NTNU
Det skapende universitet

Institutt for Teknisk kybernetikk

Eksamensoppgave i TTK4100 Kybernetikk introduksjon

Faglig kontakt under eksamen: Professor Jan Tommy Gravdahl
Tlf.: (735)94393 eller 90144212

Eksamensdato: 28.mai 2013
Eksamenstid: 0900-1300
Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D-ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt. NTNU typegodkjent kalkulator med tomt minne er tillatt.

Annen informasjon:

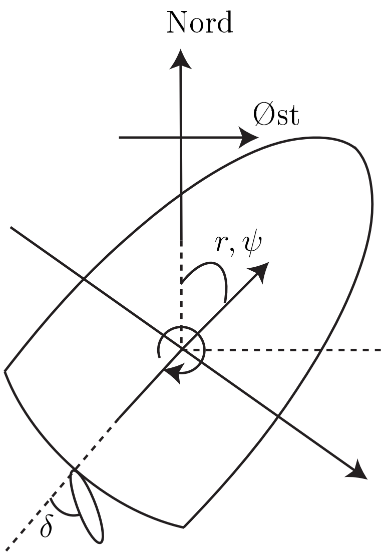
- **Da tidligere vurdering i faget teller 20 % av den endelige karakteren i faget, teller denne eksamen 80 %.**
- **Merk at siste side av denne oppgaveteksten skal leveres inn sammen med resten av besvarelsen.**

Målform/språk: Bokmål
Antall sider: 6 (i tillegg til denne)
Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato	Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.



Figur 1: Definisjon av kursvinkel ψ og rorvinkel δ for et fartøy.

Oppgave 1. (26%)

Kursdynamikken til et skip er gitt av modellen

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= r \\ \dot{r} &= -\frac{1}{T}r + \frac{K}{T}\delta\end{aligned}$$

der ψ er kursvinkelen, r er kursraten og δ er rorvinkelen. $T > 0$ og $K > 0$ er to kjente parametere. Vi definerer nå $x_1 = \psi$, $x_2 = r$ og $u = \delta$ slik at modellen kan skrives

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{1}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{K}{T}u \tag{2}$$

En autopilot (regulator for kursstyring) for skipet er gitt av

$$u = -K_p x_1 - K_d x_2 \tag{3}$$

a) (4%) Skriv (1)-(3) som en andreordens differensialligning og vis at den udempede resonansfrekvensen og den relative dempingsgraden er gitt av

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{KK_p}{T}} \tag{4}$$

$$\zeta = \frac{(1 + KK_d)}{2\sqrt{TKK_p}} \tag{5}$$

b) (4%) Hvilke ulikheter må K_p og K_d oppfylle for at systemet skal være asymptotisk stabilt?

c) (4%) Gitt at $K = 0.2$ og $T = 100$, bestem verdier for K_p og K_d slik at $\omega_0 = 1$ og vi har kritisk demping i systemet.

d) (4%) I praksis vil vi ha både 1) metning i rorvinkel og 2) metning i rorvinkel-rate. Hvilke konsekvenser kan dette gi?

e) (5%) Tegn blokkdiagram for (1) og (3). Ta med en blokk for metning i rorvinkel.

f) (5%) I praksis vil skipet være utstyrt med en gyro for måling av r. Det vil si $y = r = x_2$. Hvordan kan vi fra denne målingen fremskaffe signalet $x_1 = \psi$ for bruk i tilbakekoblingen? Diskuter kort et praktisk problem som må løses i denne forbindelse.

Oppgave 2. (14%)

a) (4%) Hvilken differensialligning blir løst numerisk av dette Matlab-scriptet?

```
h=0.1;
b=1;
x(1)=3;
for i=2:101,
     x(i)=x(i-1)+h*(-b*x(i-1)^2);
end
```

b) (5%) Det kan vises at Eulers metode gir stabil numerisk løsning for differensialligningen

$$\dot{x} = ax \tag{6}$$

hvis

$$|1 + ah| \leq 1. \tag{7}$$

Finn den øvre grensen for skrittlengden h hvis $a = -2$ slik at løsningen er numerisk stabil.

c) (5%) Skisser (ikke bruk eksakte tall, du skal kun vise prinsippet) hvordan den numeriske løsningen til $\dot{x} = -2x$, $x(0) = 10$ vil se ut for de to tilfellene når h er henholdsvis over og under den øvre grensen for stabilitet.

