

# Bayes Ingenuo

Mtro. René Rosado González  
Director de Programa LTP

# Probabilidades Condicionales

Conditional Probabilities

	Contra	Pro
Izquierda	5	35
Derecha	20	40

# Probabilidades Condicionales

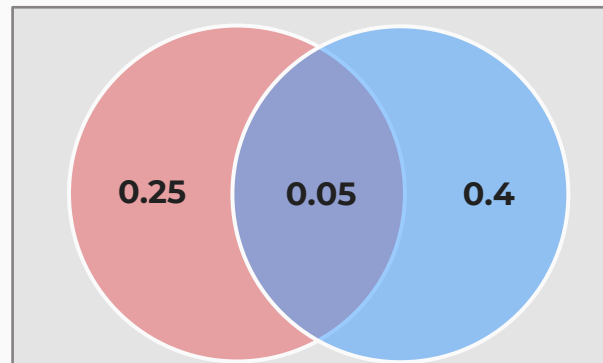
Conditional Probabilities

	Contra	Pro	
Izquierda	0.05	0.35	<b>0.4</b>
Derecha	0.20	0.40	<b>0.6</b>
	<b>0.25</b>	<b>0.75</b>	<b>1</b>

# Probabilidades Condicionales

Conditional Probabilities

	Contra	Pro	
Izquierda	0.05	0.35	0.4
Derecha	0.20	0.40	0.6
	0.25	0.75	1



# Probabilidades Condicionales

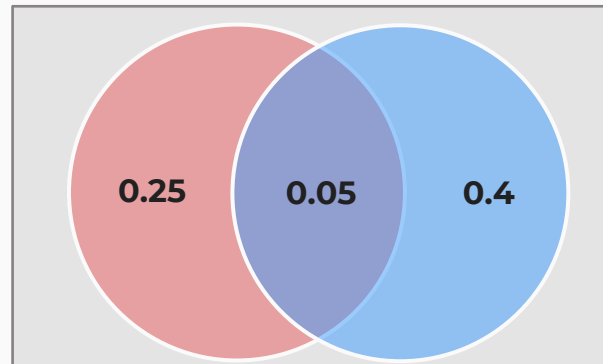
Conditional Probabilities

	Contra	Pro	
Izquierda	0.05	0.35	0.4
Derecha	0.20	0.40	0.6
	0.25	0.75	1

$$P(\text{Contra}) = 0.05$$

$$P(\text{Izquierda}) = 0.25$$

$$P(\text{Pro} \& \text{Izquierda}) = 0.1$$



# Probabilidades Condicionales

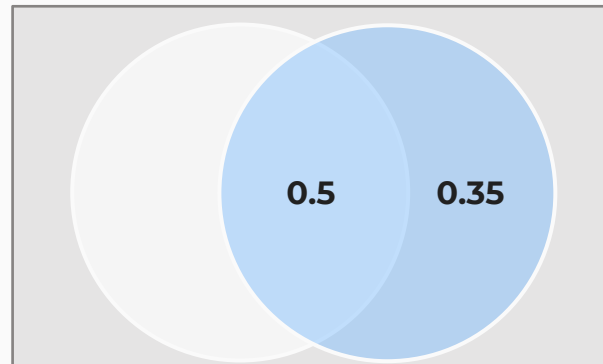
Conditional Probabilities

	Contra	Pro	
Izquierda	0.05	0.35	0.4
Derecha	0.20	0.40	0.6
	0.25	0.75	1

$$P(\text{Contra} \& \text{Izquierda} | \text{Izquierda}) = \frac{0.05}{0.4}$$

Notación común:

