Poker Hands Probability

$\binom{4}{1}$

In [1]:
```
import numpy as np
```

In [2]:
```
from scipy.special import comb
```

In [3]:
```
comb(4,1), comb(4,1,True)
```

Out[3]: (4.0, 4)

In [4]:
```
#help(comb)

```

In [5]:
```
#COMBIN= comb
def COMBIN(n,k):
    return comb(n,k,True)
nchk= COMBIN

x= np.zeros(10)

x[0]= COMBIN(4,1)
x[1]= COMBIN(10,1)*COMBIN(4,1)-COMBIN(4,1)
x[2]= COMBIN(13,1)*COMBIN(12,1)*COMBIN(4,1)
x[3]= COMBIN(13,1)*COMBIN(4,3)*COMBIN(12,1)*COMBIN(4,2)
x[4]= COMBIN(13,5)*COMBIN(4,1)-COMBIN(10,1)*COMBIN(4,1)
x[5]= COMBIN(10,1)*COMBIN(4,1)**5-COMBIN(10,1)*COMBIN(4,1)
x[6]= COMBIN(13,1)*COMBIN(4,3)*COMBIN(12,2)*COMBIN(4,1)**2
x[7]= COMBIN(13,2)*COMBIN(4,2)**2*COMBIN(11,1)*COMBIN(4,1)
x[8]= COMBIN(13,1)*COMBIN(4,2)*COMBIN(12,3)*COMBIN(4,1)**3
x[9]= (COMBIN(13,5)-10)*(COMBIN(4,1)**5-4)
x
```

Out[5]:
```
array([  4.00000000e+00,   3.60000000e+01,   6.24000000e+02,
         3.74400000e+03,   5.10800000e+03,   1.02000000e+04,
         5.49120000e+04,   1.23552000e+05,   1.09824000e+06,
         1.30254000e+06])
```

In [6]:
```
x
```

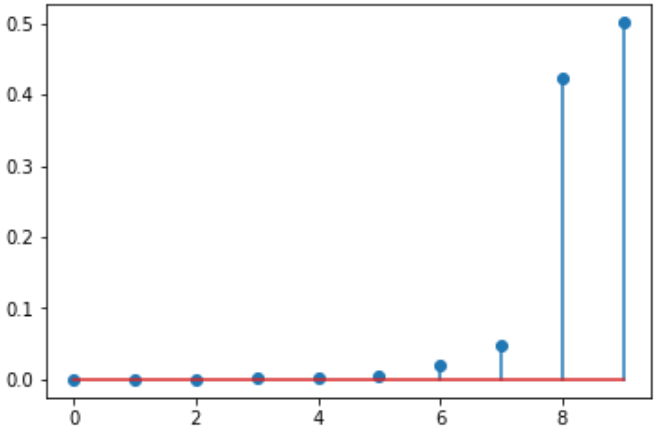
Out[6]:
```
array([  4.00000000e+00,   3.60000000e+01,   6.24000000e+02,
         3.74400000e+03,   5.10800000e+03,   1.02000000e+04,
         5.49120000e+04,   1.23552000e+05,   1.09824000e+06,
         1.30254000e+06])
```

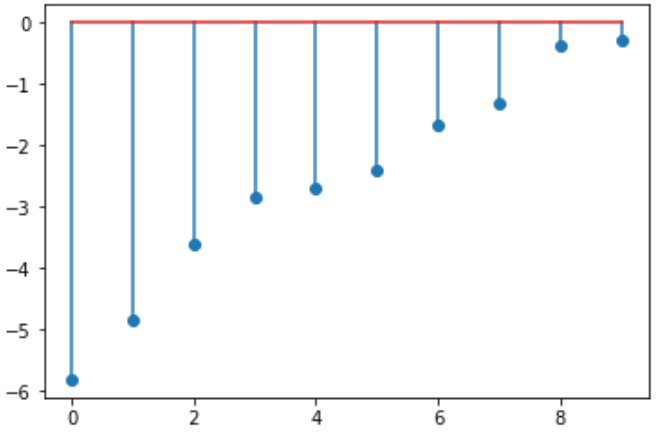
In [7]:
```
Px= x/x.sum()
Px
```

Out[7]:
```
array([  1.53907717e-06,   1.38516945e-05,   2.40096038e-04,
         1.44057623e-03,   1.96540155e-03,   3.92464678e-03,
         2.11284514e-02,   4.75390156e-02,   4.22569028e-01,
         5.01177394e-01])
```

