

磁流体空洞演化，磁星形成，

和地球磁层重联现象之观测

**Evolution of MHD Voids, Formation  
of Magnetars, and Observations of  
Geo-Magnetospheric Reconnections**

(申请清华大学理学硕士学位论文)

培养单位：物理系

学 科：天体物理

研 究 生：胡 人 予

指 导 教 师：楼 宇 庆 教 授

二〇〇九年六月



# 关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解清华大学有关保留、使用学位论文的规定，即：

清华大学拥有在著作权法规定范围内学位论文的使用权，其中包括：(1) 已获学位的研究生必须按学校规定提交学位论文，学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文；(2) 为教学和科研目的，学校可以将公开的学位论文作为资料在图书馆、资料室等场所供校内师生阅读，或在校园网上供校内师生浏览部分内容。

本人保证遵守上述规定。

(保密的论文在解密后应遵守此规定)

作者签名: \_\_\_\_\_

导师签名: \_\_\_\_\_

日 期: \_\_\_\_\_

日 期: \_\_\_\_\_



## 摘要

本文研究准球对称广义多方磁流体系统的自相似激波解。我们假定磁场主要沿着横向，是紊乱的；并对磁场做系综平均以反映其大尺度的结构。通过恰当的自相似变换，标准的磁流体力学方程组能够化为一个非线性常微分方程组。在大半径处，该系统存在有限速度解和速度与半径成正比的膨胀解。本文首次全面研究了各种参数条件下的自相似膨胀解。在中心处，在把已经知道的解推广至广义多方的基础之上，我们系统的研究了准静态解和强磁场解存在条件。我们发现，准静态解描述的系统在长期演化之后包含质量不随时间变化；而强磁场解描述的系统的包含质量会随时间的某一幂率变化。我们重点研究了该系统中空洞的动力学行为。在一些普遍的情况下，空洞边界周围会形成密度相对较高的区域，成为壳层。空洞解可以通过激波联系到远处的有限速度解；空洞边界和激波面按照相同的自相似规律向外膨胀。

我们认为，上述空洞-壳层结构是适用于描述银河星内的大泡和壳层型超新星遗迹的。我们给出了膨胀氢II区和香槟流在多方状态方程下的理论描述，并利用空洞解研究了恒星风对于氢II区运动的影响；这是对原有等温模型的实质性推广。我们还用空洞解研究了中心塌缩型超新星的爆发，并且与数值模拟进行了比较。该模型加上适当的辐射机制，比如热韧致辐射，可以给出正确的超新星极早期X射线的光变曲线。我们认为，SN 2008D的极早期X射线辐射是来自于超新星激波冲出恒星包层的。同时我们发现，塌缩产生的中子星表面的磁场是跟其前身星表面的磁场成正比的。所以，如果前身星的表面磁场达到1000 G 量级，形成的中子星就有可能成为磁星。这样的磁星形成机制支持了所谓“化石磁场”模型。

在观测方面，我们利用Cluster多卫星观测设备研究地球磁尖区的等离子体性质。我们认证出在2002年9月8日发生了北向行星际磁场下的双极区重联。双重联发生时，磁尖区整体向远离太阳的方向移动，重联点向太阳的方向移动。

关键词：磁流体力学 激波 恒星磁场 氢II区 磁重联

## Abstract

This work studies self-similar shock solutions for quasi-spherical general polytropic magnetohydrodynamic (MHD) systems. We presume the magnetic fields are mainly transverse and random, and illustrate the large-scale configuration of magnetic fields by the ensemble average taken in layers at different radii. With appropriate self-similar transformation, the ideal nonlinear MHD equation set can be reduced to a group of nonlinear ordinary differential equations (ODEs). At large radii, there are finite velocity solutions, and three kinds of expansion solutions whose velocities are proportional to the radius. This work firstly identifies all the three kinds of expansion solutions in different parameter regimes systematically. Towards the center, there are quasi-magnetostatic solutions and strong-field solutions. We provide the parameter regimes in which these two asymptotic solutions exist. Quasi-magnetostatic solutions correspond to systems whose enclosed mass does not change with time at late evolution, while strong-field solutions correspond to systems whose enclosed mass does change with time obeying a power law. We emphasize on studying the dynamics of voids in the system. Generally, surrounding the void exists a region of over-density, appeared as the shell-type morphology. The void solutions can be matched with different kinds of finite velocity solutions with shocks. The void boundary and the shock front expand in the self-similar manner.

We propose that such void - shell structure model can be utilized to describe interstellar medium (ISM) bubbles observed in the Galaxy and shell-type supernova remnants. As a substantial generalization of the isothermal case, we provide semi-analytical model for polytropic HII regions and champagne flows and study the effect of stellar winds with void solutions. Furthermore, we study the explosion of core-collapse supernovae with the void solutions, and compare the result with numerical simulations. Coupled with proper radiative processes, such as thermal bremsstrahlung, the model is able to give correct early X-ray light curve of supernova shock breakout,

---

Abstract

---

as for SN 2008D. Also, we find the magnetic fields on the surface of neutron stars are proportional to the surface magnetic fields of their progenitors. If the progenitor has surface magnetic fields in order of 1000 G, magnetar may be formed through such processes, i.e. the ‘fossil-field’ scenario.

For the aspect of observations, we employ the Cluster multi-spacecraft facility to study plasma features of Earth cusp. We identify signatures of dual lobe reconnection for the observations on September 8, 2002, when the interplanetary magnetic field (IMF) remained strongly northward. In our case study, when dual lobe reconnection takes place, cusp moves anti-sunward and primary reconnection point moves sunward.

**Key words:** Magnetohydrodynamics      Shock Waves      Stellar Magnetic Fields  
HII Regions      Magnetic Reconnection

## 目 录

<b>第 1 章 引言 .....</b>	<b>1</b>
1.1 问题的提出.....	1
1.2 选题背景及意义 .....	2
1.3 文献综述 .....	3
1.4 理论研究方法概要 .....	7
1.5 论文结构安排.....	8
<b>第 2 章 理论框架 .....</b>	<b>9</b>
2.1 基本方程 .....	9
2.2 关于磁场的构型 .....	13
2.3 奇异面, 临界线和自相似激波 .....	13
2.4 各种渐近解.....	16
2.4.1 在 $x \rightarrow 0^+$ 时的解析渐近解 .....	17
2.4.1.1 中心自由落体解 .....	17
2.4.1.2 Larson-Penston类型的解 .....	17
2.4.1.3 多方过程中的准静态解.....	18
2.4.1.4 强磁场解 .....	19
2.4.1.5 相对论热的气体的特殊解 .....	19
2.4.2 在 $x \rightarrow \infty$ 时的解析渐近解 .....	22
2.4.2.1 有限速度解 .....	22
2.4.2.2 磁流体热膨胀解 .....	23
2.4.2.3 磁流体自由膨胀解 .....	24
2.4.2.4 磁流体Einstein-de Sitter 解 .....	25
2.4.3 在空洞边界 $nx - v = 0$ 附近的渐近解 .....	26
2.4.3.1 空洞边界 $\alpha^* = 0$ 情形 .....	26
2.4.3.2 无磁场时空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形 .....	29
2.4.3.3 磁流体空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形.....	30

## 目 录

---

<b>第3章 激波空洞解 .....</b>	<b>33</b>
3.1 空洞边界 $\alpha^* = 0$ 情形 .....	33
3.1.1 无磁场情形 .....	33
3.1.2 磁流体的情形 .....	35
3.2 无磁场时空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形 .....	40
3.2.1 参数 $q > 0$ 情形 .....	40
3.3 磁流体空洞边界 $\alpha^* > 0$ 的情形 .....	43
3.3.1 参数 $q = 0$ 情形 .....	43
3.3.2 参数 $q > 0$ 的情形 .....	43
3.4 天体物理应用 .....	48
<b>第4章 氢II区的香槟流 .....</b>	<b>50</b>
4.1 背景介绍 .....	50
4.2 星云中多方香槟流模型 .....	51
4.2.1 固定 $\alpha_0$ 值 .....	52
4.2.2 固定激波位置或速度 .....	56
4.3 包含空洞的香槟流 .....	58
4.3.1 中心自由落体香槟流 .....	63
4.4 与数值模拟结果的比较 .....	66
4.5 小结 .....	71
4.6 不变形式的解 .....	73
<b>第5章 超新星爆发与磁星形成 .....</b>	<b>76</b>
5.1 空洞解的应用 .....	77
5.2 超新星的极早期X射线辐射 .....	81
5.2.1 背景介绍 .....	81
5.2.2 磁流体模型和X射线光变曲线 .....	82
5.2.3 进一步的讨论 .....	84
5.3 磁星的形成 .....	84
5.3.1 背景介绍 .....	85
5.3.2 模型分析 .....	86
5.3.3 数值计算 .....	88
5.3.4 进一步的讨论 .....	92

## 目 录

---

<b>第 6 章 地球磁层重联现象的卫星观测 .....</b>	<b>96</b>
6.1 背景介绍 .....	96
6.2 观测手段 .....	97
6.3 Cluster 卫星观测结果 .....	98
6.3.1 卫星轨道, 行星际磁场和太阳风 .....	98
6.3.2 Cluster-1 的磁尖区观测 .....	99
6.3.3 Cluster-4 的磁尖区观测 .....	104
6.3.4 Cluster-3 的磁尖区观测 .....	107
6.3.5 电子和正离子的速度分布 .....	110
6.4 相关讨论 .....	116
6.4.1 多卫星比较和磁尖区大小的变化 .....	116
6.4.2 重联点的位置 .....	120
6.4.3 脉动的双重联 .....	122
6.4.3.1 电子能谱的方向角截面 .....	123
6.4.3.2 双重联的周期性 .....	123
6.4.3.3 离子的速度分布 .....	124
6.5 统计研究分析 .....	125
6.6 小结 .....	127
<b>第 7 章 主要结论 .....</b>	<b>128</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>130</b>
<b>致谢与声明 .....</b>	<b>141</b>
<b>个人简历、在学期间发表的学术论文与研究成果 .....</b>	<b>142</b>

## 主要符号对照表

$r$	半径
$t$	时间
$\rho$	质量密度
$u$	径向流速
$M$	包含质量
$p$	压强
$B_t$	横向磁场强度
$T$	气体或流体温度
$\epsilon$	能量密度
$\mathcal{J}$	能流密度
$x$	无量纲自相似变量
$\alpha$	无量纲归化密度
$v$	无量纲归化速度
$m$	无量纲归化包含质量
$\beta$	无量纲归化压强
$w$	无量纲归化横向磁场强度的平方平均
$G$	万有引力常数 ( $= 6.67 \times 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$ )
$k_B$	玻尔兹曼常数 ( $= 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/K}$ )
$R_E$	地球平均半径 ( $= 6371 \text{ km}$ )
UT	Universal Time (即格林尼治时间)
$r_{\text{BP}}$	Bondi-Parker半径
$\gamma$	多方指数
$k$	声参数
$n$	自相似尺标参数
$q$	自相似参数
$h$	磁场强度参数
$h_c$	临界磁场强度参数

---

主要符号对照表

---

<i>C</i>	自相似广义多方状态方程中的积分参数
<i>A</i>	有限速度解的质量参数
<i>B</i>	有限速度解的密度参数
<i>K</i>	空洞密度参数
MHD	磁流体力学
$B_{\text{QED}}$	量子临界磁场强度 ( $= 4.4 \times 10^{13}$ G)
SGR	软伽马射线复发原
AXP	不规则X射线脉冲星
GSM	地心太阳磁层坐标系
GSE	地心太阳黄道坐标系
CA	钟角 (Clock Angle)
MLT	磁本地时间 (Magnetic Local Time)
ILAT	不变纬度 (Invariant Latitude)
PEACE	Plasma Electron and Current Experiment
HIA	Hot Ion Analyzer
CODIF	Composition and Distribution Function sencors
CIS	Cluster Ion Spectrometer
LEEA	Low-Energy Electron Analyzer
HEEA	High-Energy Electron Analyzer
EFW	Electric Fields and Waves instrument
FGM	Fluxgate Magnetometer
MAG	Magnetic Field Experiment
SWEPAM	Solar Wind Electron Proton Alpha Monitor

## 第1章 引言

### 1.1 问题的提出

磁流体力学在天体物理中有着广泛的应用。但是，要严格地求解非线性磁流体力学方程组是十分困难的，通常需要借助大型计算机进行数值模拟。解析的处理这类问题，需要一定的近似。首先，一大类天体系统都可以近似为球对称系统或者轴对称系统。例如，恒星、超新星遗迹、星系团等就能看作是准球对称的系统，而吸积盘、喷流、星系等就能大致上看作是轴对称的系统。本项研究只针对球对称的系统。这样一来，理想磁流体力学方程组就可以写成相对简化的一个偏微分非线性方程组。

然后，自相似变换能把偏微分方程组转化为非线性常微分方程组。本论文只研究天体系统的自相似的动力演化。传统动力系统的观念认为，当系统演化足够长的时候，在足够远离边界的地方，会按照自相似的方式运动。我们进一步的认为，自相似运动模式的形成，并未丢失系统初始和边界条件的全部信息。因为我们发现，对同一个系统有各种类型的自相似解。不同的初始和边界条件将使得系统演化至不同类型的自相似解中，从而对应着不同的天体物理过程。自相似方法在天体物理中和爆炸力学中的应用是十分广泛的。

再次，天体系统通常有着十分复杂的能量交换过程。恒星、超新星的爆发和宇宙射线都会加热周围物质。流体也会通过各种辐射机制来冷却，其冷却的速度跟流体的密度、温度和成分都有关系。要具体的写出能量方程，就势必要具体的分别写出系统中各组分的量。很多时候，这不是必须的。所以，在理论工作中一般都采用一定的气体状态方程来作为能量方程的替代。最简单的状态方程是等温状态方程，即假定系统的温度处处相等。很多开创性的工作都是在等温状态方程下完成的。我们则采用更普遍的广义多方状态方程，以期能够描述更广泛的能量交换过程。适当的选取相关参数，可以方便的回到传统多方，甚至等温的情形。

本文在理论上所要研究的系统是准球对称的广义多方的磁流体，并关注于

其自相似的动力演化规律。

地球的磁层也是一个典型和复杂的磁流体系统；有大量的理论和数值模拟工作来研究在太阳风的影响下，磁球磁层的变化规律。对于该系统，我们能够利用卫星进行细致的观测。通过地球磁场和太阳磁场的重联，太阳风粒子就能够进入地球的磁层，甚至大气层。本论文在观测上主要研究在行星际磁场指北的条件下磁重联，尤其是双磁重联发生的条件和后果。

## 1.2 选题背景及意义

空洞（Void或Cavity）是天体物理中常见的一类结构。从概念上指的是，一个近似球对称的流体，由气体、尘埃或等离子体组成；其中心区域（近似）没有物质，质量为零。可以想见，这样的系统，在空洞的边界附近，会有特殊的形态和动力学行为，例如围绕空洞边界形成一个密度相对高的壳层。不论是在星际介质中，比如壳层型超新星遗迹（Shell-type Supernova Remnants），银河系内的泡和巨泡（Bubbles and Superbubbles），还是在更小尺度的致密天体系统中，比如正在爆发的中心核塌缩型超新星（Exploding Core Collapse Supernovae），和超致密、致密氢II区（Ultracompact, Compact H II Regions），其中心处都有可能出现空洞，即物质相对较小的区域。

观测和数值模拟表明，上述系统的演化在一定条件下显现出自相似性；而尚未有一个完备的自相似模型，同时考虑流体自引力、压力甚至磁力的影响，以描述这类含空洞的流体的运动。本论文旨在从理论上建立自相似的流体和磁流体力学模型，寻求对应于上述空洞及其周围物质系统的解。自相似解能够对不同尺度的系统给出统一的描述，反映出中心空洞对周围物质运动的影响；同时，通过把理论上得到的自相似解与观测结果或数值模拟相对照，在验证自相似解的基础上，也能证实上述系统的自相似动力演化，并给今后细致的数值模拟提供极有价值的参考。

本文将分别讨论有磁场和无磁场的情形，以反映磁场的影响。然后，为了寻找合适的解，需要研究在空洞边界处的解的渐近行为，同时，研究流体和磁流体的激波和对解的整体形态的影响。通过找到不同行为的解，本课题希望对不同尺度下，不同初始条件和边界条件下的包含空洞的球对称流体的自相似动力学

给出统一的理论分析。对于具体的天体物理系统，有许多的解析的和数值的理论研究，更有许多的观测研究。本课题的另一目的，在于将所得的自相似空洞解应用在各种天体系统中，并且与观测或者数值模拟相对照。这些应用，包括香槟流和正在爆发的中心塌缩型超新星，在验证自相似解的基础上，能从理论上揭示天体系统中的一大类演化问题都具有自相似的性质。

同时，由于本文系统的研究了各种自相似渐近解及其存在的参数空间，我们还针对磁星的形成问题做了更深入的研究。利用之前已经得到的准静态解来描述中子星的形成，同时考虑前身星的磁场较大的情形，使我们能够建立磁星形成的理论模型。这一模型不再需要中子星形成之初的很快自转，从而能解决磁星发电机模型遇到的一系列问题。

