Øving 2, Ind. el. - TTK4240

Rendell Cole

Ønsker tilbakemelding :)

Super! Godkjent! Ahm

Oppgave 1

a) Ved $t \geq 0$ har vi

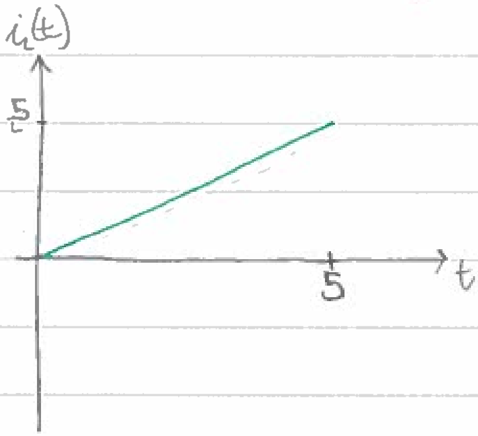
$$V_S = V_L$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \quad di_L = \frac{1}{L} dt$$

$$\Leftrightarrow \quad i_L(t) = \frac{1}{L} t$$

R



b) All strømmen går gjennom C, så

$$I_s = i_c$$

$$= C\frac{dv_c}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \quad dv_c = \frac{I_s}{C}dt$$

$$= \frac{1}{1}dt$$

$$\Leftrightarrow \quad v_c = t$$

c) Hele V_s ligger over V_c så

$$V_s = V_c$$

$$V_s \cdot u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_c(\tau)d\tau + V_0$$

$$V_s \frac{d}{dt}u(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{C}\int_0^t i_c(\tau)d\tau + V_0\right)$$

$$\Rightarrow V_s\delta(t) = \frac{1}{C}i_c(t)$$

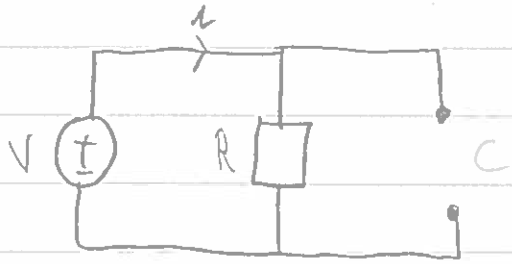
$$\Leftrightarrow i_c(t) = V_s \cdot C \cdot \delta(t) = 0 \text{ for alle } t \neq 0.$$

I praksis ville $i_c(t)$ gått fort mot null mens kondensatoren lades opp. Problemet er at vi ikke har tatt hensyn til ledningens motstand, og uten andre motstander i kretsen vil den teoretiske kondensatoren lades opp uendelig fort.

R

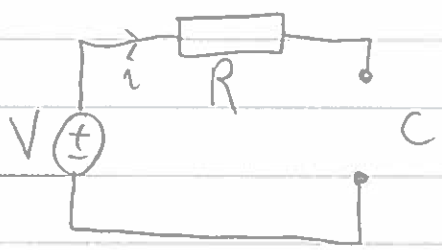
d,e,f) Når tiden går mot uendelig vil strømmene og spenningene oppføre seg iht. kilden. Kilden gir konstant spenning så spolene vil da bli kortslutninger mens kondensatorene blir åpne.

d) Tegner kretsen når $t \to \infty$:



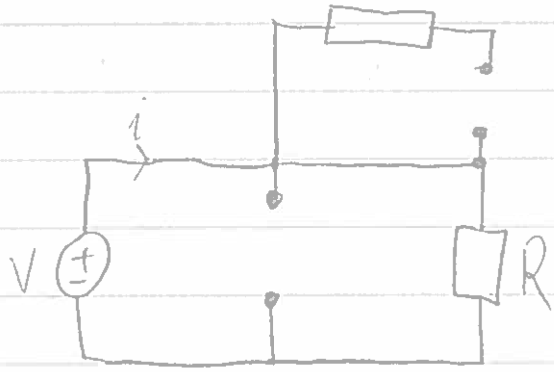
$$i = \frac{V}{R} = 1A$$ R

e) Tegner kretsen når $t \to \infty$:



