Øving 6

Rendell Cale , rendellc@stud.ntnu.no , MTTK

Oppgave 4-109

Strømningen er ikke virvelfri, så vi regner ut vortisiteten i θ - retning:

$$\left(\vec{\zeta}\right)_\theta = \left(\vec{\nabla} \times (u\hat{x} + 0\hat{\theta} + 0\hat{r})\right)_\theta$$

Bruker sylinderkoordinater (med $\hat{x}$ som $\hat{z}$-akse):

$$\left(\vec{\zeta}\right)_\theta = \cancel{\frac{\partial u_r}{\partial x}}^{=0} - \frac{\partial u}{\partial r}$$

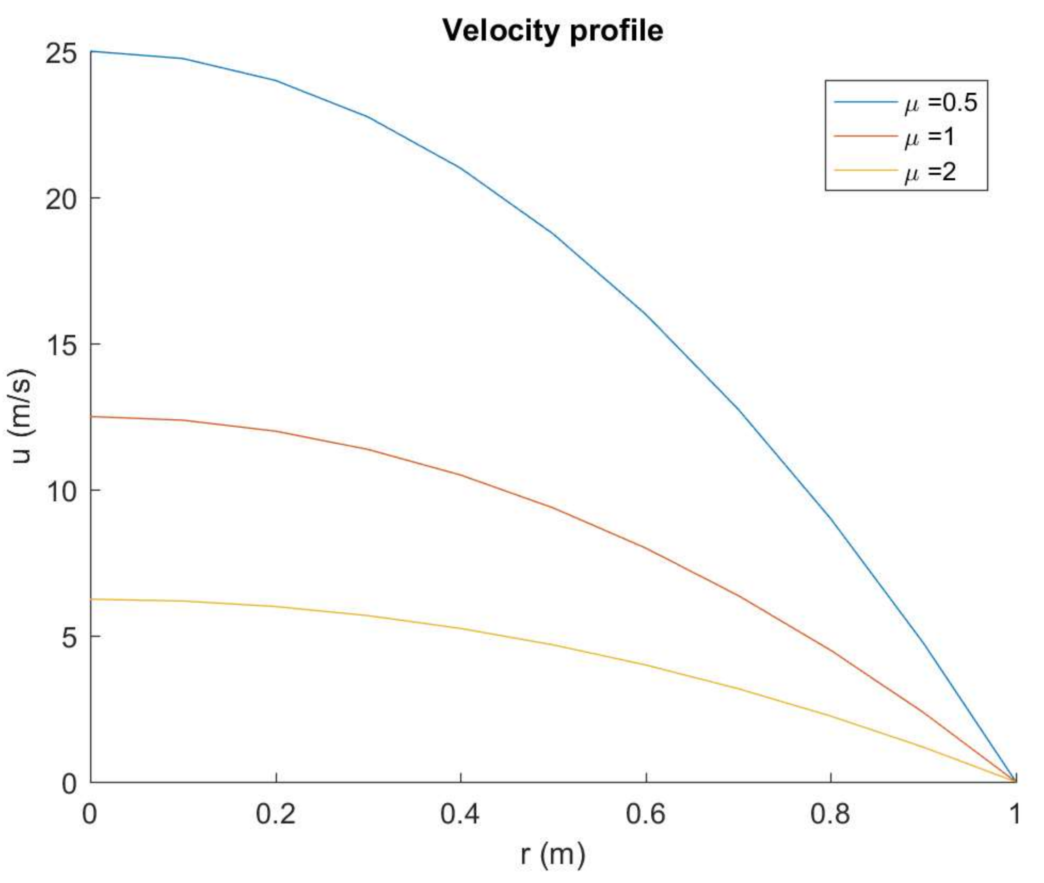
$$= -\frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} r$$

Fortegnet er faktisk positivt siden $\frac{dP}{dx} < 0$ som betyr at fluidpartiklene roterer med $\hat{\theta}$-retning.

```
% konstanter
R = 1;
dr = 0.1;
dPdx = -50;
MU = [0.5 1 2];

u = @(r, mu) 1/(4*mu)*dPdx.*(r.^2 - R^2);

r = 0:dr:R;
figure;
hold on;
for i=1:length(MU)
    D(i) = string(strcat('\mu = ', num2str(MU(i))));
    plot(r,u(r,MU(i)));
end
title('Velocity profile');
xlabel('r (m)');
ylabel('u (m/s)');
legend(D);
```



Oppgave 5-14

Per time må viften ha strømningskapasitet lik 35% av vol.

$$V = 2{,}7\,m \cdot 200\,m^2 = 540\,m^3$$

Det gir at volumstrømmen gjennom vifta må være

$$\dot{V} = \frac{0{,}35 \cdot V}{1\text{ time}}$$

$$= \frac{0{,}35 \cdot 540 \cdot (10^2)^3\,L}{60\text{ min}}$$

$$= \underline{\underline{3{,}15 \cdot 10^6\,L/min}} \quad \left(= 0{,}0525\,m^3/s\right).$$

← trenger denne snart

Vi har at

$$\dot{V} = A_{kanal} \cdot u$$

Kravet $u \leq 5\,m/s$ gir $A_{kanal} \geq \frac{\dot{V}}{5\,m/s} = 0{,}0105\,m^2$

Siden $A_{kanal} = \frac{\pi}{4} D_{kanal}^2$ får vi

$$D_{kanal} \geq \sqrt{\frac{4}{\pi}\, 0{,}0105\,m^2} = \underline{11{,}6\text{ cm}}$$