近年来，空间天气学得到迅猛发展；中国主持或参与的各类空间计划明显增加。这使得日地关系的研究变得十分重要。我们的卫星数据的分析，能够反映出太阳风及其磁场的变化对地球磁层的影响，从而在空间天气预报上有重要的应用。我们特别关注双重联的过程，因为该过程能够产生高能的粒子注入，对我们生存的环境造成影响。另外，地球磁层也是我们能够直接观测磁重联的唯一天体系统；可以认为，对地球磁层的研究为理解更广泛天体的磁层奠定了基础。

### 1.3 文献综述

宇宙学大尺度的空洞在近几十年里得到了充分的研究。对于星系团的许多观测证实了星系团并非均匀分布的，而是有相对聚集和相对稀疏的区域。Kirshner和Davis等<sup>[1,2]</sup> 最早给出了宇宙中大尺度空洞的观测证据。之后，研究者进行了大量的数值模拟，主要有球对称的流体数值模拟<sup>[3-5]</sup>，和三维N体系统的数值模拟<sup>[6-8]</sup>。这些数值模拟表明，宇宙中能够自然演化出空洞来。同时，从理论上，人们证实了对均匀分布密度的微小扰动，满足一定条件，在引力Jeans不稳定性的作用下，会生长成大尺度的空洞。Sato等<sup>[9-11]</sup> 利用Einstein-de Sitter宇宙膨胀模型，理论上揭示出微扰所需满足的条件。Fillmore和Goldreich<sup>[12,13]</sup> 建立了自相似模型，假定宇宙由无碰撞的冷暗物质粒子构成，用以描述微扰下的Einstein-de Sitter宇宙中形成的空洞。Bertschinger<sup>[14,15]</sup> 同时研究了有碰撞的重子物质的情形。近年来，该理论又有了新的进展。文[16] 给出了平面对称和轴

对称微扰下，生成的空洞的形态，同时，引入了激波，认为如果流体有碰撞，动能将通过激波转化为热。虽然宇宙学大尺度的空洞已经得到了很好的研究，但是，更小尺度的，尤其是在星系空间和致密天体系统中普遍存在的空洞结构却没有一个统一的描述。在宇宙学尺度下，主要是引力和宇宙膨胀的相互平衡，而气体压强是可以忽略的。然而，在本课题所涉及的系统中，宇宙膨胀可以忽略不计，流体的运动可以用经典的流体和磁流体动力学方程来描述；其演化主要取决于引力和气体（磁）压力的相互平衡。本文不拟讨论相对论速度的流体问题。实际上，之前的宇宙学的研究可以方便的与本课题讨论的问题相联系。Binney和Tremaine<sup>[17]</sup>指出，无碰撞气体的随机运动给出了一个等效的压强。这使得将本文得到的解与之前的宇宙学解相比较成为可能。

我们银河系中星际介质里的空洞是长期以来被观测到的。其产生机制大都与超新星爆发相联系。文[18,19]回顾了对银河系内的星际介质的观测和理论研究，认为，独立的Ia型超新星爆发产生的星际介质泡，在生长1.5百万年之后，会达到最大半径50秒差距（parsec）。事实上，超新星爆发的遗迹分为两类。一类是不定形的，类似星云的形态，其特点是中心区域发出的平坦的射电谱。文[20]通过对这类超新星遗迹的中性氢的观测，提出其中心也存在空洞的结构。另一大类超新星遗迹是壳层形的。这类超新星遗迹一般有一个近似球形的物质壳层，其内部物质在超新星爆发时被抛射出去。所以，壳层形超新星遗迹很好的满足本课题寻求的空洞解的基本假设。这类系统的一个典型例子是Lupus暗云；其中的空洞在红外<sup>[21,22]</sup>、软X-射线<sup>[23]</sup>和射电波段<sup>[24]</sup>都被观测到了。此外，比较新的观测还表明在一些漩涡星系的中心，同样存在着空洞<sup>[25]</sup>，其产生机制尚不清楚。在致密天体系统及其周围，也存在含空洞的系统。本课题拟讨论下面三种在文献中比较多见的系统：Wolf-Rayet（WR）星及其包层；中心塌缩的超新星（Ib, Ic, II）；超致密、致密电离氢区。WR星是一类质量流失率很大、恒星风很强的大质量恒星。文[26–28]从理论上说明了，在WR星的恒星风和光致电离效应的共同作用下，恒星周围的物质将被推开而形成空洞。文[29–32]观测到了WR星周围的中性氢空洞和壳层。需要注意的是，这里的空洞并非完全没有质量；其中心有一个大质量的恒星，而且还有一定量的恒星风。所以，适当的近似是必要的。实际上，当周围气体被推得足够远之后，中心恒星的引力的影响相比气体压力而言就很小了，空洞解就是好的近似。这个空洞解可以应用的尺度，可以用Bondi-Parker半径来

描述<sup>[33,34]</sup>。

超致密(尺度0.1-0.3pc)、致密(尺度大于0.3pc)电离氢区被认为与大质量的恒星是相关的。这些电离氢区的演化时标小于~10<sup>5</sup>年，被认为反应了大质量恒星的早期演化。Wood<sup>[35]</sup>用VLA的巡天，发现了大量的超致密、致密电离氢区，其中大部分都有膨胀的迹象，并有15%左右的此类系统呈现彗星状的非对称结构。同时在理论上，研究者也提出了一些超致密、致密电离氢区的动力学理论，现在普遍接受的是Blister模型<sup>[36]</sup>和香槟流模型。香槟流由Tenorio-Tagle在1978年首先提出<sup>[37]</sup>；Tenorio-Tagle, York, 和Bodenheimer等人在一系列的文章中，对香槟流进行了数值模拟<sup>[38-40]</sup>；Franco等<sup>[41]</sup>指出，香槟流发生的必要条件是气体密度随半径变化的负指数要大于3/2；Shu等<sup>[33]</sup>用自相似的方法研究了等温情形下的香槟流。其基本思想是：大质量恒星在致密的中性氢中形成，发出的紫外光子将周围的中性氢电离，并加热（周围气体的温度可以由~10<sup>3</sup>K上升到~10<sup>4</sup>K）。这样气体不再处于流体静态平衡，过大的气体压力推动气体向外膨胀，气体中形成激波并向外传播。当气体密度的负梯度比较大时，激波的速度就会比较大，甚至超过电离阵面(Ionisation Front)的速度；于是流体进入香槟流的状态。近年来，出现了对香槟流更为细致的观测。文[42]在观测H II和H I的速度分布的基础之上确证致密H II区G 29.96-0.02正在发生香槟流。文[43]观测到G 111.61+0.37中电离氢相对周围中性氢的高速运动，验证为香槟流。数值模拟方向，近期也有新的进展。Arthur等<sup>[44]</sup>的数值模拟表明，香槟流发生时，其中心的密度会快速下降，形成空洞，并且此空洞的半径还会随着H II区的膨胀而增长。这点表明，有必要将空洞包含到H II区香槟流的模型当中。这里特别指出，香槟流发生时是不能假设流体为等温的（虽然可以设流体初始处于等温的状态）。上述数值模拟表明，在激波附近区域流体的温度比远处要高2个数量级。文[45]认证了NGC 6334F中的致密H II区正在进行香槟流，同时测量的流体的温度随半径变化的曲线；可以发现流体是明显偏离等温假设的。可以预期，在越早的系统里，金属丰度越低，等离子体的冷却效率也越低，气体越接近于绝热演化。超致密、致密电离氢区上述特点都要求更为完备的理论描述。

超新星的中心塌缩机制是近年来天体物理学的重大成果之一。蒙特卡罗模拟<sup>[46]</sup>和数值模拟<sup>[47,48]</sup>都指出，对于前身星质量大于15倍太阳质量的情况，中微子在爆发初期1秒内，与恒星物质是强烈耦合的。中微子把动能和动量传递给新

生中子星周围的恒星物质，产生反弹激波，推动恒星向外膨胀并最终导致爆炸。中微子和重子物质的脱耦发生在中心塌缩之后300-600毫秒，此后，中微子很快逃逸，留下恒星中心的没有物质的区域，即为空洞。该空洞会随着超新星的爆发而不断膨胀，并最终与超新星遗迹中央的空洞相联系。所以，把这个中微子球留下来了空洞包含进理论中来，对我们正确的理解中心塌缩型超新星的爆发机制有重要的意义。Lou和Wang<sup>[49,50]</sup>用自相似磁流体模型，分析了反弹激波及其在恒星内部传播的情况。

球对称流体和磁流体的自相似理论模型已经得到了充分的研究。这里，气体压力、流体自引力和磁力相互平衡，决定磁流体的运动。对于无磁场等温情形，在恰当的自相似变换下，Larson<sup>[51,52]</sup> 和Penston<sup>[53,54]</sup> 得到了速度正比于半径，密度为常数的精确解，称为Larson-Penston (LP) 解。Hunter<sup>[55]</sup>推广了这类解，给出了一系列在原点出速度为零，密度为任意常数的解，称为Hunter解。Shu<sup>[56]</sup> 用自相似的方法研究恒星形成，给出了在原点附近的自由落体渐近解，给出了在远处的速度趋于零的渐近解（有限速度解），同时建立了向外传播塌缩（Expansion Wave Collapse Solution: EWCS）解。进一步的，Lou和Shen<sup>[57]</sup> 给出了在远处速度趋于常数的渐近解（有限速度解），同时建立了外层膨胀中心塌缩（Envelope Expansion with Core Collapse: EECC）解。系统中临界线的性质和临界线附近的解的形态也得到了研究<sup>[56,58-60]</sup>。整体的解一般需要经过临界线。文献[57,61,62]给出了平滑的越过和用激波解越过临界线的方法。

自相似模型还被推广到了多方状态方程的情形，用以描述更复杂的能量过程。早期的工作见文<sup>[63-65]</sup>。Fatuzzo等人<sup>[66]</sup> 给出了恰当的适用于传统多方状态方程的自相似变换。Lou等人<sup>[49,67]</sup> 把在等温情况下得到的各种结果推广到了传统多方的情形，还发现了只在多方情形存在的准静态（Quasi-Static）解。文[68-70]讨论了温度非常高以至于热运动呈现相对论性的情况。

在上述球对称流体的自相似动力学研究的基础之上，文[71]首先研究了含磁场的准球对称自相似流体问题。Yu和Lou<sup>[72,73]</sup> 进一步研究了含有磁场的等温自相似流体模型并把无磁场下得到的各种解推广至有磁场的情况，并发现在磁场很强的情况下的一种新的中心附近的渐近解，称为强磁场解（Strong Field Solution）。在此基础之上，Wang和Lou<sup>[74,75]</sup> 应用广义多方的状态方程，得出了在最广义情形下的磁流体自相似模型和各种形式的解。但是，之前的研究都是把流

体定义在从原点开始的全空间上的，尚没有在自相似的框架处理中心部分为空洞的问题，即流体定义在某个半径（空洞边界）之外的情况。可以预期，在空洞的边界处，流体会有一些特殊的行为；在理论上，空洞边界处的边界条件，空洞边界在动力系统中的数学性质和空洞边界附件的渐近解都是需要研究的问题。

## 1.4 理论研究方法概要

首先，在理论上，本课题主要采用自相似方法求解非线性偏微分方程组。磁流体的动力学是由一组偏微分方程来描述的，其中包括连续性方程，动量方程，磁感应方程和物质的状态方程。为了获得全面的结果，本课题拟采用广义多方状态方程。通过自相似变换，可以将这些非线性偏微分方程转化为相互耦合的非线性常微分方程组。其中，将引入一些参数；所以需要讨论不同参数下解的行为。实际上，在有磁场的情况下，流体不可能保持严格的球对称性。但是，我们认为，在引力（或者超新星爆发时的外推力）足够强，是可以保持系统总体上的球对称性的。关于磁场的特殊处理将在下一章中的一节专门论述。

因为得到的常微分方程组是非线性的，所以解析的求解非常困难。所以，本课题拟采用数值方法求解常微分方程组。这个方程组可以采用标准的4阶Runge-Kutta方法<sup>[76]</sup>求解。数值求解有两个难点。一是初始条件的选取。例如，在研究空洞大小对解的影响时，我们将空洞边界作为数值积分的起始点。又如，在研究超新星问题时，我们往往把前身星表面，即大半径处作为积分的起点。但是，中心处、大半径处或空洞边界在数学上都可能有奇异性。所以，为了正确的给出初始条件，需要研究不同参数下的这些位置的渐近行为。二是系统中有奇异的临界线。原则上，数值积分是不能直接过这些临界线的。解决的方法有二：一是解析的研究临界线附近的本征解，讨论解沿着本征方向平滑的通过临界线的可能性；二是研究磁流体激波的可能性，插入激波使得解能通过临界线。磁流体激波两边的物理量需要满足一定的守恒关系，由激波上游到激波下游熵应该增加<sup>[77]</sup>。利用这些条件可以由激波的一边推出另一边。

在得到自相似解之后，还需要将其变换回真实空间的变量，以实现理论研究与实际问题的结合。这一过程中，可以通过调整参数使得自相似解模拟不同的系统。同时，自相似变换中的标度因子需要根据具体问题来给出，从而使得到的

解能够用以描述不同尺度的系统。

## 1.5 论文结构安排

在本章引言之后，我们将首先讨论球对称广义多方磁流体的自相似理论框架。我们将分别讨论在中心处、大半径处和在空洞边界附近的渐近解的情况。第三章专门对空洞解做论述，给出了各种情形下的空洞解，并且通过磁流体激波构造全局性的解，还讨论了空洞解在天体物理中的应用。第四章讨论自相似解，尤其是空洞解在描述膨胀的氢II区方面的应用，重点讨论对多方香槟流的解，并与数值模拟相比较。第五章讨论自相似解在超新星爆发中的应用。我们将应用空洞解描述超新星爆发中微子的作用，并且计算X射线辐射与观测相对照。我们还将重点讨论磁化大质量恒星中心塌缩形成磁星的机制。我们在第六章中专门讨论对地球磁层的观测；我们将给出双重联发生的观测证据。第六章中我们还将对地球磁层的研究现状和所用的观测设备做较为细致的介绍。第七章给出结论。

## 第2章 理论框架

本章介绍广义多方准球对称自相似磁流体的理论框架。对此，我们首先写出理想的非线性磁流体力学方程组，然后利用自相似变换把这组复杂的耦合偏微分方程归化为较易于处理的非线性常微分方程组。我们也将讨论这个方程的分析性质，和解的渐近行为。这些讨论对建造可用的半解析解是至关重要的。

### 2.1 基本方程

考虑一个准球对称的磁流体。使用球坐标( $r, \theta, \phi$ )，连续性（质量守恒）方程写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) = 0. \quad (2-1)$$

其中， $\rho(r, t)$  是质量密度， $u(r, t)$  是径向的流速。考虑到流体的自引力，我们定义包含质量 $M(r, t)$  为在时刻 $t$  包含在半径 $r$  内的质量，也就是

$$\frac{\partial M}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho. \quad (2-2)$$

很容易证明，这样定义的包含质量满足等效的连续性方程

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M}{\partial r} = 0. \quad (2-3)$$

径向的动量方程写成

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{GM\rho}{r^2} - \frac{\partial \langle B_t^2 \rangle}{\partial r} \frac{8\pi}{8\pi} - \frac{\langle B_t^2 \rangle}{4\pi r}. \quad (2-4)$$

其中， $p$  是气体热压强， $G = 6.67 \times 10^{-8}$  dyne cm<sup>2</sup> g<sup>-2</sup> 是引力常数， $\langle B_t^2 \rangle$  是横向磁场平方的系综平均。上述方程右边的第一项代表热压强梯度导致的净压力，第二项代表流体自引力，后两项分别是径向的磁压力和磁张力。这里假定径向磁场分量相对十分小，并且只考虑流体的径向运动。对于绝大多数的天体系统，磁流体的“磁冻结”条件得到很好的满足。这个条件写在球对称坐标下的形式是

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) (r^2 \langle B_t^2 \rangle) + 2r^2 \langle B_t^2 \rangle \frac{\partial u}{\partial r} = 0. \quad (2-5)$$

最后，我们需要描述气体的状态方程。这里，我们使用最广义的多方方程，即

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) \left( \ln \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0. \quad (2-6)$$

式中， $\gamma$  称为多方指数。物理上，方程 (2-6) 意为沿着流线单位质量流体的熵守恒。至此，我们获得了5个独立的非线性偏微分方程，包含5个独立的未知量 $\rho, u, M, p, \langle B_t^2 \rangle$ 。故方程组 (2-1) - (2-6) 是完备的；给定初始条件和边界条件，原则上就能解出流体的不同时刻的运动状态。

