NTNU
Institutt for teknisk kybernetikk

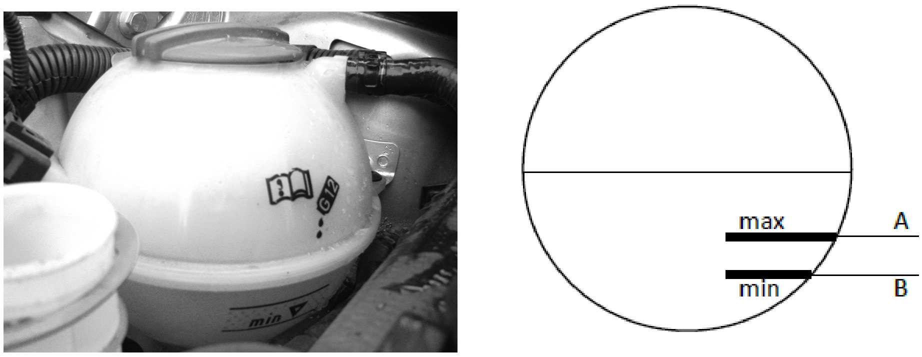
Avsluttende Eksamen TTK4100 Kybernetikk Introduksjon

Tirsdag 1.juni 2010

Tid: 09:00 - 13:00

Kontaktperson:	Professor Tommy Gravdahl Tlf.: (735)94393 eller 90144212
Hjelpemidler:	D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt. NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.
Språk:	Norsk (Bokmål)
Antall sider:	8

Da tidligere vurdering i faget teller 30% av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 70%.



(a) Bilde av tanken (b) Skisse med signaler

Figur 1: Den kuleformede tanken i Oppgave 1

Oppgave 1. (11%)

En ekspansjonstank som også viser nivået for kjølevæske i en bilmotor er vist i Figur 1. Det vil være skadelig for motoren både om nivået er for lavt og om det er for høyt. I tanken er det montert to binære sensorer som gir signalet 1 hvis sensoren er våt, dvs hvis den berører væske, og signalet 0 hvis sensoren er tørr, dvs ikke berører væske. Disse sensorene er montert på max og min-merket i tanken, de to horisontale linjene på nedre halvdel av tanken. En varsellampe skal gi signal til føreren av bilen hvis væskenivået er utenfor det tillatte området. Lampen vil lyse hvis den får signalet 1

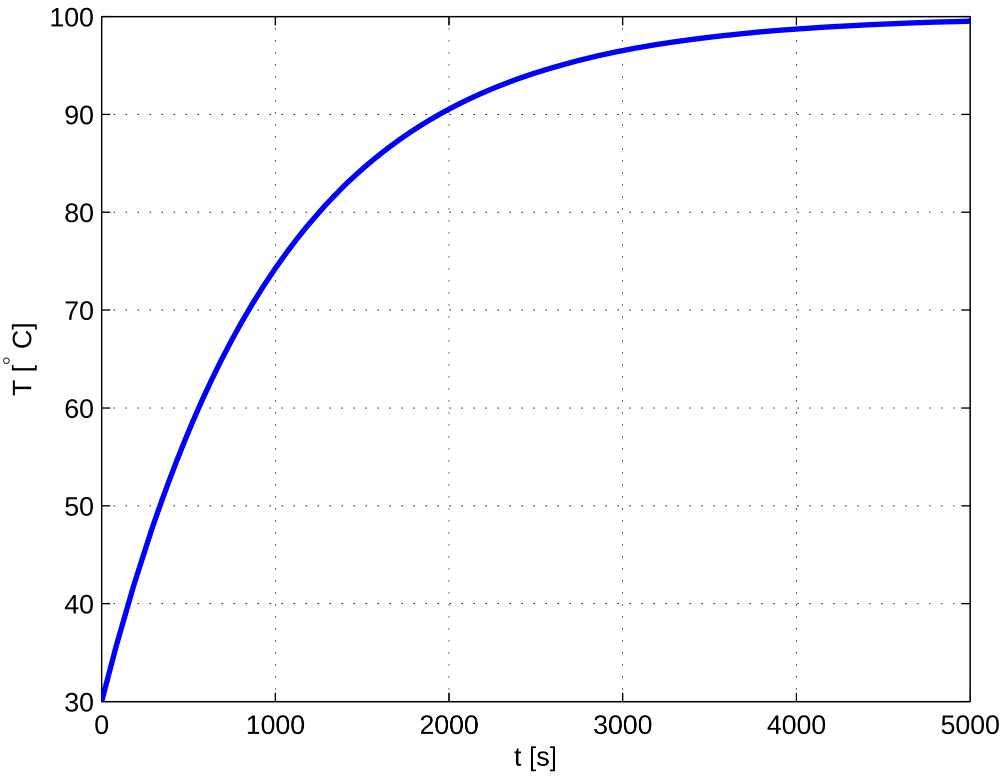
a) (2%) Signalet fra max-sensoren kalles A og signalet fra min-sensoren kalles B. Sett opp et boolsk uttrykk for signalet C som skal sendes til lampen.

