

# TTK 4240 – Øving 6

Utløst dato: 22.09.2016  
Veiledningstid: 29.09.2016  
Innleveringsfrist: 06.10.2016  
Ansvarlig: Atle Rygg ([atle.rygg@itk.ntnu.no](mailto:atle.rygg@itk.ntnu.no))

## INTRODUKSJON – MEIR OM VEKSELSTRAUMSKRETSAR

Denne øvinga byggjer vidare på begrep frå forrige øving. Vi skal analysere litt meir avanserte kretsar, og få innblikk i korleis visarrekning kan brukast på praktiske eksempel.

Det er mange nye begrep involvert, her er eit forsøk på oppklaring:

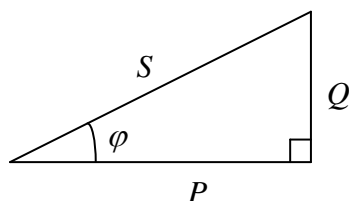
- Impedans (Z): Generelt begrep for motstand, kapasitans og induktans (eller ei blanding). Impedansen er generelt eit komplekst tal, og kan skrivast som  $Z = R \pm jX$ , der forteiknet kjem an på om reaktansen X er induktiv (+) eller kapasitiv (-).
- Induktans (L): Spole
- Kapasitans (C): Kondensator
- Reaktans (X): Ekvivalenten til både spole og kondensator i visarplanet.  $X_c = \frac{1}{\omega C}$ ,  $X_L = \omega L$ .

Frekvensen  $\omega$  er ofte lik  $2\pi \cdot 50$ , der 50 er nettfrekvensen i Hz. Viktig: Reaktansen X er alltid eit reelt tal, men vi må alltid hugse å multiplisere med  $j$  når vi skal finne impedans  $Z = \pm jX$

Vi har også lært tre begrep om effekt:

- Aktiv effekt P: Målast i Watt (W)
- Reaktiv effekt Q: Målast i Volt-Ampere reaktiv (VAR)
- Tilsynelatande effekt (=kompleks effekt) S: Målast i Volt-Ampere (VA)

Som eit nyttig hjelpemiddel til å forstå tilsynelatande/kompleks effekt kan vi teikne opp SPQ-trekanten

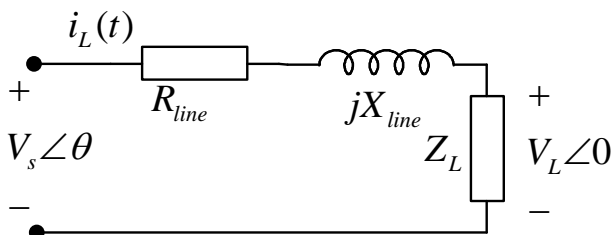
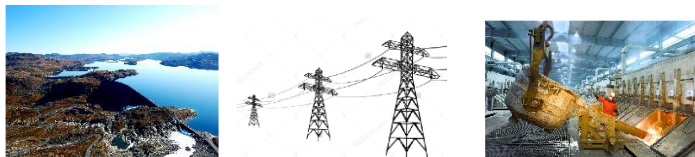


Her inngår også vinkelen  $\varphi$  som brukast til å finne effektfaktor  $\cos \varphi$ . Vi ser at vi for eksempel kan hente ut følgande formalar frå denne trekanten:

$$P = |S| \cos \varphi, \quad Q = |S| \sin \varphi, \quad |S|^2 = P^2 + Q^2, \quad \varphi = \tan^{-1} \left( \frac{Q}{P} \right)$$

Med andre ord er det nyttig å hugse denne trekanten i staden for ein haug med formalar.

# 1 KRAFTPRODUKSJON OG FORBRUK I INDUSTRIEN



Figuren til venstre viser ein enkel (men mykje brukt) modell av kraftproduksjon, overføring og forbruk. I Norge blir ca. 40 % av produsert elektrisk energi brukt i industrien, f.eks. til å produsere aluminium. Norge er også netto sjølvforsynt med elektrisk energi frå vasskraft, og er truleg det einaste landet i verda som dermed har 100 % fornybar energi i kraftnettet (dog produserer vi olje&gass tilsvarande 25 gongar energimengda i vasskrafta)

Ein generator eller eit kraftverk kan vi modellere som ei spenningskjelde  $V_s$  som kan gi oss den effekten vi ønskjer uten at spenninga blir nevneverdig redusert. Kraftlinjer blir ofte modellert med ein RL-ekvivalent. Motstanden  $R_{line}$  representerer tapa i linja, medan  $X_{line}$  er den induktive reaktansen som følge av magnetfeltet rundt linja. Forbruket kan vi modellere som ein *lastimpedans*  $Z_L$ , og denne kan trekke både aktiv og reaktiv effekt avhengig av vinkelen.

