

# Øvelse 1 – Snorbølger

Rasmus Klitgaard\*

Rene Czepluch†

Laurits N. Stokholm‡

19. april 2017

## 1 Introduktion

Forsøget har til formål at undersøge stående bølger på en streng af given længde. Der vil specielt være fokus på ændringen af snorens egenskaber såsom massetæthed.

## 2 Teori

Bølgefænomenet dukker op mange steder i hverdagen, især for dem som spiller musik, hopper i sjippetorv eller læser fysik. I laboratoriet genereres stående bølger på en snor og det er disse, som vi her vil beskrive. Men først må vi nærme os grundbegreberne.

### Mekaniske bølger

Når en substans (refereret som *mediet*) forstyrres fra dets hvilestadie, vil hver enkel af mediets partikler undergå en forskydning omkring sit ligevægtspunkt, hvorfor der vil ske en energitransport i mediet. Dette er hvad i dagligtale kaldes en mekanisk bølge<sup>1</sup>. Hvorvidt partiklerne forskydes langs bølgens udbredelsesretning eller på tværs, er hvad separerer bølger i kategorierne *transversale* og *longitudinale* bølger. I forsøget vil vi ikke betragte longitudinale bølger langs snoren, så derfor vil der ikke skrives mere om disse.

Fra skolegården kender mange, at en enkelt puls hurtigt dør ud langs sjippetorvet. Hvad er mere interessant er, hvis man med en drivkraft tvinger torvet til at undergå en periodisk bevægelse.

\*Rasmus.Klitgaard@post.au.dk

†rene.czepluch@post.au.dk

‡laurits.stokholm@post.au.dk

<sup>1</sup>Også andre bølger eksisterer, bølger som ikke behøver et medie at propagere i. Her er lys et eksempel.

## Periodisk Bevægelse

I forsøget betragtes en simpel harmonisk oscillator (SHM). Disse er særdeles simple at analysere og kaldes også sinusoidale bølger. Dette er fundamentet for alle bølger, som alle kan brydes op som en sum af sinusoidale bølger, jævnfør superposition.

Bølgen er en symmetrisk sekvens af bølge- dale og toppe. Symmetrien opstår ved en bølgelængde,  $\lambda$  (afstand fra vilkårligt punkt til selvsamme punkt i næste sekvens). Tiden det tager bølgen at gentage sig er perioden,  $T = f^{-1}$ , hvor  $f$  er en nogenlunde pendant, svarende til antallet af bølger pr. tid (kaldet frekvensen). Da sinusbølgen kan relateres til en cirkulær bevægelse, introduceres også en vinkelfrekvens,  $\omega = 2\pi f$  samt et mål for partiklernes maksimale udsving, nemlig amplituden,  $A$ .

Bølgen propagerer med hastigheden,  $v = \lambda f$ , og da forsøget omhandler en snor, da vil bølgen være bundet til en én-dimensionel bevægelse.

### Bølge på en streng

I forsøget vil strengen være udtrukket, og ser man bort fra tyngdekraftens virkning (en fin antagelse), vil hvilestadiet af strengen være en ret linie. Derfor indføres en  $x$ -akse langs snoren. Bølger på strengen er transversale, hvorfor partiklers forskydelse er langs  $y$ -aksen. Forskydelsen afhænger af position på strengen, men er ligeledes tidsafhængig, da bølgen propagerer med hastigheden  $v \neq 0$ . Bølgefunktionen er givet ved

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1)$$

hvor  $k$  indføres som bølgetallet. Hidtil er bølgerne beskrevet alle rejsende bølger, altså i en bevægelse langs mediet. Hvad vi i forsøget undersøger er

stående bølger, som selvsagt ikke rejser som de før beskrevne bevægelige bølger.