实际上，求解这样的非线性偏微分方程组是十分困难的。数学研究指出，在经历了足够长的演化时间，在远离边界的地方，动力系统会进入自相似的稳定状态。我们只关心自相似的流体动力学，所以可以做自相似变换

$$\begin{aligned} r &= k^{1/2} t^n x, & u &= k^{1/2} t^{n-1} v, & \rho &= \frac{\alpha}{4\pi G r^2}, \\ p &= \frac{kt^{2n-4}}{4\pi G} \beta, & M &= \frac{k^{3/2} t^{3n-2} m}{(3n-2)G}, & \langle B_t^2 \rangle &= \frac{kt^{2n-4} w}{G}. \end{aligned} \quad (2-7)$$

这里， $x$  是无量纲的独立自相似变量， $k$  是一个使得 $x$  无量纲化的参数，与流体中声速关系密切，故称之为“声参数”。应变量 $v(x), \alpha(x), \beta(x), m(x), w(x)$  相应是无量纲归化的速度，密度，压强，包含质量和磁能密度，它们都只是 $x$  的函数。 $n$  是一个联系 $r$  和 $x$  的重要尺标参数；我们将会看到该尺标参数刻画许多物理量的变化，例如它决定了流体的初始密度分布；一般地，我们将 $n$  称为自相似尺标参数。变换(2-7) 与文[74,75]采用的自相似变换是一致的。

将变换(2-7) 代入方程(2-1)–(2-6)，我们可以首先得到几个非常有用的积分：

$$m = \alpha x^2 (nx - v), \quad (2-8)$$

$$w = h \alpha^2 x^2, \quad (2-9)$$

$$\beta = C \alpha^\gamma m^q. \quad (2-10)$$

考虑式(2-8)。为了保证包含质量为正，物理上要求 $nx - v > 0$ 。一种特殊的情形是，如果 $nx - v = 0$ ，包含质量将变为零，即在某一半径内部没有任何质量。这

样就代表了一个“空洞”(Void或者Cavity)的物理结构。使得 $nx - v = 0$ 的点 $x^*$ <sup>①</sup> 以及对应的半径 $r^*$  也就对应了自相似膨胀的空洞边界。另外，关于包含质量的自相似变换要求 $3n - 2 > 0$ ，以保证质量为正值。Lou和Cao<sup>[70]</sup>讨论了 $3n - 2 = 0$  的特殊情况。

空洞边界附近的物理性质值得特别关注。在空洞边界处的自相似速度满足 $v^* = nx^*$ ，对应的流速是 $u^* = k^{1/2}nt^{n-1}x^*$ ；而空洞边界本身的速度为 $dr^*/dt = k^{1/2}nt^{n-1}x^*$ 。空洞边界处的流速与空洞边界本身的速度是相同的；这说明，没有物质从空洞边界的一边流到另一边，与物理直观相符合。物理上，空洞边界条件 $nx - v = 0$  也可以看作是所谓“接触间断”条件，常常对应于恒星吹出的快风和周围慢风的交界面。Chevalier<sup>[78]</sup>在等温状态方程下研究了这一问题。

式(2-9) 是等离子体磁冻结条件在自相似变换下的形式。式中无量纲参数 $h$  与横向磁场强度的平方成正比，具体表示为 $h \equiv \langle B_t^2 \rangle / (16\pi^2 G\rho^2 r^2)$ 。称 $h$  为磁场强度参数。如果设 $h = 0$ ，系统的磁场就为零，从而回到了经典流体力学的范畴。

式(2-10) 是状态方程（沿流线的熵守恒）在自相似变换下的形式，其中 $C$  是一个积分常数。式中的重要参数 $q$  与参数 $n$  和多方指数 $\gamma$  的关系为 $q \equiv 2(n + \gamma - 2)/(3n - 2)$  或者 $\gamma = 2 - n + (3n - 2)q/2$ ；我们把 $q$  笼统的称为自相似参数。物理上， $q$  反应了熵在垂直于流线方向上的变化率；如果设 $q = 0$ ，熵在全空间都是守恒的。 $q = 0$  就对应着传统的多方状态方程 $p = \kappa\rho^\gamma$ ，其中 $\kappa$  是一个常数。在传统多方条件下，多方指数 $\gamma$  和参数 $n$  间需要满足 $\gamma + n = 2$ ；而在广义多方条件下则无此限制。另外，在任何情况下，我们都应当要求 $\gamma > 1$ ，以保证单位质量流体的熵 $p/(\gamma - 1)$  为正值。

我们注意到如果 $q = 2/3$ ，则气体的多方指数变为 $\gamma = 4/3$ ；这对应于一个相对论性的热气体<sup>②</sup>，例如由光子或中微子组成的气体。在对超新星的研究中，中微子气（或者极高温的气体）有特殊的重要性。这里的模型可以处理参数为 $n \neq 2/3$ ,  $q = 2/3$  的相对论性热气体的情形。在所有 $q \neq 2/3$  的情形，积分常数 $C$  可以设为1；因为如果把变换(2-7) 中的声参数 $k$  换成 $C^{1/(1-3q/2)}k$ ，式(2-10) 中的 $C$  就可以被消去。换言之，仅 $k$  就提供了足够的自由度。但是在 $q = 2/3$  的情况，类似的做法就不能进行了，所以必须保留 $C$  在式(2-10) 中。

① 从此用上标\*表示空洞边界处的物理量。

② 相对论性热气体指的是热运动速度非常接近光速，并不一定意味着整体流速 $u$ 十分大。

把式(2-8) – (2-10) 代入方程(2-1)–(2-6)中，经过整理即可得到一个关于密度 $\alpha$  和速度 $v$  的两个相互耦合的非线性一阶常微分方程组

$$X(x, \alpha, v)\alpha' = \mathcal{A}(x, \alpha, v), \quad X(x, \alpha, v)v' = \mathcal{V}(x, \alpha, v), \quad (2-11)$$

其中 $X, \mathcal{A}$  和 $\mathcal{V}$  也是 $x, \alpha, v$  的函数

$$\begin{aligned} X(x, \alpha, v) &\equiv C \left[ 2 - n + \frac{(3n-2)}{2}q \right] \\ &\times \alpha^{1-n+3nq/2} x^{2q} (nx-v)^q + hax^2 - (nx-v)^2, \\ \mathcal{A}(x, \alpha, v) &\equiv 2 \frac{x-v}{x} \alpha \left[ Cq\alpha^{1-n+3nq/2} x^{2q} (nx-v)^{q-1} \right. \\ &+ (nx-v)] - \alpha \left[ (n-1)v + \frac{(nx-v)}{(3n-2)} \alpha + 2h\alpha x \right. \\ &\left. + Cq\alpha^{1-n+3nq/2} x^{2q-1} (nx-v)^{q-1} (3nx-2v) \right], \\ \mathcal{V}(x, \alpha, v) &\equiv 2 \frac{(x-v)}{x} \alpha \left[ C \left( 2 - n + \frac{3n}{2}q \right) \right. \\ &\times \alpha^{-n+3nq/2} x^{2q} (nx-v)^q + hx^2 \left. \right] \\ &- (nx-v) \left[ (n-1)v + \frac{(nx-v)}{(3n-2)} \alpha + 2h\alpha x \right. \\ &\left. + Cq\alpha^{1-n+3nq/2} x^{2q-1} (nx-v)^{q-1} (3nx-2v) \right]. \end{aligned} \quad (2-12)$$

方程(2-11) 和(2-12)提供了求解所需的全部信息。只要确定了合适的初始和边界条件，原则上用标准的4阶Runge-Kutta<sup>[76]</sup>方法就能把该方程积分出来，进而可以全部物理参数以自相似形式随时间变化的规律。

我们定义能量密度 $\epsilon$  和能流密度 $\mathcal{J}$  分别为，

$$\epsilon = \frac{\rho u^2}{2} - \frac{GM\rho}{r} + \frac{i}{2}p + \frac{\langle B_t^2 \rangle}{8\pi}, \quad (2-13)$$

$$\mathcal{J} = \rho u \left( \frac{u^2}{2} - \frac{GM}{r} + \frac{i}{2} \frac{\gamma p}{\rho} \right) + u \frac{\langle B_t^2 \rangle}{4\pi}, \quad (2-14)$$

其中 $i$  为气体粒子的运动自由度。表达式(2-13) 和(2-14) 中的四项分别对应着动能、引力能、内能和磁能的(流) 密度。由方程(2-1)–(2-6)，可以导出能量守恒方

程为

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mathcal{J}) = \mathcal{P} \equiv u \frac{\partial p}{\partial r} \left[ \frac{i}{2} (\gamma - 1) - 1 \right] \quad (2-15)$$

其中  $\mathcal{P}$  是净的能量密度注入率。如果气体是绝热膨胀，即有  $\gamma = (i+2)/i$ ，则  $\mathcal{P} = 0$ 。气体是净获得能量还是净损失能量取决于  $\gamma$  和  $(i+2)/i$  的差别，以及  $\partial p/\partial r$  和  $u$  的符号。

## 2.2 关于磁场的构型

上一节对流体磁场的处理是做了一定的简化和近似的。首先，为了保持系统的准球对称性，我们假定磁场是完全随机不定向的<sup>[79]</sup>。其次，我们假定径向磁场分量的强度远小于横向磁场分量的强度。在模型中，我们只考虑横向的磁场。形象地说，我们考虑的磁流体问题是一个“绕线球”，即磁力线混乱的缠绕在气体球的不同半径的层上。微小的径向磁场的作用是把不同层之间的磁力线连接起来。该假定得到了数值模拟的支持；即根据对较差自转的磁化恒星的数值模拟<sup>[80]</sup>，发电机机制产生的磁场的径向分量比横向分量小3到4个数量级。

再次，我们对混乱的横向磁场做系综平均，即对每一流体层内的磁场做平均。通过这样的平均，我们把磁场的小尺度的结构抹去，得到大尺度磁场的物理性质。注意到，观测所得的磁场都是指大尺度的磁场。另外，由于有磁场的存在，流体系统中小尺度的非球对称流动是必然存在的。我们假定这些小尺度的流动与大尺度的径向流体运动相比是可以忽略的。这个假定的关键在于，系统的自引力足够强，足以抓住整个流体；或者对流动的推动力足够强，足以产生径向为主的运动。因为只考虑流体的整体径向运动，所以对于磁场的洛伦兹力我们只考虑大尺度的磁压力和磁张力在径向的分量。做了上述简化处理的自相似磁流体模型分别在等温<sup>[71-73]</sup>、传统多方<sup>[74]</sup>和广义多方<sup>[75]</sup>等情况下得到了研究。

## 2.3 奇异面，临界线和自相似激波

如果  $X(x, \alpha, v) = 0$ ，方程(2-11)的左边为零，即形成“磁声奇异面”（以下简称奇异面）；使用该名称是由于，这个面上，相对于流场速度的扰动传播速度和磁流体的磁声波的波速相同。在数值积分方程(2-11)时，如果解撞上该奇异面，

在数值积分就会出现不稳定或发散的行为，使得解失效。所以，需要探讨让解通过奇异面的方法；物理上，这对应于让解由超声速过渡到亚声速或反之。

首先，如果解要通过奇异面，基于函数连续性的考虑，要求 $\mathcal{A} = 0$ 和 $\mathcal{V} = 0$ ，以保证 $\alpha$  和 $v$  的导函数有限。这样一来，在空间 $(x, \alpha, v)$  实际上定义出了一条临界线 $\mathcal{X} = 0$ ,  $\mathcal{A} = 0$  和 $\mathcal{V} = 0$ <sup>①</sup>。文[56,57,70,74]分别讨论了无磁场等温，无磁场传统多方，磁传统多方，无磁场相对论性条件下的临界线的解析表达式。Wang和Lou<sup>[75]</sup>给出了磁广义多方条件下数值求临界线及其周围的特征解的方法。

我们发现，在 $q = 2/3$ ,  $\gamma = 4/3$ 的参数条件下（相对论热的气体），临界线有形式 $v = \eta x$ ,  $\alpha = \text{常数}$ ，其中 $\eta$  是与 $n$ ,  $h$ ,  $C$ 相关的常系数。把这个形式代入方程(2-11)和(2-12)中，并使用条件 $\mathcal{X} = 0$  和 $\mathcal{A} = 0$ ，得到

$$\alpha = \frac{(n - \eta)^2}{h + (4/3)C(n - \eta)^{2/3}}, \quad (2-16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}C\alpha(n - \eta)^{-1/3}(2 - 3n) + 2(1 - \eta)(n - \eta) \\ &= (n - \eta)\eta + \frac{(n - \eta)}{(3n - 2)}\alpha + 2h\alpha. \end{aligned} \quad (2-17)$$

把式(2-16)代入式(2-17)，消去 $\alpha$ ，可以得到一个只含系数 $\eta$  的方程；再把解出的 $\eta$  的值代入(2-16)，就能计算出 $\alpha$ 的值。这里我们把Lou和Cao<sup>[70]</sup>的结果推广到了有紊乱磁场的情况。

另一种重要的连接超声速解和亚声速解的方法是通过加入激波。激波是流体的不同于接触间断的另一种不连续现象，在天体物理和爆炸力学中有十分广泛和重要的应用。例如，超新星爆发就是被反弹激波推动的，地球磁层与磁化的太阳风相互作用产生激波。在星际物质中，也会出现激波，并成为局部加热的重要机制。下面我们讨论在自相似变换下如何联系激波面两边的物理量。虽然在激波面上密度、压强、温度和磁场强度都有不连续性，但是经过激波阵面也要有质量、径向动量和单位流体能量的守恒。值得注意的是，这些守恒式都应该在激波参考系中写出。按照标准的激波处理方法<sup>[81,82]</sup>，设 $u_s$  是激波阵面在实验室系下的速度，分别用下标<sup>1</sup> 和上标<sup>2</sup>表示激波上游和下游的物理量，并用中括号表

<sup>①</sup> 这三个条件实际上只有两个是独立的。

示物理量在激波上下游表面的差，把这些关系表为

$$[\rho(u_s - u)]_1^2 = 0, \quad (2-18)$$

$$\left[ p + \rho(u_s - u)^2 + \frac{< B_t^2 >}{8\pi} \right]_1^2 = 0, \quad (2-19)$$

$$\left[ \frac{\rho(u_s - u)^3}{2} + \frac{\gamma p(u_s - u)}{(\gamma - 1)} + \frac{< B_t^2 >}{4\pi}(u_s - u) \right]_1^2 = 0. \quad (2-20)$$

根据我们的磁场构型，磁场与激波面是平行的。经过激波面的磁感应方程是

$$[(u_s - u)^2 < B_t^2 >]_1^2 = 0. \quad (2-21)$$

我们对磁场做的平均是在不同球层上的，即半径在  $r$  和  $r + dr$  之间的薄层，所以得到的平均磁场还是可以表现磁场在径向上的不连续性。严格讲，磁场有小的径向分量，与激波面垂直。我们假设径向分量很小。在物理上还应当要求激波上游到下游流体的熵增加。因为参数  $k$  与多方声速相关，所以在激波两边有不同的值。我们用比例系数  $\lambda$  把上游的  $k_1$  和下游的  $k_2$  联系起来，得到

$$k_2 = \lambda^2 k_1, \quad h_1 = h_2, \quad x_1 = \lambda x_2. \quad (2-22)$$

其中，第二式反应了正比于  $< B_t^2 >$  的磁场能经过激波面的守恒关系；第三式是上下游表达式中激波面位置相同的自然要求。因为  $k_1 \neq k_2$ ，对于同一个半径  $r$  有不同的无量纲位置  $x$ 。根据  $h$  的定义， $h_1 = h_2$  等价于激波面两边的磁场强度跟质量密度成正比<sup>[83]</sup>。下面我们统一用  $h$  代替  $h_1$  和  $h_2$ ，然后把方程(2-22)代入激波连接条件(2-18)–(2-21)，我们得到自相似形式的激波连接条件为

$$\alpha_1(nx_1 - v_1) = \lambda \alpha_2(nx_2 - v_2), \quad (2-23)$$

$$\begin{aligned} & C \alpha_1^{2-n+3nq/2} x_1^{2q} (nx_1 - v_1)^q \\ & + \alpha_1 (nx_1 - v_1)^2 + \frac{h \alpha_1^2 x_1^2}{2} \\ & = \lambda^2 \left[ C \alpha_2^{2-n+3nq/2} x_2^{2q} (nx_2 - v_2)^q \right. \end{aligned}$$

$$+ \alpha_2(nx_2 - v_2)^2 + \frac{h\alpha_2^2 x_2^2}{2} \Big], \quad (2-24)$$

$$\begin{aligned} & (nx_1 - v_1)^2 + \frac{2\gamma}{(\gamma - 1)} C \alpha_1^{1-n+3nq/2} \\ & \times x_1^{2q} (nx_1 - v_1)^q + 2h\alpha_1 x_1^2 \\ & = \lambda^2 \left[ (nx_2 - v_2)^2 + \frac{2\gamma}{(\gamma - 1)} C \alpha_2^{1-n+3nq/2} \right. \\ & \left. \times x_2^{2q} (nx_2 - v_2)^q + 2h\alpha_2 x_2^2 \right]. \end{aligned} \quad (2-25)$$