Oppgave 5-17

Bruker kontrollvolum rundt systemet:

Massebevarelse gir $\dot{m}_{inn} = \dot{m}_{ut}$.

$$\dot{m} = \rho A u$$

$$\Rightarrow \rho_{inn} A_{inn} u_{inn} = \rho_{ut} A_{ut} u_{ut}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{inn}} = \frac{A_{inn}}{A_{ut}} \cdot \frac{\rho_{inn}}{\rho_{ut}}$$

Vi har $A_{ut} = A_{in}$, $\rho_{inn} = 1{,}2\ kg/m^3$, $\rho_{ut} = 1{,}05\ kg/m^3$ så

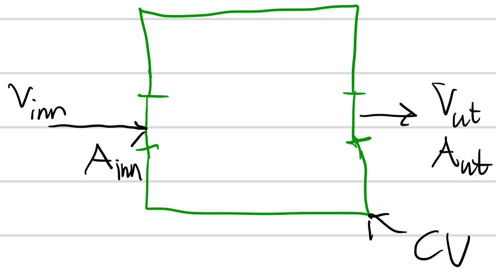
$$\frac{u_{ut}}{u_{inn}} = \frac{1{,}2}{1{,}05} = 1{,}14$$

Så **14% økning i fart.**

Oppgave: Støv

$C = \rho_{støv} / \rho_{luft}$

Lager et kontrollvolum rundt rommet og samler utgangene i Vén:



massebevarelse:

$$0 = \underbrace{\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho_{støv}\, dV}_{\dot{m}_{støv}} + \int_{CS} \rho_{støv} (\vec{V} \cdot \vec{n})\, dA$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{støv} = -\int_{CS} \rho_{støv} (\vec{V} \cdot \vec{n})\, dA$$

$$= -\underbrace{\rho_{støv}}_{C\rho_{luft}} \underbrace{V_{ut} A_{ut}}_{= V_{inn} A_{ut}}$$

$$\underline{\underline{= -C \rho_{luft} V_{inn} A_{ut}}}$$

b) Har da $V_{inn} A_{inn} = 10 \text{ liter/s}$

$$\dot{m}_{støv} = -C(t)\rho_{luft} V_{inn} A_{inn}, \quad m_{støv} = C(t)\rho_{luft} \cdot Vol$$

$$\Rightarrow \quad \dot{C}(t)\cancel{\rho_{luft}} Vol = -C(t)\cancel{\rho_{luft}} V_{inn} A_{inn}$$

$$\Leftrightarrow \quad \dot{C} + C \frac{V_{inn} A_{inn}}{Vol} = 0$$

$$\Rightarrow \quad C(t) = C(0) e^{-\frac{V_{inn} A_{inn}}{Vol} t}$$

Ønsker T slik at $C(t=T) = 0{,}01 \cdot C(0)$.

$$\Rightarrow \quad 0{,}01 = e^{-\frac{V_{inn} A_{inn}}{Vol} T}$$

$$\Leftrightarrow \quad T = -\frac{Vol}{V_{inn} A_{inn}} \ln(0{,}01)$$

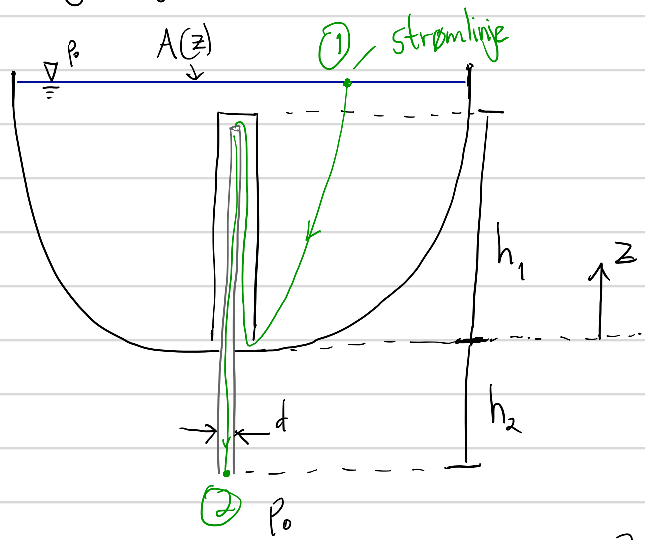
$$= -\frac{300 \, m^3}{10 \cdot 10^{-3} \, m^3/s} \ln(0{,}01)$$

$$= 138155 \, s$$

$$= \underline{\underline{38{,}4 \text{ timer}}}$$

Oppgave: Pythagoras' kopp

a)



$$\cancel{\frac{p_0}{\rho}} + \frac{V_1^2}{2} + gz = \cancel{\frac{p_0}{\rho}} + \frac{V_{ut}^2}{2} + g(-h_2)$$

$$\iff \quad V_{ut}^2 - V_1^2 = 2g(z+h_2)$$

$$\iff \quad V_{ut}^2 = \frac{2g(z+h_2)}{1-\left(\frac{V_1}{V_{ut}}\right)^2} \qquad (*)$$

Massebevarelse og inkompressibilitet gir

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{ut} \iff A(z)\,V_1 = A_{ut}V_{ut}$$

$$\iff \frac{V_1}{V_{ut}} = \frac{A_{ut}}{A(z)}$$

Satt inn i $(*)$ får vi

$$\underline{\underline{V_{ut} = \sqrt{\frac{2g(z+h_2)}{1-\left(\frac{A_{ut}}{A(z)}\right)^2}}}}$$

Får ikke til b og c