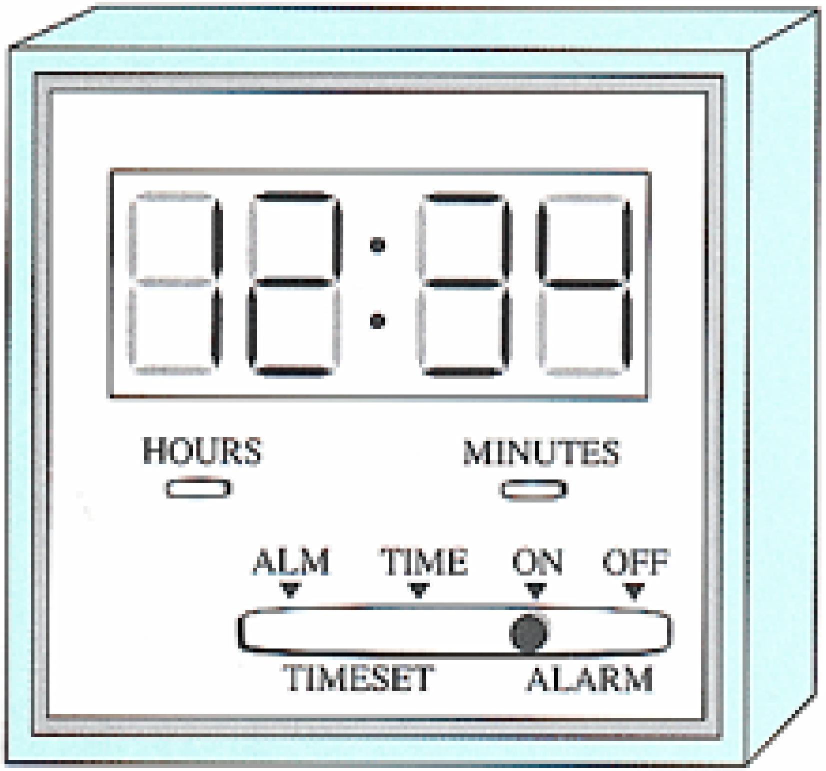




NOT operator

X	X' (F)
0	1
1	0

Design representasjon

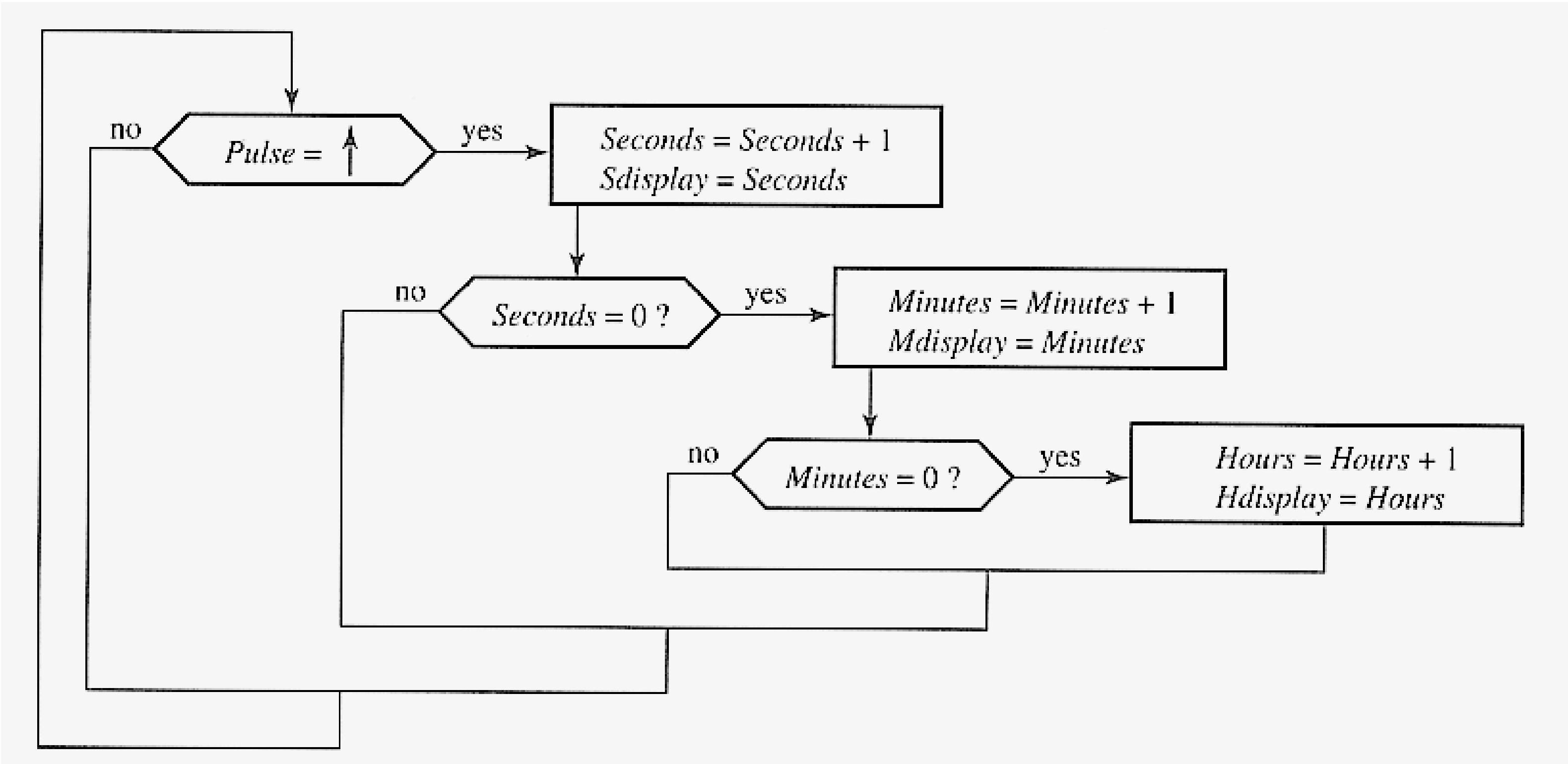


(a) Front view

Spesifikasjon av vekkerklokke

Design representasjon

