「熱力学」 第6章 問題解答

6-1ドリル問題

空気はおおむね気相の窒素と酸素の混合物とみなすことができる。空気の状態を規定す るためには、温度と圧力のほかに窒素(もしくは酸素)のモル分率が必要となる。その 理由を説明せよ。

成分の数が $N_c=2$ (窒素と酸素),相の数が $N_p=1$ (気相のみ)であるので、ギブスの相律から、 状態を規定するのに必要となる示強性状態量の数 N_fが次のように 3 個となる。

$$N_f = N_c - N_p + 2 = 2 - 1 + 2 = 3$$

よって、空気の状態を規定するためには、温度と圧力のほかに窒素のモル分率を与える必要が ある。窒素のモル分率を与えると酸素のモル分率は自ずと決まるので、窒素か酸素のいずれか一 方のモル分率を与えればよい。(答)

問題2 単位質量あたりのギブス自由エネルギーgは、比エンタルピーh、比エントロピーs、温度 Tにより以下のように定義される。

$$g = h - Ts$$

図6-3のように気相と液相が共存する平衡状態では、飽和状態の比エントロピーsと 潜熱r, 温度Tとの間に次の関係が成り立つことを示せ。

$$s'' - s' = \frac{r}{T}$$

気相と液相のギブス自由エネルギー g_V , g_L は次のように表される。

気相(飽和蒸気) $g_{\nu} = h'' - Ts''$

$$g_{\nu} = h^{\prime\prime} - Ts^{\prime\prime}$$

液相 (飽和液)

$$g_L = h' - Ts'$$

両者が等しいことから,

$$h'' - Ts'' = h' - Ts' \quad \rightarrow \quad s'' - s' = \frac{h'' - h'}{T}$$

となり、潜熱rが

$$r = h'' - h'$$

であることを利用すると、次の関係式が得られる。

$$s'' - s' = \frac{r}{T}$$
 (答)

問題3 以下の問いに答えよ。

- (1) t=40℃で飽和状態にある水蒸気の圧力 p を求めよ。
- (2) p = 50kPa で飽和状態にある水蒸気の温度 t を求めよ。
- (3) t=200 \mathbb{C} の過熱水蒸気を圧力一定の状態で冷却したところ、t=80 \mathbb{C} で凝縮が始まった。 この過熱水蒸気の圧力 p を求めよ。
- (4) 標高 3000m ほどの高地では、大気圧がp=70kPa になる。この場所で純粋な水が沸騰する温度tを求めよ。
- (1) 飽和蒸気表より p=0.0073844MPa=7.3844kPa (答)
- (2) 飽和蒸気表より t=81.317℃ (答)
- (3) 飽和蒸気表より p=0.047415MPa=47.415kPa (答)
- (4) 飽和蒸気表より t=89.932℃ (答)

問題4 以下の問いに答えよ。

- (1) 圧力p=1MPa, 温度t=400 $^{\circ}$ の過熱水蒸気の比エントロピーsを求めよ。
- (2) 圧力 p=0.5MPa,温度 t=100[°]Cの圧縮液の比エンタルピーh を求めよ。
- (3) 圧力 p=10MPa, 温度 t=500 \mathbb{C} の過熱水蒸気の比体積 v を求めよ。
- (1) 圧縮水・過熱水蒸気表より s=7.4668kJ/(kg・K) (答)
- (2) 圧縮水・過熱水蒸気表より h=419.40kJ/kg (答)
- (3) 圧縮水・過熱水蒸気表よりv=0.032813m 3 /kg (答)

問題 5 容積が $V=4.0 \mathrm{m}^3$ の密閉容器内に温度 $t=150 ^{\circ} \mathrm{C}$ で水と水蒸気が共存している。液相の体積が容積の $\frac{1}{8}$ を占めている。このときの容器内の乾き度を求めよ。

液相と気相の体積はそれぞれ V_L = $0.5 \mathrm{m}^3$, V_V = $3.5 \mathrm{m}^3$ である。水の飽和表から,t= $150 ^{\circ}$ における飽和水と飽和水蒸気の比体積を求めると v'= $0.00109050 \mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$, v''= $0.392502 \mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$ であることがわかる。よって,液相と気相の質量を求めると次のようになる。

$$m_L = \frac{V_L}{v'} = \frac{0.5}{0.00109050} = 458.505 \text{kg}$$

 $m_V = \frac{V_V}{v''} = \frac{3.5}{0.392502} = 8.91715 \text{kg}$

これより、乾き度は式6-13を用いて次のように求められる。

$$x = \frac{m_V}{m_V + m_L} = \frac{8.91715}{8.91715 + 458.505} = 0.019834 = 0.0198$$
 (答)

問題 6 ある加熱装置から流出する水蒸気は、圧力が p=476.0kPa、温度が t=150°Cであり、比エンタルピーが h=2480.0kJ/kg であった。この水蒸気の乾き度 x を求めよ。

圧力と温度から、この水蒸気は飽和状態であることがわかる。この温度における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピーを蒸気表から求めると、h''=2745.92kJ/kg、h'=632.25kJ/kg であることがわかる。よって、式 6-23 から乾き度を次のように求めることができる。

$$x = \frac{h - h'}{h'' - h'} = \frac{2480 - 632.25}{2745.92 - 632.25} = 0.874$$
 (答)

問題7 圧力 p=1.0MPa,温度 t=400^{\circ} の過熱蒸気 5kg と圧力 p=1.0MPa の飽和水 2kg を完全に断熱された容器内で混合したところ,圧力 p=1.0MPa の湿り蒸気の状態で平衡に達した。混合後の乾き度 x を求めよ。

蒸気表より、過熱蒸気、飽和蒸気、飽和水の比エンタルピーが次のように求められる。

h = 3264.39 kJ/kg

h'' = 2777.12 kJ/kg

h' = 762.68 kJ/kg

混合の過程は断熱かつ等圧であることから、閉じた系の熱力学第1法則,

$$\delta q = du + pdv = dh - vdp$$

において、 $\delta q = 0$ 、dp = 0 とすることで、dh = 0 であることがわかる。すなわち、混合の前後でエンタルピーが等しくなる。よって、次の関係が成り立つ。

$$3264.39 \times 5 + 762.68 \times 2 = \{(1-x) \times 762.68 + x \times 2777.12\} \times (5+2)$$

これより、乾き度xは次のように求められる。

$$x = \frac{1}{2777.12 - 762.68} \left(\frac{3264.39 \times 5 + 762.68 \times 2}{5 + 2} - 762.68 \right) = 0.887$$
 (答)

問題8 圧力 p=100kPa の条件のもとで質量 m=0.2kg の水を加熱する。加熱開始時の温度は $t_1=50$ ℃であり、最終的には $t_2=120$ ℃の水蒸気となった。この水蒸気の過熱度 $\Delta T[K]$ と加熱に要した熱量 Q[J]を求めよ。