只要有了激波下游的( $x_2, \alpha_2, v_2$ )，我们就能根据方程(2-23)–(2-25)求出激波上游的( $x_1, \alpha_1, v_1$ )，或反之。进一步的研究发现，在 $q = 2/3$ 的情况下，方程组(2-23)–(2-25)中只有两个是独立的；所以可以随意的选取参数 $\lambda > 0$ 。因为在这种条件下，我们有了选取 $C$ 的自由度，所以无妨设 $\lambda = 1$ （即 $x_1 = x_2, k_1 = k_2$ ）；这样做不会影响解的一般性。

## 2.4 各种渐近解

首先，方程(2-11)–(2-12)存在一个全局静态的解析解。设 $v = 0$ ，代入方程，可以解得

$$\alpha = A_0 x^{-2/n}, \quad (2-26)$$

其中的系数 $A_0$ 由下式给出

$$A_0 = \left[ \frac{n^2 - 2(1-n)(3n-2)h}{2(2-n)(3n-2)} n^{-q} \right]^{-1/(n-3nq/2)}. \quad (2-27)$$

这里看到，静态解的物质密度是按照 $r^{-2/n}$ 来分布的；这个解描述了磁流体中的静态奇异广义多方球。由系数 $A_0$ 的表达式可以看出，在 $n < 1$ 时，如果磁场十分大， $A_0$ 会变成虚数，从而解(2-26)失去意义。所以，存在一个使得静态解存在的最大 $h$ 值，定义为 $h_c \equiv n^2/[2(1-n)(3n-2)]$ ，称为临界磁场强度参数。在 $n = 4/5$ 时， $h_c$ 达到最小值 $h_c = 4$ 。另外，式(2-27)还要求 $q \neq 2/3$ ；即在相对论热的气体情形，不存在这样的全局静态解。

仅仅知道一个解析静态解是不够的，还需要了解在不同极限下的解的渐近行为。下面分别在小 $x$ ，大 $x$ ，和空洞边界附近讨论这一问题。

### 2.4.1 在 $x \rightarrow 0^+$ 时的解析渐近解

#### 2.4.1.1 中心自由落体解

文[56,64,75]分别讨论了等温、传统多方和磁广义多方条件下的自由落体解。这类解在 $x \rightarrow 0^+$ 时，只有引力起作用，密度和速度都发散。展开以后自由落体解的主导第一项是

$$\alpha(x) = \left[ \frac{(3n-2)m(0)}{2x^3} \right]^{1/2}, \quad (2-28)$$

$$v(x) = -\left[ \frac{2m(0)}{(3n-2)x} \right]^{1/2}, \quad (2-29)$$

其中常数 $m(0)$ 表示了中央的无量纲“点”质量或质量吸积率。这种解与参数 $q$ 无关，在 $n > 2/3$ 和 $\gamma < 5/3$ 时存在。一般认为，恒星形成早期经历了自由落体的中心塌缩阶段[56]。

#### 2.4.1.2 Larson-Penston类型的解

另外一类型的解是在 $x \rightarrow 0^+$ 时，物质密度有限，速度趋于零。Larson<sup>[51,52]</sup>和Penston<sup>[53,54]</sup>最早在整体等温气体条件下给出了一个满足这样边界条件的精确解，称为Larson-Penston (LP) 解。Hunter和Shu等人<sup>[33,55]</sup>也在整体等温条件下进一步讨论了这种解的性质，并将其推广至一类在 $x \rightarrow 0^+$ 时密度有限而速度趋于零的渐近解，称为LP类型的解。我们在无磁场传统多方 $h = 0$ ,  $q = 0$ 的条件下讨论这类解。注意在这时有关系 $n + \gamma = 2$ 。设 $x = 0$ 处的边界条件为

$$\alpha = \alpha_0, \quad v = 0, \quad (2-30)$$

其中 $\alpha_0$ 是一个常数。在小 $x$ 处做展开得到

$$v = \frac{2}{3}x - \frac{\alpha_0^{(1-\gamma)}}{15\gamma} \left( \alpha_0 - \frac{2}{3} \right) \left( n - \frac{2}{3} \right) x^3 + \dots, \quad (2-31)$$

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{\alpha_0^{(2-\gamma)}}{6\gamma} \left( \alpha_0 - \frac{2}{3} \right) x^2 + \dots. \quad (2-32)$$

上式中设  $n = 1$ ,  $\gamma = 1$ , 即回到文[33,55]给出的形式; 设  $\alpha_0 = 2/3$ , 可见速度变为  $v = 2x/3$ , 即精确的LP解。这类解可以用来描述由于恒星形成加热导致的外流, 或者直接描述恒星风、星系核风的行为。该类型的解对于时间反演是不变的; 其时间反演解可以描述原恒星的塌缩。因为这类解的密度在中心处是有限的, 包含质量在  $x \rightarrow 0^+$  时必然是趋于零的, 故不能描述系统中央的点状质量。所以, 这类解应当在距离中央天体足够远的地方, 当中央天体的引力变得不重要了以后, 才适用。

#### 2.4.1.3 多方过程中的准静态解

Lou和Wang等人<sup>[49,50,74,75]</sup>讨论了无磁场和有磁场, 传统多方和广义多方等各种条件下的准静态渐近解的行为。这类渐近解是在全局静态解(2-26)的基础之上建立的, 其特点为在  $x \rightarrow 0^+$  时密度发散, 速度趋于零。对这类解, 磁力和气体压力在小  $x$  处是同阶的。这类解的形式是  $v = Lx^K$ ,  $\alpha = A_0x^{-2/n} + Nx^{K-1-2/n}$ , 其中  $K$  是下面这个方程的根

$$\left[ \frac{n^2}{2(3n-2)} + nh + \frac{(3n-2)}{2}Q \right] \left[ K^2 + \frac{(3n-4)}{n}K \right] + \frac{2(2-n)(1-n)}{n}h + \frac{n^2 + (3n-2)^2(1-4/n)Q}{(3n-2)} = 0, \quad (2-33)$$

而其中  $Q \equiv q\{n^2/[2(2-n)(3n-2)] - (1-n)h/(2-n)\}$ 。等温气体中这类准静态解不存在。为了使  $\alpha$  的展开式成立, 我们自然要求  $\Re(K) > 1$ ; 在一定的参数范围内, 这显然是可以满足的。系数  $L$  和  $N$  被下面这个方程联系起来

$$n(K-1)N = (K+2-2/n)A_0L. \quad (2-34)$$

在  $x \rightarrow 0^+$  处的包含质量是

$$M = \frac{nk^{1/n}A}{(3n-2)G}r^{3-2/n}. \quad (2-35)$$

我们发现, 在演化时间足够长了以后, 包含质量与时间就是无关的, 是一个稳定的值; 这一性质在具体的模型构造中是十分有用的。细致的参数分析发现准静态解存在的条件是  $\gamma \geq 1$ ,  $h < h_c$ ,  $q < 2/3$ ,  $n < 0.8$  或者  $\gamma \geq 1$ ,  $h < h_c$ ,  $q > 2/3$ 。我们注意到, 准静态解在等温情况下是不存在的。

#### 2.4.1.4 强磁场解

文[50,72,75]分别讨论了等温、传统多方和广义多方条件下的强磁场解。这里作进一步的讨论。这类解与准静态解一样，在原点速度为零，物质密度发散，但在小 $x$ 处是磁力主导的。 $h > 4$ 时，略去方程(2-11)–(2-12)中的非磁力项，我们得到解的解析渐近形式为

$$\begin{aligned} v &= \left\{ n - \frac{(3n-2)}{2} [h \pm (h^2 - 4h)^{1/2}] \right\} x + \dots, \\ \alpha &= D_0 x^{-5/2 \mp \sqrt{h^2 - 4h}/(2h)} + \dots, \end{aligned} \quad (2-36)$$

其中 $D_0$ 是一个正的任意常数。由式(2-36)可以见到，有两类强磁场解；我们把取上面符号的称为第一类强磁场解，把取下面符号的称为第二类强磁场解。作为主导项，解(2-36)与参数 $q$ 无关。为了让得到的解(2-36)确实有磁力主导的性质，我们还要应当在 $x \rightarrow 0^+$ 时要求 $\alpha^\gamma m^q \ll a^2 x^2$ 。这等效于

$$\left( \frac{2}{n} - \frac{5}{2} \mp \frac{\sqrt{h^2 - 4h}}{2h} \right) (3q - 2) > 0. \quad (2-37)$$

强磁场解对应的包含质量是

$$\begin{aligned} M_{SF} &= \frac{D_0(h \pm \sqrt{h^2 - 4h})}{2G} k^{5/4 \pm \sqrt{h^2 - 4h}/(2h)} \\ &\times r^{1/2 \mp \sqrt{h^2 - 4h}/(2h)} t^{-n[2/n - 5/2 \mp \sqrt{h^2 - 4h}/(2h)]}. \end{aligned} \quad (2-38)$$

比较式(2-37)和式(2-38)，我们发现，包含质量随时间变化的规律与参数 $q$ 密切相关。我们把包含质量随时间变化的规律总结如下：1) 当 $q < 2/3$ ，包含质量随时间 $t$ 增加；2) 当 $q > 2/3$ ，包含质量随时间 $t$ 减少；3) 当 $q = 2/3$ （相对论热的气体），强磁场解不存在。我们注意到在任何情况下，强磁场解的包含质量都不会与时间无关，这与前面的准静态解都本质不同。所以，强磁场解描述了一类有持续吸积或者质量流失的系统。

#### 2.4.1.5 相对论热的气体的特殊解

前面两节的讨论发现，准静态解和强磁场解在相对论性气体的情形 $q = 2/3, \gamma = 4/3$ 都不存在；这使我们需要单独考虑在 $q = 2/3$ 时的满足在原点速度趋

于零，密度发散的边界条件的渐近解。不妨设解的形式为

$$v \rightarrow Hx, \quad \alpha \rightarrow Nx^K, \quad (2-39)$$

但假设磁场力和热压强是同阶的，共同主导流体运动。把上述形式代入方程(2-11)–(2-12)，发现  $N$  是个自由参数， $H$  和  $K$  需要满足

$$2C(2 - 2H - n)(n - H)^{2/3} + 2(1 - n)h - \frac{(n - H)^2}{(3n - 2)} - Hh = 0, \quad (2-40)$$

$$\frac{2}{3}C(2 - 3n)(n - H)^{-1/3} - \frac{(n - H)}{(3n - 2)} - 2h = K\left[\frac{4}{3}C(n - H)^{2/3} + h\right]. \quad (2-41)$$

注意在上式中我们并未假设  $C = 1$ 。作为一个例子，对于参数( $n = 0.7, h = 10, C = 1$ )，可以计算出两组  $H$  和  $K$  的值  $H_1 = 0.594, K_1 = -2.059, H_2 = -0.716, K_2 = -2.929$ 。这里我们获得了对于相对论热的气体的一个新的解，它的形式与强磁场解是类似的，但是表达的物理却是不同的。对于这种解，磁力和热压力是同阶的，与准静态解类似。密度指数  $K$  不仅同磁场强度参数  $h$  有关，还跟自相似参数  $n$  和  $C$  有关。

我们下面简要证明至少在一大类参数条件下，方程(2-40) 有两个根。我们设方程(2-40) 的左右边为一个关于  $H$  的函数  $f(H)$ 。根据定义， $H$  的定义域为  $(-\infty, n)$ 。当  $H \rightarrow -\infty$ ,  $f(H)$  趋于  $-H^2/(3n - 2) < 0$ ；而当  $H \rightarrow n$ ,  $f(H)$  趋于  $-(3n - 2)h < 0$ 。另外， $f(H = 0) = 2C(2 - n)n^{2/3} + 2(1 - n)h - n^2/(3n - 2)$ 。如果进一步假设  $n < 1, h > h_c$ ，则有  $f(H = 0) > 0$ 。所以，至少对于  $n < 1, h > h_c$ ，方程(2-40) 有两个根，分别在  $0 < H_1 < n$  和  $H_2 < 0$ ；由这两个根可以进一步定出  $K_1$  和  $K_2$ 。 $0 < H_1 < n$  对应的解描述了质量流失过程，而  $H_2 < 0$  对应的解描述了吸积或者质量回落的过程。另外，我们还注意到，方程(2-40) 即使在  $h = 0$  也能给出  $H_2 < 0$  的解；例如对参数  $n = 0.7, h = 0, C = 5$ ，可计算出  $H_1 = 0.6376, K_1 = -1.3966, H_2 = -7.1481, K_2 = -2.9873$ 。这里我们发现，即使在无磁场的情形下，回落也可能发生。

自然地，我们考虑这样形式的解在更广泛的  $q$  参数条件下是否存在。如果设  $v \rightarrow Hx$  和  $\alpha \rightarrow Nx^K$  同时要求磁力和压力同阶，即  $\alpha^2 x^2 \sim \alpha^\gamma m^q$ ，我们在  $q \neq 2/3$  时可自然导出密度指数必须满足  $K = -2/n$ ，即回到了准静态解的范畴。

上述我们讨论了各种  $q$  参数情形下的小  $x$  附近的满足在原点处速度为零，密度发散的边界条件的渐近解。总结起来，对于任何  $q \neq 2/3$  的情况，渐近解分成

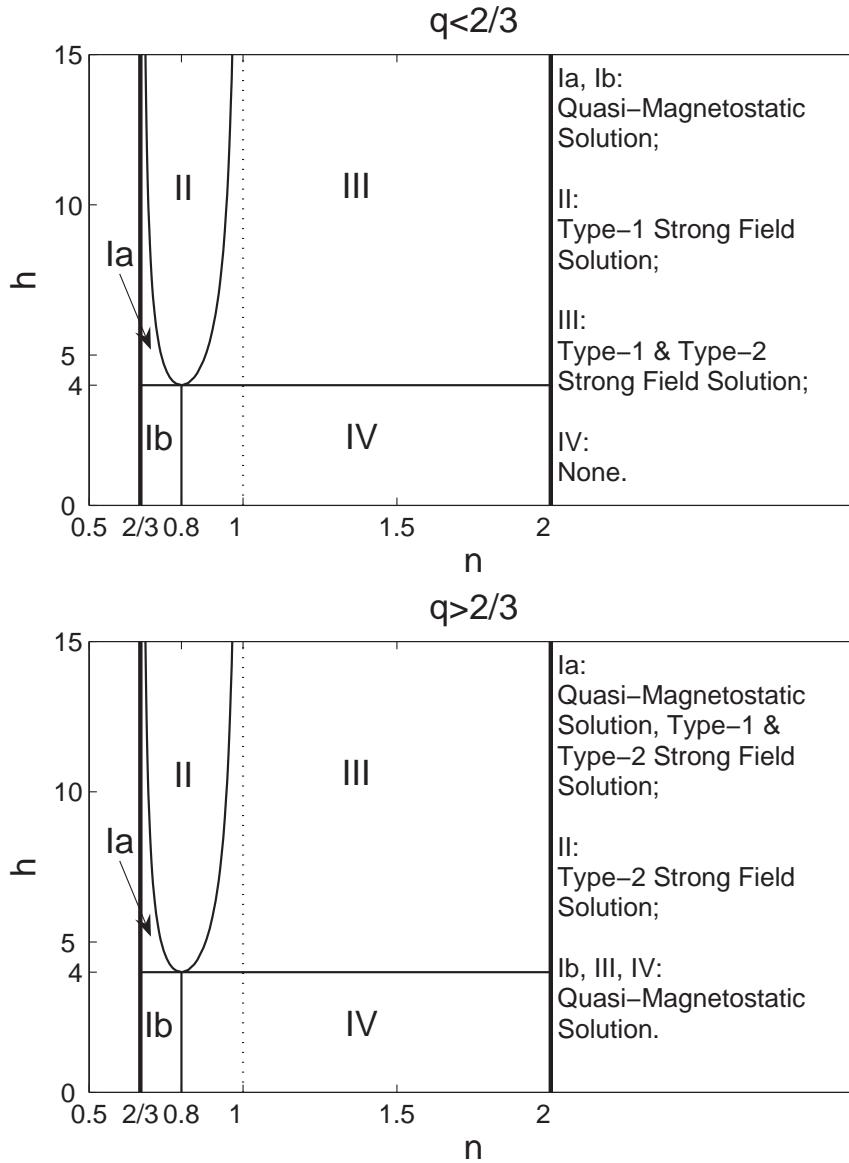


图 2.1 淮静态解和强磁场解存在的参数范围。包含质量为正要求  $n > 2/3$ 。区域 Ia, 区域 II 和区域 III 之间的曲线是由式(2-27) 定义的临界磁场强度参数  $h_c$ 。

两大类, 准静态解和强磁场解。对准静态解, 磁力和压力同阶; 对强磁场解, 磁力主导。对于  $q = 2/3$  的情况, 存在一类特殊的解, 兼有强磁场解的形式和准静态解的动力学性质。我们仔细研究了准静态解和强磁场解存在的参数空间, 见图2.1。可见对于  $q < 2/3$  这两种解不能在任何参数下同时存在, 也就是, 任一系统最终将演化到准静态解或强磁场解中的一种, 演化结果由参数( $n, h$ )决定。

