Øving 4, Ind. El.,

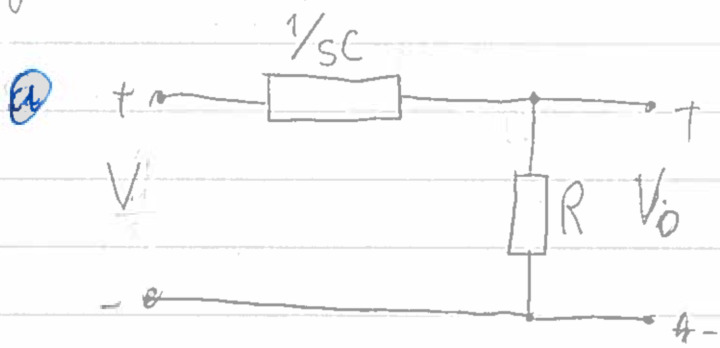
Rendell Cale, TTK4240

Ønsker tilbakemelding :)

Oppgave 1

a) Antar ~~at~~ energien i kretsene er null før start, så $v_c(0) = 0$, $i_L(0) = 0$.

Tegner alt i Laplace domenet:



spg. deling: $V_o = V_i \cdot \dfrac{R}{\frac{1}{sC} + R} = \dfrac{s}{s + \frac{1}{RC}}$

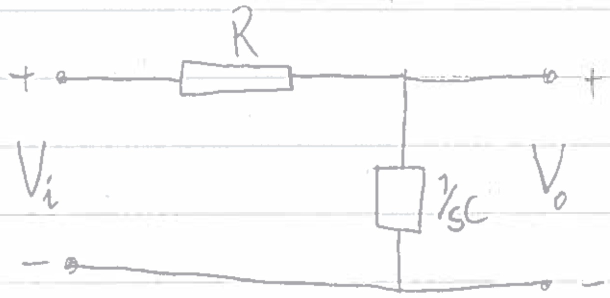
$\Rightarrow H(s) = \dfrac{V_o}{V_i}$

$= \dfrac{s}{s + 1/RC}$ R

$\Rightarrow H(j\omega) = \dfrac{j\omega}{j\omega + 1/RC}$

Veldig bra! Godkjent!
Ahm 30/9-2016

b)



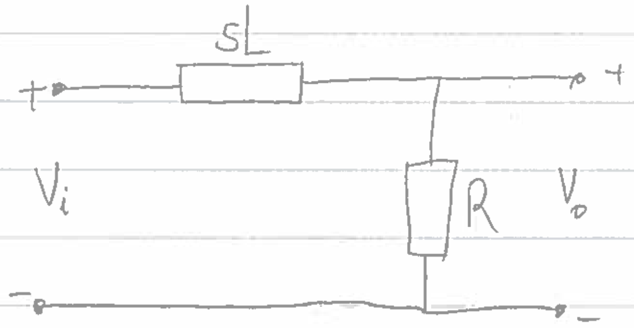
Spg.deling: $V_o = V_i \cdot \dfrac{1/sC}{R + 1/sC}$

$$= V_i \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

So $H(s) = \dfrac{1/RC}{s + 1/RC}$ R

$$H(j\omega) = \frac{1/RC}{j\omega + 1/RC}$$

c)



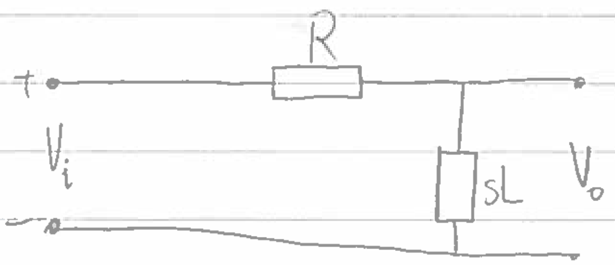
spg. deling: $V_o = V_i \cdot \dfrac{R}{R+sL}$

$$= V_i \frac{R/L}{s + R/L}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{R/L}{s + R/L}$$ R

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{R/L}{j\omega + R/L}$$

d)



spg. deling: $V_o = V_i \cdot \dfrac{sL}{R+sL} = \dfrac{s}{s + R/L}$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{s}{s + R/L}$$ R