圧力 p=100kPa に相当する飽和温度は $t_s=99.606$ $^{\circ}$ であるので、過熱度 ΔT は次のように求められる。

$$\Delta T = T - T_s = (120 + 273.15) - (99.606 + 273.15) = 20.39 \text{K}$$

蒸気表から、加熱開始時の圧縮液の比エンタルピー h_1 と最終の過熱水蒸気の比エンタルピー h_2 を求めると、 h_1 =209.41kJ/kg、 h_2 =2716.61kJ/kg であることがわかる。よって、加熱に要した熱量

は、質量を考慮して次のように求められる。

$$Q = m(h_2 - h_1) = 0.2 \times (2716.61 - 209.41) = 501 \text{kJ}$$
 (答)

- 問題9 容積が一定の容器内に圧力 p_1 =1.0MPa にて m=1.0kg の飽和水蒸気が封入されている。 容器壁を冷却し放熱させたところ, t_2 =60 $^{\circ}$ Cの湿り飽和水蒸気となった。これについて以下の問いに答えよ。
 - (1) p_1 =1.0MPa の飽和水蒸気の比体積 v_1 ", t_2 =60 $^{\circ}$ Cの飽和水蒸気の比体積 v_2 ",飽和水の比体積 v_2 を求めよ。
 - (2) 放熱後の湿り飽和水蒸気の乾き度 x を求めよ。
 - (3) この過程での放熱量Qを求めよ。
- (1) 飽和蒸気表から次のように求められる。

$$v_1''=0.194349$$
m³/kg (答)

$$v_2'' = 7.66766 \text{m}^3/\text{kg}$$
 (答)

 $v_2' = 0.00101711 \text{m}^3/\text{kg}$ (答)

(2) 放熱前後で体積が変化しないことから、次の関係が成り立つ。

$$mv_1'' = m \{ (1-x)v_2' + xv_2'' \}$$

この式に(1)で求めた数値を代入すると、乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{v_1'' - v_2'}{v_2'' - v_2'} = \frac{0.194349 - 0.00101711}{7.66766 - 0.00101711} = 0.0252$$
 (答)

(3) 容積と質量が一定であることから、放熱前後の比体積 v_1 と v_2 は等しく、

$$v_1 = v_2 = v_1'' = 0.194349 \text{ m}^3/\text{kg}$$

である。 $p_1=1.0$ MPa における飽和水蒸気の比エンタルピー h_1 は、飽和蒸気表から

$$h_1 = h_1'' = 2777.12 \text{kJ/kg}$$

と求められる。 $t_2=60^{\circ}$ Cにおける飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_2'' , h_2' は,飽和蒸気表より次のように求められる。

 $h_2'' = 2608.85 \text{kJ/kg}$

 $h_2' = 251.15 \text{kJ/kg}$

よって、放熱後の比エンタルピーh2は、次のように求められる。

$$h_2 = (1-x)h_2' + xh_2'' = (1-0.0252) \times 251.15 + 0.0252 \times 2608.85 = 310.56$$
kJ/kg

また、最後の圧力は、 t_2 =60 $^{\circ}$ Cに相当する飽和温度であることから、 p_2 =0.019946MPa である。 これらから、放熱前後の比内部エネルギーを求めると次のようになる。

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 2777.12 - 1 \times 10^3 \times 0.194349 = 2582.77 \text{kJ/kg}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 310.56 - 0.019946 \times 10^3 \times 0.194349 = 306.68 \text{kJ/kg}$$

この過程は等積変化であり、周囲に仕事をしないので、放熱量Qは比内部エネルギーの変化量から次のように求められる。

$$Q = m(u_2 - u_1) = 1 \times (2582.77 - 306.68) = 2276.09 \text{kJ} = 2.28 \text{MJ}$$
 (答)

問題 10 圧力 p_1 =10MPa, 温度 t_1 =400°C, 質量 m=0.5kg の過熱水蒸気が可逆断熱過程(等エントロピー)にて圧力 p_2 =5kPa まで膨張し、湿り蒸気の状態となった。膨張後の湿り蒸気の比エンタルピー h_2 を求めよ。さらに、この過程で発生する仕事 $W_{12}[J]$ を求めよ。

蒸気表から膨張前の過熱水蒸気の比エンタルピー h_1 と比エントロピー s_1 は次のように求められる。

 $h_1 = 3097.38 \text{kJ/kg}, s_1 = 6.2139 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

膨張後の比エントロピー s_2 は、膨張過程が等エントロピーであることから s_1 と等しくなる。

$$s_2 = s_1 = 6.2139 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

膨張後の圧力 p2 に対応する飽和蒸気と飽和水の比エントロピーは次のように求められる。

$$s_2'' = 8.39391 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}, \quad s_2' = 0.47625 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

 $s_2 < s_2$ "であることから、膨張後の蒸気は湿り蒸気であることがわかる。その乾き度xを求めると次のようになる。

$$x = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{6.2139 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.72466 = 0.725$$

膨張後の圧力 p2 に対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーは次のように求められる。

$$h_2'' = 2560.77 \text{kJ/kg}, h_2' = 137.77 \text{kJ/kg}$$

膨張後の湿り蒸気の比エンタルピーれは次のように求められる。

$$h_2 = (1-x)h_2' + xh_2'' = (1-0.72466) \times 137.77 + 0.72466 \times 2560.77 = 1893.6 = 1894 \text{kJ/kg}$$
(\(\beta\)

膨張前の過熱水蒸気の比体積水は、蒸気表より次のように求められる。

$$v_1 = 0.026439 \text{ m}^3/\text{kg}$$

膨張後の圧力pっに対応する飽和蒸気と飽和水の比体積は、次のように求められる。

$$v_2'' = 28.1863 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_2' = 0.00100532 \text{ m}^3/\text{kg}$$

膨張後の比体積 v2 は、次のように求められる。

$$v_2 = (1-x)v_2' + x v_2''$$

= $(1-0.72466) \times 0.00100532 + 0.72466 \times 28.1863$
= $20.426 \text{ m}^3/\text{kg}$

膨張前後の比内部エネルギー u_1 , u_2 は、次のように求められる。

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 3097.38 - 10 \times 10^3 \times 0.026439$$

= 2832.99kJ/kg
 $u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1893.6 - 5 \times 20.426$
= 1791.47kJ/kg

この蒸気の膨張過程での仕事 Wio は蒸気の質量を考慮して次のように求められる。

$$W_{12} = m(u_1 - u_2) = 0.5 \times (2832.99 - 1791.47) = 521 \text{kJ}$$
 (答)