### Stående bølger

Når en bølge rammer en overflade, et endepunkt eller lign. vil noget af energien reflektere. Dette er fundamentet for ekko, og bruges specielt til afstandbedømmelse via. ultralyd af flagermus, hvaler og skibe. I forsøget vil en bølgegenerator drive ved en bestemt frekvens en SHM langs en udspændt snor. Når bølgen ankommer til endepunktet vil størstedelen af energien reflektere, og derfor vil en ny bølge løbe tilbage. Dette gentager sig mange gange.

Den resulterende bølge er altså en superposition af adskillige bølger på snoren, som alle interfererer enten konstruktivt eller destruktivt med hinanden. Er drivningsfrekvensen således, at alle bølger netop interfererer konstruktivt, vil en stående bølge fremmanes på snoren. Kendetegnet for stående bølger er, at visse punkter slet ikke bevæger sig (noder), og andre bevæger sig maksimalt (anoder).

Såfremt snoren er udspændt, må det gælde at endepunkterne er noder. For at stående bølger kan opretholdes på snoren, må det gælde, at snorens længde opfylder  $L = n\frac{\lambda}{2}$  for  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Dette er trivielt, da der ellers ikke kan være en stående bølge på snoren. Dermed bliver bølgelængden

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

Bølger af andre bølgelængder kan godt eksistere på strengen, men stabile, stående bølger med noder og anoder vil altid opfylde ligning 2.

For den givne serie af bølgelængder følger en korresponderende serie af frekvenser, da disse er relateret (som beskrevet tidligere). Den første frekvens for  $n = 1$  kaldes den *fundamentale frekvens*. Efterfølgende frekvenser kaldes harmonier, og er multiplikativer af den fundamentale frekvens.

Under databehandlingen af forsøget, vil blive gjort brug af, at frekvensen af en stående bølge, er givet ved

$$f_g = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (3)$$

Hvor  $F$  er snor spændingen,  $\mu$  er masse pr. længdeenhed og  $L$  er længden på snoren.

## 3 Eksperimentel Opstilling

En streng opspændes af en trækkods. I trækodsel tilsluttes et newton meter, samt en pickup, tilsluttet til picoscope. En frekvens generator tilsluttes en varierende strømkilde til at producere en stående bølge.

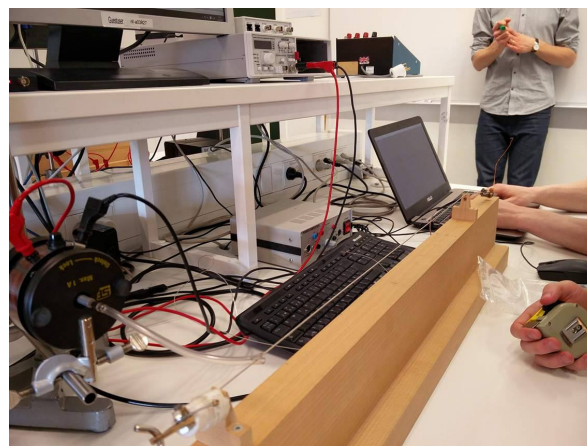
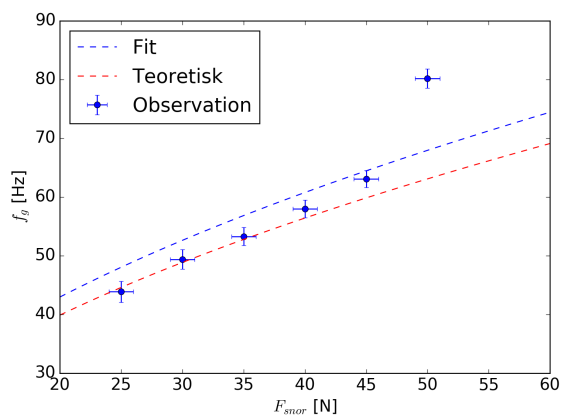


Fig. 1: Billedet af forsøget.