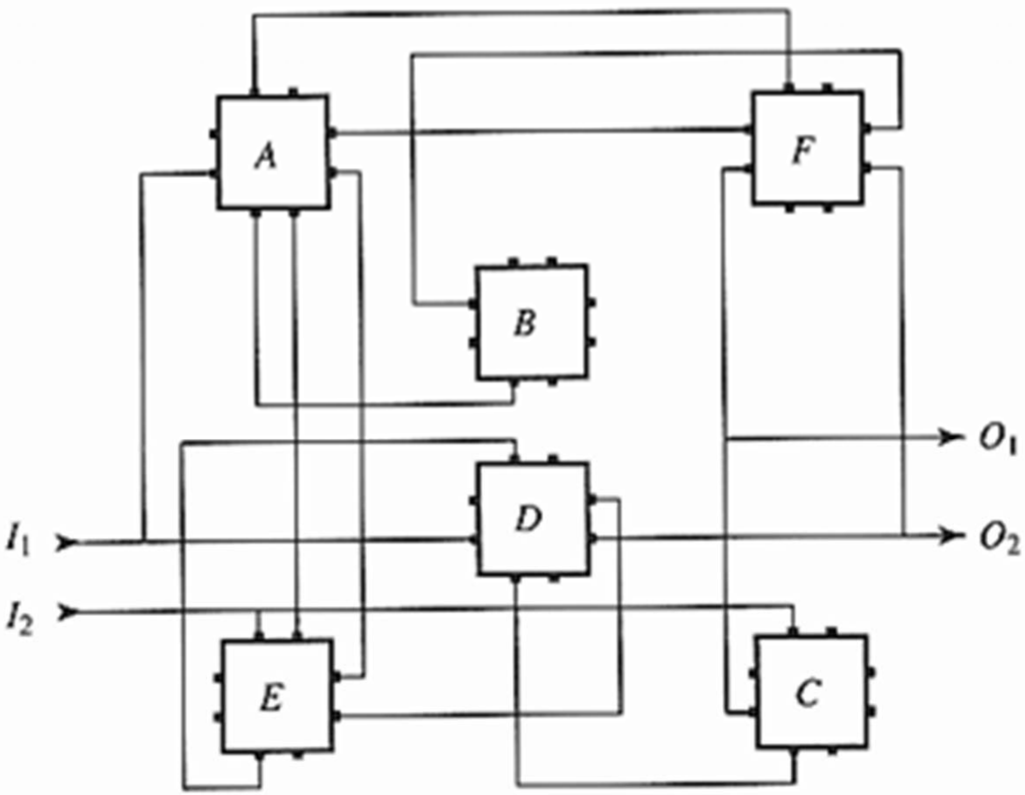
- Oppførselsrepresentasjon (Behavioral or functional)
  - Beskriver hva systemet gjør, dets oppførsel
  - Svart boks respons til alle kombinasjoner av inngangsverdier
  - Ikke implementering