6-3ドリル問題

問題1 ポンプにより p_1 =10kPa の飽和水を吸い込み, p_2 =20MPa まで加圧する。質量流量 \dot{m} =1.0kg/s の水を加圧するのに必要なポンプの動力 \dot{W}_p [W]と加圧後の温度 t_2 [$^{\circ}$ C]を求めよ。ただし,水の比熱は c=4.2kJ/(kg·K)にて一定とし,水の比体積の値は,入口の飽和水の比体積の値にて一定とする。

飽和表より圧力 p_1 =10kPa に対応する水の比体積は $v=v_1'=0.00100532\text{m}^3/\text{kg}$ であることがわかるので、式 6-31 より仕事 \dot{W}_p を求めることができる。

$$\dot{W}_P = \dot{m}v(p_2 - p_1) = 1.0 \times 0.00100532 \times (20 \times 10^6 - 10 \times 10^3) = 20.1 \text{kW}$$

式 6-30 と式 6-33 から、温度変化と圧力変化の関係が次のように表される($T_1=t_1+273.15$ 、 $T_2=t_2+273.15$ の関係を用いている)。

$$t_2 - t_1 = \frac{v}{c} (p_2 - p_1)$$

水の飽和表から p_1 =10kPa に対応する飽和温度が t_1 =45.8 $^{\circ}$ であることがわかる。よって、加圧 後の温度は次のように求められる。

$$t_2 = t_1 + \frac{v}{c} (p_2 - p_1) = 45.8 + \frac{0.00100532}{4.2 \times 10^3} \times (20 \times 10^6 - 10 \times 10^3) = 50.6^{\circ} C$$

問題 2 p_2 =20MPa, t_2 =50 $^{\circ}$ の圧縮水がボイラーに入り, p_3 =20MPa, t_3 =500 $^{\circ}$ の過熱蒸気となって出てくる。質量流量が \dot{m} =1.0kg/s のとき,単位時間あたりの加熱量 \dot{Q}_B を求めよ。

圧縮水・過熱蒸気表から、流入する圧縮液の比エンタルピー h_2 と流出する過熱蒸気の比エンタルピー h_3 は、それぞれ h_2 =226.51kJ/kg、 h_3 =3241.19kJ/kg であることがわかる。これらを式 6-48 に代入すれば単位時間あたりの加熱量 \dot{Q}_B を求めることができる。

$$\dot{Q}_B = \dot{m}(h_3 - h_2) = 1.0 \times (3241.19 - 226.51) = 3015 \text{kW} = 3.02 \text{MW}$$
 (\(\frac{\text{\text{\text{\$\chi}}}}{1000}\)

問題3 ある蒸気タービンの入口の状態が p_3 =20MPa, t_3 =500 $^{\circ}$ Cの過熱蒸気であり,出口の圧力は p_4 =5kPa である。質量流量が \dot{m} =1.0kg/s のとき,この蒸気タービンで得られる動力 \dot{W}_r を求めよ。ただし,膨張過程は可逆断熱変化であると仮定する。

圧縮水・過熱水蒸気表より入口の過熱蒸気の比エンタルピーが h_3 =3241.19kJ/kg,比エントロピーが s_3 =6.1445kJ/(kg・K)であることがわかる。水蒸気の状態変化が可逆断熱膨張であることから,出口の水蒸気の比エントロピー s_4 は s_3 と等しくなる(s_4 = s_3 =6.1445kJ/(kg・K))。出口の圧力に対応する飽和蒸気と飽和水の比エントロピーは,飽和表から s_4 "=8.39391kJ/(kg・K), s_4 '=0.47625kJ/(kg・K)であることがわかる。ここで, s_4 と s_4 "を比べると s_4 の方が小さいことから,出口の状態は湿り蒸気であることがわかる。そこで,式 6-43 より乾き度 x は次のようになる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.1445 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.71589 = 0.716$$

出口の圧力に対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーは、飽和表から h_4 "=2560.77kJ/kg, h_4 "=137.77kJ/kg であることがわかる。よって,出口の水蒸気の比エンタルピー h_4 は式 6-44 より次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.71589) \times 137.77 + 0.71589 \times 2560.77 = 1872.37 \text{kJ/kg}$$

 h_3 と h_4 がわかったので、これらの値を式6-42に代入すると、蒸気タービンの単位時間あたりの仕事が求められる。

$$\dot{W}_T = \dot{m}(h_3 - h_4) = 1.0 \times (3241.19 - 1872.37) = 1369 \text{kW} = 1.37 \text{MW}$$
 (\(\beta\)

問題 4 復水器内部の圧力が $p_4=5$ kPa であり、流入する蒸気の乾き度が x=0.7 である。排出される水は飽和水であるとし、流入する蒸気の質量流量が $\dot{m}=1.0$ kg/s であるとき、この復水器における単位時間あたりの放熱量 \dot{Q}_C を求めよ。

復水器内部の圧力 p_4 に対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーを飽和表より求めると、 h_4 " = 2560.77kJ/kg、 h_4 '=137.77kJ/kg であることがわかる。よって、流入する水蒸気の比エンタルピー h_4 は次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.7) \times 137.77 + 0.7 \times 2560.77 = 1833.9$$
kJ/kg

排出される飽和水の比エンタルピー h_1 は、圧力 p_4 に対応する飽和水の比エンタルピーに等しいので $h_1 = h_4' = 137.77$ kJ/kg である。これらの値を式 6-50 に代入すると放熱量が求められる。

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_4 - h_1) = 1.0 \times (1833.9 - 137.77) = 1696 \text{kW} = 1.70 \text{MW}$$
 (答

問題5 ランキンサイクルにおいて、以下の枠内の条件が与えられたときの熱効率を求めよ。また、ポンプの動力が無視できるときの熱効率を求めよ。ただし、復水器から排出される水は、復水器内の圧力に対応する飽和水であるとし、ポンプによる加圧過程での水の比体積は復水器から排出される飽和水の比体積と等しいと仮定する。また、ポンプでの水の加圧過程と蒸気タービンでの膨張過程はともに可逆断熱変化(等エントロピー変化)であると仮定する。

ボイラ内の圧力(タービン入口の圧力): $p_2=p_3=20$ MPa タービン入口の蒸気温度(ボイラ出口の蒸気温度): $t_3=500$ $^{\circ}$

復水器内圧力(タービン出口の圧力): $p_4=p_1=5$ kPa

水の質量流量: m=1.0kg/s

ポンプ入口の圧力が p_1 =5kPa であるので、この圧力に対応する飽和水の比体積は飽和表から v_1 = v_1 "=0.00100532m³/kg と求められる。よって、式 6-31 からポンプの仕事を求めると次のようになる。

$$\dot{W}_P = \dot{m}v(p_2 - p_1) = 1.0 \times 0.00100532 \times (20 \times 10^6 - 5 \times 10^3) = 20101.4 \text{W} = 20.1 \text{kW}$$