$$P(\text{Contra} | \text{Izquierda}) = \frac{0.05}{0.4} = 0.125$$



# Probabilidades Condicionales

Conditional Probabilities

	Contra	Pro	
Izquierda	?	?	0.4
Derecha	?	?	0.6
	0.25	0.75	1

$$P(\text{Contra}|\text{Izquierda}) = 0.125$$

$$P(\text{Izquierda}|\text{Contra}) = ?$$

# Teorema de Bayes

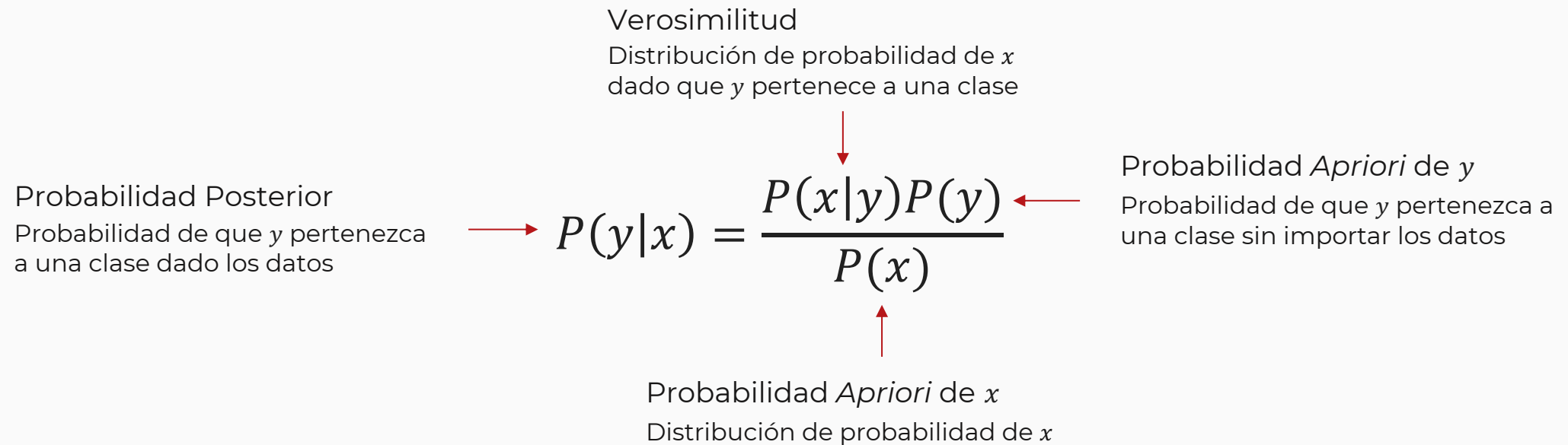
Bayes Theorem

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)}$$



# Teorema de Bayes

## Bayes Theorem



# Teorema de Bayes

Bayes Theorem

$$P(\text{Izquierda}|\text{Contra}) = \frac{P(\text{Contra}|\text{Izquierda})P(\text{Izquierda})}{P(\text{Contra})}$$

# Teorema de Bayes

Bayes Theorem

$$P(Derecha|ProGn) = \frac{(0.4)(0.125)}{(0.25)} = 0.2$$

# Teorema de Bayes

## Bayes Theorem

Verosimilitud  
Distribución de probabilidad de  $x$   
dado que  $y$  pertenece a una clase

Probabilidad Posterior  
Probabilidad de que  $y$  pertenezca  
a una clase dado los datos

Probabilidad *A priori* de  $y$   
Probabilidad de que  $y$  pertenezca a  
una clase sin importar los datos

Probabilidad *A priori* de  $x$   
Distribución de probabilidad de  $x$

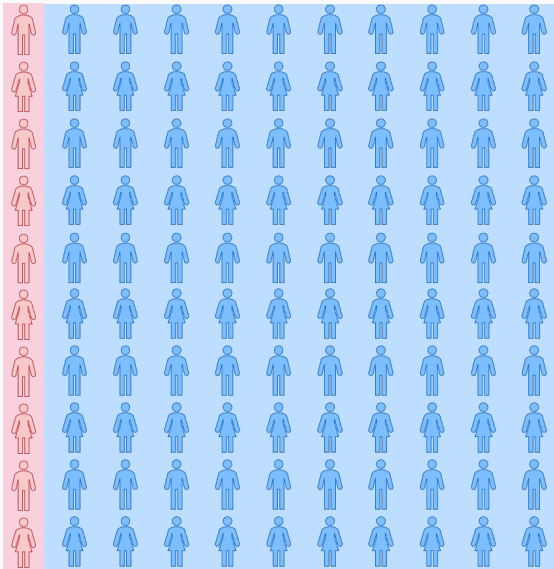
$$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)}$$