### 2.4.2 在 $x \rightarrow \infty$ 时的解析渐近解

在大 $x$ 的地方，远离天体的中心，密度应当是趋于零的；但是速度可以趋于有限值或者区域无穷大。另外，根据自相似变化， $x$ 很大也可以理解为 $t$ 很小；所以 $x \rightarrow \infty$  也对应着固定半径处的初始情形。下面给出不同类型的解析渐近解。

#### 2.4.2.1 有限速度解

Wang和Lou<sup>[75]</sup>给出了 $\alpha \rightarrow 0$ ,  $v$ 趋于有限值时的渐近解。对于这种解，流体自引力、磁力和热压力是同阶的。解的形式为

$$\begin{aligned}\alpha &= Ax^{-2/n} + \dots, \\ v &= Bx^{1-1/n} + \left\{ -\left[ \frac{n}{(3n-2)} + \frac{2h(n-1)}{n} \right] A \right. \\ &\quad \left. + 2(2-n)n^{q-1}A^{1-n+3nq/2} \right\} x^{1-2/n} + \dots,\end{aligned}\quad (2-42)$$

其中 $A$  和 $B$  是两个积分常数，分别称为质量参数和速度参数。解(2-42)的有效性要求 $2/3 < n \leq 2$ <sup>①</sup>。这个解描述的密度分布为 $\rho \propto r^{-2/n}$ ，与静态解相同。参数 $n$  的取值范围对应于密度梯度范围从 $\rho \propto r^{-3}$  到 $\rho \propto r^{-1}$ ；目前观测<sup>[84-86]</sup>表明，恒星形成区的原恒星球的密度分布一般都在这一范围内。根据自相似变换， $x \rightarrow \infty$  也对应于 $t \rightarrow 0^+$ ，即初始状态；故参数 $n$  其实描述的是系统初始时的密度分布。当 $2/3 < n \leq 1$ ，参数 $A$  和 $B$  可随意选取。当 $1 < n \leq 2$ ，速度参数 $B$  要设为零以保证速度不发散。

对有限速度解，在大 $x$  处的密度为

$$\rho = \frac{Ak^{1/n}}{4\pi G} r^{-2/n}, \quad (2-43)$$

与时间 $t$ 无关。包含质量为

$$M = \frac{nk^{1/n}A}{(3n-2)G} r^{3-2/n}. \quad (2-44)$$

这里把 $A$  称为质量参数的原因就很明显了。由式(2-43) 和式(2-44)，存在一个简明有意义的关系

$$1 - \frac{2}{3n} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3M}. \quad (2-45)$$

<sup>①</sup> 这里我们又看到了条件 $n < 2/3$  的出现。

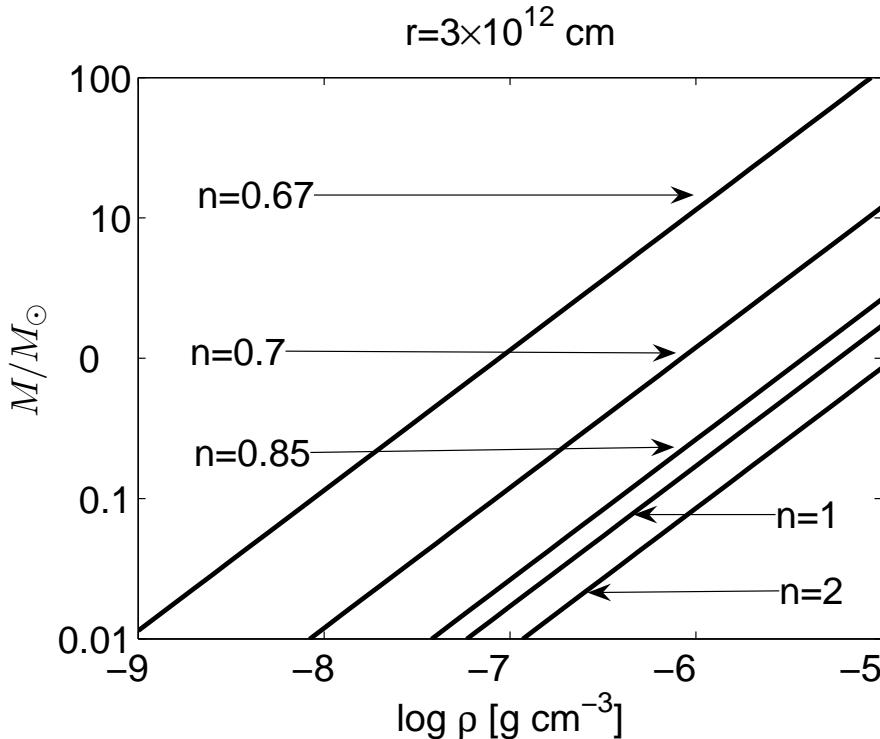


图 2.2 在  $t \rightarrow 0+$  时，选定半径( $r = 3 \times 10^{12} \text{ cm}$ ) 处，包含质量和密度的关系。给定尺标指数  $n$ ，包含质量和表面密度成正比。更小的  $n$  意味着更大的包含质量。尺标指数  $n$  的取值范围  $2/3 < n \leq 2$  只能允许有限的  $M$  和  $\rho$  的组合。

这一关系成立的条件是  $x \rightarrow \infty$ ，也就是  $t \rightarrow 0+$ ，即初始时刻。方程(2-45)限定了初始时刻系统的包含质量和表面密度的关系；这一关系取决于尺标参数  $n$ 。给定  $r$  和  $n$ ，包含质量和表面密度成正比，见图2.2。这一关系有很大的应用。在模拟超新星前身星时，一般星的半径、质量和表面密度是可以从观测中得知的，由这个关系，即可定出尺标参数  $n$  来。一般期待  $n$  大于但非常接近于  $2/3$ 。

#### 2.4.2.2 磁流体热膨胀解

下面几种讨论各种速度在远处正比于半径的解。因为主要描述了外流，所以这类解被统一称为膨胀解。事实上，天体物理外流最终将被星际介质阻挡，速度不会发散下去。理论上，膨胀解应当在有限空间内应用，或者配合激波使用。

Wang 和 Lou<sup>[75]</sup> 在  $q > 2/3$  得到了一类膨胀解；这类解的热压力远远大于引力和磁力，描述的是因为压强差而膨胀的系统，故称热膨胀解。在方程(2-11)

和(2-12)中把引力和磁力项略去，并设渐近解满足形式  $v \sim cx + b$ ,  $\alpha \sim Ex^P$ , 代入微分方程即可求出关于系数  $c$ ,  $E$  和  $P$  的代数方程

$$\begin{aligned} P &= -\frac{(3q-2)}{(1-n+3nq/2)}, \\ E^{1-n+3nq/2}(n-c)^q(2+P) &= c(1-c), \\ P &= \frac{(3c-2)}{(n-c)}. \end{aligned} \quad (2-46)$$

由这三个方程即可解出系数  $(c, E, P)$ ; 换言之, 对每一组参数  $(n, q, h)$ , 除去平移  $b$  外, 热膨胀解都可唯一确定。为了让密度在无穷远处区域零, 需要指数  $P < 0$ , 所以要求  $q > 2/3$ 。

#### 2.4.2.3 磁流体自由膨胀解

我们发现, 当  $q < 2/3$ , 存在另一种形式的膨胀解, 为

$$v \rightarrow \frac{2}{3}x + b, \quad \alpha \rightarrow \alpha_\infty, \quad \text{当 } x \rightarrow +\infty, \quad (2-47)$$

其中  $\alpha_\infty$  是一个常数。对这类解热压强变得不重要, 故称之为自由膨胀解。把方程(2-11) 和(2-12) 中的压强项略去, 三个系数  $\mathcal{X}, \mathcal{A}, \mathcal{V}$  在  $x \rightarrow +\infty$  时相应变为

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &\sim h\alpha x^2 - (nx - v)^2, \\ \mathcal{A} &\sim 2\frac{x-v}{x}\alpha(nx-v) - \alpha\left[(n-1)v + \frac{(nx-v)}{(3n-2)}\alpha + 2h\alpha x\right], \\ \mathcal{V} &\sim 2\frac{(x-v)}{x}h\alpha x^2 - (nx-v)\left[(n-1)v + \frac{(nx-v)}{(3n-2)}\alpha + 2h\alpha x\right]. \end{aligned} \quad (2-48)$$

为了得到解(2-47), 要求  $\mathcal{A} \rightarrow 0$  以及  $\mathcal{V}/\mathcal{X} \rightarrow 2/3$ 。常数  $\alpha_\infty$  可求出为

$$\alpha_\infty = \frac{2}{3(1+6h)}. \quad (2-49)$$

我们把这个常数  $\alpha_\infty$  代入条件  $\mathcal{V}/\mathcal{X} \rightarrow 2/3$ , 发现这个条件是自然满足的。另一个满足  $\mathcal{A} \rightarrow 0$  的解  $\alpha_\infty = 0$  不满足  $\mathcal{V}/\mathcal{X} \rightarrow 2/3$ 。所以, 我们验证了在  $q < 2/3$  时存在解(2-47), 其中的参数  $\alpha_\infty$  由式(2-49) 给出。自由膨胀解是热膨胀解在  $q < 2/3$  时的对应。我们注意到, 参数  $\alpha_\infty$  与  $n$  无关, 但与磁场强度  $h$  有关; 更强的磁场对应着更低的密度。

#### 2.4.2.4 磁流体Einstein-de Sitter 解

上述两种解分别在  $q > 2/3$  和  $q < 2/3$  的范围内适用。这使我们考虑，在  $q = 2/3$  的情形，也就是相对论热的气体，是不是也有类似形式的解。我们发现，在  $q = 2/3$  时，存在一种特殊的全局精确膨胀解，称为Einstein-de Sitter解。Wang和Lou<sup>[74]</sup>给出了在传统多方  $q = 0$  时的Einstein-de Sitter解；其形式为

$$\begin{aligned} v &= \frac{2}{3}x, & \alpha &= \frac{2}{3(1+6h)}, \\ m &= \left(n - \frac{2}{3}\right) \frac{2x^3}{3(1+6h)}, & q &= 0, \end{aligned} \quad (2-50)$$

其中要求  $n > 2/3$ 。与自由膨胀解(2-47)相比较，我们发现在  $q = 0$  时，自由膨胀解自动回到Einstein-de Sitter解，从一种在远处的渐近解变成了全局精确解。我们试图把Einstein-de Sitter解推广到广义多方的情况。设  $v = 2x/3$ ,  $\alpha = \text{常数}$ ，代入方程(2-11)和(2-12)，我们发现，只有在  $q = 0$  或  $q = 2/3$  时，方程才有这样形式的解。我们得到新的磁流体Einstein-de Sitter解如下

$$\begin{aligned} v &= \frac{2}{3}x, & \alpha &= \frac{2}{3} \frac{1}{6h + 1 + 6C(n - 2/3)^{2/3}}, \\ m &= \frac{2}{3} \frac{(n - 2/3)x^3}{6h + 1 + 6C(n - 2/3)^{2/3}}, & q &= \frac{2}{3}, \end{aligned} \quad (2-51)$$

其中要求  $n > 2/3$ 。与文[74]的式(80)比较，我们把Einstein-de Sitter解推广到了相对论热的气体的情形去。有趣的是，Einstein-de Sitter解只能在传统多方，或者相对论热的气体中的存在。在相对论热的气体中，不论是压力，还是磁力和自引力，都不能被略去，所以热膨胀渐进解和自由膨胀渐进解都不存在。Lou和Cao<sup>[70]</sup>也研究了类似的问题，但是使用的是另外的自相似变换，得到的Einstein-de Sitter解的形式也不一样；参见文[70]式(10)。但是，我们适当的选取参数  $C$ ，使之与文[70]中的参数  $C_0$  满足一定的关系，即可让得到的Einstein-de Sitter解的形式一致起来。在式(2-51)中设  $h = 0$ ，就能回到文[70]的结果。

以上我们全面研究了各种参数  $q$  的范围内的自相似膨胀解，并分别在三个参数范围内获得了三种解。当  $q < 2/3$ ，热压强可以被忽略，从而得到自由膨胀渐近解；当  $q > 2/3$ ，自引力和磁力可以被忽略，从而得到热膨胀渐近解；当  $q = 2/3$ ，所有力都必须考虑，得到Einstein-de Sitter精确解。这里， $q = 2/3$ 分开了两种不

同的自相似解的渐近行为。对于自由膨胀解和Einstein-de Sitter 解,  $v = 2x/3$ ,  $\alpha$  是个常数; 而对于热膨胀解,  $v = cx$ ,  $\alpha$  趋近于零。

### 2.4.3 在空洞边界 $nx - v = 0$ 附近的渐近解

研究表明, 空洞边界通常有奇异性, 所以一般不能直接作为数值积分的奇点。为了构造包含空洞的磁流体自相似解, 需要具体研究各种参数条件下的空洞边界的性质。

首先, 气体压强在空洞边界处应该是连续的。否则, 空洞就会向里收缩。根据方程(2-10), 如果 $\alpha \neq 0$ , 在空洞边界处 $q < 0$  将导致压强 $\beta$  发散, 而 $q \geq 0$  自然使得空洞边界处 $\beta = 0$ 。所以为了保证气体压强在空洞边界处的连续性, 即 $\beta^* \equiv \beta(x^*) = 0$ , 我们要求在 $q < 0$  时,  $\alpha^* \equiv \alpha(x^*) = 0$ ; 在 $q \geq 0$  时,  $\alpha^* \geq 0$ 。

其次, 如果密度在空洞边界处也连续, 解将更为平滑。因为, 如果密度不连续, 在空洞边界处就会出现局部的扩散现象, 而局部地打破自相似的运动学结构。所以, 我们认为在空洞边界处满足 $\alpha^* = 0$  的解看作是物理上可以接受的; 把其它情况下的自相似解看作是一种对物理实际的近似, 即在距离边界足够远的地方, 还可以认为流体是自相似的。下面分别讨论这两种情况。

#### 2.4.3.1 空洞边界 $\alpha^* = 0$ 情形

在 $\alpha^* = 0$  的情形, 满足 $\alpha = 0$  和 $nx - v = 0$  空洞边界可能变成一条临界线, 因为这时方程(2-11)的左右两边可能都变成零。根据方程(2-12), 在趋于空洞边界的时候在三个函数 $X$ ,  $\mathcal{A}$  和 $\mathcal{V}$  中可能是非零的项只有热压强项, 即

$$\begin{aligned} X &\sim C\left[2-n+\frac{(3n-2)}{2}q\right]x^{2q}\alpha^{\gamma+q-1}(nx-v)^q, \\ \mathcal{A} &\sim C(2-3n)qx^{2q}\alpha^{\gamma+q}(nx-v)^{q-1}, \\ \mathcal{V} &\sim C[(1-n)(4-2n+3nq)-nq]\times x^{2q}\alpha^{\gamma+q-1}(nx-v)^q. \end{aligned} \tag{2-52}$$

根据式(2-52), 参数 $q \geq 0$ ,  $\gamma+q-1 \geq 0$ , 除去特殊的等温情况 $q = 0$ ,  $\gamma+q-1 = 0$ , 即可保证函数 $X$  和 $\mathcal{V}$  在空洞边界处为零; 当在空洞边界附近有关系 $\alpha \sim (nx - v)$ , 则 $\mathcal{A}$  在空洞边界处也为零。对这种情况, 在三个条件 $X = 0$ ,  $\mathcal{A} = 0$  和 $\mathcal{V} = 0$  只有两个是独立的; 这时, 空洞边界即成为临界线。

在空洞边界处对方程(2-11)和(2-12)做一阶泰勒级数展开，即可得到在空洞边界处对 $v(x)$ 和 $\alpha(x)$ 的一阶导数的两对特征解。其中一对特征解满足正的包含质量条件，它是

$$\begin{aligned} v' |_{x^*} &= (-2 + 2\sqrt{2})(n - 1), \\ \alpha' |_{x^*} &= \sqrt{2} \left[ \frac{(2-n)}{(3n-2)q} + \frac{1}{2} \right] (n-1)^2 \frac{n}{hx^*}. \end{aligned} \quad (2-53)$$

研究发现，对于 $n \neq 1$ ，这条临界线上的所有点都是鞍点<sup>[58]</sup>，所以任何解只能沿着特征解的方向通过该临界线。所以如果在空洞边界 $\alpha^* = 0$ ，自相似解在趋于边界时应当满足表达式(2-53)。

由式(2-53)，我们发现磁场和广义多方状态方程对于这种解的存在是至关重要的；如果 $h = 0$ ，或是传统多方 $q = 0$ ， $\alpha'$ 在空洞边界处发散，这种解也就不存在了。密度的一阶导数在空洞边界处发散，意味着密度在空洞边界处不连续，即 $\alpha^* \neq 0$ 。对于这类情况，我们在下一节中分析。解(2-53)存在的参数范围是 $q > 0$ ,  $\gamma + q - 1 \geq 0$  和  $h > 0$ 。进一步要求 $\gamma \geq 1$ （熵为正），这个参数范围可以简化为 $q > 0$ ,  $h > 0$ 。

