

Domination on modular product graphs

Maks Rozman, Nea Lovrinčić, Rene Turk

26. december 2024

1 Opis problema

Cilj naloge je raziskati lastnosti dominacije na modularnih produktih grafov in reševati specifične probleme v zvezi z njimi. Delo smo si razdelili na dva glavna dela, ki ju bomo izvedli posebej.

2 Potek dela

2.1 Konstrukcija in analiza modularnih produktov grafov

V prvem delu bomo najprej implementirali funkcijo, ki izračuna modularni produkt dveh danih grafov. S pomočjo te funkcije bomo sistematično iskali manjše grafe in za večje grafe uporabili meta-heuristično metodo (npr. »simulated annealing«), da rešimo naslednji problem:

Poiščimo grafe G , za katere velja

$$\gamma(G \diamond G) \geq \gamma(G) + 2,$$

kjer $\gamma(G)$ označuje dominantno število grafa G . Znano je, da mora imeti tak graf premer 2.

Za konstrukcijo grafov, ki ustrezajo tem zahtevam, bomo uporabili naslednji stohastični algoritem:

1. Začnemo z naključno izbiro nepolnega povezanega grafa G z n vozlišči.
2. Če ima graf G premer večji od 2, naključno izberemo dve vozlišči z največjo razdaljo, recimo u in v . Vstavimo novo povezavo med nepovezanimi vozlišči na najkrajši poti, ki povezuje u in v , s čimer skrajšamo razdaljo med njima. Ta postopek ponavljamo, dokler premer grafa ne postane 2.
3. Izračunamo dominantno število grafa G (premer je sedaj 2) v upanju, da je veliko.
4. Graf rahlo spremenimo (npr. z odstranitvijo nekaj povezav) in ponovimo postopek od drugega koraka naprej.

Cilj tega dela je poiskati grafe, ki ustrezajo zgoraj opisanemu pogoju.

2.2 Preverjanje trditev in analiza rezultatov

V drugem delu bomo na podlagi rezultatov in implementacij iz prvega dela preverili naslednjo trditev:

Za graf G s premerom ≥ 3 in graf H tipa (SB) velja $\gamma(G \diamond H) \leq 4$.

Naša naloga bo vključevala:

- Iskanje čim več parov G, H , kjer je zgornja meja 4 dosežena.
- Pripravo poročila, kjer bomo predstavili rezultate analize in primere grafov, ki ustrezajo trditvi.