Store industriforbruk koblar seg til høgspennetnettet, så i denne oppgåva blir tala nokså store i forhold til tidlegare øvingar. I ein gitt driftsituasjon er  $V_L = 132\,000\text{ V}$ , og den tilsynelatande effekten forbrukt i lasten  $Z_L$  er  $S_L = 50 \angle 36.87^\circ\text{ MVA}$  (M=Mega= $10^6$ ). Bruk også  $R_{line} = 10\ \Omega$ ,  $X_{line} = 35\ \Omega$

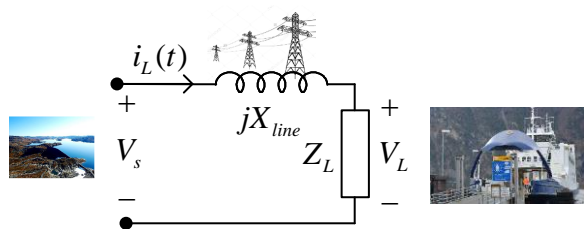
- Finn verdien til impedansen  $Z_L$  basert på oppgitt effekt og spenning. Kva blir *effekt faktoren* (power factor) til lasten  $Z_L$ ?
- Kva blir straumen  $I_L$  som går i lasten (NB: amplitude og vinkel)? Anta at  $V_L$  har vinkel 0.
- Kva blir spenninga til generatoren  $V_s$  (NB: amplitude og vinkel)?
- Finn aktiv ( $P$ ), reaktiv ( $Q$ ) og tilsynelatande ( $S$ ) effekt gitt frå generatoren.
- Teikn eit viserdiagram (phasor diagram) som inneheld  $V_L$ ,  $V_s$ ,  $I_L$ , samt spenningsfallet over overføringsmotstand/induktans.

## 2 LADING AV ELEKTRISK FERJE + REAKTIV KOMPENSERING



Over Sognefjorden går det som er verdst første 100 % elektriske skip: batteriferja Ampere. Ferja ladar når den ligg til kai og brukar energien til å krysse fjorden. Det elektriske systemet er utvikla av Siemens i Trondheim. I løpet av dei neste åra kjem stadig fleire skip til å bli designa med liknande teknologi, og skipsfarten blir stadig meir miljøvenleg. I denne oppgåva skal vi sjå på nokon av utfordringane ved lading av batteriferjer frå kraftnettet.

Ferjekaier på Vestlandet er ofte plassert langt utpå eit nes, og kraftforsyninga er dermed svak. Dette resulterer i ein stor impedans mellom generator og ferjekai. Vi skal i denne oppgåva sjå bort frå motstanden i linja og berre konsentrere oss om linjereaktansen  $X_{line}$ . Dette er ofte ein brukbar antagelse. Vi får dermed følgende modell av kraftforsyninga frå generator  $V_s$  til last  $V_L$ :



Denne typen forbruk er ofte kobla til distribusjonsnettet med spenning  $V_s = 22\,000\text{ V RMS}$ . (konstant gjennom heile oppgåva). På dette spenningsnivået anser vi  $X_{line} = 10\,\Omega$  som ein stor verdi (=lang linje = svakt nett). Under maks lading ved  $V_L = 22\,000\text{ V}$  treng ferja  $5\text{ MW}$  med  $\cos\varphi = 0.9$  (induktiv).

- Kva blir spenninga  $V_L$  når ferja er midt på fjorden, dvs. ikkje er kobla til ladesystemet?
- Finn verdien til  $Z_L$  (amplitude og vinkel) under maks lading.
- Kor stort blir spenningsfallet til  $V_L$  i prosent når ferja blir kobla til? Iflg. det lokale nettselskapet si forskrift kan ikkje dette vere større enn 5 %.
- Ein smart ingeniør foreslår at vi kan plassere ein kondensator i parallell med lasten  $Z_L$ . Dette er ein billig måte å redusere spenningsfall på. Forklar kvifor vi bør plassere denne kondensatoren på ferja og ikkje på ferjekaia.
- Finn den verdien av kondensatoren  $C_L$  som fører til at ferja treng netto null reaktiv effekt (dvs. kun aktiv effekt). Frekvensen til nettet i Noreg er 50 Hz.
- Kva blir spenningsfallet i  $V_L$  mellom null lading og full lading i dette tilfellet?

### 3 MAKSIMAL EFFEKTOVERFØRING FRÅ IKKJE-IDEELL KRAFTFORSYNING

Straum- og spenningskilder vi brukar til ulike formål kallar vi ofte for *kraftforsyning* (power supply). Ei kraftforsyning kallast *ideell* viss forsyningsspenninga er konstant uansett kor stor effekt som blir levert. I praksis er mange kraftforsyningar ikkje-ideelle, og terminalspenninga ( $V_{ab}$  i Figur 1) vil då typisk falle med aukande last. Ei ikkje-ideell kraftforsyning kan modellerast som vist nederst i Figur 1 ved ei spenningskilde, motstand og induktans (ofte kalt en Thevenin-ekvivalent).