同様に、飽和表からポンプ入口の飽和水の比エンタルピーは h_1 =137.77kJ/kg であることがわかる。式 6-30 からポンプ出口の圧縮液の比エンタルピー h_2 は次のように求められる。

$$h_2 = h_1 + v(p_2 - p_1) = 137.77 + 0.00100532 \times (20 \times 10^6 - 5 \times 10^3) \times 10^{-3} = 157.871 \text{kJ/kg}$$

飽和表から、ボイラー内圧力 p_2 に相当する飽和温度は t_B =365.7℃であることがわかる。タービン入口の蒸気温度が t_3 =500℃なので、タービン入口は過熱蒸気の状態である。圧縮水・過熱水蒸気表からタービン入口での比エンタルピーと比エントロピーを求めると h_3 =3241.19kJ/kg、 s_3 =6.1445kJ/(kg·K)であることがわかる。よって、ボイラーにおける加熱量は次のように求められる。

$$\dot{Q}_B = m(h_3 - h_2) = 1.0 \times (3241.19 - 157.871) = 3083 \text{kW}$$

復水器内の圧力 p_4 に対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーと比エントロピーは飽和表より h_4 "=2560.77kJ/kg, h_4 ′=137.77kJ/kg, s_4 ″=8.39391kJ/(kg·K), s_4 ′=0.47625kJ/(kg·K)であることがわかる。タービンにおける膨張過程が可逆断熱変化であることから,タービン出口の比エントロピーは s_4 = s_3 =6.1445kJ/(kg·K)となる。 s_4 が s_4 ″よりも小さいことから,タービン出口は湿り蒸気となるので,その乾き度xを式 6-43 より求めると次のようになる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.1445 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.71590 = 0.716$$

これより、タービン出口における湿り蒸気の比エンタルピーは式 6-44 より次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.71590) \times 137.77 + 0.71590 \times 2560.77 = 1872.4$$
kJ/kg

タービンの入口と出口における水蒸気の比エンタルピーが求められたので、タービンの仕事は 次のように求められる。

$$\dot{W}_T = \dot{m}(h_3 - h_4) = 1.0 \times (3241.19 - 1872.4) = 1369 \text{kW}$$

さらに、 復水器における放熱量は次のように求められる。

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_4 - h_1) = 1.0 \times (1872.4 - 137.77) = 1735 \text{kW}$$

以上の結果より、このランキンサイクルの熱効率は次のように求められる。

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_B} = \frac{\dot{W}_T - \dot{W}_P}{\dot{Q}_B} = \frac{1369 - 20.1}{3083} = 0.438 = 43.8\%$$
 (答)

ポンプの動力が無視できるとすると, $h_2=h_1$ としてボイラーの加熱量を求めると次のようになる。

$$\dot{Q}_B = \dot{m}(h_3 - h_2) = \dot{m}(h_3 - h_1) = 1.0 \times (3241.19 - 137.77) = 3103 \text{kW}$$

よって、ポンプの動力が無視できるときの熱効率は次のように求められる。

$$\eta = \frac{\dot{W}_T}{\dot{Q}_B} = \frac{1369}{3103} = 0.441 = 44.1\%$$
(2)

問題 6 蒸気タービン入口の圧力が $p_3=5$ MPa, 温度が $t_3=400$ °C, 復水器内の圧力が $p_4=20$ kPa のランキンサイクルの熱効率を求めよ。また,水の質量流量が $\dot{m}=10$ kg/s であるときの出力(単位時間あたりのサイクルの正味の仕事) \dot{W} を求めよ。ただし,ポンプの動力は無視できるとし,蒸気タービンでの膨張過程は可逆断熱変化であると仮定する。

蒸気表より、蒸気タービン入口における水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 が次のように求められる。

 $h_3 = 3196.59 \text{kJ/kg}$

 $s_3 = 6.6481 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気表より、膨張後の圧力 p_4 =20kPa における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_4 "、 h_4 "が次のように求められる。

 $h_4'' = 2608.95 \text{kJ/kg}$

 $h_4' = 251.40 \text{kJ/kg}$

同様に、比エントロピー s_4 "、 s_4 が次のように求められる。

 $s_4'' = 7.90723 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_4' = 0.83195 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから,膨張後の状態における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.6481 - 0.83195}{7.90723 - 0.83195} = 0.822$$

これより、膨張後の湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.822) \times 251.40 + 0.822 \times 2608.95 = 2189.31$$
kJ/kg

凝縮水は $p_4=20$ kPa における飽和水であるので、その比エンタルピー h_1 は

$$h_1 = h_4' = 251.40 \text{kJ/kg}$$

である。以上に求めた比エンタルピーを用いると,熱効率ηが次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3196.59 - 2189.31}{3196.59 - 251.40} = 0.342$$
 (答)

ポンプの動力は無視できると仮定しているので、蒸気タービンにおける動力がサイクルの正味の動力となる。よって、出力 \dot{W} は次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{m}(h_3 - h_4) = 10 \times (3196.59 - 2189.31) = 10072.8 \text{kW} = 10.1 \text{MW}$$
 (答)

問題 7 — 問題 6 の条件のうち、蒸気タービン入口の圧力のみ $p_3=2$ MPa に変更した場合の熱効率 η と出力 \dot{W} を求めよ。

蒸気表より、蒸気タービン入口における過熱水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 が次のように求められる。

 $h_3 = 3248.23 \text{kJ/kg}$

 $s_3 = 7.1290 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気表より、膨張後の圧力 p_4 =20kPa における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_4 "、 h_4 "が 次のように求められる。

 $h_4'' = 2608.95 \text{kJ/kg}$

 $h_4' = 251.40 \text{kJ/kg}$

同様に、比エントロピー S_4 "、 S_4 が次のように求められる。

 $s_4'' = 7.90723 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_4' = 0.83195 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから,膨張後の状態における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{7.1290 - 0.83195}{7.90723 - 0.83195} = 0.890$$

これより、膨張後の湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.890) \times 251.40 + 0.890 \times 2608.95 = 2349.62$$
kJ/kg

凝縮水は $p_4=20$ kPa における飽和水であるので、その比エンタルピー h_1 は

$$h_1 = h_4' = 251.40 \text{kJ/kg}$$

となる。以上に求めた比エンタルピーを用いると,熱効率ηが次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3248.23 - 2349.62}{3248.23 - 251.40} = 0.300$$
 (答)

ポンプの動力が無視できると仮定しているので、蒸気タービンにおける動力がサイクルの正味の動力となる。よって、出力 \dot{W} は次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{m}(h_3 - h_4) = 10 \times (3248.23 - 2349.62) = 8986.1 \text{kW} = 8.99 \text{MW}$$
 (\(\frac{\text{\text{\$\text{\$}}}}{2}\)