b) (2%) Vis med en enkel skisse av logiske kretser hvordan signalene fra sensorene må kobles for at alarmlampen skal fungere riktig.

c) (2%) Sensorene er basert på kapasitive følere. Forklar kort hvordan den elektriske egenskapen kapasitans kan brukes til å måle nivå.

d) (3%) Beskriv kort tre andre teknikker for å måle væskenivå i en tank

e) (2%) Hvis vi skulle ha funnet en matematisk modell for nivået i denne tanken, hvilken egenskap ved tanken forhindrer oss i å finne en modell på formen $\dot{x} = ax + bu$?



Figur 2: Temperatur som funksjon av tid. Til bruk i oppgave 2c)

Oppgave 2. (31%)

En forenklet modell for vanntemperaturen i en varmtvannstank er gitt av

$$\dot{T} = -k_1 T + k_2 P, \tag{1}$$

der T er vanntemperaturen, P er effekten fra varmeelementet som tilføres vannet og k_1 og k_2 er konstanter

a) (2%) Hvilken bevaringslov er blitt brukt for å komme frem til (1)?

b) (2%) En mer realistisk modell ville ha bestått av en differensialligning til som ville ha beskrevet inn- og ut-strømmingen i tanken. Hvilken bevaringslov ville ha blitt brukt for å komme frem til denne ligningen?

c) (6%) For å finne verdier for k_1 og k_2 ble det foretatt et eksperiment der det konstante pådraget $u = P = 1000\,\text{W}$ ble satt på og temperaturen i vannet ble målt. Resultatet fra eksperimentet er vist i Figur 2. Bruk figuren til å finne numeriske verdier for konstantene k_1 og k_2.

Tips: tallene k_1 og k_2 blir små og positive. Vi skal ikke bruke de numeriske verdiene til k_1 og k_2 videre i oppgaven.

d) (2%) For å unngå oppblomstring av bakterier i tanken er det viktig at temperaturen kan holdes på et høyt, konstant nivå. Det foreslås å bruke P-regulatoren

$$u = P = -k_p(T - T_r), \tag{2}$$

der k_p er regulatorens forsterkning og T_r er den *konstante* referansetemperaturen. Regn ut stasjonærverdien T_s til systemet (1) med regulator (2).

e) (2%) Hvorfor kan vi i praksis *ikke* eliminere det stasjonære avviket ved å øke forsterkningen i P-regulatoren?

f) (8%) For å regulere temperaturen uten stasjonært avvik, foreslås å bruke PI-regulatoren

$$u = P = -k_p(T - T_r) - k_i \int_0^t (T - T_r)d\tau. \tag{3}$$

i) Sett $x = T$ og vis at systemet bestående av modellen (1) og regulatoren (3) kan skrives som den andreordens differensialligningen

