

СМКГ, Лекция 1. Physically-based Рендеринг и Трассировка Путей.

9 июля 2021 г.

Денис Павлов
denis.pavlov@graphics.cs.msu.ru

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Цвет

Качественная субъективная характеристика электромагнитного излучения оптического диапазона, определяемая на основании возникающего физиологического зрительного ощущения и зависящая от ряда физических, физиологических и психологических факторов. - WIKIPEDIA

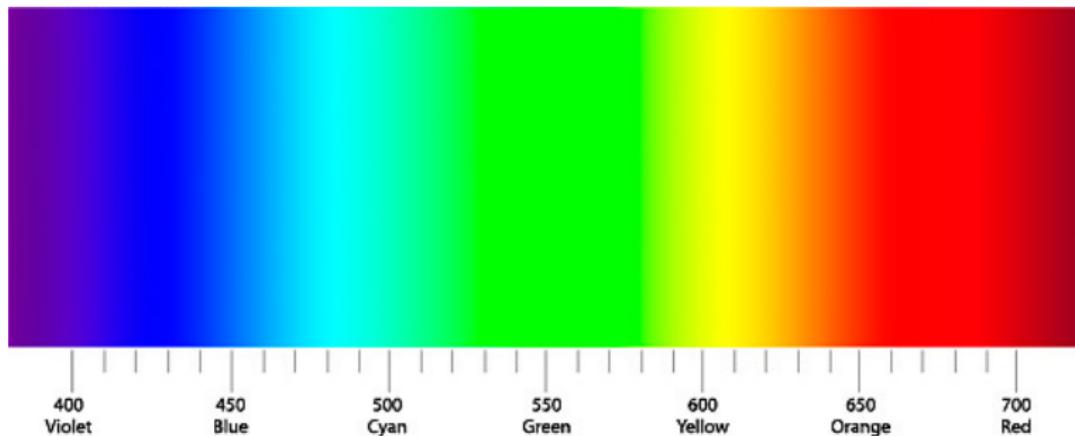


Рис 1. Примерный спектр, видимый человеком ($\sim 380\text{nm} - 780\text{nm}$).

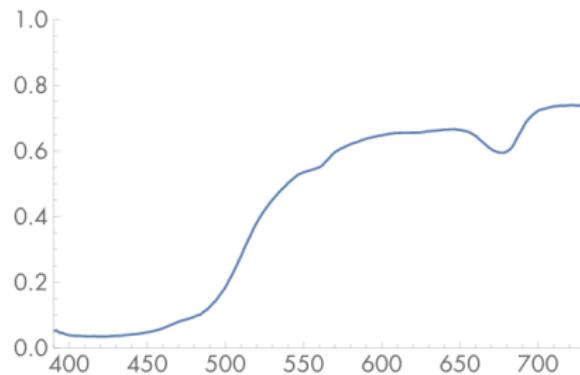


Рис 2. (а) Отражательная способность кожуры лимона; (б) Лимон.

- Цвет
- **Радиометрия**
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

- Энергия, J

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

- Поток излучения (Radiant Flux), $\frac{J}{s} = W$

$$\Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

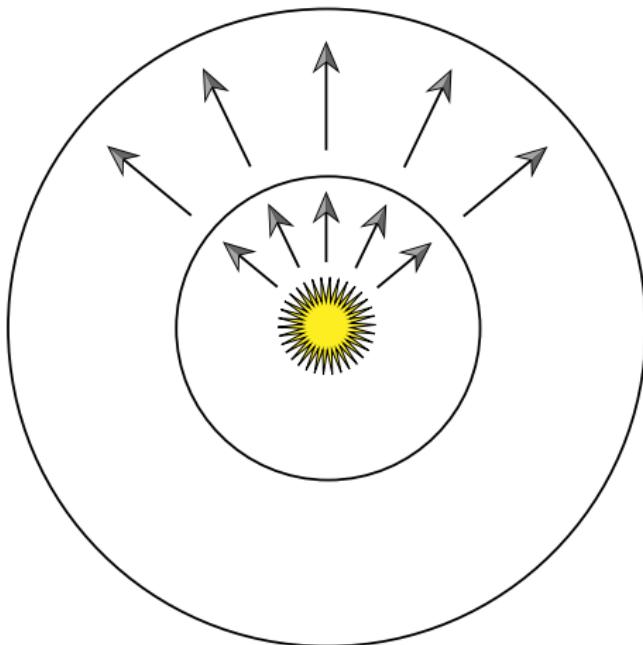


Рис 3. Две концентрические сферы с источником света в центре.