以上より、蒸気タービンの入口圧力が低下すると、蒸気タービンの動力が減少し、熱効率が低下することがわかる。

問題8 蒸気タービン入口の圧力が $p_3=5$ MPa, 温度が $t_3=400$ °C, 復水器内の温度が $t_4=40$ °Cの ランキンサイクルの熱効率を求めよ。また,水の質量流量が $\dot{m}=1800$ kg/h であるときの 出力 \dot{W} を求めよ。ただし,ポンプの動力は無視してよく,蒸気タービンでの膨張過程は 可逆断熱変化であると仮定する。

過熱水蒸気表より、蒸気タービン入口における水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 を求めると次のようになる。

 $h_3 = 3196.59 \text{kJ/kg}$

$$s_3 = 6.6481 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

飽和蒸気表から膨張後の温度 t_4 =40[°]Cにおける飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_4 ", h_4 'を求めると次のようになる。

 $h_4'' = 2573.54 \text{kJ/kg}$

 $h_4' = 167.54 \text{kJ/kg}$

同様に、比エントロピー S_4 "、 S_4 'を求めると次のようになる。

 $s_4'' = 8.25567 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_4' = 0.57243 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから,膨張後の状態における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.6481 - 0.57243}{8.25567 - 0.57243} = 0.791$$

これより、膨張後の湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.791) \times 167.54 + 0.791 \times 2573.54 = 2070.69$$
kJ/kg

凝縮水は t_4 =40 $^{\circ}$ Cにおける飽和水であるので、その比エンタルピー h_1 は

$$h_1 = h_4' = 167.54 \text{kJ/kg}$$

となる。以上に求めた比エンタルピーを用いると,熱効率ηが次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3196.59 - 2070.69}{3196.59 - 167.54} = 0.372$$
 (答)

ポンプの動力が無視できると仮定しているので、蒸気タービンにおける動力がサイクルの正味の動力となる。よって、出力 \dot{W} は次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{m}(h_3 - h_4) = \frac{1800}{3600} \times (3196.59 - 2070.69) = 563 \text{kW}$$
 (答)

問題 9 問題 8 の条件のうち,復水器内の温度のみ t_4 =20 $^{\circ}$ Cに変更した場合の熱効率 η と出力 W を求めよ。

過熱水蒸気表より、蒸気タービン入口における水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 を求めると次のようになる。

 $h_3 = 3196.59 \text{kJ/kg}$

 $s_3 = 6.6481 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

飽和蒸気表から膨張後の温度 $t_4=20^{\circ}$ における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_4'' , h_4' を求めると次のようになる。

 $h_4'' = 2453.55 \text{kJ/kg}$

 $h_4' = 83.92 \text{kJ/kg}$

同様に, 比エントロピーs₄", s₄'を求めると次のようになる。

 $s_4'' = 8.66612 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_4' = 0.29650 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから,膨張後の状態における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.6481 - 0.29650}{8.66612 - 0.29650} = 0.759$$

これより、膨張後の湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h'_4 + xh''_4 = (1-0.759) \times 83.92 + 0.759 \times 2453.55 = 1882.47 \text{kJ/kg}$$

凝縮水は $t_4=20$ ℃における飽和水であるので、その比エンタルピー h_1 は

$$h_1 = h_4' = 83.92 \text{kJ/kg}$$

となる。以上に求めた比エンタルピーを用いると,熱効率ηが次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3196.59 - 1882.47}{3196.59 - 83.92} = 0.422$$
(\(\frac{5}{2}\))

ポンプの動力が無視できると仮定しているので、蒸気タービンにおける動力がサイクルの正味の動力となる。よって、出力 \dot{W} は次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{m}(h_3 - h_4) = \frac{1800}{3600} \times (3196.59 - 1882.47) = 657 \text{kW}$$
 (答)

以上より,蒸気タービン入口の過熱水蒸気の条件が決まっているとき,復水器内の温度が低くなると,蒸気タービンの動力が増加し,熱効率が向上することがわかる。

- **問題10** 蒸気タービン入口の圧力が $p_3=5$ MPa, 温度が $t_3=500$ °C, 復水器内の圧力が $p_4=5$ kPa, 水の質量流量が $\dot{m}=1.0$ kg/s である蒸気原動機について, 以下の(1)~(5)の諸量を求めよ。 ただし、この蒸気原動機はランキンサイクルで作動するとし、ポンプでの加圧過程と蒸気タービンでの膨張過程は可逆断熱変化であると仮定する。なお、ポンプでの加圧過程 における水の比体積は $p_4=5$ kPa の飽和水の比体積にて一定であるとしてよい。
 - (1) ポンプの所用動力(単位時間あたりのポンプの仕事) \dot{W}_{p}
 - (2) 蒸気タービンの発生動力(単位時間あたりの蒸気タービンの仕事) \dot{W}_{τ}
 - (3) 単位時間あたりのボイラでの加熱量 $\dot{Q}_{\scriptscriptstyle R}$
 - (4) 単位時間あたりの復水器での放熱量 \dot{Q}_{c}
 - (5) 熱効率 η
- (1) 水の飽和表より、 $p_4=5$ kPa における飽和水の比体積は次のように求められる。

$$v_4' = 0.00100532 \text{m}^3/\text{kg}$$

ポンプが吸い込む飽和水の比体積 v1 はこれと等しいので、

$$v_1 = v_4' = 0.00100532 \text{m}^3/\text{kg}$$

となる。ポンプでは, $p_1=p_4=5$ kPa から $p_2=p_3=5$ MPa まで加圧するので,それに要する動力は次のように求められる。

$$\dot{W}_{P} = \dot{m}v_{1}(p_{2} - p_{1}) = 1.0 \times 0.00100532 \times (5 \times 10^{6} - 5 \times 10^{3}) = 5021.57 \text{W} = 5.02 \text{kW}$$
 (答)

(2) 過熱水蒸気表より、蒸気タービン入口の過熱水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 は次のように求められる。

$$h_3 = 3434.48 \text{kJ/kg}$$

 $s_3 = 6.9778 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

また、水の飽和表より、復水器内圧力 $p_4=5$ kPaにおける飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー、 比エントロピーが次のように求められる。

$$h_4'' = 2560.77 \text{kJ/kg}$$

$$h_4' = 137.77 \text{kJ/kg}$$

$$s_4'' = 8.39391 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$s_4' = 0.47625 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから、蒸気タービン出口における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.9778 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.821$$

よって、蒸気タービン出口における湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.821) \times 137.77 + 0.821 \times 2560.77 = 2127.05 \text{kJ/kg}$$

と求められる。よって、蒸気タービンで得られる動力は次のように求められる。

$$\dot{W}_T = \dot{m}(h_3 - h_4) = 1.0 \times (3434.48 - 2127.05) = 1307 \text{kW} = 1.31 \text{MW}$$
 (2)