Oppførselsrepresentasjon : klokkeprosess

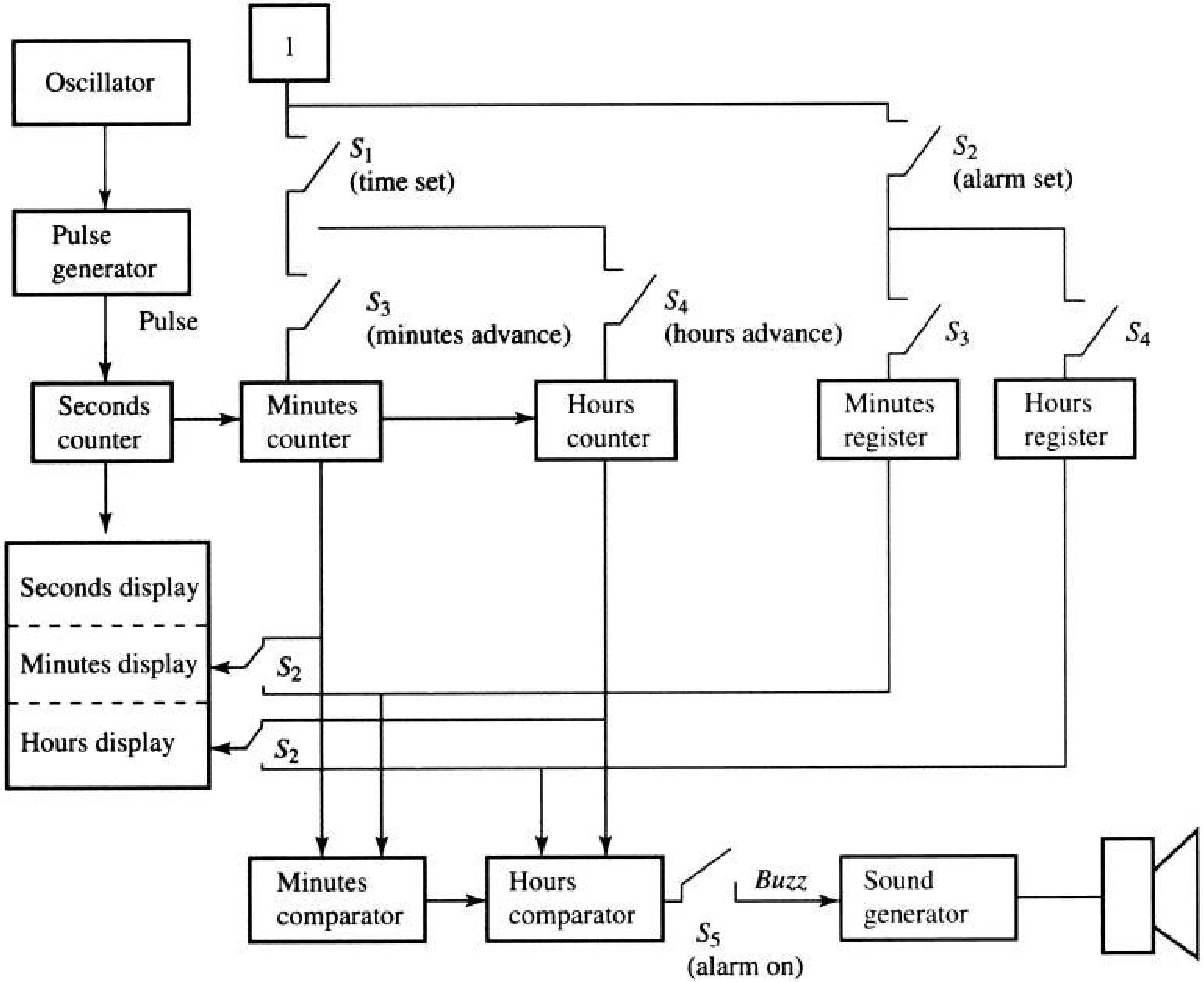
Design representasjon

- Strukturell representasjon
  - Definerer den svarte boksen som et sett av komponenter og deres sammenkobling
  - Sier ikke noe om funksjonalitet