- Энергия, J

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

- Поток излучения (Radiant Flux), $\frac{J}{s} = W$

$$\Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

- Интенсивность излучения (Irradiance), $\frac{W}{m^2}$

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

Радиометрия

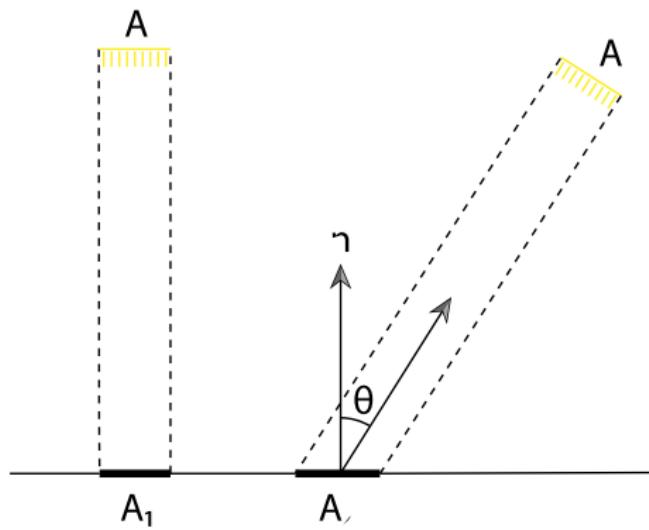


Рис 4. Закон Ламберта

Радиометрия

- Энергия, J

$$Q = \frac{hc}{\lambda}$$

- Поток излучения (Radiant Flux), $\frac{J}{s} = W$

$$\Phi = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

- Интенсивность излучения (Irradiance), $\frac{W}{m^2}$

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

- Яркость? (Radiance), $\frac{W}{m^2 sr}$

$$L = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta E_\omega(p)}{\Delta\omega} = \frac{dE_\omega(p)}{d\omega} = \frac{d\Phi}{dA^\perp d\omega}$$

Радиометрия

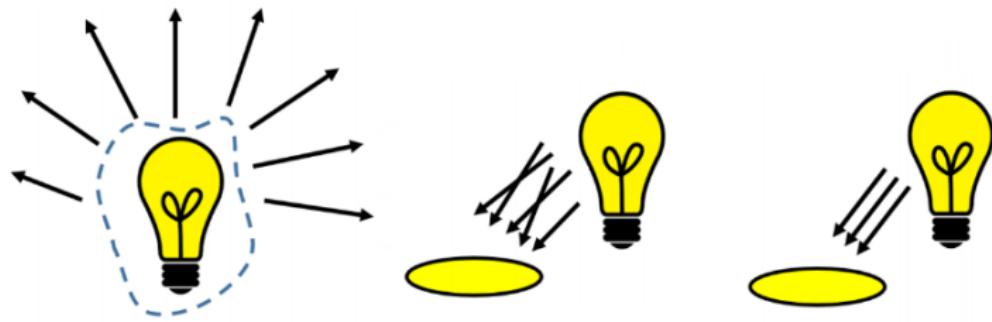


Рис 5. (a) Flux; (b) Irradiance; (c) Radiance

Например:

$$E(p, n) = \int_{\Omega} L_i(p, \omega) |\cos\theta| d\omega$$

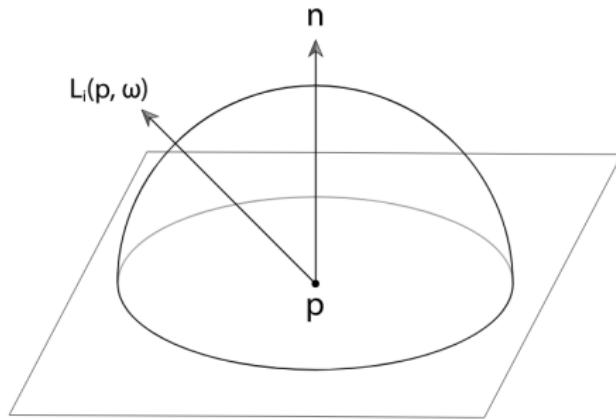


Рис 6. Расчёт интенсивности излучения из яркости (Irradiance from radiance).

