EP 05 - MAP2212

Gustavo Nunes - 13685534 Rennisson Davi Alves - 13687175

1 O Programa

O programa é o mesmo do EP04, porém com uma mudança no gerador de números de acordo com a distribuição Dirichlet, sem usar o método rvs da função Dirichlet da biblioteca Scipy.

A ideia para o gerador é usar o algorítmo de Metropolis-Hastings, que para o nosso caso pode ser escrito em pseudocódigo:

Algorithm 1 Algoritmo de Metropolis-Hastings para gerador de números aleatórios de acordo com a distribuição Diricihlet

```
Theta1 = ponto arbitrário f = \operatorname{array} \text{ de resultados}
\mathbf{while} \ c \leq N \ \mathbf{do}
\operatorname{Theta2} \ \operatorname{gerado} \ \operatorname{de} \ \operatorname{Normal} \ \operatorname{Multivariada} \ \operatorname{de} \ \operatorname{média} \ \operatorname{Theta1}
\operatorname{Alpha} = \operatorname{Dirichlet}(\operatorname{Theta2}) \ / \ \operatorname{Dirichlet}(\operatorname{Theta1})
\mathbf{if} \ \operatorname{alpha} \geq 1 \ \mathbf{then}
\mathbf{f}[\mathbf{c}] = \operatorname{Theta2} \qquad \qquad \triangleright \ \operatorname{Aceita} \ \operatorname{Theta2}
\mathbf{else} \ \mathbf{if} \ 0 \leq \operatorname{alpha} \leq 1 \ \mathbf{then}
\mathbf{f}[\mathbf{c}] = \operatorname{Theta2} \ \operatorname{com} \ \operatorname{probabilidade} \ \operatorname{alpha}
\mathbf{f}[\mathbf{c}] = \operatorname{Theta1} \ \operatorname{com} \ \operatorname{probabiliade} \ (1 \text{-alpha})
\mathbf{end} \ \mathbf{if}
\operatorname{Theta1} = \mathbf{f}[\mathbf{c}]
\mathbf{end} \ \mathbf{while}
\mathbf{return} \ \mathbf{f}
```

Para a geração, foram usadas na geração de números de acordo com a normal e com a Dirichlet a biblioteca "Scipy". Na normal, foi usado o parâmetro "cov = 0.6", que termina a matriz de covariância que empíricamente rejeita $\approx 30\%$ dos Thetas gerados. Na Dirichlet, o parâmetro usado é gerado aleatóriamente na função "main", assim como no EP04.

Estão abaixo o resultado de alguns testes com o gerador modificado:

| N | v | U(v) | Tempo de execução |
|------|----|--------|-------------------|
| 5000 | 0 | 0.0010 | 0 |
| 5000 | 4 | 0.1150 | 0.0002 |
| 5000 | 8 | 0.2560 | 0.0005 |
| 5000 | 12 | 0.4030 | 0.0006 |
| 5000 | 16 | 0.5750 | 0.0009 |
| 5000 | 20 | 0.7150 | 0.0014 |
| 5000 | 24 | 0.8890 | 0.0016 |
| 5000 | 27 | 1 | 0.0.0016 |

Para medida de precisão, foram gerados 100 amostras diferentes e medido quantas ficaram dentro do intervalo de confiança pedido, com a referência sendo um ${\cal N}=10^6$ arbitráriamente grande e $k=10^4$ suficiente para garantir a precisão dado N grande suficiente.

2 Conclusão

De acordo com os testes realizados e mostrados na tabela da seção anterior, os resultados obtidos são extremamente satisfatórios para o objetivo do que foi proposto. Para cada corte v, o algoritmo foi capaz de se aproximar do valor real da massa da função W(v) com precisão acima de 99.95%.

Vale lembrar que para gerar todos os arrays necessários, foi utilizado o NUSP 13687175 como seed. Desse modo, fica mais fácil reproduzir os testes e verificar seus resultados.

Não obstante, os tempos de execução de cada experimento após a geração dos números foram excelentes, não ultrapassando o tempo de 1 segundo. Claro que o valor máximo de corte para analise da função é relativamente pequeno (26.95 para ser mais exato), tornando o número de comparações também pequeno.

O problema do gerador é que como cada número precisa ser gerado com um loop independentemente, não sendo possível o uso de métodos mais rápidos de vetores do Numpy e do Scipy, o tempo de geração dos números é consideravelmente maior, oque é de ser esperado dado um algoritmo para situações em que não conseguimos gerar os números diretamente com a distribuição desejada.