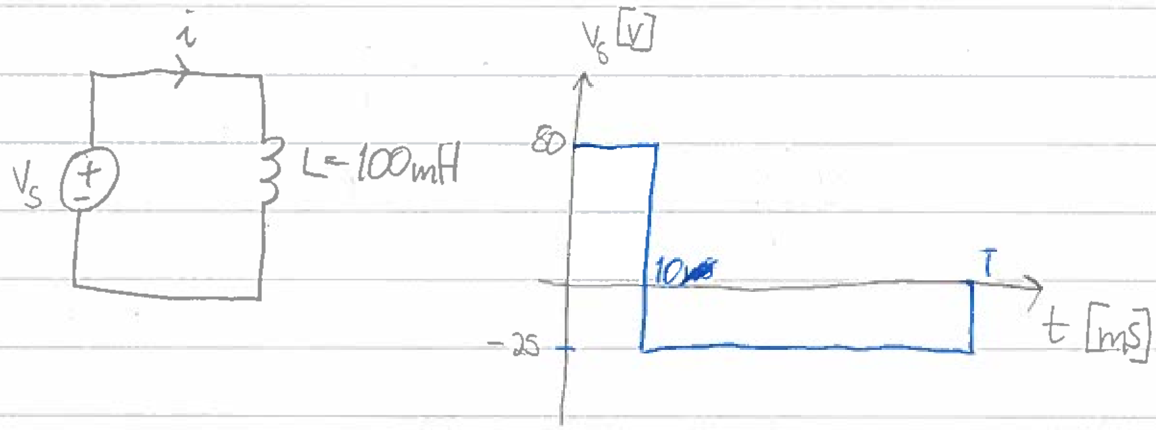
$i = 0A$ R

f)



$i = \frac{V}{R} = 1A$ R

Oppgave 2



a) $V_S = V_L = L\frac{di}{dt}$

$80 = 0.1\frac{di}{dt}$, $0 < t \leq 10ms$

$\Leftrightarrow \frac{di}{dt} = 800$

$\underline{\underline{i(t) = 800t}}$ R

b) Ved $t = 10ms$ har vi $i(10ms) = 8A$

Ligningen blir da

$V_S = V_L$

$di = -250\,dt$

$$\int_{i(10)}^{i(t)} di = \int_{10ms}^{t\,ms} -250\,d\tau$$

$$i(t) - 8 = (-250t + 2500)\cdot 10^{-3}\ A$$

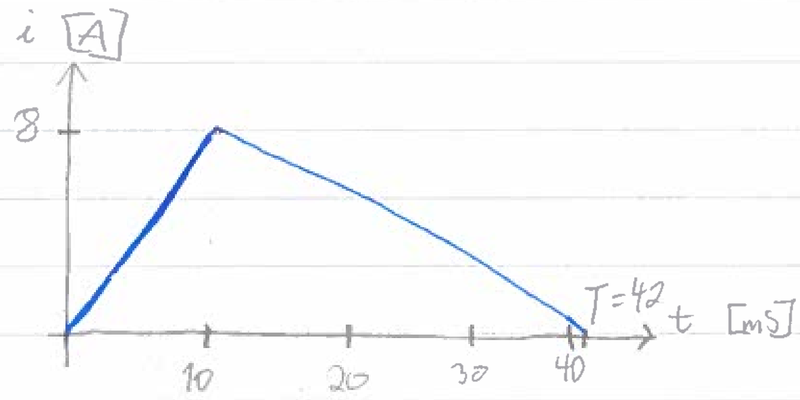
$$= 2{,}5 - 0.25t$$

$$\Rightarrow i(t) = 10{,}5 - 0.25t$$

Løser $i(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{10{,}5}{0{,}25} = 42\ mS$

Så $\underline{T = 42\ mS}$

c)