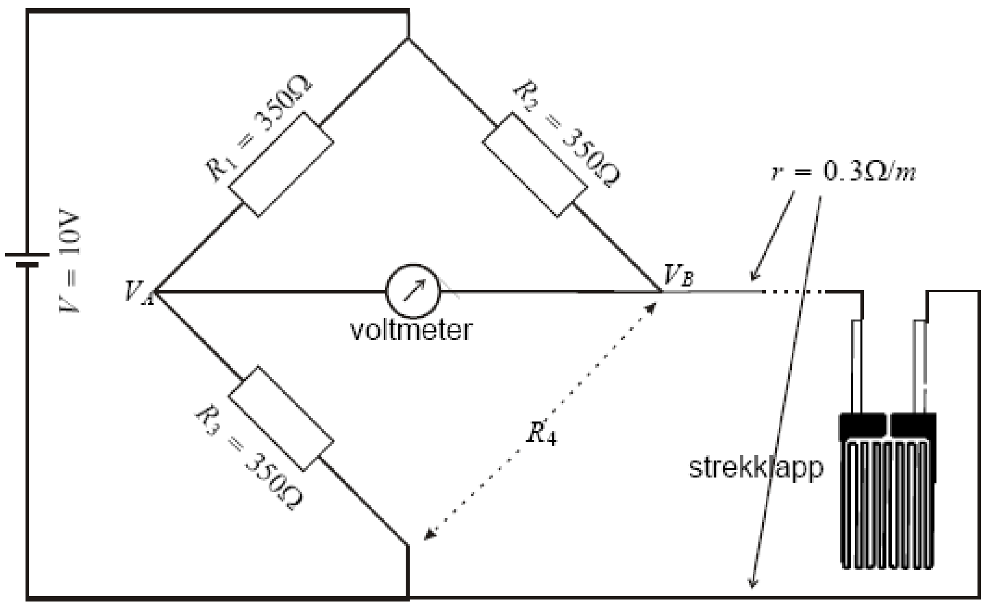
$$\ddot{x} + (k_1 + k_2 k_p)\dot{x} + k_2 k_i x = C. \tag{4}$$

Finn også et uttrykk for konstanten C.

ii) Sett så $x_1 = T$ og $x_2 = \int_0^t (T - T_r)d\tau$ og skriv det samme systemet som to førsteordens differensialligninger (Tips: begge de to differensialligningene er ikke-homogene, de har et konstantledd hver.)

g) (6%) Vi ønsker å velge regulatorparameterene slik at systemet får kritisk demping. Finn uttrykk for k_p og k_i som funksjon av de andre konstantene i systemet og den udempede resonansfrekvensen ω_0. (Mrk: konstantledd i en andregradsligning påvirker ikke demping eller resonansfrekvenser)

h) (3%) Tegn blokkdiagram for systemet.



Figur 3: Strekklapp i målebro

Oppgave 3. (20%)

Målebroen i Figur 3 skal brukes til å måle krefter ved hjelp av en strekklapp. Strekklappen er koblet til målebroen med tilsammen $l = 60$m kobberledning. Målebroen drives av en spenning på $V = 10$V. Kobberlederene som strekklappen er koblet til broen med har en spesifikk motstand ved romtemperatur (20°C) på $r = 0.3\Omega/\text{m}$. Spesifikk motstand er definert som $r = \frac{R}{l}$, der l er lengden av lederen, og R er den totale motstanden i lederen. Nominell motstand i strekklappen er 350Ω. Ved full belastning, det vil si fullt strekk, øker resistansen i strekklappen med 1%.

a) (5%) Vis at

$$\Delta V = V_A - V_B = V\frac{R_3 R_2 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)},$$

der R_4 er samlet motstand i gren nr. 4.

b) (3%) Spenningen mellom punkt A og punkt B måles med et voltmeter (som vi antar har uendelig impedans). Hva viser voltmeteret ved fullt strekk i strekklappen?

c) (4%) Feilen som skyldes resistansen i ledningene kan kompenseres for ved å koble en ny motstand R_{komp} i serie med R_3. Hvor stor må R_{komp} være for at broen skal være i balanse når strekklappen ikke er belastet? **Sett $R_{komp} = 0$ i resten av oppgaven.**