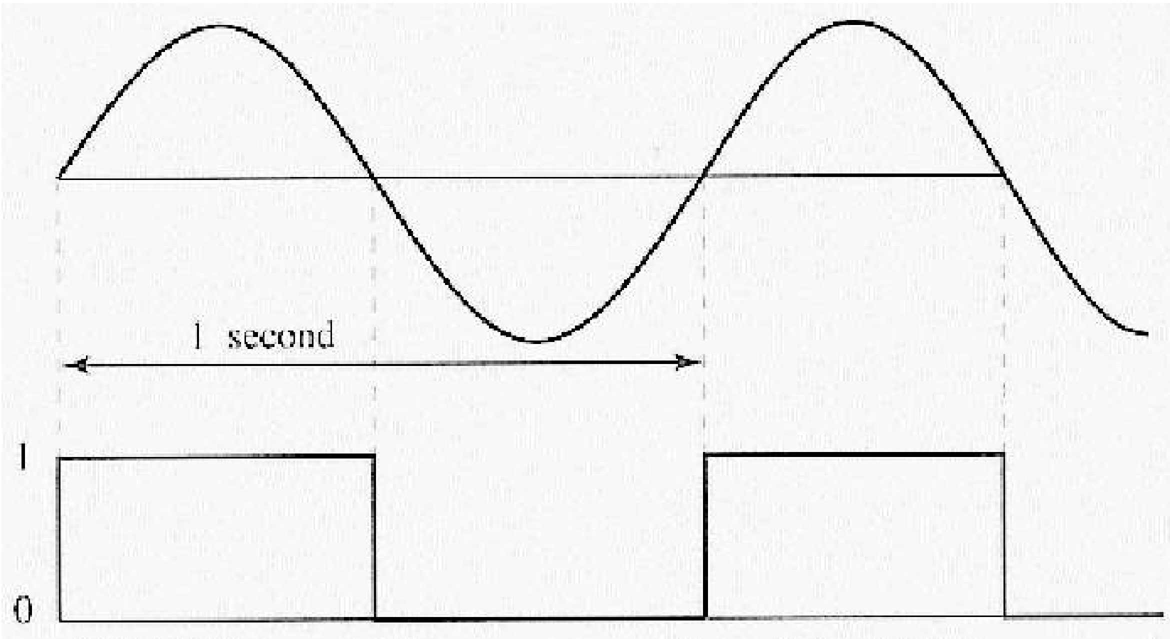
(a) Structural representation

Design representasjon



Strukturell representasjon

Design representasjon



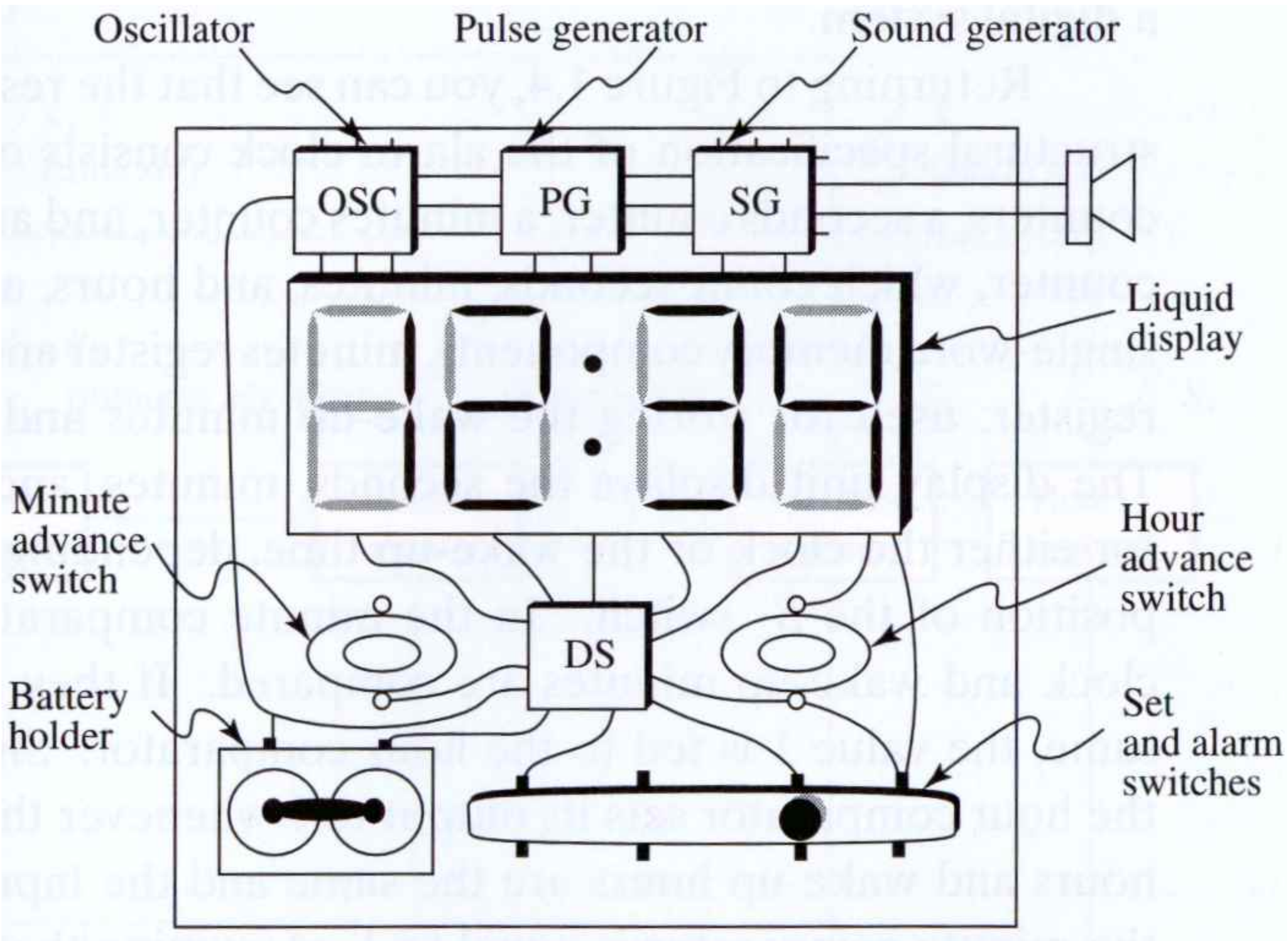
Fra oscillator:
analogt signal

Fra pulsgenerator:
digitalt signal
(AD-konvertert)

Pulsgenerator

Design representasjon

- Fysisk representasjon
  - Definerer de fysiske karakteristikker til den svarte boksen
  - Størrelser og plassering



Abstraksjonsnivå

Nivå	Oppførsel	Strukturelt	Fysisk
Prosessor	Eksekverbar spesifikasjon Programmer	Prosessorer Kontrollere ASICs	Kretskort Multichip-moduler
Register	Algoritmer Flytkart Instruksjonssett	Adderere etc. Registre Datastier	Mikrochips
Port	Boolske likninger Tilstandsmaskiner	Porter Vipper	Moduler
Transistor	Differsiallikninger Strøm-spenning diagram	Transistor Motstand Kondensator	Analoge og digitale celler

