

## **1.Разложение многочленов на множители. Формулы сокращенного умножения.**

**1.1.** Найдите значение числового выражения:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\frac{53^2+22^2-47^2-16^2}{65^2-2\cdot 65\cdot 59+59^2}$ | 3) $\frac{7^{40}+7^{38}-2\cdot 7^{39}}{6^2\cdot 49^{19}}$      |
| 2) $\frac{109^2-122\cdot 109+61^2}{79^2+73^2-49^2-55^2}$     | 4) $\left(\frac{97^3+83^3}{180}-97\cdot 83\right):(35^2-28^2)$ |
|  | 5) $2^{32}-3\cdot (2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$             |

**1.2.** Найдите значение выражения:

- 1)  $25a^2-40ab+16b^2+5a-4b$ , если  $a=\frac{4b-1}{5}$
- 2)  $x^2+\frac{1}{x^2}$ , если  $x-\frac{1}{x}=-4$
- 3)  $a^3b^2+a^2b^3$ , если  $a+b=5, ab=-3$
- 4)  $a^2+b^2+c^2$ , если  $a+b+c=7, ab+bc+ac=-5$
- 5)  $x^9-6x^3y^2-y^6$ , если  $x^3-y^2=2$

**1.3.** Разложить на множители:

- 1)  $(x+1)x+x^2+2x+1$
- 2)  $x^2-(x+5)^2$
- 3)  $(a+b)^3+(a-b)^3-3a$
- 4)  $(x+3y)^2-y^2+2xy-x^2$
- 5)  $a^4+b^4+2a^3b+2a^2b^2+2ab^3$

## **2. Функции и их графики**

**2.1.** Вычисление значений функции по формуле.

- 1) Дана функция  $f(x)=\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}\right)\cdot (x-2)$ . Найдите  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ .
- 2) Дана функция  $y(x)=\frac{x-1}{x+2}$ . Найдите произведение значений функции  $y(-1)\cdot y(2)\cdot y(3)$
- 3) Дана функция  $y=2+3(2x+1)^2+7|4x+2|$ . Найдите значения  $y\left(-\frac{3}{2}\right)$  и  $y\left(\frac{1}{2}\right)$  сравните их.

## 2.2. График функции

- 1) Задайте линейную функцию формулой, если ее график параллелен графику уравнения  $y - 3x + 23 = 0$  и проходит через точку  $B(2; 1)$ . Укажите координаты точек пересечения этой прямой с осями координат.
- 2) Две различные прямые имеют уравнения:  $ax + (3a - 1)y - b = 0$  и  $bx + (3b + 1)y - a = 0$ . Известно, что  $M(1; 1)$  – точка их пересечения. Найдите  $a$  и  $b$ .
- 3) Постройте график функции  $y = kx + b$ , если он перпендикулярен прямой  $y = -x$  и проходит через точку  $M(-1; 2)$
- 4) Постройте график функции:  $y = \frac{|2-x|}{2-x} + 1 - 4x$ . Определите количество решений уравнения  $y = b$  при всех значениях параметра  $b$
- 5) Постройте график функции:  $y = \frac{(x^4 + 2x^3)(x+1)}{x^2 + 3x + 2}$ . Определите количество решений уравнения  $y = b$  при всех значениях параметра  $b$ .
- 6) Постройте график функции  $y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 0, \\ -1,5x + 1, & \text{если } 0 \leq x < 2 \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$  и определите, при каких значениях прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 7) При каких значениях параметра « $m$ » прямые  $3x + y = 3m + 2$  и  $3x - y = 3m - 2$  пересекаются во II координатной четверти?
- 8) Задайте формулой линейную функцию и постройте её график. Известно, что график этой функции параллелен графику уравнения  $3x - 5 + y = 0$  и пересекается с графиком уравнения  $y - 2x - 7 = 0$  в точке, лежащей на оси ординат.