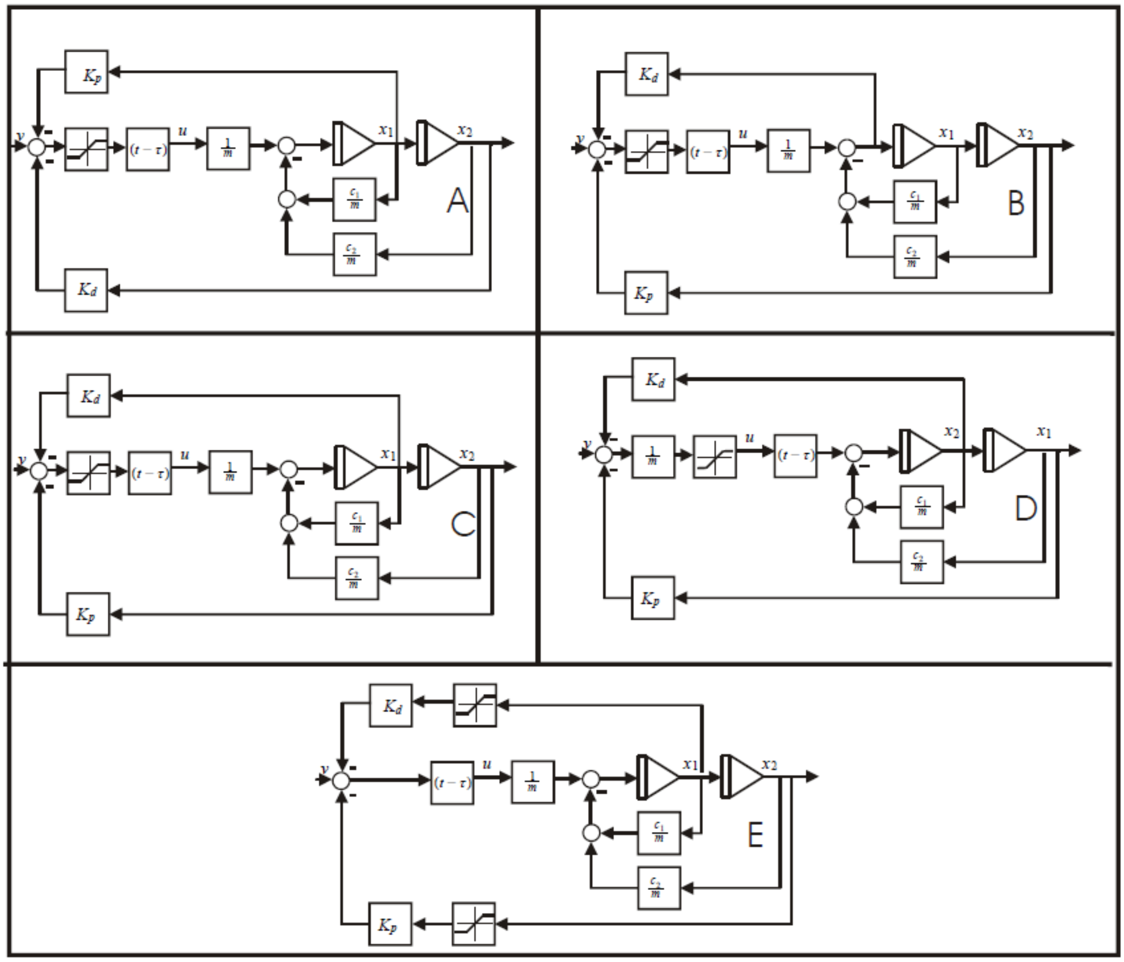
d) (5%) Temperatursvingninger kan være et kilde til feil når måleelementet, strekklappen i denne oppgaven, er plassert langt borte fra målebroen. Vi skal nå beregne hvor stor innflytelse dette kan ha. Vi skal kun se på effekten av temperaturendringen på resistansen i ledningene, og ikke i strekklappen. Endringen i motstand som følge av en temperaturendring kan beregnes som

$$\Delta R = \alpha R_{20} \Delta T,$$

der α er temperaturkoeffisienten til motstanden, R_{20} er resistansen ved romtemperatur og $\Delta T = |T - 20|$ er forskjellen i temperatur fra romtemperatur. For kobberledningene som er brukt er $\alpha = 3.85 \cdot 10^{-3}\,(^{\circ}\mathrm{C})^{-1}$. Temperaturen stiger til 30°C. Hva viser nå voltmeteret ved fullt strekk i strekklappen?

e) (3%) Feilen som følger av temperaturendringen i oppgave d) kan minimeres ved hjelp av en modifisering av målebroen. Hva kalles denne teknikken?