Oppgave 3

a) Spolen vil oppføre seg som en kortslutning og

$$i_L(t\to\infty) = \frac{V_S}{R}$$

b) Bruker KVL på kretsen og får

$$V_S = V_R + V_L$$

$$V_S = R\cdot i_L + L\cdot\frac{di_L}{dt} \qquad (*)$$

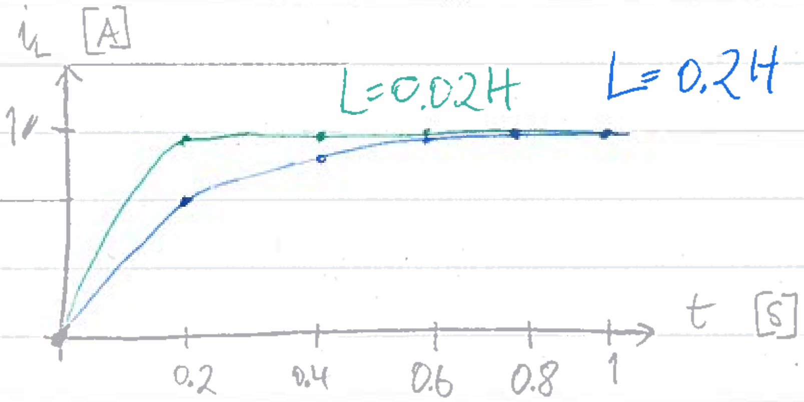
c) Siden $V_L = L\cdot\frac{di}{dt}$ vil spolen motstå raske og store hopp i strømmen. Når spenningen hopper ved $t=0$ vil strømmen også må hoppe. Siden denne strømmen går gjennom spolen vil en spenning bli indusert med motsatt retning av V_S. Dette demper strømhoppet slik at strømmen endres kontinuerlig, og dermed må $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0$

d) $(*) \iff \frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L}i_L = \frac{V_S}{L}$

$$\iff \frac{d}{dt}\left(i\,e^{\frac{R}{L}t}\right) = \frac{V_S}{L}e^{\frac{R}{L}t}$$

$$\iff i_L e^{\frac{R}{L}t} = \frac{V_S}{\cancel{L}}\cdot\frac{\cancel{L}}{R}\left(e^{\frac{R}{L}t} - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad i_L(t) = \frac{V_s}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



Stasjonærverdi: $\frac{V_s}{R} = \frac{1V}{1\Omega} = 1A$

Det er tydelig at den større spolen (L=0,2H) motstår endringen i strøm mer enn den mindre spolen, som stemmer overens med påstanden.

Oppgave 4

a) $v_L = L \frac{di_L}{dt}$

La $V_L = \mathcal{L}\{v_L\}$, $I_L = \mathcal{L}\{i_L\}$.

Da har vi $\mathcal{L}\{v_L\} = \mathcal{L}\{L \frac{di_L}{dt}\}$

$\Leftrightarrow V_L = L(sI_L - i_L(0))$

$= sLI_L - Li_L(0)$ R

b) $v_s u(t) = Ri_L + L\frac{di_L}{dt}$; $i_L(0) = 0$

Laplace

$\frac{V_s}{s} = RI_L + sLI_L - \cancel{Li(0)}$ $i(0)=0$

$\Leftrightarrow I_L(sL+R) = \frac{V_s}{s}$

$I_L = \frac{V_s}{s(sL+R)} = \frac{V_s/L}{s(s+R/L)}$

$\frac{V_s/L}{s(s+R/L)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+R/L}$

$V_s/L = K_1(s+R/L) + K_2 s$

$$\Rightarrow \quad K_1 = \frac{V_S}{R}$$

$$K_2 = -K_1 = -V_S/R$$

Så

$$I_L = \frac{V_S}{R}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+R/L}\right)$$

$$\rightarrow \quad i_L(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)u(t)$$ R

c) Kondensatorligningen er

$$i_c(t) = C \cdot \frac{dV_c}{dt}.$$

Tar Laplace trans. og får:

$$I_c = C \cdot \left(sV_c - v_c(0)\right)$$

$$= sCV_c - Cv_c(0)$$ R

d) Kirchoffs spg. lov gir at

$$V_c + U_R = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad v_c + R \cdot i = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad v_c + RC\frac{dv_c}{dt} = 0$$

Så diffligningen blir

$$\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{RC} v_c = 0 \quad , \quad v_c(0) = V_0 \qquad (*)$$

e) $i(t) = \frac{V_c(t)}{R}$.

løser først $v_c(t)$.

$$sV_c - v_c(0) + \frac{V_c}{RC} = 0$$

$$V_c\left(s + \frac{1}{RC}\right) = V_0$$

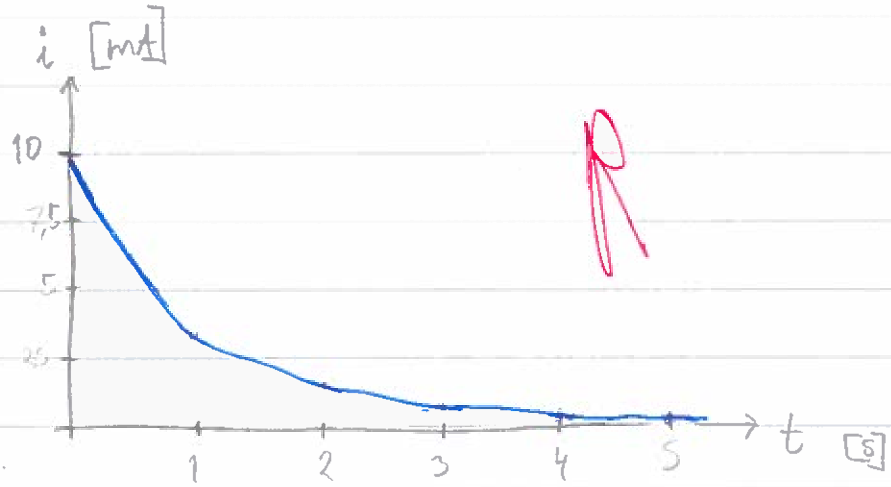
$$V_c = \frac{V_0}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$\Rightarrow \quad V_c(t) = V_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Siden $i(t) = \frac{V_c(t)}{R}$ har vi