$$E(p, n) = \int_{\Omega} L_i(p, \omega) |\cos\theta| d\omega$$

Как так получилось?

$$L = \frac{d\Phi}{dA^\perp d\omega}$$

$$d\Phi = L dA^\perp d\omega$$

$$E = \frac{d\Phi}{dA} = L \frac{dA^\perp}{dA} d\omega = L |\cos\theta| d\omega$$

Так как в точку p приходит яркость из всей полусфера:

$$\Rightarrow E(p, n) = \int_{\Omega} L_i(p, \omega) |\cos\theta| d\omega$$

- Цвет
- Радиометрия
- **Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)**
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)

Четырёхмерная функция, определяющая, как свет отражается от непрозрачной поверхности. - WIKIPEDIA

$$dE(p, \omega_i) = L_i(p, \omega_i) \cos\theta_i d\omega_i$$

$$dL_o(p, \omega_o) \propto dE(p, \omega_i)$$

$$f_r(p, \omega_o, \omega_i) = \frac{dL_o(p, \omega_o)}{dE(p, \omega_i)} = \frac{dL_o(p, \omega_o)}{L_i(p, \omega_i) \cos\theta_i d\omega_i}$$

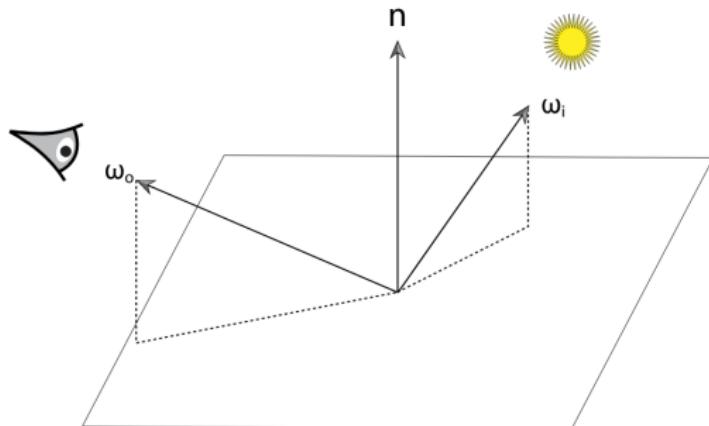


Рис 7. Двунаправленная Функция Отражения.

Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)

Свойства (физически корректной BRDF):

- Неотрицательность:

$$f_r(p, \omega_o, \omega_i) \geq 0.0$$

- Взаимность:

$$f_r(p, \omega_o, \omega_i) = f_r(p, \omega_i, \omega_o)$$

- Сохранение энергии:

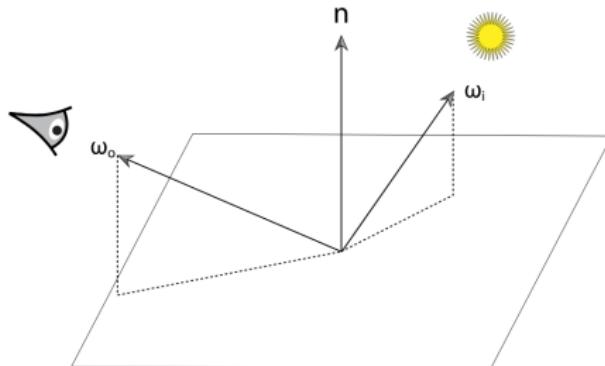
$$\int_{H^2(n)} f_r(p, \omega_o, \omega') \cos\theta' d\omega' \leq 1.0$$

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- **Уравнение Рендеринга**
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Уравнение Рендеринга

$$L(p, \omega_o) = L_e(p, \omega_o) + \int_{\Omega} f(p, \omega_o, \omega_i) L_i(p, \omega_i) |\cos \theta_i| d\omega_i$$

- L - суммарная яркость, приходящая из точки p в направлении ω_o
- L_e - яркость, исходящая из точки p в направлении ω_o (p - источник света)
- L_i - яркость, приходящая в точку p из направления ω_i
- $f(p, \omega_o, \omega_i)$ - BRDF
- ω_o, ω_i - направления, заданные телесными углами



- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- **Методы Монте-Карло**
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Методы Монте-Карло

Необходимо оценить некоторый интеграл:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

Метод Монте-Карло:

$$F_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \frac{f(x_i)}{p(x_i)}$$

где x_i - случайные значения из некоторого распределения X с функцией плотности вероятности $p(x_i)$.

