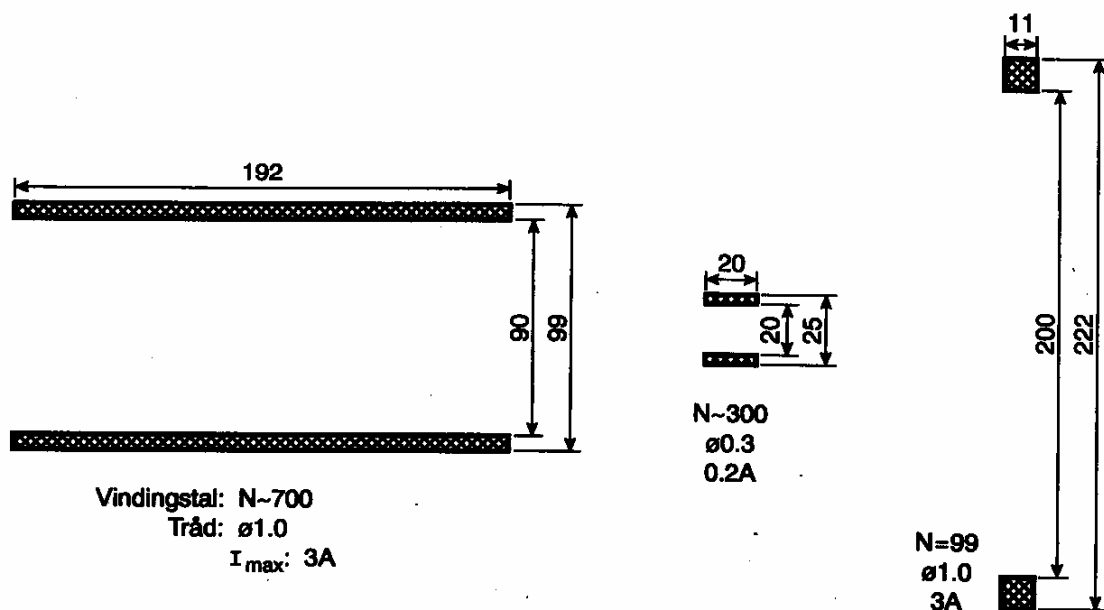


3: MAGNETFELTER OG INDUKTION

I denne øvelse udmåles magnetfelter frembragt af simple spolekonfigurationer, hvor en sammenligning med analytiske beregninger er mulig. Desuden studeres den magnetiske kobling mellem to spoler. Magnetfelter fra simple spolekonfigurationer er omtalt i Griffiths kap.5.2 og gensidig induktion i kap.7.2.

De anvendte spoler har følgende mål (længder i mm). De præcise vindingstal er indgraveret på spolerne.



Figur 1

Vi betragter først magnetfelter, der er konstante i tiden. Vi skal arbejde med felter fra spoler, der har aksialsymmetri og vælger som udgangspunkt at skrive B på formen

$$\mathbf{B}(r, \Theta, z) = B_r(r, z)\mathbf{e}_r + B_z(r, z)\mathbf{e}_z. \quad (1)$$

Fra teorien kendes sammenhængen mellem strømmen i en plan cirkulær leder og det resulterende B felt. Ifølge Griffiths (5.34) gælder

$$B_z = \mu_0 I a^2 \frac{1}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

hvor I er strømmen i lederen, a radius, og z er afstanden på symmetriaksen regnet fra planet indeholdende den cirkulære leder. Man kan let integrere dette udtryk og få følgende resultat for en solenoide

$$B_z(z) = \frac{N}{l} \mu_0 I \frac{1}{2} \left(\frac{z+l/2}{\sqrt{a^2 + (z+l/2)^2}} - \frac{z-l/2}{\sqrt{a^2 + (z-l/2)^2}} \right), \quad (3)$$

hvor l er solenoidens længde, N antallet af vindinger på spolen og $z=0$ svarer til midtpunktet på symmetriaksen i spolen. Viklingslagets tykkelse er negligeret.