## 3. Системы линейных уравнений и способы их решений.

### 3.1. Решите систему уравнений

- 1) 
$$\begin{cases} \frac{3x-2y}{3} - \frac{4x+5}{4} = \frac{7x-10}{8} \\ \frac{6x-5y}{2} + \frac{2x+y}{5} = x + 2y \end{cases}$$
- 2) 
$$\begin{cases} (2x+1)^2 - (2x-y)(2x+y) = (y+8)(y-10), \\ 4x(x-5) - (2x-3)(2x-9) = 6y - 104 \end{cases}$$
- 3) 
$$\begin{cases} 2xy - xy + yz = 2xyz, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = 3, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \end{cases}$$
- 4) 
$$\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 5 \\ x + 2y + 4z = 17 \end{cases}$$
- 5) 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1} \\ 3x - 2y - 5z - 3 = 0 \end{cases}$$
- 9) 
$$\begin{cases} 3x + |y| = 10 \\ 7x - 2|y| = 6 \end{cases}$$
- 7) 
$$\begin{cases} |x| + y = 5 \\ 7x + 10y = -1 \end{cases}$$
- 8) 
$$\begin{cases} |2x - 3| + |3y - 9| = 5 \\ |4x - 6| - |y - 3| = 3 \end{cases}$$
- 9) 
$$\begin{cases} \frac{21}{3x+y} + \frac{46}{2x-3y} = 5 \\ \frac{98}{3x+y} - \frac{115}{2x-3y} = 9 \end{cases}$$
- 10) 
$$\begin{cases} \frac{15}{x^2+3} - \frac{7}{|y-1|} = -0.5 \\ \frac{7}{x^2+3} + \frac{1}{3|y-1|} = \frac{2}{3} \end{cases}$$
- 11) 
$$\begin{cases} x + y - xy = 0 \\ x + z - 2xz = 0 \\ y + z - 5yz = 0. \end{cases}$$
- 12) 
$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ y + z + t = 5 \\ z + t + x = -5 \\ t + x + y = 16 \end{cases}$$

### 3.2. Системы уравнений с параметром.

- 1) При каких значения параметра система уравнений 
$$\begin{cases} 3x + (2a - 1)y = 7a + 1, \\ 6x + (a + 1)y = 11a + 5. \end{cases}$$
 имеет бесконечно много решений?
- 2) При каких значения параметра система уравнений 
$$\begin{cases} (a - 1)x + (2a - 1)y = 7a - 1, \\ 2x + 5y = 3a + 2 \end{cases}$$
 не имеет решений?
- 3) При каких значения параметра система уравнений 
$$\begin{cases} 3x + (2a - 1)y = 7a + 1, \\ 6x + (a + 1)y = 11a + 5 \end{cases}$$
 имеет единственное решение?
- 4) При каких значения параметра система уравнений 
$$\begin{cases} 3x + ay = 2a + 3, \\ 4ax + 3y = a - 4. \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

### 4. Уравнения.

- 1)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{9x+1}{12} = -1 - \frac{x+3}{6}$
- 2)  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$
- 3)  $(7x - 3)^2 + (7x + 3)^2 = 2(7x - 4)^2$
- 4)  $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 9 = 0$
- 5)  $|2x - 4y - 10| + (3x + y - 1)^2 = 0$
- 6)  $(x - 1)^3(x + 3) = (x - 1)(x + 3)^3.$
- 7)  $(x^2 - 3x)^2 + 2(x^2 - 3x) = 0.$
- 8)  $3^{|x+1|+|x-2|} = 9$
- 9)  $5^{3|x+1|+2|3-4x+x^2|} = 1$
- 10)  $5^{n+(4|x^2-4|-|-x-2|)} = \frac{5^n - 5^{n+2}}{2^3 \cdot (1-2^2)}$

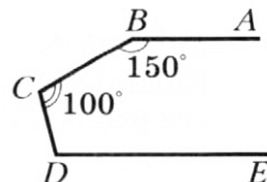
### 5. Решение задач.

- 1) Двигаясь 4 ч против течения и 5 ч по течению, теплоход прошел 380 км. Тот же теплоход за 10 ч по течению пройдет столько же, сколько он пройдет за 11 ч против течения. Найдите скорость теплохода и скорость течения.
- 2) Три шоколадки и леденец вместе стоят 140 рублей, а три шоколадки на 20 рублей дешевле, чем семь леденцов. Сколько стоят десять леденцов?
- 3) Школьник потратил 140 р. на покупку учебника, авторучки и дневника. Если бы учебник стоил в 5 раз дешевле, авторучка – в 2 раза дешевле, дневник – в 2,5 раза дешевле, то та же покупка стоила бы 40 р. Если бы по сравнению с первоначальной стоимостью учебник стоил в 3 раза дешевле, авторучка – в 4 раза дешевле, дневник – в 2 раза дешевле, то за ту же покупку заплатили бы 50 р. Сколько стоят учебник, авторучка и дневник?
- 4) Магазин закупил конфеты двух сортов в упаковках по 240 г и 250 г, причем конфет первого вида было куплено на 600 г больше. Сколько купили конфет каждого вида, если упаковок с конфетами первого сорта было на 20 больше?
- 5) Если половину заказа выполнит мастер, а оставшуюся часть закончит ученик, то вся работа будет сделана за 10 ч. Если мастер выполнит  $\frac{3}{4}$  работы, а оставшуюся часть выполнит ученик, то все будет сделано за 9 ч. За какое время мог бы выполнить работу каждый из них, работая один?