В простейшем случае, $X \sim U(0, 1)$:

$$F_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x)$$

Это правда так?

$$\begin{aligned} E[F_N] &= E \left[\frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right] \\ &= \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N E[f(x_i)] \\ &= \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N \int_a^b f(x) p(x) dx \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_a^b f(x) dx \\ &= \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

Методы Монте-Карло

Применим метод Монте-Карло к Уравнению Рендеринга:

$$\int_{\Omega} f(p, \omega_o, \omega_i) L_i(p, \omega_i) |\cos \theta_i| d\omega_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(p, \omega_o, \omega_i) L_i(p, \omega_i) |\cos \theta_i|}{p(\omega_i)}$$

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- **Выборка по Значимости (Importance Sampling)**
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Выборка по Значимости (Importance Sampling)

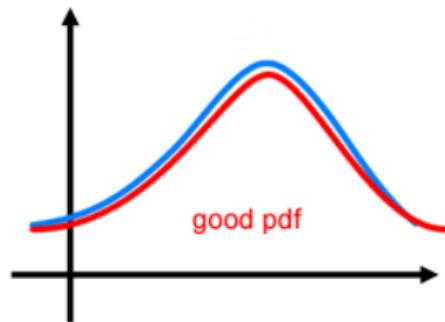
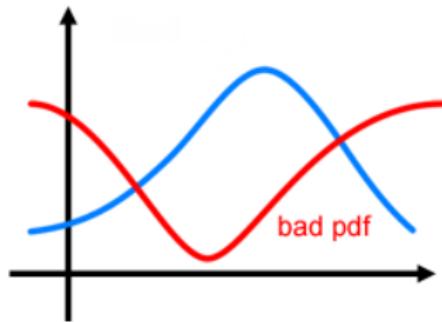
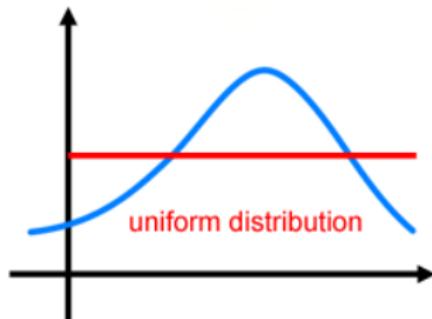
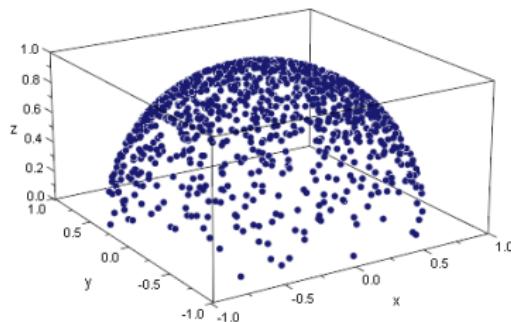


Рис 8. Выбор подходящей PDF.

Выборка по Значимости (Importance Sampling)

Рассмотрим случай, когда диффузная BRDF сэмплится с использованием выборки по значимости.



$$f(p, \omega_o, \omega_i) = \frac{\rho}{\pi}; \quad p(\omega_i) = \frac{\cos\theta_i}{\pi}$$