Oppgave 3. (23%)

I denne oppgsven skal vi se på en væsketank der væsken tilføres effekt fra et varmeelement. En modell for temperaturen i væsken er gitt av

$$c\rho V\dot{T} = P + cw(T_i - T), \tag{8}$$

der

c	[J/(kgK)]	er spesifikk varmekapasitet til væsken
ρ	[kg/m^3]	er væskens tetthet
w	[kg/s]	er massestrømmen inn og ut av tanken
V	[m^3]	er volumet til tanken
T	[K]	er temperaturen til væsken i tanken
P	[W = J/s]	er effekten til varmeelementet
T_i	[K]	er temperaturen til væsken som strømmer inn.

For nå er massestrømmen w konstant. Effekten til varmeelementet er pådrag i systemet, slik at $u = P$.

a) (4%) Finn systemets tidskonstant τ (vi bruker τ for ikke å blande sammen med temperaturen T) og forsterkning K uttrykt ved de andre parametrene i ligning (8). (Tips: forstyrrelsen T_i påvirker ikke disse størrelsene)

b) (3%) Vis at tidskonstanten har benevning [s].

c) (3%) Vi ønsker å regulere temperaturen i tanken med P-regulatoren

$$u = K_p(T_r - T), \tag{9}$$

der T_r er en konstant referansetemperatur. Regn ut det stasjonære avviket $e_s = T_r - T_s$ der T_s er stasjonærverdien til T og vis at $\lim_{K_p \to \infty} e_s = 0$.

d) (4%) P-regulatoren byttes nå ut med PI-regulatoren

$$u = K_p(T_r - T) + K_i \int_0^t (T_r - T(\tau))d\tau \tag{10}$$

Vis at vi nå ikke får noe stasjonært avvik.

e) (4%) Hvis forstyrrelsen T_i varierer med tiden, vil ikke PI-regulatoren være i stand til å holde reguleringsavviket på null. Sett opp et uttrykk for foroverkoblingen u_{ff} i den modifiserte regulatoren $u = K_p(T_r - T) + K_i \int_0^t (T_r - T(\tau))d\tau + u_{ff}$ som skal kompensere for denne forstyrrelsen. Hva krever denne foroverkoblingen av målinger og kunnskap om modellparametere?

f) (2%) Vi inkluderer nå at varmeelementet har varmekapasitet C_h [J/K] og at varmeoverføringen mellom element og væske skjer via varmeovergang. Modellen blir nå

$$\begin{aligned} c\rho V\dot{T} &= h_h(T_h - T) + cw(T_i - T) && (11) \\ C_h\dot{T}_h &= P - h_h(T_h - T), && (12) \end{aligned}$$

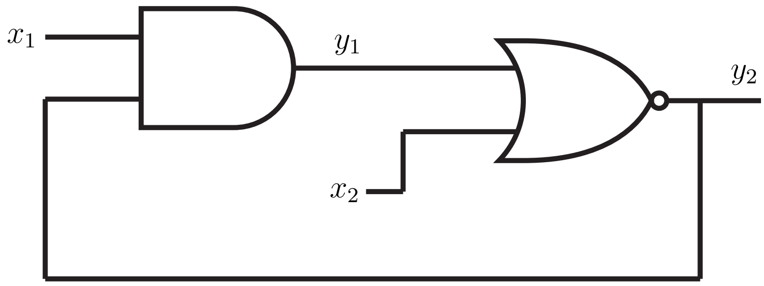
der T_h [K] er temperaturen til varmeelementet, h_h [J/(Ks)] er varmeovergangstallet og de andre parametrene er som før. Gi en kort, begrunnet forklaring på om systemet (11)-(12) er mono- eller multivariabelt.

g) (3%) Vi endrer nå pådraget i (11)-(12) til å være $u = w$, det vil si vi styrer massestrømmen direkte, og setter $P = konstant$. Hvilken klasse av systemer tilhører (11)-(12) nå?