## 6. Геометрические задачи.

- 1) Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на  $24^\circ$  больше другого. Сколько решений имеет задача?

- 2) Прямые  $AB$  и  $DE$  параллельны. Найдите  $\angle CDE$ , если  $\angle ABC = 150^\circ$ ,  $\angle BCD = 100^\circ$ .



- 3) Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Через середину отрезка  $AK$  – точку  $O$  проведена перпендикулярная к нему прямая  $NL$ . Определите взаимное расположение прямых  $AC$  и  $NK$ .
- 4) В равнобедренном треугольнике  $ABC$  к основанию  $AC$  проведена высота  $BH$ , равная 6 см, точка  $M$  – середина боковой стороны  $BC$ . Найдите отрезок  $MH$ , если  $\angle ABC = 120^\circ$
- 5) В треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Биссектриса угла  $A$  пересекает катет  $BC$  в точке  $K$ . Найдите  $BK$ , если  $AK - CK = 8$  см.
- 6) Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом  $15^\circ$ , если известно, что высота треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 1.
- 7) Через основание биссектрисы  $AD$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с вершиной  $B$  проведен перпендикуляр к этой биссектрисе, пересекающий прямую  $AC$  в точке  $E$ . Найдите отрезок  $AE$ , если известно, что  $CD = 4$ .
- 8) Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Найдите углы треугольника.
- 9) На продолжениях гипотенузы  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $M$ , такие, что  $AK = AB$  и  $CM = CB$ . Найдите угол  $MBK$ .
- 10) Острые углы прямоугольного треугольника равны  $69^\circ$  и  $21^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла.
- 11) На сторонах  $AF$ ,  $BF$  и  $AB$  треугольника  $AFB$  выбраны точки  $C$ ,  $D$  и  $H$  соответственно так, что  $CD \parallel AB$ ,  $AF \parallel DH$ . Отрезки  $DH$  и  $BC$  пересекаются в точке  $E$ , а прямые  $AE$  и  $BD$  пересекаются в точке  $G$ . Найдите  $\angle FCD$ ,  $\angle EAH$ ,  $\angle EBD$ ,  $\angle DHB$ ,  $\angle AEH$ ,  $\angle DCE$ ,  $\angle DEC$ , если известно, что  $\angle CFD = 70^\circ$ ,  $\angle CDF = 48^\circ$ ,  $\angle CAG = 35^\circ$ ,  $\angle CBA = 29^\circ$ .
- 12) Докажите, что если три окружности имеют общую хорду, то их центры расположены на одной прямой.
- 13) Докажите, что в равностороннем треугольнике расстояние от точки пересечения двух биссектрис до стороны в два раза меньше расстояния от этой же точки до вершины.
- 14) Найдите угол между биссектрисами внутренних односторонних углов, образованных парой параллельных прямых и секущей.
- 15) В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  меньше угла  $B$  в 3 раза, а внешний угол при вершине  $A$  больше внешнего угла при вершине  $B$  на  $40^\circ$ . Найдите внутренние углы треугольника  $ABC$ .
- 16) В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $50^\circ$ . Биссектрисы внутреннего угла  $A$  и внешнего угла при вершине  $C$  пересекаются в точке  $D$ . Найдите угол  $ADC$ .

- 17) Внешние углы треугольника  $ABC$  при вершинах  $A$  и  $C$  равны  $115^\circ$  и  $140^\circ$ . Прямая, параллельная прямой  $AC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите углы треугольника  $BMN$ .
- 18) В треугольнике  $APM$  биссектрисы  $PK$  и  $MN$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $\angle NPO = 30^\circ$ ,  $\angle OMP = 25^\circ$ . Определите  $\angle A$  и  $\angle PON$ .
- 19) В треугольнике  $MSL$   $S$  – биссектриса, угол  $M$  равен  $70^\circ$ ,  $\angle SKL = 105^\circ$ . Найдите угол  $L$  и угол  $S$ .
- 20) Медиана и высота, проведенные из вершины прямого угла треугольника, разделили гипотенузу в отношении  $2:1:1$ . Найдите острые углы треугольника.
- 21) Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Определите углы данного треугольника.
- 22) Три квадрата расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что отрезки  $AB$  и  $CD$  равны.