如果三个函数 $X$ ,  $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{V}$ 在空洞边界不为零， $v$ 和 $\alpha$ 的在空洞边界处的一阶导数写成

$$\begin{aligned} v' |_{x^*} &= \frac{(1-n)(4-2n+3nq)-nq}{2-n+(3n-2)q/2} \\ &= 2(1-n) + (2-3n)q/\gamma, \end{aligned} \quad (2-54)$$

$$\begin{aligned} \alpha' |_{x^*} &= \frac{(2-3n)q}{[2-n+(3n-2)q/2]} \frac{\alpha}{(nx-v)} \\ &= -\frac{q\alpha}{(\gamma+q)} (x-x^*)^{-1}. \end{aligned} \quad (2-55)$$

上式中第二个等号用了式(2-54)的结果。密度 $\alpha$ 在空洞边界附近的渐近形式是

$$\alpha = K(x-x^*)^{-q/(\gamma+q)} + \dots, \quad (2-56)$$

其中 $K$ 是一个任意的积分参数，被称为空洞密度参数。这里我们应用了关系 $\gamma = 2-n+(3n-2)q/2$ 。为了保证 $\alpha^* = 0$ ，由式(2-56)我们要求 $q/(\gamma+q) < 0$ 。为了验证解的自洽性，由解(2-54)–(2-56)我们计算出 $X \sim (x-x^*)^{q/(\gamma+q)}$ ,  $\mathcal{V} \sim (x-x^*)^{q/(\gamma+q)}$ ,  $\mathcal{A} \sim (x-x^*)^{-1}$ 。所以 $q/(\gamma+q) < 0$ 意味着 $X$ ,  $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{V}$ 在空洞边界不为零（甚至发

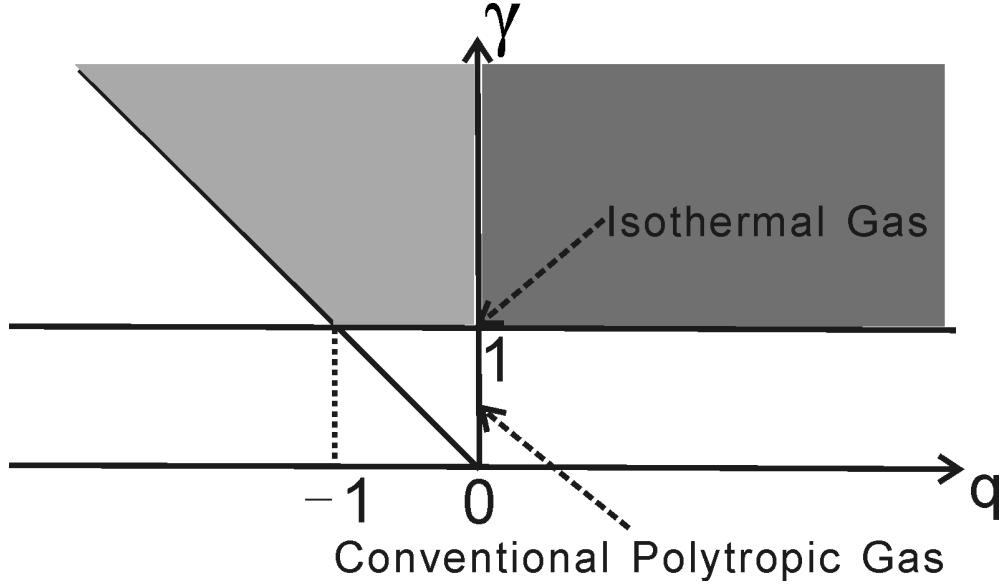


图 2.3 空洞边界  $nx - v = 0, \alpha = 0$  附近的两种自相似渐近解存在的参数  $q$  和  $\gamma$  的范围。水平轴是参数  $q$ , 坚直轴是参数  $\gamma$ 。第二象限的斜实线是  $\gamma + q = 0$ 。坚直轴  $q = 0$  对应于传统多方情形; 点  $q = 0, \gamma = 1$  对应于等温情形。第二象限的浅色区域是解(2-54)–(2-56)存在的区域; 第一象限的深色区域是解(2-53)存在的区域。我们只画出了  $\gamma > 0$  的部分; 实际上, 我们从物理上要求  $\gamma \geq 1$ 。

散)。因为有  $\gamma \geq 1$ , 使这种解存在的参数范围是  $q < 0, \gamma + q > 0$ 。

包含质量为正要求  $v' |_{x^*} < n$ ; 这为参数  $q$  设定了一个下限

$$q > q_{\min} = \frac{4 + 3n^2 - 8n}{3n(3n/2 - 1)} = \frac{2(n - 2)}{3n}, \quad (2-57)$$

其中  $n < 2$ 。事实上, 我们发现不等式(2-57)加上  $\gamma \geq 1$ , 等价于  $\gamma + q > 0$ 。所以, 在解的存在范围里不等式(2-57)是自然满足的。

总结起来, 在空洞边界  $nx - v = 0$  附近, 如果  $\alpha = 0$ , 我们找到了两类自相似渐近解。这两类解存在的参数范围画在图2.3 上。当  $q > 0$  (图2.3 中的深色区域)和  $h > 0$  (有磁场), 渐近解有形式(2-53), 简称为LH1解; 当  $q < 0, \gamma + q > 0$  (图2.3 中的浅色区域), 渐近解有形式(2-54)–(2-56), 简称为LH2解。对于其他参数组合, 没有找到满足边界条件  $nx - v = 0, \alpha = 0$  的空洞解。我们注意到, 简单的等温和传统多方情形都不满足任何一组参数要求, 所以在之前的研究<sup>[34]</sup>中未找到满足  $\alpha^* = 0$  的空洞解。所以, 我们在广义多方的情形下首次得到了新的空洞边界处的自相似渐近解。LH1 和 LH2 空洞解只存在与广义多方的情况下, 即  $q > 0$

和 $q < 0$ 。LH1解要求系统存在磁场；但是LH2解在无磁场流体系统中也存在。

### 2.4.3.2 无磁场时空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形

在空穴边界处 $\alpha^* \neq 0$ 的情形与上述情况有本质不同。如果 $\alpha^* \neq 0$ ，我们要求 $q \geq 0$ 以保证在空洞边界处压强为零。原则上，方程(2-11)–(2-12)可以直接从空洞边界处向外积分。但是，空洞边界可能有奇异性，使得直接积分变得困难。三个函数 $X$ ,  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{V}$  在趋于空洞边界处的首项与参数 $q$ 密切相关。我们发现在传统多方 $q = 0$ 情况，空洞解有独特的渐近行为。下面我们分别讨论 $q = 0$  和  $q > 0$  的情况。

#### $q = 0$ 情况

在无磁场传统多方 $h = 0$ ,  $q = 0$  的情况，方程得到大幅度简化，还有关系 $n + \gamma = 2$ 。空洞边界附近的渐近解<sup>[34]</sup>为

$$v = nx^* + 2(1-n)(x - x^*) + \dots, \quad (2-58)$$

$$\alpha = \alpha^* + \frac{n(1-n)}{\gamma}(\alpha^*)^n x^*(x - x^*) + \dots. \quad (2-59)$$

表达式(2-59)说明，如果 $\alpha^* = 0$ ，整个解变为 $\alpha = 0$ ；数值实验发现也是如此。这里我们再次发现，不能在传统多方条件下设 $\alpha^* = 0$ 。对解(2-59),  $(nx - v)$  和  $(\alpha - \alpha^*)$  都以 $(x - x^*)$ 形式趋于空洞边界，没有明显的奇异性；我们称之为N(Normal)型空洞解。我们注意到，LH1空洞解也是一种N型空洞解。

在 $n = 1$ 的情况（等温气体），一阶展开如式(2-58)和(2-59)就不足够了；我们做更高阶的展开，得到 $v'$  在 $x \rightarrow x^*$ 时的首项为

$$v' |_{x^*} = \frac{2}{x^*}(x - v). \quad (2-60)$$

$v$  和  $\alpha$  在 $x \rightarrow x^*$ 时的形式为

$$v = x^* + \frac{1}{x^*}(x - x^*)^2 + \dots, \quad (2-61)$$

$$\alpha = \alpha^* - \frac{(\alpha^*)^2}{2}(x - x^*)^2 + \dots. \quad (2-62)$$

与  $n \neq 1$  的情形类似，这里的解也没有明显出现奇异性，但是  $(nx - v)$  以  $(x - x^*)^2$  形式趋于空洞边界。我们把这种解称为N2型空洞解。

### 参数 $q > 0$ 的情况

这时，函数  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{V}$  的首项也是热压强项，与式(2-52) 相同，所以  $v' |_{x^*}$  和  $\alpha' |_{x^*}$  也是

$$v' |_{x^*} = \frac{(1-n)(4-2n+3nq)-nq}{2-n+(3n-2)q/2}, \quad (2-63)$$

$$\alpha' |_{x^*} = -\frac{q\alpha}{(\gamma+q)}(x-x^*)^{-1}. \quad (2-64)$$

式(2-63)–(2-64) 与式(2-54)–(2-55) 是一致的，所以， $\alpha$  在空洞边界处的渐近形式也是式(2-56)，即  $\alpha = K(x-x^*)^{-q/(\gamma+q)}$  其中  $K$  是空洞密度参数。但是，因为这里  $q > 0$ ,  $\alpha$  在空洞边界处是发散的；在空洞边界有尖锐的密度不连续性。虽然密度在空洞边界处是发散的， $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{V}$  的首项还是与式(2-52) 相同，所以表达式(2-63) 和(2-64) 还是有效的。该解密度不连续，但是包含质量  $m(x)$  还是在空洞边界处趋于零，属于物理上可接受的解。项  $nx - v$  在空洞边界处与  $x - x^*$  同阶。

我们可以把空洞边界看作是原点沿着流线  $nx - v = 0$  的平移。在对  $x \rightarrow 0^+$  的研究中我们发现  $\alpha$  要么趋于零，要么以某一幂率形式发散（例如对自由落体解  $\alpha \propto x^{-3/2}$ ）。然而在空洞边界处我们发现密度遵从的幂指数主要是与参数  $q$  相关的。在物理上，局域的扩散过程会使得这里出现的密度不连续性变平滑；虽然空洞边界整体以自相似的形式膨胀，但在局域上会出现非自相似的行为<sup>[70]</sup>。我们称形如式(2-63) 和(2-64) 的空洞解为D(diffusion)型空洞解。

在式(2-63) 和(2-64) 中设  $q = 0$ ，我们得到与式(2-58) 相同的  $v' |_{x^*}$ ；同时与式(2-59) 比较发现  $\alpha^* = K$ 。传统多方  $q = 0$  情形(N型解； $\alpha$  在空洞边界处趋于一个常数) 是介于  $q < 0$  (LH2解； $\alpha$  在空洞边界处趋于零) 和  $q > 0$  (D型解； $\alpha$  在空洞边界处发散)。至此我们给出了无磁场广义多方流体在不同参数  $q$  值条件下的自相似解。这些解的共同性质是热压强在空洞边界处起主导作用。可见，如果没有磁场，空洞边界的动力学主要取决于气体的热压强梯度。

#### 2.4.3.3 磁流体空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形

首先强调我们还是要求  $q \geq 0$  以保证热压强在空洞边界处趋于零。 $h > 0$  时方程(2-11) 和(2-12) 在空洞边界处的首项与无磁场的情形不同；我们发现在空洞

边界处磁力占主导作用, 而D型解在有磁场的情形是不存在的。一般地, 在磁流体的情形空洞边界的奇异性得以消除, 直接积分方程(2-11) 和(2-12) 就能得到适当的解。我们下面根据参数 $q$  的不同取值具体讨论4种情况。

### 传统多方 $q = 0$ 的情形

与无磁场时的解(2-58)–(2-59) 相比, 这里只是多出了一些与磁场有关的项

$$v = nx^* + \frac{2(\alpha^*)^{(1-n)}(1-n)\gamma}{(\alpha^*)^{(1-n)}\gamma + h\alpha^*(x^*)^2}(x - x^*) + \dots, \quad (2-65)$$

$$\alpha = \alpha^* - \frac{n(n-1)\alpha^* + 2h(\alpha^*)^2}{\gamma(\alpha^*)^{(1-n)} + h\alpha^*(x^*)^2}x^*(x - x^*) + \dots. \quad (2-66)$$

上式中设 $h = 0$  即可回到式(2-58) 和(2-59)。这是N型解在磁流体情形下的形式, 而N2型解在磁流体情形下不存在。

### $0 < q < 1$ 情形

这时在空洞边界处磁场起主导作用,  $v$  和 $\alpha$  的一阶导数为

$$v' |_{x^*} = \frac{2(1-n)}{\alpha^*}, \quad (2-67)$$

$$\alpha' |_{x^*} = C \frac{q(2-3n)}{h} (\alpha^*)^{1-n+3nq/2} (x^*)^{2q-2} (nx - v)^{q-1}. \quad (2-68)$$

由方程(2-68) 可得 $\alpha$  在区域空洞边界处的首项为

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha^* + C \frac{(2-3n)}{h} & (\alpha^*)^\gamma (x^*)^{2q-2} \\ & \times (\alpha^* n + 2n - 2)^{q-1} (x - x^*)^q \dots. \end{aligned} \quad (2-69)$$

为保证包含质量为正值, 要求 $v' |_{x^*} < n$ 。当 $n \geq 1$ , 此条件自然满足; 但当 $n < 1$ , 此条件意味着 $\alpha^* n + 2n - 2 > 0$  或等价的写成 $n > 2/(2 + \alpha^*)$ 。在空洞边界处没有明显的奇异性;  $(\alpha - \alpha^*)$  与 $(x - x^*)^q$  同阶。我们称这样的磁流体空洞解为Nq型解。

### 参数 $q = 1$ 的情形

$v$  在空洞边界处的渐近行为与式(2-67) 相同; 但是 $\alpha$  的一阶导数为

$$\alpha' |_{x^*} = \frac{(\alpha^*)^{1+n/2} x^* (2-3n) - (n-1)n - 2h\alpha^*}{hx^*}. \quad (2-70)$$

空洞边界是N型的。

表 2.1 空洞边界  $nx - v = 0, \alpha \neq 0$  的自相似行为总结。对于每种情形，列出了类型和表达式编号。表格下部列出了各种类型的解在空洞边界附近的性质。

$q$	$h = 0$	$h \neq 0$
$q = 0$	Type-N, (2-58), (2-59); Type-N2 (2-61), (2-62)	Type-N, (2-65), (2-66)
$0 < q < 1$	Type-D, (2-63), (2-64)	Type-Nq, (2-67), (2-68)
$q = 1$	Type-D, (2-63), (2-64)	Type-N, (2-67), (2-70)
$q > 1$	Type-D, (2-63), (2-64)	Type-N, (2-67), (2-71)

- Type-N:  $\alpha$  趋于有限非零值;  $(\alpha - \alpha^*)$  和  $(v - v^*)$  按  $(x - x^*)$  规律变化。
- Type-N2:  $\alpha$  趋于有限非零值;  $(\alpha - \alpha^*)$  和  $(v - v^*)$  按  $(x - x^*)^2$  规律变化。
- Type-Nq:  $\alpha$  趋于有限非零值;  $(\alpha - \alpha^*)$  按  $(x - x^*)^q$  规律变化;  $(v - v^*)$  按  $(x - x^*)$  规律变化。
- Type-D:  $\alpha$  发散并按  $(x - x^*)^{-q/(q+1)}$  规律变化;  $(v - v^*)$  按  $(x - x^*)$  规律变化。

### 参数 $q > 1$ 的情形

$v$  在空洞边界处的渐近行为与式(2-67)相同；但是  $\alpha$  的一阶导数为

$$\alpha' |_{x^*} = -\frac{(n-1)n + 2h\alpha^*}{hx^*}, \quad (2-71)$$

空洞边界是N型的。

综上所述，对不同的参数组合  $q, n$  和  $h$ ，我们获得了不同类型的自相似空洞解。我们把结果总结在表2.1里供读者参考。

## 第3章 激波空洞解

本章利用上一章获得的在空洞附近的渐近解，构造包含空洞的全局磁流体自相似解。我们把空洞解作为下游，通过建立自相似激波，连接至上游并在远处趋于有限速度解。我们将看到，通过激波，空洞解将在远处根据 $q$ 的值趋于某一类膨胀解。我们着重讨论空洞本身的运动规律和空洞的存在对周围流体运动产生的影响。按照上一章最后一节的分析，本章分 $\alpha^* = 0$  和 $\alpha^* \neq 0$  的两种情况来讨论。