In [8]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

plt.figure()
plt.stem(Px)


logPx= np.log10(Px)

plt.figure()
plt.stem(logPx)


```

Out[8]: <StemContainer object of 3 artists>





Writing Mathematic Fomulars in Markdown

https://csrgxtu.github.io/2015/03/20/Writing-Mathematic-Fomulars-in-Markdown/ (https://csrgxtu.github.io/2015/03/20/Writing-Mathematic-Fomulars-in-Markdown/)

$\alpha\beta\gamma\delta$

a^2a_2

同花順：花色有4種，牌面從A2345到10JQKA有十個順子。共有40種。 計算：

$$\binom{4}{1}\binom{10}{1} = 4\times10 = 40 \binom{4}{1}\binom{10}{1} = 4\times10 = 40$$

機率： $$P = \frac{40}{2598960} = 1.539\times10^{-5} P = \frac{40}{2598960} = 1.539\times10^{-5}$$

四條：牌面有13選一為4條，另外從剩餘48選一。共有624種情況。 計算：

$$\binom{13}{1}\binom{48}{1} = 13\times48 = 624 \quad \binom{13}{1}\binom{48}{1} = 13\times48 = 624$$

機率： $P = \frac{624}{2598960} = 2.401\times10^{-4} \quad P = \frac{624}{2598960} = 2.401\times10^{-4}$

葫蘆：牌面有13選一為3條，花色4選3；剩餘牌面12選一為對，花色4選2。共有3744種情況。

計算： $\binom{13}{1}\binom{4}{3}\times\binom{12}{1}\binom{4}{2} = 13\times4\times12\times6 = 3744 \quad \binom{13}{1}\binom{4}{3}\times\binom{12}{1}\binom{4}{2} = 13\times4\times12\times6 = 3744$

機率： $P = \frac{3744}{2598960} = 1.44058\times10^{-3} \quad P = \frac{3744}{2598960} = 1.44058\times10^{-3}$

https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%92%B2%E5%85%8B%E7%89%8C%E5%9E%8B (https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%92%B2%E5%85%8B%E7%89%8C%E5%9E%8B) 撲克牌型

https://zh.wikipedia.org/wiki/Help:%E6%95%B0%E5%AD%A6%E5%85%AC%E5%BC%8F (https://zh.wikipedia.org/wiki/Help:%E6%95%B0%E5%AD%A6%E5%85%AC%E5%BC%8F)

{ }, \O \empty \emptyset, \varnothing

$\{\}, \O\empty\emptyset, \varnothing$

\in, \notin \not\in, \ni, \not\ni

$\in, \notin\notin, \ni, \not\ni$

\diamondsuit, \heartsuit, \clubsuit, \spadesuit, \Game, \flat, \natural, \sharp

$\diamondsuit, \heartsuit, \clubsuit, \spadesuit, \Game, \flat, \natural, \sharp$

\dbinom{n}{r}=\binom{n}{n-r}=\mathrm{C}_n^r=\mathrm{C}_n^{n-r}

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} = \mathrm{C}_n^r = \mathrm{C}_n^{n-r}$$

$$\binom{n}{r}$$
$$= \binom{n}{n-r}$$
$$= \mathrm{C}_n^r$$
$$= \mathrm{C}_n^{n-r}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

{\color{色調}表達式}

表達式

{\color{Blue}x^2}+{\color{Brown}2x} - {\color{OliveGreen}1}

$x^2 + 2x - 1$

$x^2 + 2x - 1$

x_{\color{Green}1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{{\color{Maroon}b^2-4ac}}}{2a}