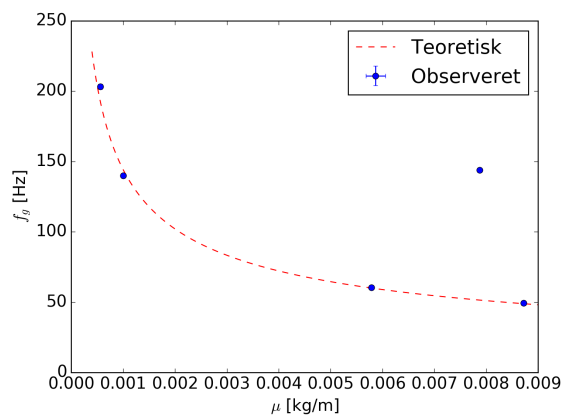
## 4 Databehandling

### Grundfrekvensens afhængighed af snorspænding

Vi har lavet to målinger hvor vi primært har kigget på ligning 3 og vi har derfor foretaget variabel kontrol og altså varieret på  $\mu$  og  $F$  i ligning 3. Observationerne kan ses i figur 2.



**Fig. 2:** Resultater af fit, teoretisk værdier og observation af grundfrekvensen som funktion af snorspændingen.



**Fig. 3:** Resultater af observationer og teoretiske værdier, af grundfrekvensen som funktion af snorspændingen.

Her ses det at vi har lavet en fittet linje sammen med den teoretiske. Dette var for at se hvor godt et evt. fit ville være ift. teorien og ud fra dette fit har vi fundet en eksperimentielt bestemt værdi for  $\mu$ . Den er fundet til  $\mu_{eks} = 7,52 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ . Den egentlige værdi for  $\mu = 8,72 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ . Dette er rimelig tæt på den værdi vi fandt, men der er alligevel en rimelig afvigelse. Det skyldes sandsynligvis den outlier som vi har på vores data, som man måske skulle se bort fra - dette har vi valgt ikke at gøre grundet det lave antal målinger i forvejen. Det kan også lige nævnes at vores usikkerheder her er en rimelig faktor som det fremgår i figur 2.

### Grundfrekvensens afhængighed af masse/længde

Igen foretages variabel kontrol af samme ligning 3 Hvor snorspændingen  $F$  og længden  $L$  holdes konstant.

Her ses det at data passer rigtig godt på vores målepunkter, undtagen den ene outlier. Usikkerhederne her er ikke synlige grundet de store dimensioner på vores akser, men det kan nævnes at de er i omegnen af  $\pm 5 \text{ Hz}$

## 5 Diskussion

I både figur 2 og figur 3 ses et datapunkt der afviger markant fra de teoretiske værdier. Det er svært at sige hvor fejlen kommer fra, men da errorbars viser, at den teoretiske linje ligger langt væk fra usikkerheden, må det skyldes en fejl i aflæsningen. Det kan også skyldes måske at vi kom til at dæmpe snoren ved at røre ved den under en afmåling.

Ud over det, bidrog opsættelsen til nogle usikkerheder. Bølgegeneratoren flyttede vi engang i mellem - dette bidrog til ændringer i dæmpningen og grundfrekvensen. Ydermere kan det nævnes at vi antog endepunkterne til at være faste punkter, men i realiteten var der bølgebevægelse ud over det faste punkt, så vi egentlig har mistet energi her, men det har nok været en meget lille fejkilde. Det har selvfølgelig også været en faktor at metoden hvorpå vi bestemte grundfrekvensen var rimelig tvivlsom idet at det var på øjemål. Sidst vil vi lige nævne at der altså var en del forvirring omkring nogle af snorenes labels. De var svære at læse og vi var i tvivl om flere, hvilket måske kan forklare nogle af vores mærkelige værdier, specielt den hvor vi varierede  $\mu$ , da vi så ville få et datapunkt hvor  $\mu$  værdien

ikke stemte overens med den grundfrekvens som vi målte.

## **6 Konklusion**

Transversale bølger på en streng undersøges. Vores data viser, at teorien for stående bølger, stemmer i overens med vores observationer.