# Teorema de Bayes

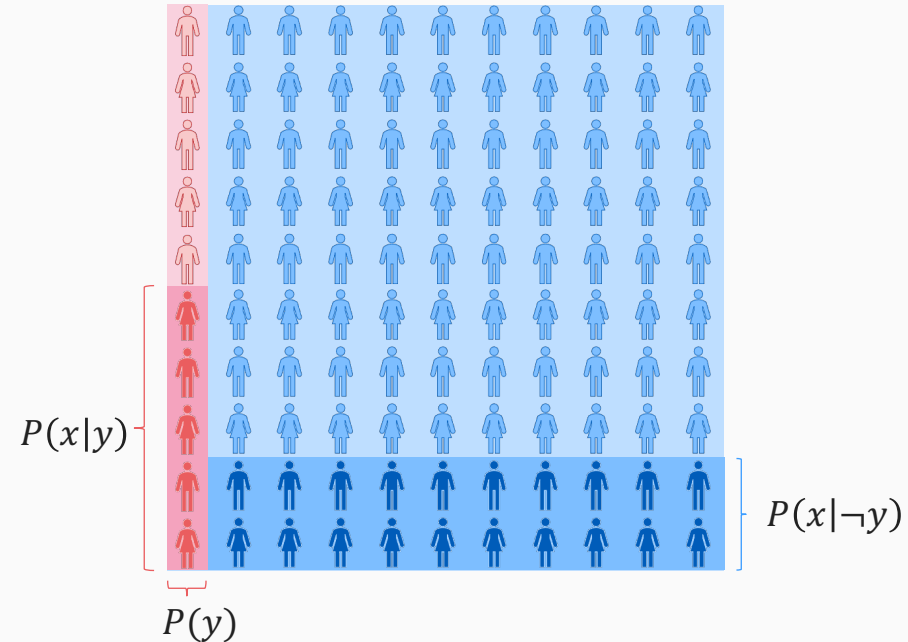
Bayes Theorem

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)} = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x|y)P(y) + P(x|\neg y)P(\neg y)}$$

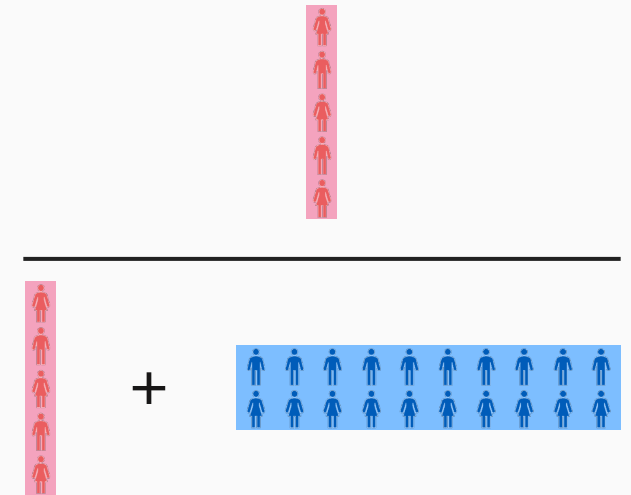
Creencia Inicial  
(*apriori*)



Evidencia  
(*versosimilitud*)



Creencia Actualizada  
(*posterior*)



# Bayes Ingenuo

## Naïve Bayes

- Es una técnica de clasificación estadística basada en el Teorema de Bayes.
- Asume que el efecto de una característica categórica particular en una clase es independiente de otras características.
- Algoritmo:
  1. Calcular la probabilidad inicial (*a priori*) de cada clase.
  2. Encontrar la probabilidad de verosimilitud con cada atributo para cada clase.
  3. Calcular la probabilidad posterior.
  4. Asignar la clase más probable.
- En el caso de variables continuas, podemos generar agrupaciones por particiones (bins)