Oppgave 4. (3%)



Figur 4: Blokkdiagrammer til oppg 4 a)

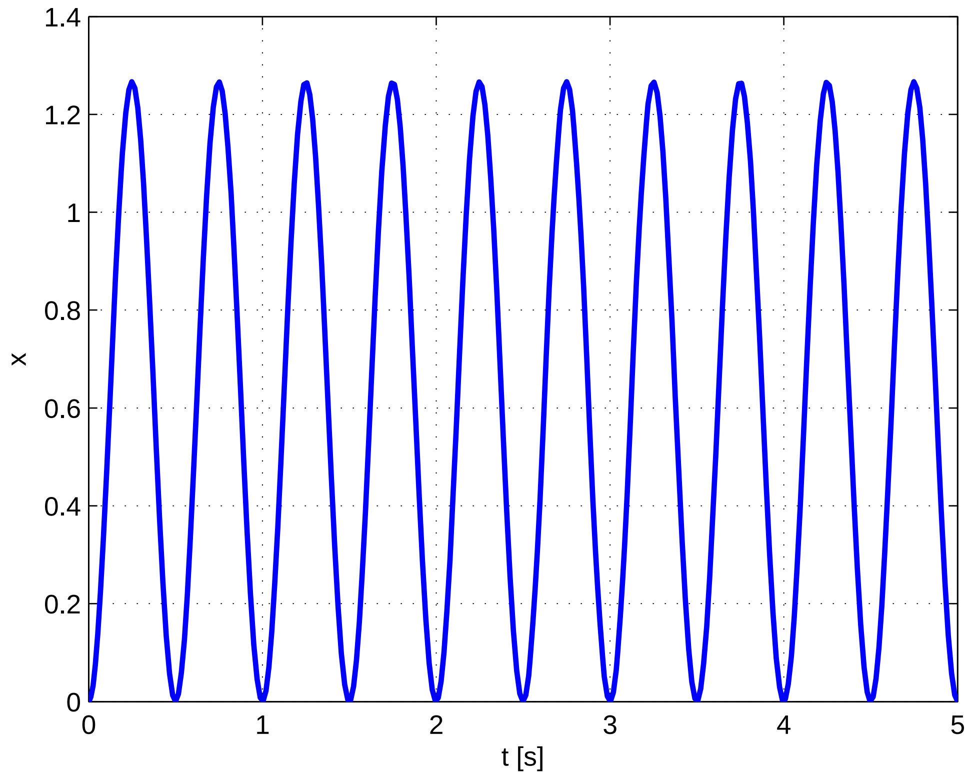
Gitt systemet

$$m\ddot{x}(t) = -c_1\dot{x}(t) - c_2x(t) + u(t-\tau) \tag{5}$$

der pådraget $u(t)$ er av en slik natur at -$u_{\text{min}} < u(t) < u_{\text{max}}$ der u_{min} og u_{max} er positivte tall og $\tau > 0$. Regulatoren er gitt av

$$u = -K_px - K_d\dot{x} + v \tag{6}$$

der v er målestøy. Vi setter $x_1 = \dot{x}$ og $x_2 = x$. Hvilket av blokkdiagrammene A,B,C,D og E i Figur 4 representerer systemet?



Figur 5: Responsen til andreordenssystemet i oppgave 5

Oppgave 5. (5%)

a) (2%) Responsen til et andreordens system er vist i figur 5. Hva er den relative dempingsfaktoren til systemet?

b) (3%) Hvis signalet i figur 5 skal tastes (samples), hvilken verdi må samplinsfrekvensen ha for at signalet ikke skal oppvise fenomenet nedfolding (aliasing)?