(3) ポンプが吸入する飽和水の比エンタルピーは、次の通りである。

$$h_1 = h_4' = 137.77 \text{kJ/kg}$$

ポンプでのエネルギー収支から、ポンプが吐出する圧縮水の比エンタルピーが次のように求められる。

$$\dot{W}_P = \dot{m}(h_2 - h_1) \rightarrow h_2 = h_1 + \frac{\dot{W}_P}{\dot{m}} = 137.77 + \frac{5.02157}{1.0} = 142.79 \text{kJ/kg}$$

よって、ボイラーでの加熱量 \dot{Q}_{R} は次のように求められる。

$$\dot{Q}_B = \dot{m}(h_3 - h_2) = 1.0 \times (3434.48 - 142.79) = 3292 \text{kW} = 3.29 \text{MW}$$
 (答)

(4) 復水器での放熱量 \dot{Q}_{c} は次のように求められる。

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_4 - h_1) = 1.0 \times (2127.05 - 137.77) = 1989 \text{kW} = 1.99 \text{MW}$$
 (\(\beta\)

(5) この蒸気原動機の正味の出力 \dot{W} は

$$\dot{W} = \dot{W}_T - \dot{W}_P = 1307 - 5.02 = 1302$$
kW

となるので、熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_B} = \frac{1302}{3292} = 0.396 \tag{2}$$

第6章 演習問題

1. 空調機や冷凍冷蔵設備で使用される作動流体には、フロン系物質を混合した混合冷媒とよばれるものがある。3 種類の物質からなる混合冷媒が気液共存の平衡状態にあるとき、この状態を規定するために必要となる示量性状態量の数を求めよ。

物質の種類が $N_c=3$,相の数が $N_p=2$ であるので,ギブスの相律より,状態を規定するのに必要な示量性状態量の数 N_f は次のように求められる。

$$N_f = N_c - N_p + 2 = 3 - 2 + 2 = 3$$
 (答)

2. ある物質の 25°Cにおける蒸発の際の潜熱 r を求めたところ,r=1500kJ/kg であった。この温度において,乾き度が x=0.4 の湿り蒸気の比エンタルピーを測定したところ,h=800kJ/kg であることがわかった。25°Cにおけるこの物質の飽和液と飽和蒸気の比エンタルピーを求めよ。

湿り蒸気の比エンタルピーh は、飽和液と飽和蒸気の比エンタルピーh'、h''と乾き度 x、潜熱 r により次のように表せる。

$$h = (1-x)h' + xh'' = h' + x(h'' - h') = h' + xr$$

これより飽和液の比エンタルピーは次のように求められる。

$$h' = h - xr = 800 - 0.4 \times 1500 = 200 \text{kJ/kg}$$
 ($\stackrel{\triangle}{}$)

飽和蒸気の比エンタルピーは次のように求められる。

$$h'' = r + h' = 1500 + 200 = 1700 \text{kJ/kg}$$
 (答)

3. 単位質量あたりのギブス自由エネルギーg は、比エンタルピーh と比エントロピーs、温度 T により、次のように定義される。

$$g = h - Ts$$

この単位質量あたりのギブス自由エネルギーの変化量 dg は、閉じた系の熱力学第1法則とエントロピーの定義から次のように表される。

$$dg = vdp - sdT$$

相平衡の状態では、気相と液相の単位質量あたりのギブス自由エネルギーの変化量 dg_V , dg_L が等しいことを利用して、温度の変化に対する圧力の変化が、潜熱 r、温度 T、比体積 v を用いて、次の関係式*により定まることを示せ。

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T(v'' - v')}$$

* クラペイロン-クラウジウスの式

この関係式は、クラペイロン-クラウジウスの式 (Clapeyron-Clausius equation) として知られている。この式により、飽和状態における温度変化 dT に対する圧力の変化 dp の関係 (p-T線図の勾配= $\frac{dp}{dT}$) がわかっていると、温度 T、飽和蒸気の比体積 v''、飽和液の比体積 v''という測定可能な状態量から潜熱 r を求めることができる。

気相と液相の単位質量あたりのギブス自由エネルギーの変化量は次のように表される。

気相 (飽和蒸気)

$$dg_v = v''dp - s''dT$$

液相(飽和液)

$$dg_I = v'dp - s'dT$$

相平衡の状態では,両者が等しいことから,

$$v''dp - s''dT = v'dp - s'dT \quad \Rightarrow \quad (v'' - v')dp = (s'' - s')dT \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dT} = \frac{s'' - s'}{v'' - v'}$$

となる。ここで、飽和蒸気と飽和水の比エントロピーs"、s'と潜熱 r、温度 T との間に成立する

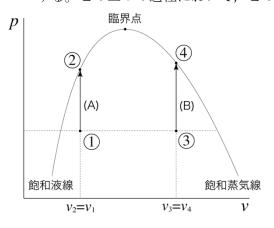
$$s'' - s' = \frac{r}{T}$$

という関係式を用いると

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s'' - s'}{v'' - v'} = \frac{r}{T(v'' - v')}$$

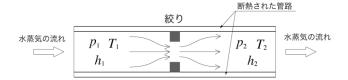
のように、クラペイロン-クラウジウスの式が導かれる。(答)

4. 一定容積の密閉容器内に封入された純粋な物質が気液 2 相の共存状態にあるとする。過程(A) では、p-v 線図上で、状態①から状態②まで加熱し、過程(B)では、状態③か状態④まで加熱 する。この二つの過程において、この物質の状態がどのように変化するかを説明せよ。



はじめの状態である①と③はいずれも湿り飽和状態である。過程(A)では、加熱にともなって蒸気が凝縮し液相の割合が増加する。状態②に到達すると完全に液相のみとなる。このとき、液相は膨張し体積が一定に維持される。過程(B)では、液が蒸発し気相の割合が増加する。状態④に到達すると完全に気相のみとなる。(答)

5. 下図のように、完全に断熱された管路の内部に絞りを設け、水蒸気を流す。絞りの前後で圧力の低下が生じ($p_2 < p_1$)、水蒸気の状態が変化する。 $p_1 = 0.4$ MPa の湿り飽和蒸気が流入し、絞りを通過後に $p_2 = 0.1$ MPa まで圧力が低下し、温度が $t_2 = 110$ $^{\circ}$ となった。流入した湿り飽和蒸気の乾き度 x を求めよ。ただし、定常流れを過程し、水蒸気の運動エネルギーの変化と位置エネルギーの変化は 0 とする。



定常流動系の熱力学第1法則より、この過程では、絞りの前後で比エンタルピーが等しくなる (等エンタルピー変化)。

$$h_1 = h_2$$

絞りの下流では、飽和温度が t_{2s} =99.606 $^{\circ}$ であるので、過熱水蒸気の状態にあることがわかる。 過熱水蒸気表より、 圧力 p_2 =0.1MPa と温度 t_2 =110 $^{\circ}$ Cの過熱水蒸気の比エンタルピーは

$$h_2 = 2696.32 \text{kJ/kg}$$

であることがわかる。

また、水の飽和表より、上流の圧力 p_1 =0.4MPa における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピーは、