Den radiale feltkomponent kan findes af

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (4)$$

Vælges som integrationsflade en lille cylinder med længde Δz og radius r nær akse i afstanden z fås

$$-B_z(o,z)\pi r^2 + B_z(o,z+\Delta z)\pi r^2 + B_r(r,z)2\pi r\Delta z = 0, \quad (5)$$

som umiddelbart fører til

$$B_r(r,z) = -\frac{r}{2} \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(\frac{B_z(o,z+\Delta z) - B_z(o,z)}{\Delta z} \right) = -\frac{r}{2} \frac{dB_z(o,z)}{dz} \quad (6)$$

hvor dB_z/dz fremgår af formel (3). Vi har således udtryk for B-feltet både på symmetriaksen (B_z) og for B-feltets radiale komponent (B_r) nær symmetriaksen.

Kontroller, at udtrykket (6) også kan findes ved direkte integration af $\nabla \mathbf{B} = 0$ opskrevet i cylinderkoordinater.

Måling af magnetfelter med prøvespole - induktion

En anden metode til bestemmelse af et magnetfelts størrelse, B , består i at måle den elektromotoriske kraft (EMK) \mathcal{E} , som induceres i en prøvespole, når fluxen fra det ønskede felt gennem prøvespolen afhænger af tiden. En sådan tidsafhængighed kan forekomme, hvis prøvespolen bevæges i forhold til det ønskede felt, eller hvis feltet selv er tidsafhængigt. I begge tilfælde er EMK givet ved

$$\mathcal{E} = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (7)$$

hvor N_2 er antal viklinger på prøvespolen og ϕ den magnetiske flux givet ved

$$\phi = A \cdot B \quad (8)$$

hvor A er det effektive areal for prøvespolen.

I øvelsen anvendes begge metoder. Først måles størrelsen af et tidsafhængigt magnetfelt i *midten* af solenoiden ved at bevæge prøvespolen ind og ud af solenoiden og dernæst måles størrelsen af et tidsafhængigt felt i nogle punkter langs symmetriaksen ved at fastholde prøvespolen i det ønskede målepunkt og lade feltet fra solenoiden variere harmonisk i tiden med en passende frekvens f , som på én gang er lille nok til at sikre kvasistatiske forhold ($f \ll c/L$, hvor L er den lineære udstrækning af systemet ($L \sim 1\text{m}$)) og stor nok til at inducere en målbar spænding (EMK) i prøvespolen.

Tidsafhængigt felt - bevæget prøvespole.

6. Benyt en stor (jævn)strøm i solenoiden ($\sim 3\text{A}$) og mål denne efter nogen tid med amperemeter anbragt i serie. Slut prøvespolen til PicoScope. Indstil PicoScope til manuel enkeltsweep, lang sweepetid (f.eks. 10-20 sek) og mange kanaler. Start PicoScope, bevæg prøvespolen ind til midten af solenoiden og helt ud igen nogle gange, idet bevægelseshastigheden varieres, og observer den inducerede spænding over prøvespolen. Øv jer på dette nogle gange indtil I på et enkelt sweep opnår gode eksempler på forskellige bevægelseshastigheder. Den målte spænding er givet ved

$$\mathcal{E}(t) = -N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (9)$$

som ved integration fører til

$$\phi(t) = \frac{1}{N_2} \cdot \int_0^t \mathcal{E}(t) dt \quad (10)$$

idet der ses bort fra fortegn og bevægelsen startes fra hvile uden for solenoiden til $t=0$ ($\phi(0)=0$). Det integrerede signal giver således fluxen i det punkt, hvor prøvespolen befinder sig til tiden t . Hvis prøvespolen bevæges helt ind i eller ud af solenoiden hver gang, er maximalværdien ϕ_{\max} af $\phi(t)$, svarende til magnetfeltet midt i

solenoiden, uafhængig af, hvordan denne bevægelse præcist foretages. Feltets størrelse er givet ved

$$B = \frac{\phi_{\max}}{A} = \frac{\phi(t_{\max})}{A} = \frac{1}{AN_2} \cdot \int_0^{t_{\max}} \mathcal{E}(t) dt \quad (11)$$

hvor t_{\max} betegner tidspunkter, til hvilke prøvespolen er midt i solenoiden. Benyt integrationsfunktionen i EasyPlot til at danne det løbende integral af $\mathcal{E}(t)$ og kontroller, at ϕ_{\max} er uafhængig af bevægelseshastigheden. Udlod heraf størrelsen af B i midten af solenoiden. Sammenlign med den forventede værdi.

Tidsafhængigt felt - stationær prøvespole.