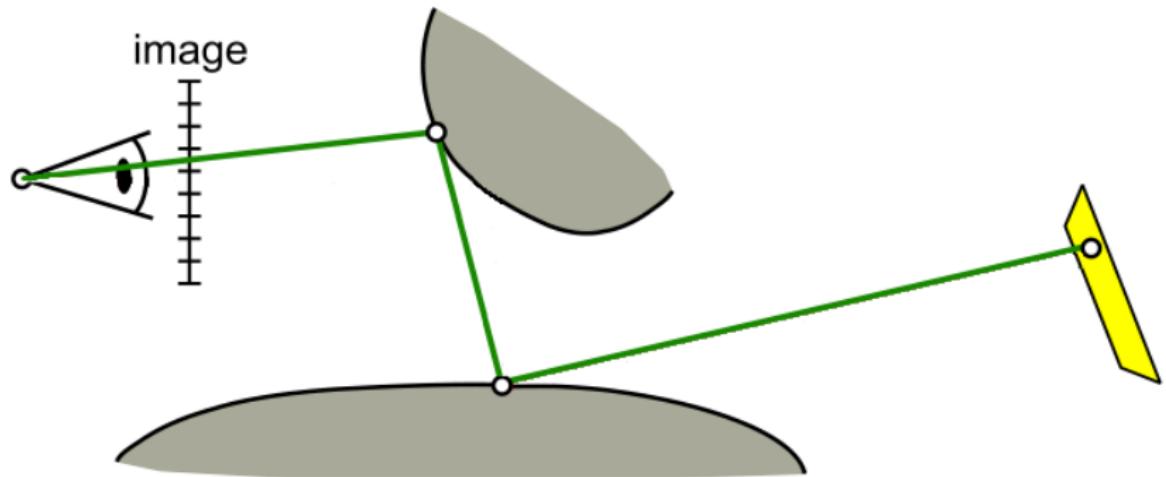
$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(p, \omega_o, \omega_i) L_i(p, \omega_i) |\cos\theta_i|}{p(\omega_i)} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\frac{\rho}{\pi} L_i(p, \omega_i) |\cos\theta_i|}{\frac{\cos\theta_i}{\pi}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(p, \omega_i) \rho \end{aligned}$$

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- **Трассировка Путей**
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Трассировка Путей

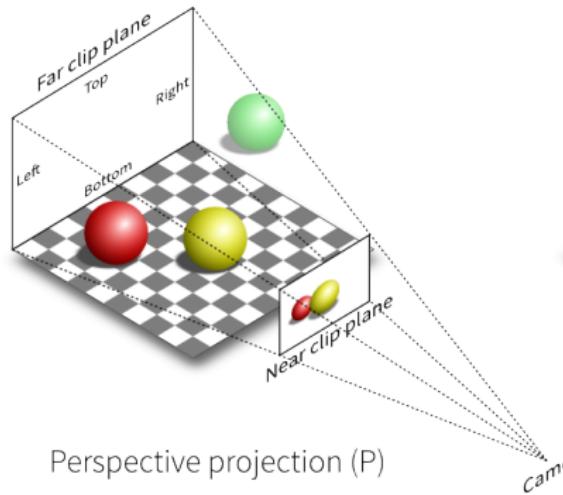


Трассировка Путей

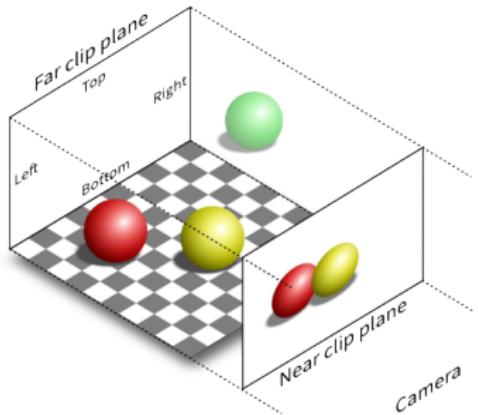


- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- **Камера**
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

Камера



Perspective projection (P)



Orthographic projection (O)

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- **Сэмплинг**
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?