Anta først at  $Z_L = 90 - j30 \Omega$

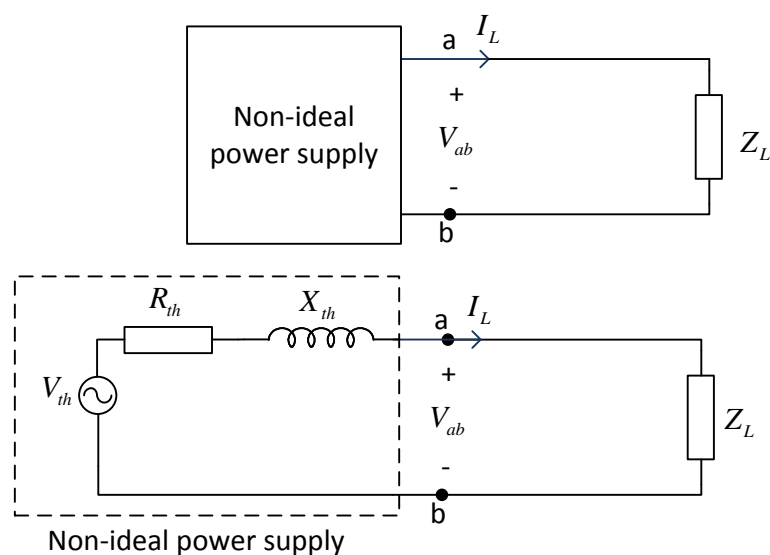
Hvis lasten er frakoblet ( $I_L = 0$  A), er spenningen  $V_{ab} = 240 \angle 0^\circ$  V (rms). Dette kalles tomgang (no-load).

Hvis lasten er tilkoblet, er spenninga  $V_{ab} = 115.2 - j86.4$  V (rms).

- a) Finn verdiene til  $V_{th}$ ,  $R_{th}$  og  $X_{th}$  basert på informasjonen over

Anta nå at  $Z_L$  er ukjent

- b) Finn uttrykket for lastimpedans som gir maksimal overføring av aktiv (gjennomsnittleg) effekt. Bruk symbol og ikkje sett inn talverdiar.
- c) Finn numerisk den verdien av  $Z_L$  som gir maksimal effektoverføring, og finn effekten som blir overført til lasten  $Z_L$



Figur 1: Krets for oppgave 3. Nederste figur viser typisk modell av en ikke-ideell kraftforsyning

## HINT OG TALSVAR

---

### 1. Kraftproduksjon og forbruk i industrien

- $Z_L = 348.48e^{j36.87} \Omega$ . Bruk definisjon på impedans og definisjon på tilsynelatende effekt
- $I_L = 378.79e^{-j36.87} \text{ A}$ . Både spenning og impedans er kjent
- $V_S = 143230e^{j3.33} \text{ V}$ . Dette blir litt meir omfattande rekning med komplekse tal. Ein måte er å setje opp Kirchoffs spenningslov for heile kretsen og løyse for kildespenninga
- $S = 54.25 \text{ MVA}$ ,  $P = 41.44 \text{ MW}$ ,  $Q = 35.02 \text{ MVar}$ . Bruk definisjonen på tilsynelatende effekt
- Sjå i læreboka for tips til korleis teikne visardiagram

### 2. Lading av elektrisk ferje + reaktiv kompensering

- Korleis vil lasten sjå ut når den ikkje er kobla til? Ingen rekning påkrevd her
- $Z_L = 87.05e^{j25.84} \Omega$ . Ver obs. på korleis effekten er spesifisert, her ligg ei lita felle. Kan vere lurt å teikne opp SPQ-trekanten for å finne S, og deretter finne Z
- $\Delta V = 5.21 \%$ . Vi må her finne spenningsfallet basert på absoluttverdi før og etter ferja blir kobla til. Blir litt rekning for å finne lastspenning under lading. Spenningsdeling er eit nyttig hjelpemiddel her
- Tenk på korleis det vil gå med spenninga når ferja er på fjorden viss det står ein kondensator og matar reaktiv effekt mot nettet. Korleis vil dette påverke spenninga på ferjekaia?
- $C = 15.94 \mu\text{F}$ . Set opp uttrykk for parallelkobling mellom  $Z_L$  og C. Målet er at dette uttrykket skal vere reint reellt. Dvs. du må stille opp eit uttrykk der det går an å setje ein imaginærdel lik null. Tips: Pass på at  $\omega$  blir handtert på riktig måte.
- $\Delta V = 0.76 \%$ . Spenningsfallet er drastisk redusert! Det kan vere nyttig å gruble litt kvifor kondensatoren klarer å bidra til dette.

### 3. Maksimal effektoverføring

- $Z_{th} = 100e^{j53.13}$ . Det er enkelt å finne Theveningspenninga utan særleg rekning
- Still opp eit uttrykk for aktiv effekt i lasten. Tips er å bruke  $P = R_L |I|^2$ . Substituer for straumen og få eit uttrykk som du kan derivere. Det kan vere lurt å sjå på reaktansen  $X_L$  først. Læreboka går også gjennom denne utleiinga.
- $S_L = 240 - j320 \text{ VA}$ . Ved å bruke svaret i b) går det an å finne lastimpedansen, og deretter effekten.