### 3.1 空洞边界 $\alpha^* = 0$ 情形

#### 3.1.1 无磁场情形

如果没有磁场，LH1解不存在，我们只考虑LH2解，其存在的参数条件是 $q < 0$  和 $\gamma + q > 0$ 。作为例子，我们设自相似参数为( $n = 0.75$ ,  $q = -0.5$ ,  $\gamma = 1.1875$ ,  $h = 0$ )，对一系列选定的空洞边界 $x^*$  和解(2-54)–(2-56) 中的参数 $K$ ，建立LH2解；同时我们可以选定无量纲激波位置 $x_{sd}$ （亦与激波速度紧密相关），建立自相似激波，把空洞解连接到外部有限速度解。图3.1显示一系列这样的解。我们特别强调当 $n < 1$  时，激波位置可以任意选择。我们也对其它自相似参数的情形做了类似的数值研究，定性结果是一致的。

在空洞边界处 $\alpha^* = 0$ ，随着半径增大，密度先增大后减小；速度也随半径增大而增大。LH2解的密度随半径的变化（见图3.1的上部）显示出典型的围绕在膨胀空洞的壳层形态。最大密度和壳层的宽度主要取决于参数 $K$ ，其在各种天体系统中取不同的值。通过选择不同的激波位置或速度（即 $x_{sd}$ ），可以得到不同的上游流体动力性质（见图3.1的下部）。在激波上沿，气体可能是向内流（见解1和解2）或向外流（见解3和解4）。但是对选定的这组参数，上游解在远处总是趋于外流（即 $B > 0$ ）；对其它参数，上游解也可能趋于内流（ $B \leq 0$ ）。广泛的数值研究表明，LH2解不可能平滑的通过临界线；所以自相似激波对于建立全局解是不可或缺的。

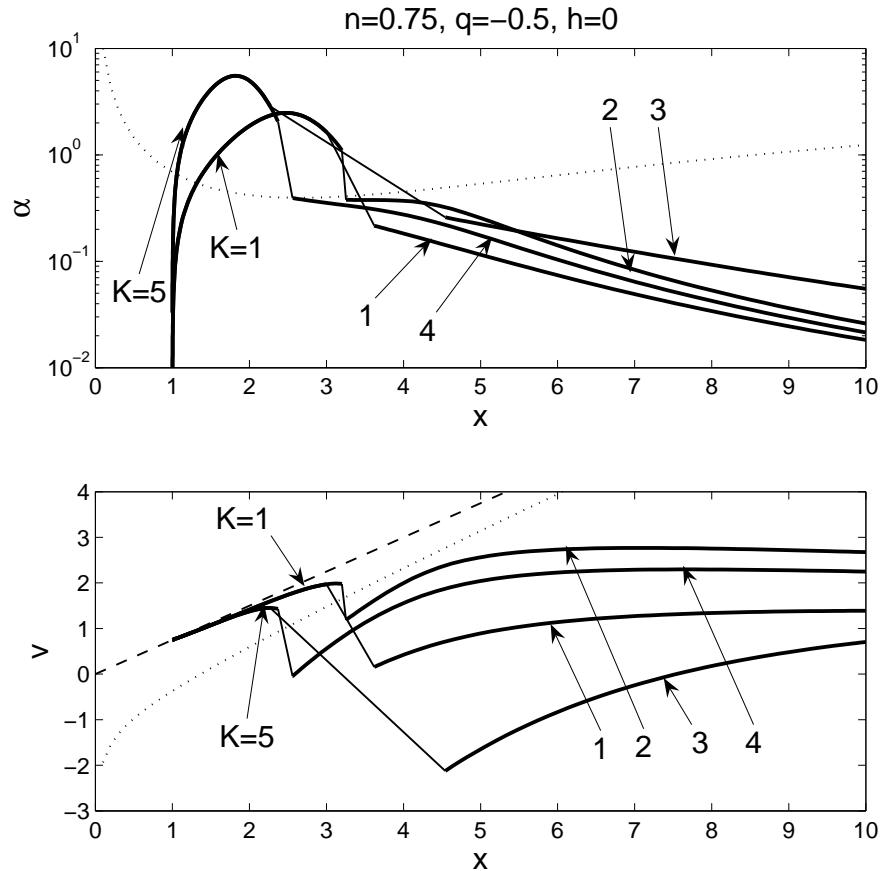


图 3.1 全局LH2空洞解。参数为  $n = 0.75$ ,  $q = -0.5$ ,  $\gamma = 1.1875$ ,  $h = 0$  和  $x^* = 1$ 。上下两图分别示出了物质密度和流体速度；在上图中，纵坐标使用了对数坐标。在两图中点线是临界线；在下图中虚线是空洞边界。 $K = 1$  的空洞解通过激波连接至解 1, 2; 其相应参数为  $A = 7.3025$ ,  $B = 3.7802$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 1.6366$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.9702$ ,  $x_{\text{su}} = 3.6205$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.2519$ ,  $v_{\text{su}} = 0.1559$  (解1), 和  $A = 8.7808$ ,  $B = 6.3723$ ,  $x_{\text{sd}} = 3.2$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 1.1040$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.9755$ ,  $x_{\text{su}} = 3.2529$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.3781$ ,  $v_{\text{su}} = 1.1854$  (解2)。 $K = 5$  的空洞解通过激波连接至解 3, 4; 其相应参数为  $A = 24.493$ ,  $B = 4.854$ ,  $x_{\text{sd}} = 2.27$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 2.8499$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.4515$ ,  $x_{\text{su}} = 4.5410$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.2587$ ,  $v_{\text{su}} = -2.1237$  (解3),  $A = 7.6878$ ,  $B = 5.4448$ ,  $x_{\text{sd}} = 2.37$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 2.0616$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.4308$ ,  $x_{\text{su}} = 2.5603$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.3928$ ,  $v_{\text{su}} = -0.0456$  (解4)。

我们强调这里得到的LH2解是在无磁场条件下唯一的一类满足 $\alpha^* = 0$ 的空洞解。壳层结构是LH2解共同的特点；这使我们认为，LH2解适用与描述宇宙中广泛分布的壳层形态的结构，例如超新星遗迹或者银河系热泡<sup>[18,19]</sup>、氢II区<sup>[34]</sup>和星系团中的空洞<sup>[87]</sup>。该类解的另一个特点是速度随着半径增大而增大；这说明该解本质上描述的是风或外流，即中心空洞里的快风在壳层中减速，使得质量积累在壳层中形成密度大的区域。这与超新星遗迹或者氢II区中的香槟流<sup>[34]</sup>是定性一致的。

### 3.1.2 磁流体的情形

在磁流体情型LH1解和LH2解都存在。为了与无磁场的情况相比较，我们首先讨论LH2解。我们选定与上一节相同的自相似参数，只是把磁场强度改成 $h = 0.3$ 。得到的一系列全局磁流体自相似解示于图3.2中。

有磁场的LH2解的形态和无磁场的情况是类似的。密度随半径的变化也显示出壳层形态，速度随半径增大而增大(见图3.2)。与同样参数的无磁场情形下的LH2解相比，磁流体解有更低的最大密度和更宽的壳层宽度，看上去是磁场把壳层“撑”大了。在无磁场的情况下， $K = 1$ 的解可以通过激波越过临界线；但在有磁场的情况下， $K = 1$ 的解就不能连接激波，只能趋于自由膨胀解。在这组特定参数下，上游解全部都是向外流的(见图3.2)。 $x_{\text{sd}}$ 越大，或激波越快，上游有更大的向外速度。

我们定义壳层宽度（Shell Width）为空洞边界到密度为最大密度值的 $e^{-1}$ 的位置的距离，并通过广泛的数值模拟来研究壳层宽度与磁场强度参数 $h$ 和自相似参数 $q$ 的关系。图3.3示出在 $n = 0.75$ ,  $x^* = 1$ ,  $K = 1$ 下的LH2解的壳层宽度。固定 $q$ ，壳层宽度在 $h \sim < 1$ 时达到最大值；在 $h \ll 1$ 壳层宽度随磁场增强而很快增大；而在 $h > 1$ ，壳层宽度随磁场增强而很快减小。如果 $q$ 变大，最大壳层宽度也变大，而强磁场下的壳层宽度反而变小。总的说来，磁场强度和流体的能量交换过程对壳层结构有很大的影响。这说明，超新星遗迹中的壳层结构可能含有星际介质磁化或者气体能量过程的信息。

下面考虑磁流体LH1解。对这种解，空洞边界 $nx - v = 0$ ,  $\alpha = 0$ 是临界线，所以该解本身就是特征解。LH1解存在的参数范围是 $q > 0$ ,  $h > 0$  ( $\gamma \geq 1$ )。一系列LH1解示于图3.4；这些解都不遇到临界线并在大 $x$ 趋于自由膨胀解。所以，

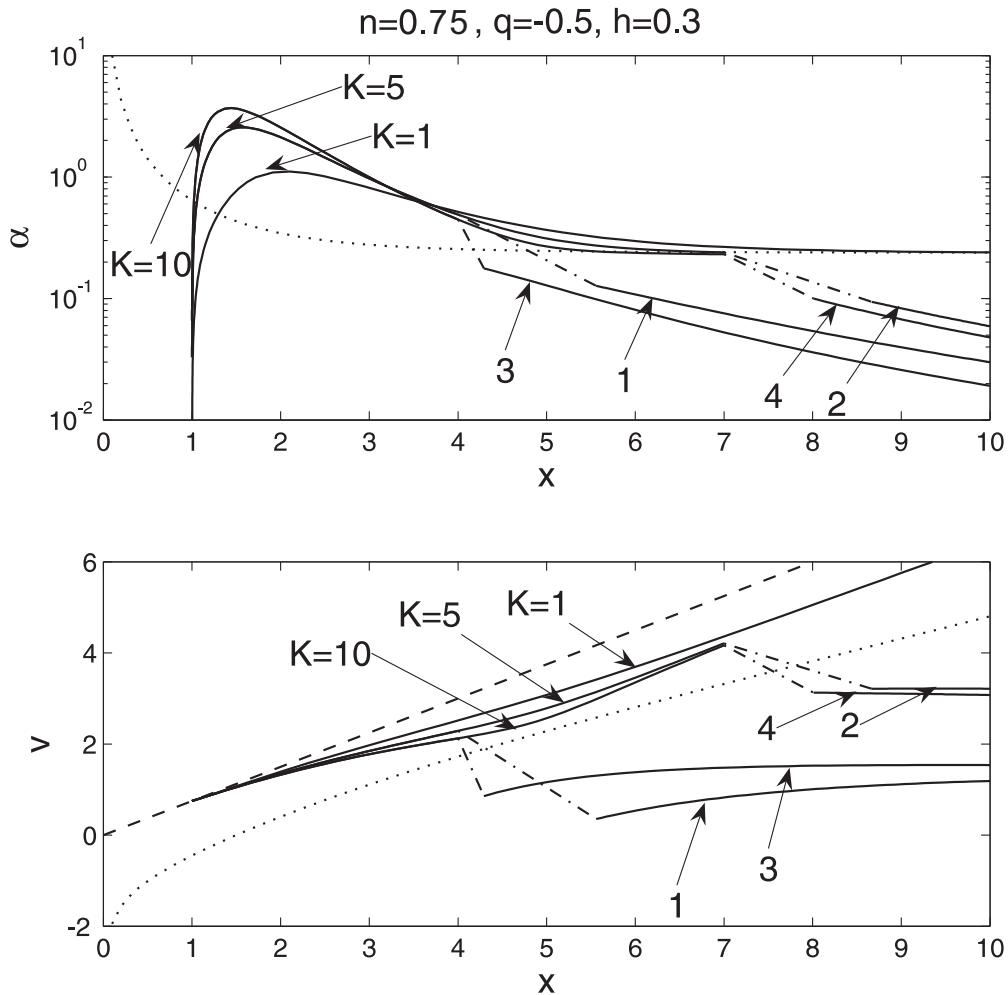


图 3.2 全局磁流体LH2空洞解。参数为  $n = 0.75$ ,  $q = -0.5$ ,  $\gamma = 1.1875$ ,  $h = 0.3$  和  $x^* = 1$ 。与图3.1的格式一致。 $K = 1$  的空洞解不能连接激波, 所以只能趋于自由膨胀解。 $K = 5$  的空洞解通过激波连接至解1和解2; 其相应参数为  $A = 12.325$ ,  $B = 3.977$ ,  $x_{sd} = 4$ ,  $\alpha_{sd} = 0.4915$ ,  $v_{sd} = 2.2888$ ,  $x_{su} = 5.5577$ ,  $\alpha_{su} = 0.1273$ ,  $v_{su} = 0.3533$  (解1), 和  $A = 18.390$ ,  $B = 8.344$ ,  $x_{sd} = 7$ ,  $\alpha_{sd} = 0.2401$ ,  $v_{sd} = 4.2102$ ,  $x_{su} = 8.6661$ ,  $\alpha_{su} = 0.0941$ ,  $v_{su} = 3.2135$  (解2)。 $K = 10$  的空洞解通过激波连接至解3和解4; 其相应参数为  $A = 7.5520$ ,  $B = 4.010$ ,  $x_{sd} = 4$ ,  $\alpha_{sd} = 0.4478$ ,  $v_{sd} = 2.1273$ ,  $x_{su} = 4.2913$ ,  $\alpha_{su} = 0.1775$ ,  $v_{su} = 0.8558$  (解3), 和  $A = 15.175$ ,  $B = 7.706$ ,  $x_{sd} = 7$ ,  $\alpha_{sd} = 0.2317$ ,  $v_{sd} = 4.1652$ ,  $x_{su} = 8.0096$ ,  $\alpha_{su} = 0.0999$ ,  $v_{su} = 3.1276$  (解4)。

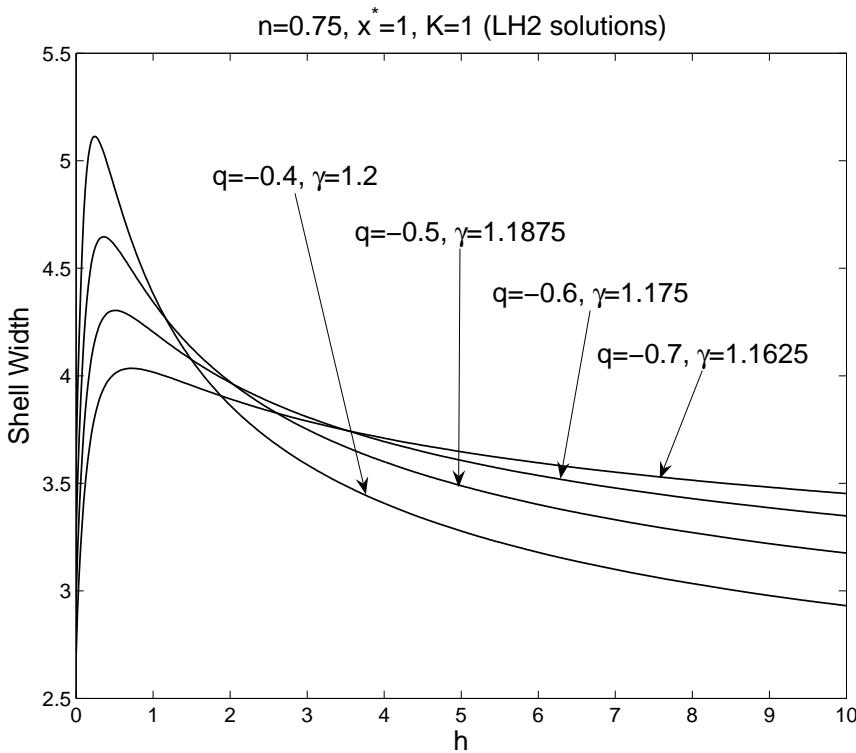


图 3.3 在不同的参数  $q$  下, LH2 解的壳层宽度随磁场强度参数  $h$  的变化。图中所列的解的共同的参数是  $n = 0.75$ ,  $x^* = 1$ ,  $K = 1$ 。

图3.4 下部的三条速度曲线基本是重合的。对LH1解, 密度和速度都随着  $x$  变大而变大。对于越大的  $q$ , 物质相对更集中在空洞边界附近。由于自由膨胀解在远处密度趋于常数速度发散, 要模拟天体系统, 就应该用激波把该解连接到有限速度解。作为例子, 基于  $q = 0.3$  的LH1解的几个激波解示于图3.4 中, 激波位置分别为  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $x_{\text{sd}} = 5$  和  $x_{\text{sd}} = 8$ 。这里再次看到,  $x_{\text{sd}}$  越大, 或激波速度越快, 上游有更大的向外速度。

我们特别将相对论热的气体  $q = 2/3$ ,  $\gamma = 4/3$  的LH1解示于图3.5。这里取自由参数  $C = 1$  和  $\lambda = 1$ 。根据方程(2-16) 和(2-17), 我们得到临界线为  $\alpha = 0.3897$ ,  $v = 0.0151x$ 。如图3.5, 在相对论热的气体的情况, 空洞解趋于Einstein-de Sitter解。类似地, 我们也可以用激波把空洞解和有限速度解连接起来。