$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
♠													
♡													
♣													
◇													

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
♠	♠2	♠3	♠4	♠5	♠6	♠7	♠8	♠9	♠10	♠J	♠Q	♠K	♠A
♡	♡2	♡3	♡4	♡5	♡6	♡7	♡8	♡9	♡10	♡J	♡Q	♡K	♡A
♣	♣2	♣3	♣4	♣5	♣6	♣7	♣8	♣9	♣10	♣J	♣Q	♣K	♣A
◇	◇2	◇3	◇4	◇5	◇6	◇7	◇8	◇9	◇10	◇J	◇Q	◇K	◇A

花順
4條
3條2條
花(無順)
順(無花)
3條
双2條
2條
1條

*rank*01	花順	40
*rank*02	4條	624
*rank*03	3條 + 2條	3,744
*rank*04	花(無順)	5,108
*rank*05	順(無花)	10,200
*rank*06	3條	54,912
*rank*07	2條 + 2條	123,552
*rank*08	2條	1,098,240
*rank*09	1條	1,302,540
	全部	2,598,960

In [ ]:
```
1
```

所有五張牌的組合，按以下順序，由大至小排列分為不同牌型：

	牌型(別名)	英文名	範例	說明
同花順數	同花順	Straight Flush	2♠ 3♠ 4♠ 5♠ 6♠	五張同一花色且順連的牌。
4條	四條(鐵扇，鐵支)	4 of a Kind	2♠ 2♥ 2♣ 2♦ 3♥	有四張同一點數的牌。
3條+2條	葫蘆(夫佬)	Full house	2♠ 2♣ 2♦ 3♠ 3♥	三張同一點數的牌，加一對其他點數的牌。
同花(無順數)	同花(花)	Flush	2♠ 3♠ 4♠ 5♠ 7♠	五張同一花色的牌。
順數(無同花)	順子(蛇)	Straight	2♠ 3♠ 4♠ 5♠ 6♦	五張順連的牌。
3條	三條	3 of a kind	2♠ 2♣ 2♦ 3♠ 4♥	有三張同一點數的牌。
2條+2條	兩對(Two 啤，滔啤)	2 Pairs	2♠ 2♣ 3♠ 3♥ 4♦	有兩張相同點數的牌，加另外兩張相同點數的牌。
2條	一對(啤)	1 Pair	2♠ 2♣ 3♠ 4♥ 5♦	有兩張相同點數的牌。
1條	散牌(高牌，烏龍)	High card	2♠ 3♠ 4♥ 5♦ 7♣	不能排成以上組合的牌，以點數決定大小。

In [ ]:
```
1
```

除去鬼牌後剩52張牌，點數為2-3-4-5-6-7-8-9-10-J-Q-K-A， 花色為黑桃、紅心、梅花、方塊。 總共有52張，從中選5張，則形成2598960種情況。

計算： $C_5^{52} = \binom{52}{5} = \frac{52!}{5!47!} = \frac{52\times51\times50\times49\times48}{5\times4\times3\times2\times1} = 2598960$

In [9]:
```
1 nS= comb(52,5,True)
2 nS
```

Out[9]:
```
2598960
```

同花順：花色有4種，牌面從A2345到10JQKA有十個順子。共有40種。

計算： $\binom{4}{1}\binom{10}{1} = 4\times10 = 40$

機率： $P = \frac{40}{2598960} = 1.539\times10^{-5}$

In [10]:
```
1 nA1= nchk(4,1)*nchk(10,1)
2 nA1, nA1/nS
```

Out[10]:
```
(40, 1.5390771693292702e-05)
```

四條：牌面有13選一為4條，另外從剩餘48選一。共有624種情況。

計算：$\binom{13}{1}\binom{48}{1} = 13\times48 = 624$

機率：$P = \frac{624}{2598960} = 2.401\times10^{-4}$

In [11]:
```
nA2= nchk(13,1)*nchk(48,1)
nA2, nA2/nS
```

Out[11]: (624, 0.00024009603841536616)

葫蘆：牌面有13選一為3條，花色4選3；剩餘牌面12選一為對，花色4選2。共有3744種情況。

計算：$\binom{13}{1}\binom{4}{3}\times\binom{12}{1}\binom{4}{2} = 13\times4\times12\times6 = 3744$

機率：$P = \frac{3744}{2598960} = 1.44058\times10^{-3}$

In [12]:
```
nA3= nchk(13,1)*nchk(4,3)*nchk(12,1)*nchk(4,2)
nA3, nA3/nS
```

Out[12]: (3744, 0.0014405762304921968)

同花：花色4種，牌面13選5，再減去順子10種。共有5108種。

計算：$\binom{4}{1}\times(\binom{13}{5} - \binom{10}{1}) = 4\times(\frac{13\times12\times11\times10\times9}{5\times4\times3\times2\times1} - 10) = 5108$