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + R/L}$$

b) Bruker $|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

a $H(j\omega_c) = \frac{j\omega_c}{j\omega_c + 1/RC}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + (1/RC)^2}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\omega_c^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{RC}\right)^2 = \omega_c^2$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{\omega_c = 1/RC}}$ R

b $H(j\omega_c) = \frac{1/RC}{j\omega_c + 1/RC}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1/RC}{\sqrt{\omega_c^2 + (1/RC)^2}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\omega_c^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{RC}\right)^2 = \frac{1}{RC}$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{\omega_c = 1/RC}}$ R c $H(j\omega_c) = \dfrac{R/L}{j\omega_c + R/L}$

Samme form som b, $\omega_c = R/L$ R

d $H(j\omega_c) = \dfrac{s}{s + R/L}$

Samme form som a, $\omega_c = \dfrac{R}{L}$ R

c)

a Highpass
b Lowpass
c Lowpass
d Highpass

R

Oppgave 2

a) Vi ønsker $f_c = 500 Hz$

Fra 16.(a) har vi $w_c = \frac{1}{RC}$

Aktive tap i filteret vil være gitt av spenningen over R.

$$P_R = \frac{v_o^2}{R}$$

Når $w = w_c$ har vi $v_o = \frac{v_i}{\sqrt{2}}$, og spg. tapet skal begrenses til 2W, så

$$2W = \frac{v_i^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{v_i^2}{4}$$

Når $v_i = 10 V$ får vi $\underline{R = 25 \Omega}$ R

$w_c = \frac{1}{RC}$ gir da $C = \frac{1}{R w_c}$

$w_c = 2\pi f_c$ så vi får

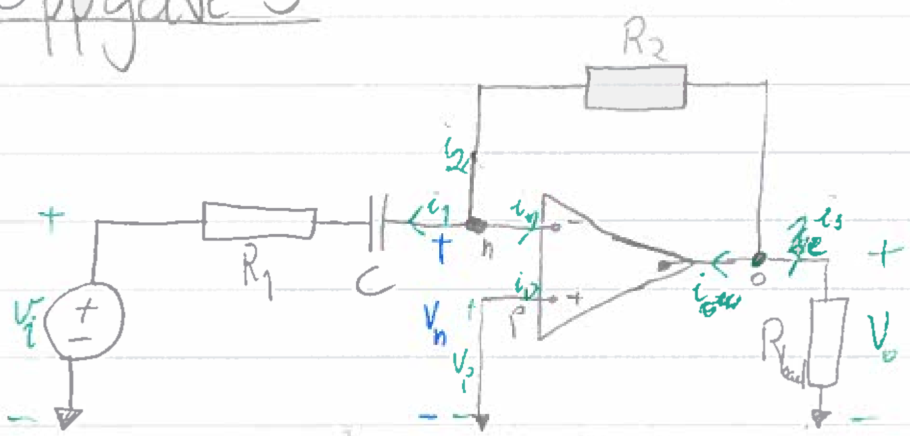
$$C = \frac{1}{2\pi R f_c} = \underline{12,7 \mu F}$$ R

$R = 25\,\Omega$ og $C = 12{,}7\,\mu F$ vil oppfylle kriteriene.

Alle frekvenser over $f_c = 500\,Hz$ vil passere så båndbredden er uendelig.
Tidskonsten $\tau = 1/\omega_c$ blir 0,31 mS.

Gjerne oppgi et intervall slik som: $[f_c, \infty)$ for å svare på båndbredde evt. bla to sider frem.

Oppgave 3

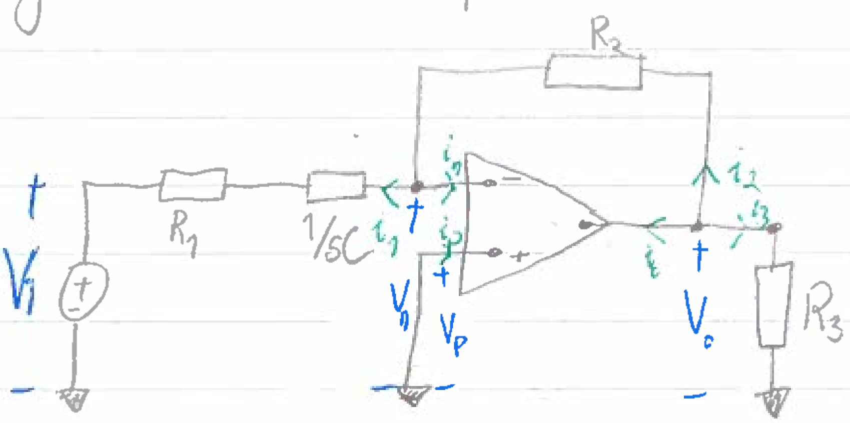


a) Antar ideell op-amp og tom kondensator ved $t=0$.
Har da:

$$v_n = v_p \Rightarrow v_n = 0$$

$$i_n = i_p = 0$$

Tegner kretsen i Laplace-domenet:



Ser bort ifra lasten og får da

$$i_1 = i_2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{-V_i}{R_1 + 1/sC} = \frac{V_o}{R_2}$$

$$\Leftrightarrow \quad V_o = -V_i \frac{R_2}{R_1 + 1/sC}$$

$$= -V_i \frac{sR_2C}{sR_1C + 1}$$

$$\Rightarrow \quad V_o \overset{(R_1=R_2)}{=} -V_i \frac{sRC}{sRC+1}$$

$$\Rightarrow \quad H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{sRC}{sRC+1}$$

$$= -\frac{s}{s + 1/RC}$$

R

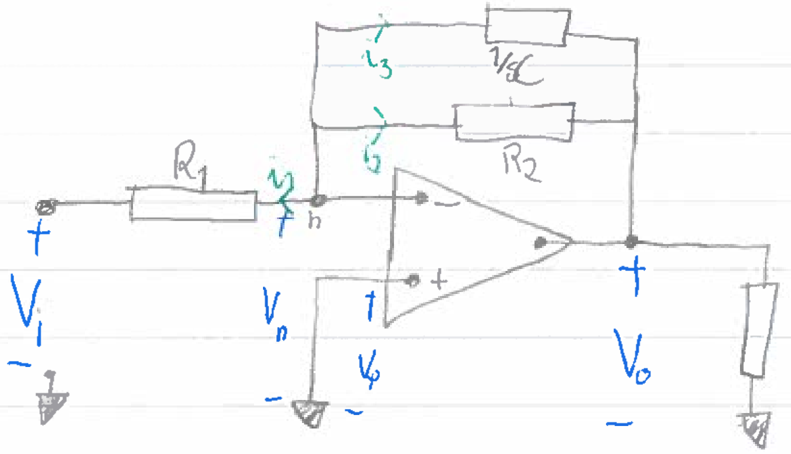
Vi kan lese av transferfunksjonen at $\omega_c = 1/RC$ R
Alle frekvenser større enn ω_c vil passere så igjen har vi uendelig båndbredde.

Tips til notasjon for å oppgi båndbredde

$\underbrace{\forall}_{\text{For alle}} \ \underbrace{f}_{\text{frekvenser}} \ \underbrace{\in [f_c, \infty)}_{\text{som tilhører intervallet fra } f_c \text{ til } \infty}$

Oppgave 4

Antar at kondensatoren er utladet ved t=0 og ideell op-amp. Tegner kretsen i s-domenet.



KCL i(n):

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-V_i}{R_1} - \frac{V_o}{R_2} - \frac{V_o}{1/sC} = 0$$

$$\Leftrightarrow V_o\left(\frac{1}{R_2} + sC\right) = -\frac{V_i}{R_1}$$

$$\Leftrightarrow V_o = -\frac{V_i}{R_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_2} + sC}$$

$$= -V_i \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1+sCR_2}$$

R

Det gir $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1+sCR_2}$$

$$= -\frac{1}{R_1 C} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{R_2 C}}$$ R

Knekkfrekvensen ω_c leses av $H(s)$ og viser at $\omega_c = \frac{1}{R_2 C}$ R
Alle frekvenser under ω_c passerer så båndbredden er ω_c. R