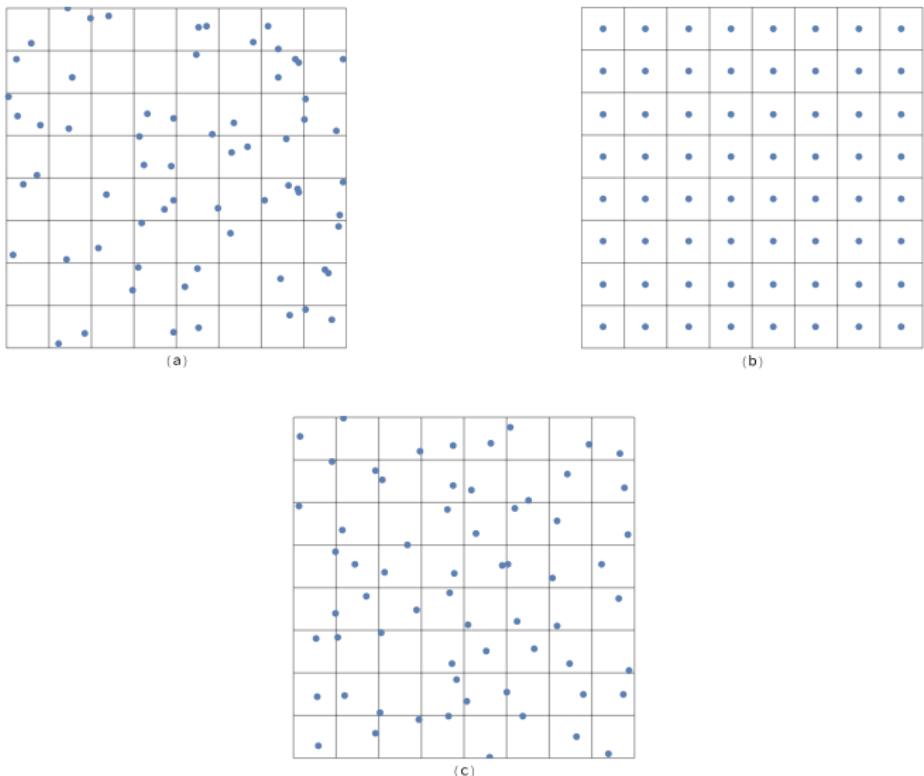


Рис 9. (а) Случайное распределение; (б) Равномерное; (с) Stratified.

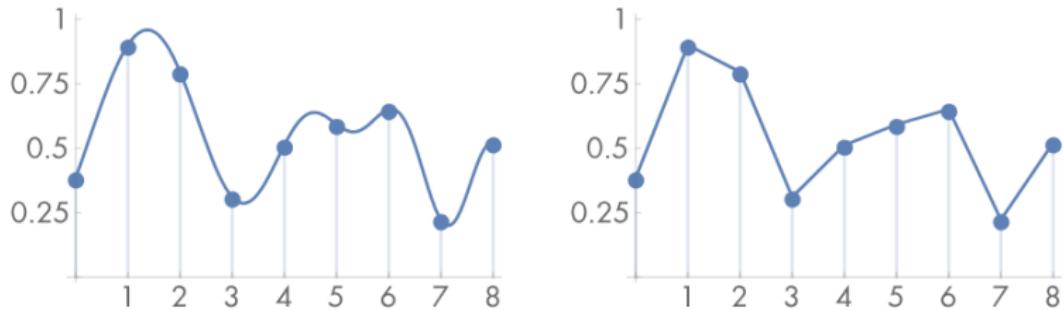


Рис 10. Сэмплинг некоторой функции.

Квази-случайный Сэмплинг

Основная идея:

$$a = \sum_{i=1}^m d_i(a) b^{i-1}, \quad d_i(a) \in [0, b - 1]$$

Radical Inverse Function:

$$\Phi_b = 0.d_1(a)d_2(a)\dots d_m(a)$$

Простейший случай в 1D - *van der Corput sequence*:

$$x_a = \Phi_2(a)$$

Квази-случайный Сэмплинг

a	Base 2	$\Phi_2(a)$
0	0	0
1	1	$0.1 = 1/2$
2	10	$0.01 = 1/4$
3	11	$0.11 = 3/4$
4	100	$0.001 = 1/8$
5	101	$0.101 = 5/8$
⋮		

Рис 11. Несколько первых натуральных чисел, van der Corput sequence.

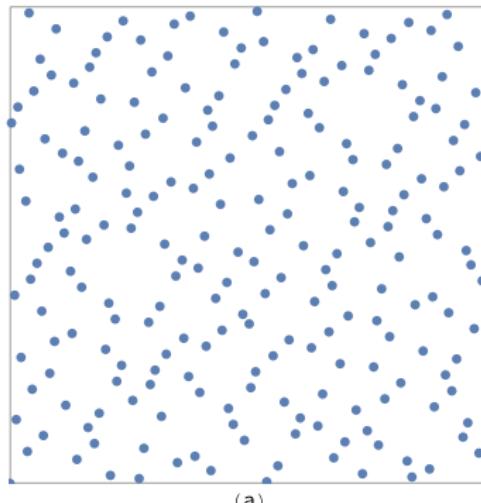
Квази-случайный Сэмплинг

- Halton sequence:

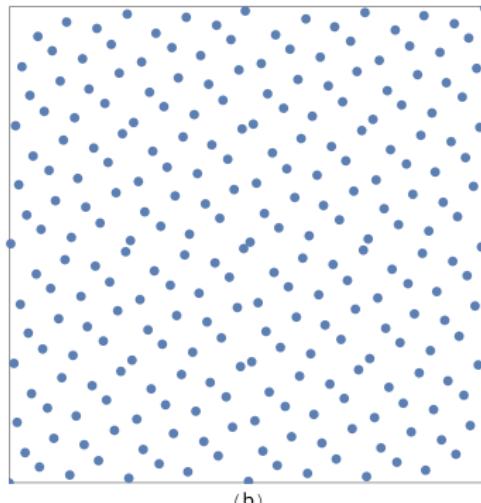
$$x_a = (\Phi_2(a), \Phi_3(a), \Phi_5(a), \dots, \Phi_{p_n}(a))$$

- Hammersley sequence:

$$x_a = \left(\frac{a}{N}, \Phi_{b_1}(a), \Phi_{b_2}(a), \dots, \Phi_{b_n}(a) \right)$$



(a)



(b)

Рис 12. (a) Halton sequence; (b) Hammersley sequence.

Квази-случайный Сэмплинг



Рис 13. (а)Случайный сэмплинг; (б) Квази-случайный сэмплинг (Sobol sequence).

Квази-случайный Сэмплинг

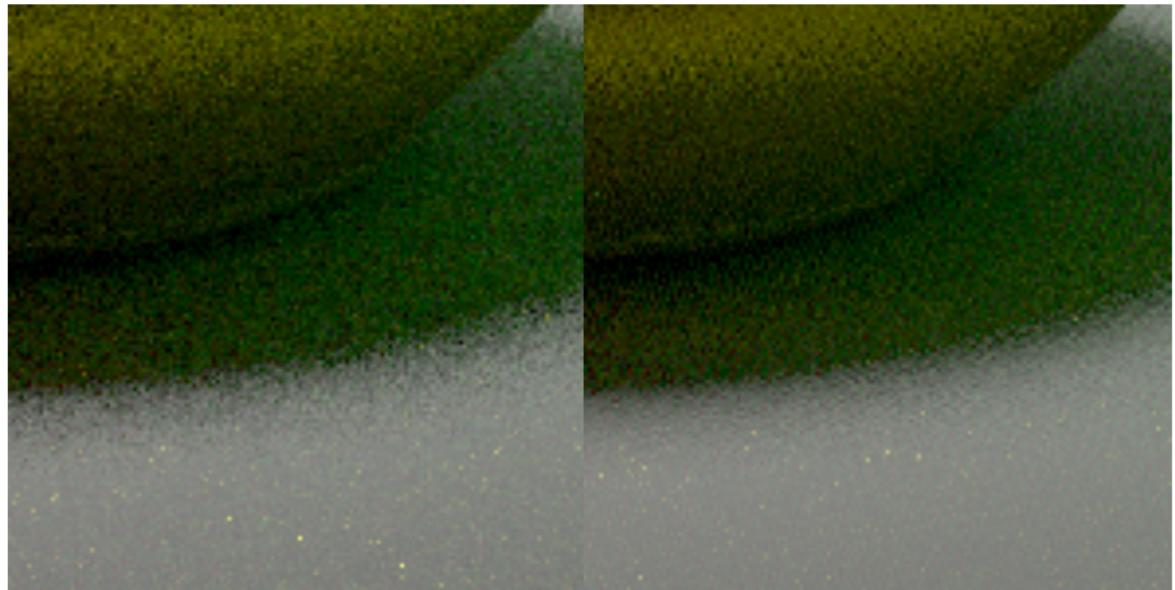


Рис 14. (а)Случайный сэмплинг; (б) Квази-случайный сэмплинг (Sobol sequence).

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- **Простейшие BRDF**
- Что еще есть?