Oppgave 4. (8%)

a) (4%) Gitt at vi har utstyr til å sample med en tastetid på $t_s = 1$ms. Hvor stor er den maksimale frekvensen et signal vi ønsker å sample kan inneholde?

b) (4%) Forklar kort hva fenomenet nedfolding innebærer. Bruk gjerne en enkel figur.



Figur 2: Sekvensiell krets

$y_1 = 0,$	$y_2 = 1$:	Tilstand A
$y_1 = 1,$	$y_2 = 0$:	Tilstand B
$y_1 = 0,$	$y_2 = 0$:	Tilstand C
$y_1 = 1,$	$y_2 = 1$:	Tilstand D

Tabell 1: Definisjon av de fire tilstandene til kretsen

Oppgave 5. (9%)

I denne oppgaven skal den sekvensielle kretsen i Figur 2 analyseres. Kretsen har to inngangsverdier (x_1 og x_2) og to avhengige variable (y_1 og y_2). Kretsen har fire tilstander definert i Tabell 1.

a) (4%) I tabell 2 er en serie med inngangsverdier (x_1 og x_2) gitt. Fyll inn de tilhørende avhengige variable (y_1 og y_2) i tabell 2 på neste side. Side 6 i oppgaveteksten legges ved som en del av besvarelsen.

b) (3%) Et tilstandsdiagram (eller en rettet graf) er påbegynt i Figur 3. Tegn på piler mellom nodene i henhold til tilstandsovergangene du fant i oppgave a). Skriv på endringene i inngangsverdiene ved siden av pilene, slik som vist i Figur 3 på neste side. Side 6 i oppgaveteksten legges ved som en del av besvarelsen.

c) (2%) Hvorfor kunne det vært nyttig å videreutvikle diagrammet i Figur 3 til et med undertilstander?

Fagnr/emnekode ______________

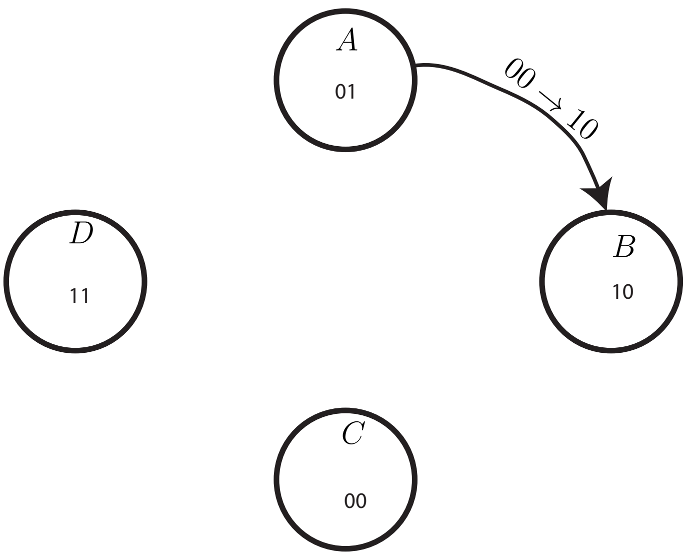
Kandidatnr.__________________

Dato: ______________________

Side:_______ Antall ark:_______

x_1	x_2	y_1	y_2	Tilstand
0	0	0	1	A
1	0	1	0	B
0	0			
1	0			
1	1			
0	1			
1	1			
0	1			
0	0			
0	1			

Tabell 2: Tilstandstabell, besvarelse på oppgave 5a) fylles inn her.



Figur 3: Graf som illustrerer tilstandsovergangene, besvarelse på oppgave 5b) fylles inn her.