7. Forbind solenoiden til funktionsgeneratoren (f.eks. 1kHz og maximal amplitude). Indskyd en 10Ω modstand (mål med ohmmeter) til strømmåling. Anbring prøvespolen på solenoidens symmetriakse. Mål med PicoScope samtidig den inducerede spænding over prøvespolen og strømmen gennem solenoidens viklinger. Beregn på grundlag heraf størrelsen af det magnetiske felt. Udmål på denne måde B_z som funktion af z fra solenoidens midtpunkt ($z=0$) til ca 10cm uden for solenoidens ene ende. Sammenlign med den teoretiske kurve.
8. En vilkårlig relativ placering af den ovenfor undersøgte solenoid (index 1) og prøvespolen (index 2) fastholdes under måling af induktionskoefficienterne M_{12} og M_{21} . Med strøm I_1 i solenoiden induceres en spænding V_2 i prøvespolen og med strøm I_2 i prøvespolen induceres en spænding V_1 i solenoiden. Disse spændinger er givet ved

$$V_2 = -M_{12} \left(\frac{dI_1}{dt} \right), (I_2 = 0) \quad \text{og} \quad V_1 = -M_{21} \left(\frac{dI_2}{dt} \right), (I_1 = 0) \quad (12)$$

Lav for begge tilfælde en figur, der illustrerer den tidsafhængige sammenhæng mellem strøm $I(t)$ og induceret spænding $V(t)$. Find M_{12} og M_{21} på grundlag af disse figurer og vis at $M_{12}=M_{21}$.

Forslag til øvelsesprogram

Måling af magnetfelter med Hall probe - Hall effekt

1. Hall proben (med intern strømforsyning, se tidligere øvelse) kalibreres ved hjælp af én af de kalibrerede permanente magneter.

I første omgang skal spolerne forbindes til jævnspændingsforsyningen. Det kan være nødvendigt at efterjustere strømmen undervejs pga. opvarmningen af spolerne. En kalibreret modstand ($\approx 0.1\Omega$), som har en meget svag temperaturafhængighed, indskydes i kredsen til måling af spolestrømmen.

2. Mål feltstyrken B som funktion af strømmen i et fast punkt på symmetriaksen af solenoiden eller Helmholtz spolen. Brug Hall proben. Er B proportional med I ?

Derefter vælges en fast høj strøm ($I < 3A$), som holdes konstant under den rumlige udmåling.

3. *Solenoid:* Mål med Hall proben B_z på symmetriaksen udenfor solenoiden og sammenlign med teorien. Mål ca 10 punkter fra spolens endeflade til en afstand på 8-10 cm. Afbryd strømmen efter hver måling af B_z og bestem Hall probens nulpunktsfejl for den aktuelle position. Gør afbrydelsen kortvarig, så viklingernes temperatur (modstand) ikke falder markant.

4. *Solenoid:* Mål også B_r som funktion af r ved en af spolens endeflader (z fastholdes) og sammenlign med teorien.

5. *Helmholtz spole:* Indstil afstanden, s , mellem et sæt spoler med radius R , så de tilsammen danner en Helmholtz spole ($s=R$, se Fig.5.63 og problem 5.59 i Griffiths). Mål for samme strøm og strømretning i de to spoler magnetfeltets størrelse og retning på symmetriaksen samt i planen vinkelret på denne i spoleparrets midtpunkt og verificer, at feltet er homogent i et betragteligt område omkring parrets midtpunkt. Prøv også andre afstande mellem spolerne, således at feltet langs symmetriaksen har ét ($s < R$) eller to ($s > R$) maxima.

Helmholtz spolen er meget udbredt i videnskabelige og tekniske apparater. Enten til dannelse af homogene magnetfelter eller (næsten det samme) til at danne et feltfrit område (udkompensere jordmagnetfeltet).

Anti-Helmholtz spole: Samme konfiguration som for en Helmholtz spole, men de ens strømme er nu modsat rettede. En anti-Helmholtz spole udgør et vigtigt element i en Magneto-Optic Trap (MOT), med hvilken det nu om stunder er muligt at fastholde ca. 10^9 atomer i et volumen på mindre end én cm^3 ved en temperatur på kun 0,00022K. S. Chu modtog Nobelprisen i Fysik (1997) for udviklingen af MOT.

Beregn $B_z(0,z)$ og $B_r(r,z)$ nær centrum for en anti-Helmholtz spole.