Простейшие BRDF

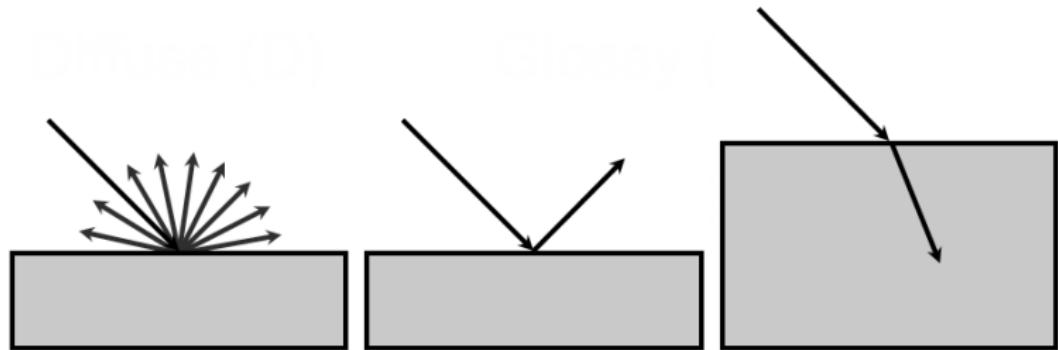


Рис 15. (a) Diffuse; (b) Specular; (c) Transmissive

Простейшие BRDF

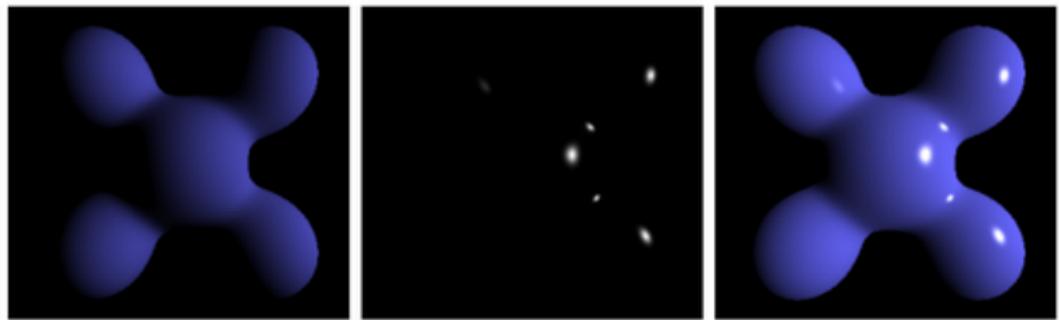


Рис 16. BRDF с несколькими компонентами

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- **Что еще есть?**

Что еще есть (и скорее всего будет у вас)?

- Global Illumination алгоритмы (Bidirectional PT, MCMC, Photon Mapping ?, e.t.c.)
- Комплексные BxDF
- Оптимизация (Ускоряющие структуры / тесты пересечений; GPU)
- Спектральный рендеринг
- Что-то еще?

- Цвет
- Радиометрия
- Двунаправленная Функция Отражения (BRDF)
- Уравнение Рендеринга
- Методы Монте-Карло
- Выборка по Значимости (Importance Sampling)
- Трассировка Путей
- Камера
- Сэмплинг
- Простейшие BRDF
- Что еще есть?
- **Домашнее задание**

Домашнее задание (к концу курса)

Обязательные требования:

- Реализовать свой **Path Tracer**
- Любой язык программирования (лучше всего C++, но не обязательно)
- Как минимум 2 примитива (лучше всего сфера и меш)
- Базовые BxDF (Diffuse, Specular, Transmissive)
- Можно использовать Embree / RTX

Дополнительно:

- Текстуры
- Импорт Wavefront obj моделей
- Сложные BxDF
- Multiple Importance Sampling
- Любую вещь по желанию...

Что читать?

- Основной материал - Matt Pharr et al, PBRT
<http://www.pbr-book.org/3ed-2018/contents.html>
- Если очень хочется в чём-то разобраться - Eric Veach
http://graphics.stanford.edu/papers/veach_thesis/
- Monte-Carlo, MCMC, Sampling, e.t.c. - Art Owen
<https://statweb.stanford.edu/~owen/mc/>
- Можно полистать www.scratchapixel.com или
<http://www.raytracegroundup.com/> но очень не советую
- Книжку нашей лаборатории (которую вам выложат, видимо)

Домашнее задание к следующей паре

- Записаться на курс:
<https://courses.graphics.cs.msu.ru/>
- Кодовое слово: **SMKG2020**
- Подготовить презентацию на 8-10 слайдов по вашей теме.
- Выбрать тему до **23.02.20 включительно** - заполнить google doc:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1Fd8UdwSCvsnJfuun_1T41UFEaDLJU2Nft15jV4BiDRs/edit#gid=0