Desimal	Binær	Oktal	Heksadesimal
0	**0**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**1**
2	**10**	**2**	**2**
3	**11**	**3**	**3**
4	**100**	**4**	**4**
5	**101**	**5**	**5**
6	**110**	**6**	**6**
7	**111**	**7**	**7**
8	**1000**	**10**	**8**
9	**1001**	**11**	**9**
10	**1010**	**12**	**A**
11	**1011**	**13**	**B**
12	**1100**	**14**	**C**
13	**1101**	**15**	**D**
14	**1110**	**16**	**E**
15	**1111**	**17**	**F**
16	**10000**	**20**	**10**

Radix / base / grunntall

Tallsystem	Radix / base / grunntall
Binært	2
Oktalt	8
Desimalt	10
Heksadesimalt	16

Desimalt: $12 = 12_{10} = (12)_{10} = 12_{(10)}$

Binært: $1100_2 = (1100)_2 = 1100_{(2)}$

Oktalt: $14_8 = (14)_8 = 14_{(8)}$

Heksa: $C_{16} = (C)_{16} = C_{(16)}$

Posisjonsbaserte tallsystemer

- Hvert tall representeres med en streng av siffer
- Posisjonen til hvert siffer har en bestemt vekt (signifikans)

$$364.57 =$$

$$\underbrace{3\cdot10^{2} + 6\cdot10^{1} + 4\cdot10^{0} + 5\cdot10^{-1} + 7\cdot10^{-2}}_{\text{polynomform}}$$

MSD / LSD

- LSD = Least Significant Digit
  Sifferet med minst betydning/vekt/signifikans
  F.eks. 356_{10}, $ABCE_{16}$, 11010_2

- MSD = Most significant digit
  Sifferet med størst betydning/vekt/signifikans
  F.eks. 356_{10}, $ABCE_{16}$, 11010_2

- For binære tall og koder bruker vi MSB og LSB, der B står for bit

Generelt r-tallssystem

Posisjonsbasert:

$D = (d_{m-1}\, d_{m-2} \ldots. d_1\, d_0\, .\, d_{-1}\, d_{-2} \ldots. d_{-n})_r$

- r er radix/grunntall/base
- m er antall siffer i heltallsdelen
- n er antall siffer i deltallsdelen
- d_{m-1} er MSD og d_{-n} er LSD
- Dersom D er heltall er d_0 tallets LSD

På polynomform:

$$D = d_{m-1} \cdot r^{m-1} + d_{m-2} \cdot r^{m-2} + \ldots d_1 \cdot r^1 + d_0$$

$$+\ d_{-1} \cdot r^{-1} + d_{-2} \cdot r^{-2} + \ldots.\ d_{-n} \cdot r^{-n}$$

$$= \boxed{\sum_{i=-n}^{m-1} d_i \cdot r^i}$$

I 2-tallssystem (binært)

Posisjonsbasert:

$B = 0100011\,.\,101_2$

$$B = \sum_{i=-n}^{m-1} b_i \cdot 2^i$$

r = 2

m = 7

n = 3

På polynomform:

$B = 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$+ 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$

$= 0 + 32 + 0 + 0 + 0 + 2 + 1$

$+ 0.5 + 0 + 0.125$

$= 35.625_{10}$

I heksadesimalt tallssystem

Posisjonsbasert:

$H = 23.A_{16}$

$$H = \sum_{i=-n}^{m-1} h_i \cdot 16^i$$

r = 16

m = 2

n = 1

På polynomform:

$B = 2 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0$

$\quad + 10 \cdot 16^{-1}$

$= 32 + 3$

$\quad + 0.625$

$= 35.625_{10}$

Binær til oktal konvertering

- Heltallsdel
  - Start ved binærpunktum
  - Grupper 3 og 3 bit fra høyre mot vestre

$$\underbrace{1}_{1}\ \underbrace{0\ 1\ 0}_{2}\ \underbrace{0\ 1\ 1}_{3}\ \underbrace{1\ 0\ 0}_{4}{}_2 = 1\ 2\ 3\ 4_8$$