Oppgave 5

a) Samme krets som i 3a med $R_1 = R_2$,
Vi fikk da

$$H_{hp}(s) = -\frac{s}{s + 1/RC_1}$$

La $\omega_{hp} = 1/RC_1$ så får vi

$$H_{hp}(s) = -\frac{s}{s+\omega_{hp}}$$

R

b) Samme som i 4a med $R_1 = R_2$
Vi fikk da

$$H_{lp}(s) = -\frac{1}{R_2C_2} \cdot \frac{1}{s + 1/R_2C_2}$$

La $\omega_{lp} = \frac{1}{R_2C_2}$ så får vi

$$H_{lp}(s) = -\frac{\omega_{lp}}{s+\omega_{lp}}$$

R

c) $H_{bp}(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$

Vi vet at $V_o(s) = H_{lp}(s) \cdot V_m(s)$
og $V_m(s) = H_{hp}(s) \cdot V_i(s)$ så
det gir

$$V_o(s) = H_{lp}(s) H_{hp}(s) \cdot V_i(s)$$

Dette gir

$$H_{bp}(s) = H_{lp} \cdot H_{hp}$$

$$= \frac{-s}{s+\omega_{hp}} \cdot \frac{-\omega_{lp}}{s+\omega_{lp}}$$

$$= \frac{s\omega_{lp}}{(s+\omega_{hp})(s+\omega_{lp})}$$ R

d) $R_1 = R_2 = 1000\,\Omega$, $\omega_{hp} = 1000$ rad/s , $\omega_{lp} = 500$ rad/s

$\omega_{hp} = \dfrac{1}{R_1C_1} \Leftrightarrow C_1 = \dfrac{1}{R_1\omega_{hp}}$

$\omega_{lp} = \dfrac{1}{R_2C_2} \Leftrightarrow C_2 = \dfrac{1}{R_2\omega_{lp}}$

Dette gir $C_1 = 2\,\mu F$
$C_2 = 1\,\mu F$. R

Highpass-filteret vil la alle frekvensene over 500 rad/s passere, men når de treffer lowpass-filteret fjernes alle over 1000 rad/s.
Frekvensene som blir igjen er da de mellom 500 og 1000 rad/s. (Altså et båndpassfilter)

Oppgave 6

a) Transfer går mot 0 når $s \to \infty$ og 1 når $s \to 0^+$.
Hvis vi skriver den om litt

$$H(s) = \frac{1/T}{s + 1/T}$$

ser vi at den har samme form som et lowpass-filter, og at $\omega_c = \frac{1}{T}$. R

Siden $\omega_c = f_c \cdot 2\pi$ får vi

$$\underline{\underline{f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot T}}}$$ R

b) Filteret introduserer en tidsforsinkelse inn i systemet slik at regulatoren regulerer med en forsinket versjon av ω_{filt}. R
Hvis tidsforsinkelsen blir for stor vil det være veldig vanskelig å regulere signalet.

Se LF for en utdypet forklaring til dette.

c) Ønsker å redusere frekvensen $f_0 = 1000\,Hz$ med en faktor på 20. (Fra 20% til 1%).

$$\omega_0 = f_0 \cdot 2\pi = 6283 \ \text{rad/s}$$

Må finne ω_c slik at

$$|H(j\omega_0)| = \frac{1}{20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2+\omega_c^2}} = \frac{1}{20}$$

$$\Leftrightarrow \omega_c^2 = \frac{\omega_0^2}{400} + \frac{\omega_c^2}{400}$$

$$\Leftrightarrow 399\,\omega_c^2 = \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \omega_c = \frac{\omega_0}{\sqrt{399}}$$

$$= 314{,}6 \ \text{rad/s}$$

$$\Leftrightarrow f_c = 50{,}0 \text{ Hz}$$

R

Med cutoff frekvens på $f_c \leq 50$ Hz vil frekvensene høyere enn 1000 Hz kuttes med minst en faktor på 20. Det betyr at støyet på 1000 Hz som før var 20% av signalet nå vil være 1% av signalet.

~~Må være~~

Filterparameteren (T) må da være: $T \geq 1/\omega_c = 3{,}18 \cdot 10^{-3}$ s/rad

R

d) Vi kan bruke et høyere ordens filter, dvs seriekoble flere lowpass filtere, siden ett slikt oppsett vil ha brattere fall i amplitude rundt cut-off frekvensen.

R

Evt. kunne vi brukt et Butterworth filter som oppnår noe lignende med en helt annen teknikk.