# Un ejemplo



# Matriz de Confusión



Clasificado

Positivo

Negativo



Observados

Positivo

Verdaderos Positivos (VP)

Falsos Negativos (FN)  
(Error tipo II)

Negativo

Falsos Positivos (FP)  
(Error tipo I)

Verdaderos Negativos (VN)



# Métricas para Clasificación

## Exactitud

- $$\frac{VP+VN}{VP+VN+FP+FN}$$

## Precisión

- $$\frac{VP}{VP+FP}$$

## Sensibilidad

(Tasa de Verdaderos Positivos)

- $$\frac{VP}{VP+FN}$$

## Tasa de Falsos Positivos

(Error Tipo I)

- $$\frac{FP}{VP+FP}$$

## Especificidad

(Tasa de Verdaderos Negativos)

- $$\frac{VN}{VN+FP}$$

## Tasa de Falsos Negativos

(Error Tipo II)

- $$\frac{FN}{VN+FN}$$

# Puntaje F-Beta

$$F_{\beta} = (1 + \beta^2) * \frac{\textit{precisión} * \textit{sensibilidad}}{(\beta^2 * \textit{precisión}) + \textit{sensibilidad}}$$

Al elegir beta en su puntaje F-beta, cuanto más nos importe la sensibilidad sobre la precisión, debemos elegir una beta más alta.

$$F_1 = 2 * \frac{\textit{precisión} * \textit{sensibilidad}}{\textit{precisión} + \textit{sensibilidad}}$$

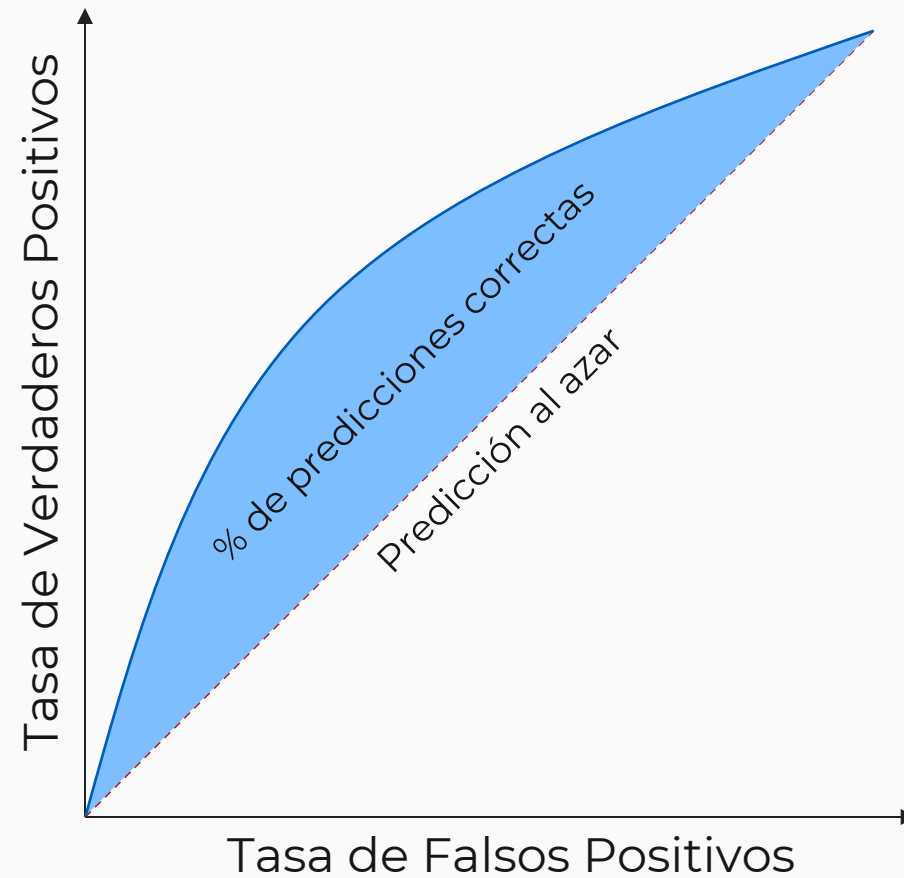
Por ejemplo, con la puntuación F1, nos preocupamos por igual por la sensibilidad y la precisión.