 $h_1'' = 2738.06 \text{kJ/kg}$

 $h_1' = 604.72 \text{kJ/kg}$

であることがわかる。よって、乾き度xを求めると次のようになる。

$$x = \frac{h_1 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{h_2 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{2696.32 - 604.72}{2738.06 - 604.72} = 0.980$$
 (答)

- **6.** 圧力が p_1 =0.5MPa, 温度が t_1 =200 $^{\circ}$ 、質量が m=0.02kg の過熱水蒸気が断熱されたピストンーシリンダ系に封入されている。この過熱水蒸気が膨張し、圧力が p_2 =0.1MPa となった。膨張過程は可逆断熱変化であると仮定し、以下の問いに答えよ。
 - (1) はじめの状態における体積 V_1 を求めよ。
 - (2) 膨張後の比エンタルピー h_2 と比体積 v_2 を求めよ。
 - (3) 膨張により発生する仕事 W を求めよ。
- (1) 過熱水蒸気表より、 p_1 =0.5MPa、 t_1 =200 $^{\circ}$ Cにおける比体積 v_1 を求めると

$$v_1 = 0.42503 \text{m}^3/\text{kg}$$

であることがわかる。よって、はじめの状態の体積 V1 は次のように求められる。

$$V_1 = mv_1 = 0.02 \times 0.42503 = 0.0085006 \text{m}^3$$
 (答)

(2) 過熱水蒸気表より、はじめの過熱水蒸気の比エンタルピー h_1 と比エントロピー s_1 は次のように求められる。

 $h_1 = 2855.90 \text{kJ/kg}$

 $s_1 = 7.061 \, \text{lkJ/(kg} \cdot \text{K)}$

水の飽和表より、 $p_2=0.1$ MPa における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_2 "、 h_2 "、比エントロピー s_2 "、 s_2 "、比体積 v_2 "、 v_2 "は次のように求められる。

 $h_2'' = 2674.95 \text{kJ/kg}$

 $h_2' = 417.44 \text{kJ/kg}$

 $s_2'' = 7.35881 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_2' = 1.30256 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $v_2'' = 1.69402 \text{m}^3/\text{kg}$

 $v_2' = 0.00104315 \text{m}^3/\text{kg}$

膨張過程が可逆断熱変化($s_1=s_2$)であることから、膨張後の乾き度xを求めると

$$x = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{7.0611 - 1.30256}{7.35881 - 1.30256} = 0.951$$

となる。これより、膨張後の比エンタルピー h_2 と比体積 v_2 は次のように求められる。

$$h_2 = (1-x)h_2' + xh_2'' = (1-0.951) \times 417.44 + 0.951 \times 2674.95 = 2564.33$$
kJ/kg (答)

$$v_2 = (1-x)v_2' + xv_2'' = (1-0.951) \times 0.00104315 + 0.951 \times 1.69402 = 1.61106 \text{m}^3/\text{kg}$$
 (25)

(3) 膨張前後の内部エネルギーは

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 2855.90 - 0.5 \times 10^3 \times 0.42503 = 2643.39 \text{kJ/kg}$$

$$u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 2564.33 - 0.1 \times 10^3 \times 1.61106 = 2403.22 \text{kJ/kg}$$

と求められる。可逆断熱変化であることから、仕事Wは内部エネルギーの変化に等しい。よって、仕事は次のように求められる。

$$W = m(u_1 - u_2) = 0.02 \times (2643.39 - 2403.22) = 4.8 \text{kJ}$$
 (答)

7. 蒸気タービン入口の蒸気が $p_3=10$ MPa, $t_3=500$ °Cであり、復水器内圧の力が $p_4=5$ kPa のランキンサイクルの熱効率を求めよ。ただし、ポンプの仕事は無視できるとし、ポンプと蒸気タービンにおける状態変化は可逆断熱過程であるとする。

水の飽和表から,蒸気タービン入口の圧力 p_3 に相当する飽和温度は t_s =310.96 $^{\circ}$ であることがわかる。タービン入口の蒸気温度が t_3 =500 $^{\circ}$ なので,タービン入口は過熱蒸気の状態である。圧

縮水・過熱水蒸気表からタービン入口での比エンタルピーと比エントロピーを求めると $h_3 = 3375.06$ kJ/kg, $s_3 = 6.5993$ kJ/(kg·K)であることがわかる。

復水器内の圧力 p_4 に対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーと比エントロピーは,飽和表より h_4 "=2560.77kJ/kg, h_4 "=137.77kJ/kg, s_4 "=8.39391kJ/(kg·K), s_4 "=0.47625kJ/(kg·K)であることがわかる。タービンにおける膨張過程が可逆断熱変化であることから,タービン出口の比エントロピーは s_4 = s_3 =6.5993kJ/(kg·K)となる。 s_4 が s_4 "よりも小さいことから,タービン出口は湿り蒸気となるので,その乾き度 x を式 6-43 より求めると次のようになる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.5993 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.77334 = 0.773$$

これより、タービン出口における湿り蒸気の比エンタルピー h_4 は式 6-44 より次のように求められる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.77334) \times 137.77 + 0.77334 \times 2560.77 = 2011.6$$
kJ/kg

復水器出口の飽和水の比エンタルピーは,圧力 $p_4=5$ kPa に対応する飽和水の比エンタルピーと 等しいので, $h_1=h_4'=137.77$ kJ/kg である。

よって、式6-53より熱効率が次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3375.06 - 2011.6}{3375.06 - 137.77} = 0.421 = 42.1\%$$
(答)

8. 「7.」において、蒸気タービン入口の圧力のみを p_3 =15MPa に上げたときの熱効率を求めよ。

圧縮水・過熱水蒸気表より、 p_3 =15MPa、 t_3 =500℃における比エンタルピーは h_3 =3310.79kJ/kg、比エントロピーは s_3 =6.3479kJ/(kg・K)であることがわかる。蒸気タービン出口の比エントロピーが s_4 = s_3 =6.3479kJ/(kg・K)となるので、蒸気タービン出口の湿り蒸気の乾き度を求めると次のようになる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.3479 - 0.47625}{8.39391 - 0.47625} = 0.74159$$

蒸気タービン出口の比エンタルピーを求めると次のようになる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.74159) \times 137.77 + 0.74159 \times 2560.77 = 1934.6$$
kJ/kg

よって、式 6-53 より熱効率が次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3310.79 - 1934.6}{3310.79 - 137.77} = 0.434 = 43.4\%$$
(答)