- Deltallsdel
  - Start ved binærpunktum
  - Grupper 3 og 3 bit fra venstre mot høyre

$$0.\ \underbrace{1\ 0\ 1}_{5}\ \underbrace{1\ 1}_{6}{}_2 = 0.5\ 6_8$$

- Tilsvarende andre veien

Binær til heksadesimal konvertering

- Heltallsdel
  - Start ved binærpunktum
  - Grupper 4 og 4 bit fra høyre mot venstre

$$\underbrace{10}_{2}\,\underbrace{1001}_{9}\,\underbrace{1100}_{C}{}_2 = 29C_{16}$$

- Deltallsdel
  - Start ved binærpunktum
  - Grupper 4 og 4 bit fra venstre mot høyre

$$0.\underbrace{1011}_{B}\,\underbrace{1}_{8}{}_2 = 0.B8_{16}$$

- Tilsvarende andre veien

Konvertering til desimaltall

Eks: $BADE_{16} = 11 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0$

$= 11 \cdot 4096 + 10 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 14 \cdot 1$

$= 47838_{10}$

Alternativt: Et tall D kan skrives som

$$D = ((\ \ldots\ ((d_{m-1}) \cdot r + d_{m-2}) \cdot r + \ldots) \cdot r + d_1) \cdot r + d_0$$

Setter inn:

$BADE_{16} = (((11) \cdot 16 + 10) \cdot 16 + 13) \cdot 16 + 14$

$= 47838_{10}$

NTNU

Konvertere desimaltall til radix r

$$D = ((\ \dots\ ((d_{m-1}) \cdot r + d_{m-2}) \cdot r + \dots) \cdot r + d_1) \cdot r + d_0$$

Dividerer D på r

$$D/r = \underbrace{(\ \dots\ ((d_{m-1}) \cdot r + d_{m-2}) \cdot r + \dots) \cdot r + d_1}_{\text{Q kvotient}} + \underbrace{d_0}_{\text{Rest}}/r$$

- d_0 = Rest
- Dividerer Q på r
- d_1 = Rest
- osv.

Konvertering av deltall til radix r

- For deltall multipliserer vi suksessivt med radix
- Vi må ofte foreta avrunding

- Konverter 0.513_{10} til oktalt med 5 siffer etter radix-punkt

$0.513 \cdot 8 = 4.104$	4 (MSD)
$0.104 \cdot 8 = 0.832$	0
$0.832 \cdot 8 = 6.656$	6
$0.656 \cdot 8 = 5.248$	5
$0.248 \cdot 8 = 1.987$	1
$0.987 \cdot 8 = 7.872$	7

$$0.513_{10} \approx 0.40651\cancel{7}_8 \approx 0.40652_8$$

Står ikke i boka (se øving 1)

Gruppeoppgave

1. Konverter HEX $\rightarrow$ DEC (velg metode selv)
   $7A9.D1_{16} =$

2. Konverter 6.72_{10} til binært (n=3)

Avrunding og usikkerhet

Avrunding til *n* siffer etter radix-punktum

- Desimaltall (med *n* = 3)

4 3 . 4 4 8 6 ← $\geq \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$

4 3 . 4 4 9

1 5 . 2 2 1 4 ← $< \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$

1 5 . 2 2 1

Står ikke i boka (se øving 1)

Avrunding og usikkerhet

- Heksadesimalt (med *n* = 3)

$14.67A8_{16}$ ← $\geq (½ \cdot 16^{-3})_{10}$

↓

$14.67B_{16}$

$14.67A7_{16}$ ← $< (½ \cdot 16^{-3})_{10}$

↓

$14.67A_{16}$

$14.67B_{16}$ representerer følgelig området

$14.67A8000\ldots_{16} \leftrightarrow 14.67B7FFF\ldots_{16}$

Usikkerheten = $\pm (½ \cdot 16^{-3})_{10}$

Avrunding og usikkerhet

- Generelt: Et tall D_r avrundet til *n* siffer etter radix-punkt har usikkerhet på:

$$\pm \left(\tfrac{1}{2} \cdot r^{-n}\right)_{10}$$

Avrunding og usikkerhet