$$F_2 = 5 * \frac{\textit{precisión} * \textit{sensibilidad}}{(4 * \textit{precisión}) + \textit{sensibilidad}}$$

Con la puntuación F2, la sensibilidad es el doble de importante para nosotros.

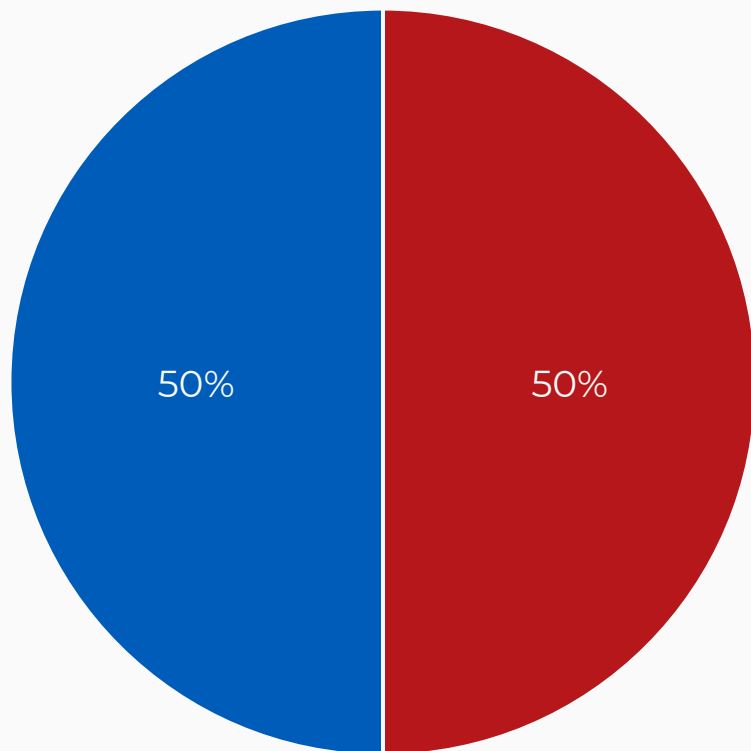
...