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

R



R

Oppgave 5

a) Fra (4b) har vi

$$i_L(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Vi ser at $i_L(0) = 0$, $i_L(t \to \infty) = \frac{V_S}{R}$

Ønsker da å løse

$$\frac{i_L(\tau) - i_L(0)}{i_L(t\to\infty) - i_L(0)} = 1 - \frac{1}{e}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - e^{-\frac{R}{L}\tau} = 1 - e^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad \underline{\tau = \frac{L}{R}}$$

R

b) Fra (4e)

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

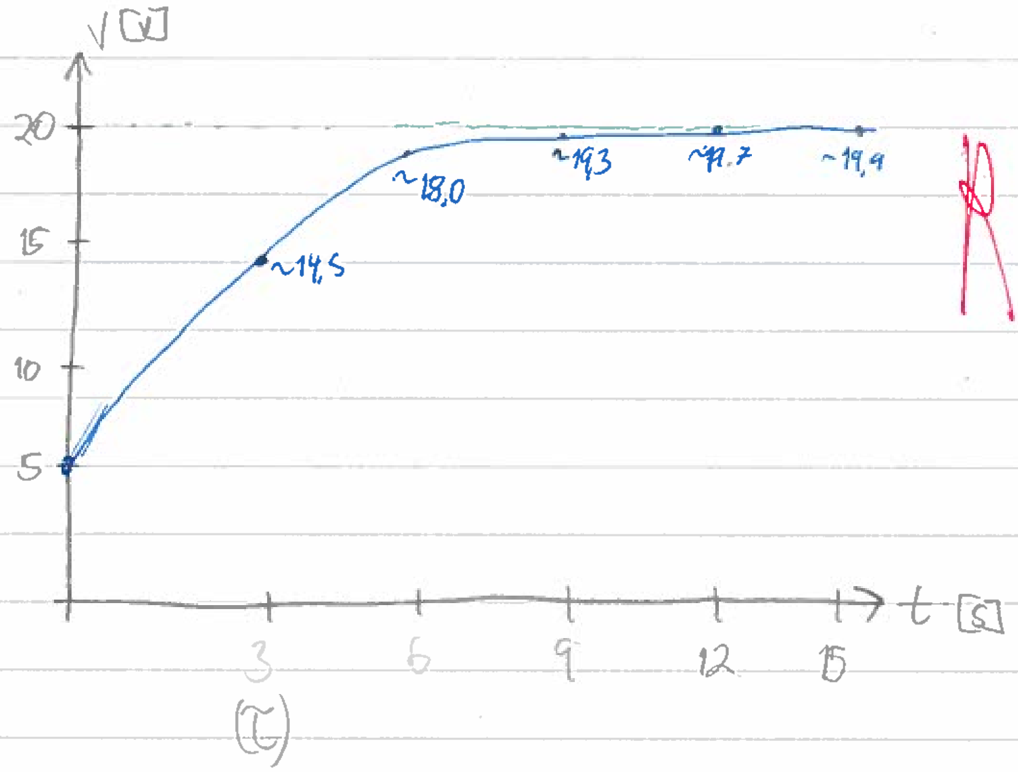
Som gir $i(0) = \frac{V_0}{R}$, $i(t \to \infty) = 0$

og $$1 - \frac{1}{e} = \frac{\cancel{\frac{V_0}{R}} e^{-\frac{1}{RC}\tau} - \cancel{\frac{V_0}{R}}}{0 - \cancel{\frac{V_0}{R}}}$$

$$\Leftrightarrow 1 - e^{-1} = 1 - e^{-\frac{1}{RC}\tau}$$

$$\Leftrightarrow \tau = RC$$ R

c)



R