機率：$P = \frac{5108}{2598960} = 1.9654\times10^{-3}$

In [13]:
```
nA4= nchk(4,1)* (nchk(13,5)-nchk(10,1))
nA4, nA4/nS
```

Out[13]: (5108, 0.001965401545233478)

順子：牌面從A2345到10JQKA有十個順子，花色45減去同花4種。共有10200種。

計算：$\binom{10}{1}\times(4^5 - 4) = 10\times(1024 - 4) = 10200$

機率：$P = \frac{10200}{2598960} = 3.92465\times10^{-3}$

In [14]:
```
nA5= nchk(10,1)* (4**5 - 4)
nA5, nA5/nS
```

Out[14]: (10200, 0.003924646781789639)

三條：牌面有13選一種為3條，花色4選3；剩餘牌面12選2為單牌，花色都有4種可能。共有54912種情況。

計算：$\binom{13}{1}\binom{4}{3}\times\binom{12}{2}\binom{4}{1}^2 = 54912$

機率：$P = \frac{54912}{2598960} = 0.02112845$

In [15]:
```
nA6= nchk(13,1)*nchk(4,3)*nchk(12,2)*nchk(4,1)**2
nA6, nA6/nS
```

Out[15]: (54912, 0.02112845138055222)

兩對：牌面有13選2為對子，花色都是4選2；另外一張只要在其餘11選一，花色有4種。共有123552情況。

計算： $\binom{13}{2}\binom{4}{2}^2\times\binom{11}{1}\binom{4}{1}=123552$

機率： $P=\frac{123552}{2598960}=0.04753902$

In [16]:
```
nA7= nchk(13,2) * nchk(4,2)**2 * nchk(11,1) * nchk(4,1)
nA7, nA7/nS
```

Out[16]: (123552, 0.0475390156062425)

一對：牌面有13選一為對，花色4選2；另外從剩餘12選3，花色都有4種。共有1098240種情況。

計算： $\binom{13}{1}\binom{4}{2}\times\binom{12}{3}\binom{4}{1}^3=13\times6\times220\times64=1098240$

機率： $P=\frac{1098240}{2598960}=0.42256903$

In [17]:
```
nA8= nchk(13,1)*nchk(4,2)*nchk(12,3)*nchk(4,1)**3
nA8, nA8/nS
```

Out[17]: (1098240, 0.4225690276110444)

散牌：牌面13選5減去順子10種；花色45減去同花4種。共有1302540種情況

計算： $(\binom{13}{5}-\binom{10}{1})(4^5-4)=(1287-10)\times(1024-4)=1302540$

機率： $P=\frac{1302540}{2598960}=0.50117739$

In [18]:
```
nA9= (nchk(13,5)-nchk(10,1))*(4**5-4)
nA9, nA9/nS
```

Out[18]: (1302540, 0.5011773940345369)

所有情況總數： $40+624+3744+5108+10200+54912+123552+1098240+1302540=25989$

In [19]:
```
nA_total= nA1 +nA2 +nA3 +nA4 +nA5 +nA6 +nA7 +nA8 +nA9
nA_total
```

Out[19]: 2598960

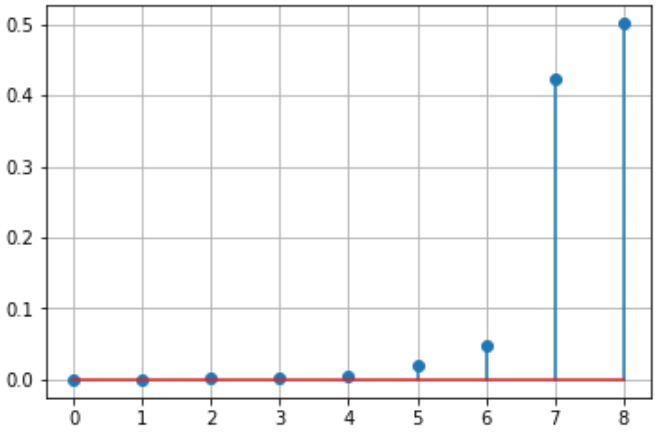
In [20]:
```
pA= np.zeros(9)
pA
```

Out[20]: array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])

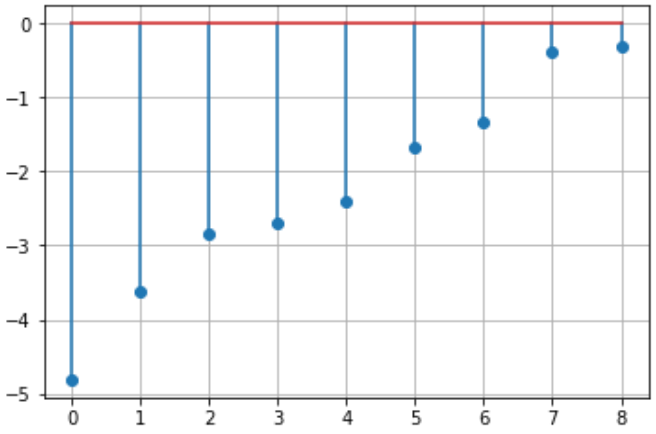
In [21]:
```
pA= np.array([nA1, nA2, nA3, nA4, nA5, nA6, nA7, nA8, nA9])/nS
pA
```

Out[21]:
```
array([  1.53907717e-05,   2.40096038e-04,   1.44057623e-03,
         1.96540155e-03,   3.92464678e-03,   2.11284514e-02,
         4.75390156e-02,   4.22569028e-01,   5.01177394e-01])
```

In [22]:
```
plt.stem(pA)
plt.grid()
```



In [23]:
```
plt.stem(np.log10(pA))
plt.grid()
```



In [ ]:
```
1
```