# Teorema dos 4 Vértices

Rener Oliveira


## 1 Curvatura com Sinal

Antes de prosseguirmos com o teorema, vamos definir curvatura com sinal.
Dada um curva plana $\gamma : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, com $I$ aberto, curva regular e *unit-speed*, considere o vetor tangente (unitário), $T(s) = \dfrac{d\gamma}{ds}$.
Seja $N$ o vetor normal à curva, unitário, obtido à partir de uma rotação de 90 graus no sentido horário de $T$.
Pela Proposição 1.2.4 de [1], ou pelo Exercício 7 da Lista 1, o vetor $T'(s) = \dfrac{dT(s)}{ds}$ é ortogonal a $T(s)$.
Desse forma $T'//N$, definimos então a curvatura com sinal, como sendo o múltiplo $\kappa_s$ tal que

$$T' = \kappa_s N$$

No caso em que $\gamma$ não é *unit-speed*, considere $J \subset \mathbb{R}$ um intervalo de reparametrização obtido pela função $h : I \to J$, via $h(t) = \int_{t_0}^{t} ||\gamma'(u)||du$. Para simplificar a notação, considere $h(t) = s$.
Seja $\overline{\gamma}(s)$

# Referências

[1] L.M.A. Pressley et al. *Elementary Differential Geometry*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer, 2001. ISBN: 9781852331528. URL: `www.springer.com/series/3423`.