9. 「7.」において、復水器内の圧力のみを $p_4=10$ kPa に上げたときの熱効率を求めよ。

復水器内の圧力 p_4 =10kPaに対応する飽和蒸気と飽和水の比エンタルピーと比エントロピーは、 飽和表より h_4 "=2583.89kJ/kg, h_4 '=191.81kJ/kg, s_4 "=8.14889kJ/(kg·K), s_4 '=0.64922kJ/(kg·K)であることがわかる。これより、蒸気タービン出口の乾き度を求めると次のようになる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.5993 - 0.64922}{8.14889 - 0.64922} = 0.79338 = 0.793$$

蒸気タービン出口の比エンタルピーを求めると次のようになる。

$$h_4 = (1-x)h_4' + xh_4'' = (1-0.79338) \times 191.81 + 0.79338 \times 2583.89 = 2089.6$$
kJ/kg

復水器出口の飽和水の比エンタルピーは,圧力 $p_4=5$ kPa に対応する飽和水の比エンタルピーと 等しいので, $h_1=h_4'=191.81$ kJ/kg である。

よって、式 6-53 より熱効率が次のように求められる。

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} = \frac{3375.06 - 2089.6}{3375.06 - 191.81} = 0.404 = 40.4\%$$
 (答)

- 10. 蒸気タービン入口の圧力が p_3 =10MPa, 温度が t_3 =500°C, 復水器内の圧力が p_4 =10kPa, 出力 \dot{W} =5.0MW の蒸気原動機について,以下の(1)~(5)の諸量を求めよ。ただし,この蒸気原動機はランキンサイクルで作動するとし、ポンプでの加圧過程と蒸気タービンでの膨張過程は可逆断熱変化であると仮定する。なお、ポンプでの加圧過程における水の比体積は p_4 =10kPa の飽和水の比体積にて一定であるとしてよい。
 - (1) ポンプの所用動力 \dot{W}_p
 - (2) 蒸気タービンの発生動力 $\dot{W}_{\scriptscriptstyle T}$
 - (3) 単位時間あたりのボイラーでの加熱量 $\dot{Q}_{\scriptscriptstyle R}$
 - (4) 単位時間あたりの復水器での放熱量 \dot{Q}_{c}
 - (5) 熱効率 η

水の飽和表より、 $p_4=10$ kPa における飽和水の比体積 v_4 'な次のように求められる。

$$v_4' = 0.00101026 \text{m}^3/\text{kg}$$

ポンプが吸い込む飽和水の比体積 v1 はこれと等しいので、

$$v_1 = v_4' = 0.00101026$$
m³/kg

となる。ポンプでは、 $p_1=p_4=10$ kPa から $p_2=p_3=10$ MPa まで加圧するので、それに要する仕事

wpは次のように求められる。

$$w_P = v_1(p_2 - p_1) = 0.00101026 \times (10 \times 10^6 - 10 \times 10^3) = 10092.50 \text{ J/kg} = 10.09 \text{ kJ/kg}$$

過熱水蒸気表より、蒸気タービン入口の過熱水蒸気の比エンタルピー h_3 と比エントロピー s_3 は次のように求められる。

 $h_3 = 3375.06 \text{kJ/kg}$

 $s_3 = 6.5993 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

また、水の飽和表より、復水器内圧力 $p_4=10$ kPa における飽和水蒸気と飽和水の比エンタルピー h_4 "、 h_4 '、比エントロピー s_4 "、 s_4 'が次のように求められる。

 $h_4'' = 2583.89 \text{kJ/kg}$

 $h'_4 = 191.81 \text{kJ/kg}$

 $s_{\perp}^{\prime\prime} = 8.14889 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

 $s_4' = 0.64922 \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

蒸気タービンでの膨張過程が可逆断熱変化($s_3=s_4$)であることから、蒸気タービン出口における乾き度xが次のように求められる。

$$x = \frac{s_4 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{s_3 - s_4'}{s_4'' - s_4'} = \frac{6.5993 - 0.64922}{8.14889 - 0.64922} = 0.793$$

よって、蒸気タービン出口における湿り飽和蒸気の比エンタルピーh4は

$$h_4 = (1 - x)h_4' + xh_4'' = (1 - 0.793) \times 191.81 + 0.793 \times 2583.89 = 2088.73$$
kJ/kg

と求められる。よって、蒸気タービンの仕事 w_T は次のように求められる。

$$w_T = h_3 - h_4 = 3375.06 - 2088.73 = 1286.33$$
kJ/kg

ポンプが吸入する飽和水の比エンタルピーh」は、次の通りである。

$$h_1 = h'_4 = 191.81 \text{kJ/kg}$$

ポンプでのエネルギー収支から、ポンプが吐出する圧縮水の比エンタルピー h_2 が次のように求められる。

$$w_P = h_2 - h_1 \rightarrow h_2 = h_1 + w_P = 191.81 + 10.09 = 201.90 \text{kJ/kg}$$

よって、ボイラーでの加熱量 q_B は次のように求められる。

$$q_B = h_3 - h_2 = 3375.06 - 201.90 = 3173.16$$
kJ/kg

復水器での放熱量 q_C は次のように求められる。

$$q_C = h_4 - h_1 = 2088.73 - 191.81 = 1896.92$$
kJ/kg

この蒸気原動機の正味の仕事wは

$$w = w_T - w_P = 1286.33 - 10.09 = 1276.24$$
kJ/kg

となる。出力が $\dot{W}=5.0$ MWであることから、水の質量流量 \dot{m} は次のように求められる。

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} = \frac{5.0 \times 10^3}{1276.24} = 3.917758 \text{kg/s}$$

以上の計算結果より、要求されている諸量は次のように求められる。

(1) ポンプの所用動力(単位時間あたりのポンプの仕事) \dot{W}_p

$$\dot{W}_P = \dot{m}w_P = 3.917758 \times 10.09 = 39.5 \text{kW} = 0.04 \text{MW}$$

(2) 蒸気タービンの発生動力(単位時間あたりの蒸気タービンの仕事) $\dot{W}_{\scriptscriptstyle T}$

$$\dot{W}_T = \dot{m}w_T = 3.917758 \times 1286.33 = 5039.5 \text{kW} = 5.04 \text{MW}$$
 (答)

(3) 単位時間あたりのボイラーでの加熱量 $\dot{Q}_{\scriptscriptstyle B}$

$$\dot{Q}_B = \dot{m}q_B = 3.917758 \times 3173.16 = 12432 \text{kW} = 12.43 \text{MW}$$

(4) 単位時間あたりの復水器での放熱量 \dot{Q}_{c}

$$\dot{Q}_C = \dot{m}q_C = 3.917758 \times 1896.92 = 7432 \text{kW} = 7.43 \text{MW}$$

(5) 熱効率 η

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_B} = \frac{5.0}{12.43} = 0.402 \tag{2}$$