# Area Bajo la Curva Característica Operativa del Receptor

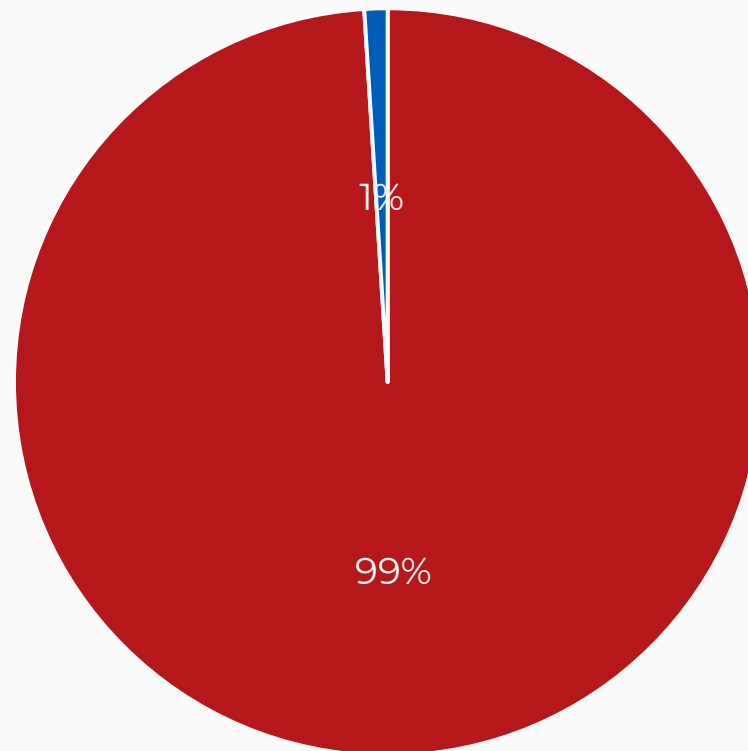


# Tipos de Paneles

Balanceado



Desbalanceado



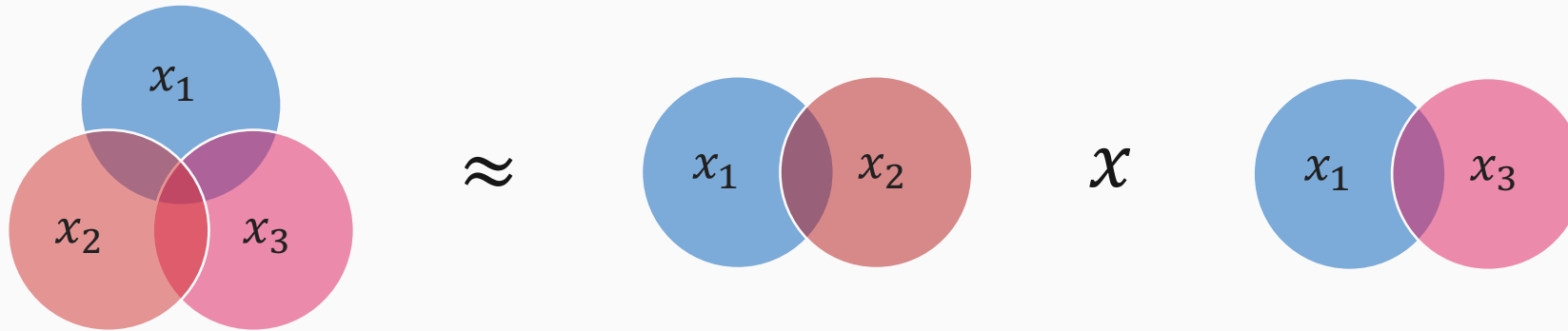
# Un ejemplo



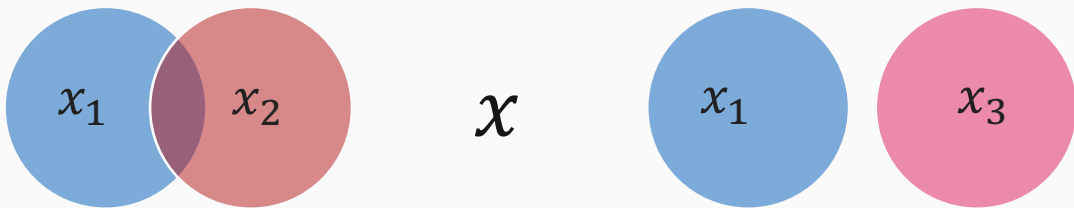
# Consideraciones Bayes Ingenueo

Naïve Bayes

Múltiples predictores se asumen independientes



Problema con observaciones Infrecuentes



# Corrección de Laplace

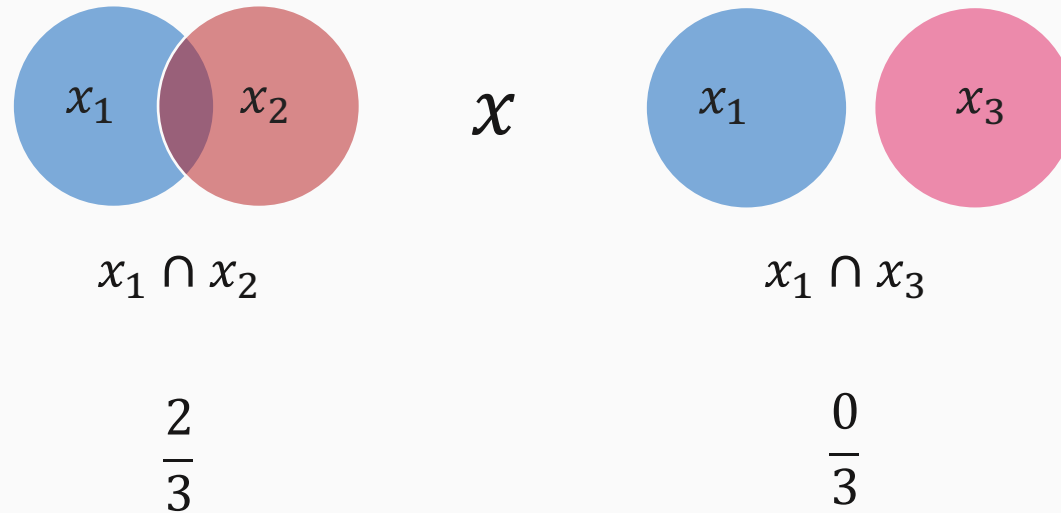
Laplace Correction

$$P_{Lap,k}(x) = \frac{n(x) + k}{N + k|X|}$$

# Corrección de Laplace

Laplace Correction

Problema con observaciones Infrecuentes

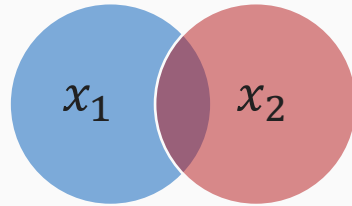




# Corrección de Laplace

Laplace Correction

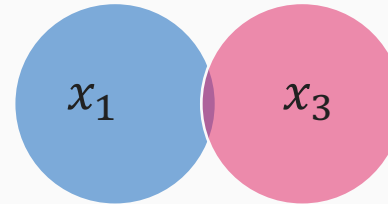
Problema con observaciones Infrecuentes



$$x_1 \cap x_2$$

$$\frac{2 + 1}{3 + (1 * 2)}$$

$\mathcal{X}$



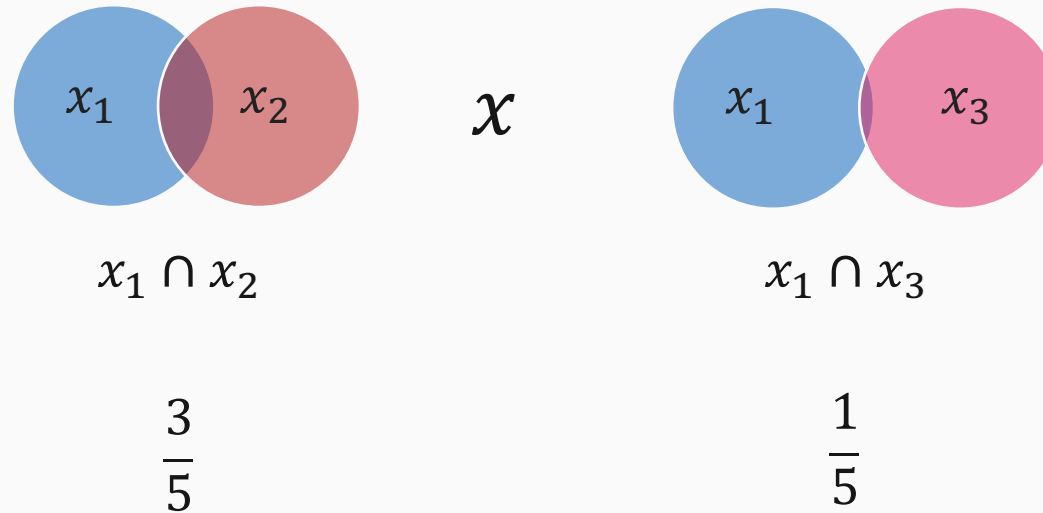
$$x_1 \cap x_3$$

$$\frac{0 + 1}{3 + (1 * 2)}$$

# Corrección de Laplace

Laplace Correction

Problema con observaciones Infrecuentes



# Un ejemplo