定性地说, 磁流体LH1解的密度随  $x$  增大而增大, 并在激波下沿达到最大值(见图3.4 和3.5)。而在上游, 密度随  $x$  增大而减小, 并在大  $x$  处趋于零。所以带激波的LH1解也有壳层形态。但这里的壳层形态与LH1解的壳层形态的本质是

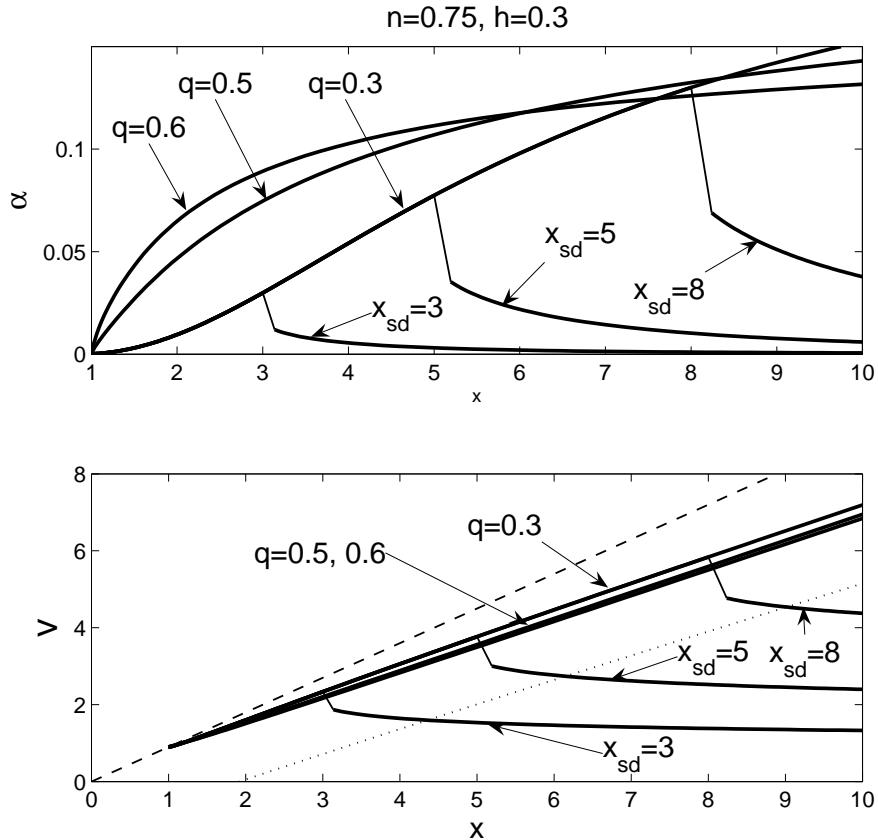


图 3.4 全局磁流体LH1空洞解。参数为  $n = 0.75, h = 0.3$  和  $x^* = 1$ 。与图3.1 的格式一致。空洞解都趋于自由膨胀解(2-47)，其中远处的密度常数为  $\alpha_\infty = 0.238$ 。 $q = 0.3$  的空洞解通过激波连接至不同的上游解，参数为  $A = 0.0968, B = 1.6372, x_{sd} = 3, \alpha_{sd} = 0.0299, v_{sd} = 2.3340, x_{su} = 3.1374, \alpha_{su} = 0.0120, v_{su} = 1.8694$ ；以及  $A = 0.9024, B = 2.8925, x_{sd} = 5, \alpha_{sd} = 0.0774, v_{sd} = 3.7655, x_{su} = 5.1942, \alpha_{su} = 0.0353, v_{su} = 3.0033$ ；以及  $A = 5.0384, B = 5.2269, x_{sd} = 8, \alpha_{sd} = 0.1300, v_{sd} = 5.8366, x_{su} = 8.2401, \alpha_{su} = 0.0689, v_{su} = 4.7681$ 。

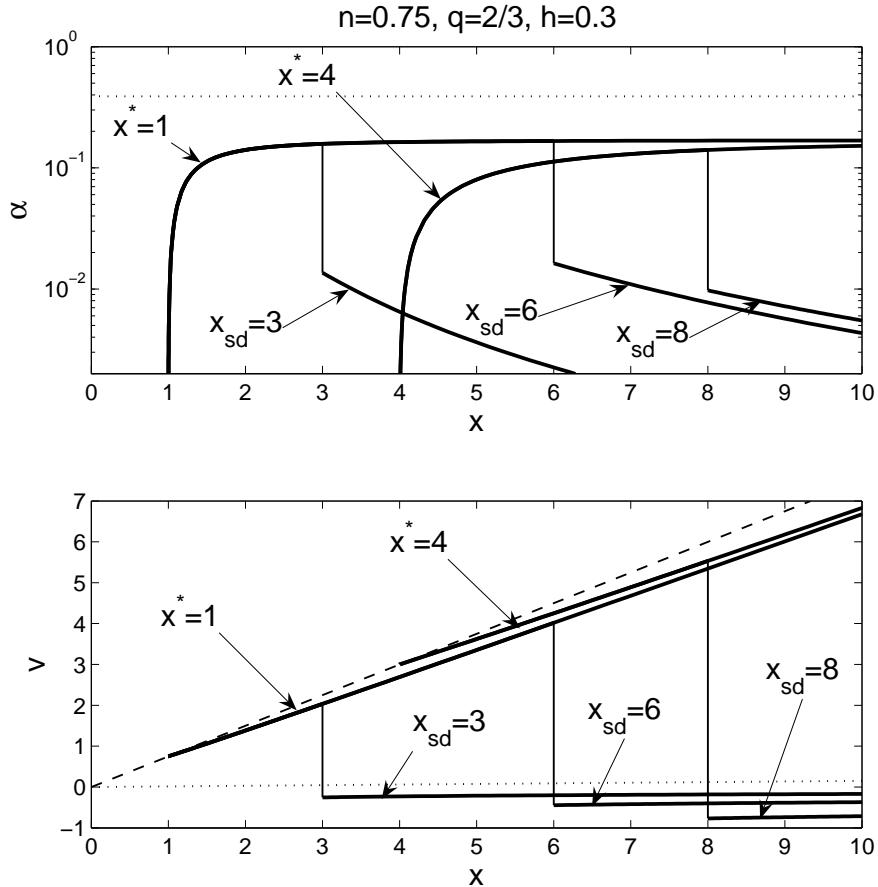


图 3.5 全局磁流体LH1空洞解。参数为  $n = 0.75$ ,  $q = 2/3$ ,  $\gamma = 4/3$ ,  $h = 0.3$ ,  $C = 1$ 。空洞边界为  $x^* = 1$  或  $x^* = 4$ 。与图3.1 的格式一致。 $x^* = 1$  的空洞解通过激波连接至不同的上游解, 参数为  $A = 0.2819$ ,  $B = -0.3660$ ,  $x_{sd} = 3$ ,  $\alpha_{sd} = 0.1577$ ,  $v_{sd} = 2.0388$ ,  $x_{su} = 3$ ,  $\alpha_{su} = 0.0136$ ,  $v_{su} = -0.2542$ ; 以及  $A = 2.0920$ ,  $B = -0.7974$ ,  $x_{sd} = 6$ ,  $\alpha_{sd} = 0.1666$ ,  $v_{sd} = 4.0166$ ,  $x_{su} = 6$ ,  $\alpha_{su} = 0.0163$ ,  $v_{su} = -0.4443$ 。 $x^* = 4$  的空洞解通过激波连接至上游解, 参数为  $A = 2.7441$ ,  $B = -1.5525$ ,  $x_{sd} = 8$ ,  $\alpha_{sd} = 0.1404$ ,  $v_{sd} = 5.5306$ ,  $x_{su} = 8$ ,  $\alpha_{su} = 0.0097$ ,  $v_{su} = -0.7679$ 。

不同的。LH2解自己就在空洞边界附近有密度最大值；但LH1解的密度最大值是在激波下沿。

## 3.2 无磁场时空洞边界 $\alpha^* > 0$ 情形

根据表2.1，在空洞边界附近的渐近行为可以分为N型( $q = 0, n \neq 1$ )，N2型( $q = 0, n = 1$ )和D型( $q > 0$ )。同样地，我们试图用激波连接空洞解和有限速度解。

当 $q = 0$ 和 $h = 0$ ，系统回到无磁场传统多方的情形，即有 $n + \gamma = 2$ 和熵在全空间的守恒<sup>[74]</sup>。文[34]用这种情况下的空洞解建立了考虑恒星风的多方香槟流的理论模型。在下一章中，我们将用自相似方法系统的研究香槟流，会给出在这种情况下空洞解的例子。

### 3.2.1 参数 $q > 0$ 情形

当 $q > 0$ ，空洞边界附近的渐近行为是D型。我们用空洞解做下游，并通过激波连接至上游的有限速度解，示于图3.6和3.7中。

空洞边界的渐近解取决于空洞的大小和密度参数 $K$ 。如果空洞解在向外积分的过程中不遇到奇异面，这些解就会在大 $x$ 处趋于某一类膨胀解(见图3.6中解2, 3, 4)。可能的膨胀解包括自由膨胀解( $q < 2/3$ )、Einstein-de Sitter解( $q = 2/3$ )、或热膨胀解( $q > 2/3$ )。由图3.6可见，不同空洞边界的空洞解趋于同一个自由膨胀解(除平移 $b$ 之外)。同样地，为了使得该解能被用于研究天体中的系统，我们用激波把该解与有限速度解连接起来(见图3.6中解5, 6)。通过选取不同的激波位置，对同一个空洞解，我们可以连接至不同的上游解，包括外流和内流。特别的，有些空洞解可以平滑的通过临界线，从而也趋于有限速度解(见图3.6解1)。

我们把相对论热的气体的情况特别示于图3.7。由(2-16)和(2-17)其临界线为 $\alpha = 3.2843$ ,  $v = -2.1772x$ 。空洞解在这种情况下会趋于Einstein-de Sitter解。同样地，为了相关的天体物理应用，需要用激波将空洞解连接至有限速度解。

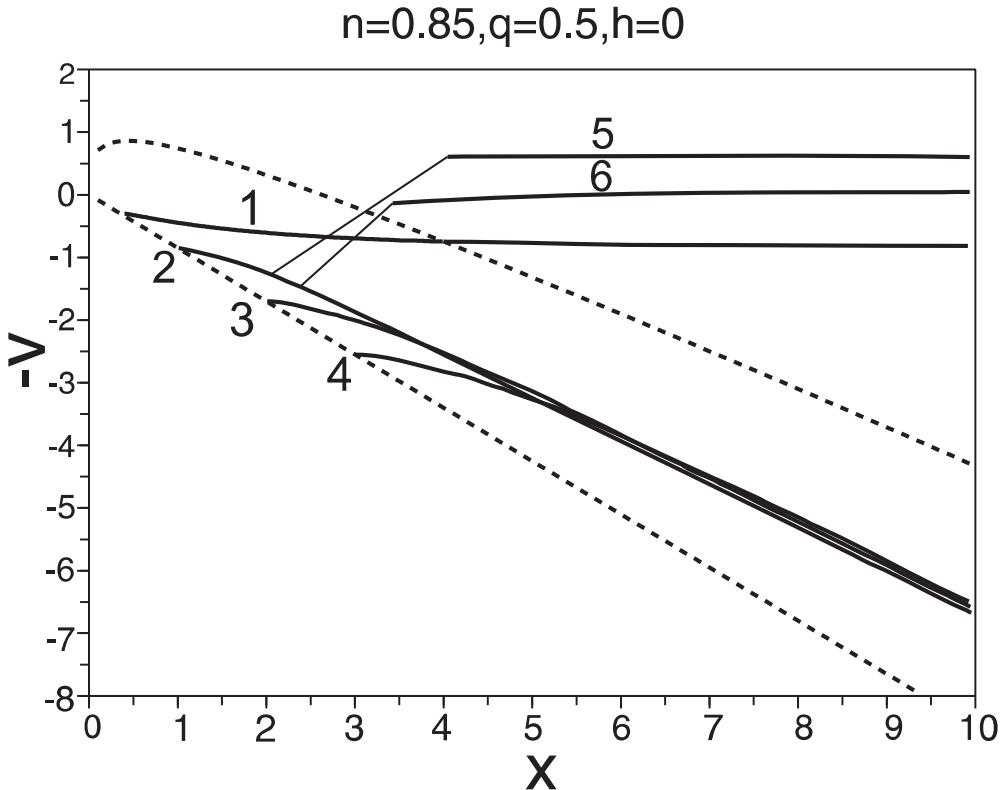


图 3.6 全局自相似空洞解。参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 1.2875$ ,  $q = 0.5$ ,  $h = 0$ 。上图中点线是临界线; 下图中点线是空洞边界  $nx - v = 0$ 。解1是边界在  $x^* = 0.4$  的空洞解; 它在  $x = 4$  平滑的通过临界线, 并趋于参数为  $A = 19.852$ ,  $B = 1.286$  的有限速度解。解2, 3, 4是边界分别在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$ ,  $x^* = 3$ , 参数为  $K = 0.29$  的空洞解; 它们趋于形为  $v = 2x/3 + b$ ,  $\alpha_\infty = 2/3$  的自由膨胀解。 $x^* = 1, K = 0.29$  的空洞解通过激波连接至解5, 6; 其参数为  $A = 3.241$ ,  $B = -0.987$ ,  $x_{sd} = 2$ ,  $\alpha_{sd} = 0.502$ ,  $v_{sd} = 1.246$ ,  $x_{su} = 4.045$ ,  $\alpha_{su} = 0.114$ ,  $v_{su} = -0.607$  (解5), 和  $A = 2.173$ ,  $B = -0.143$ ,  $x_{sd} = 2.4$ ,  $\alpha_{sd} = 0.435$ ,  $v_{sd} = 1.479$ ,  $x_{su} = 3.425$ ,  $\alpha_{su} = 0.126$ ,  $v_{su} = 0.136$  (解6)。

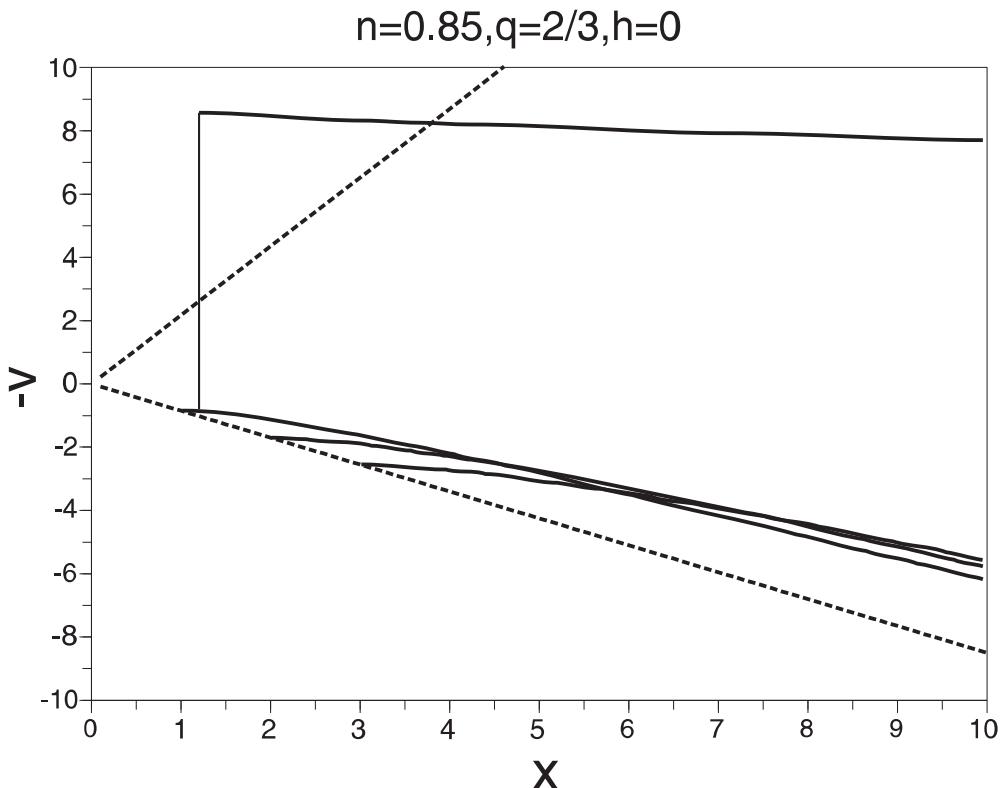


图 3.7 全局空洞解和Einstein-de Sitter 解。参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 4/3$ ,  $q = 2/3$ ,  $h = 0$  和  $C = 1$ 。格式与图3.6 相同。实线是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$ ,  $x^* = 3$ , 参数为  $K = 0.2$  的空洞解。 $x^* = 1$ ,  $K = 0.2$  的空洞解通过激波连接至上游解, 参数为  $A = 0.188$ ,  $B = -12.131$ ,  $x_{\text{sd}} = 1.2$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 3.453$ ,  $v_{\text{sd}} = 0.874$ ,  $x_{\text{su}} = 1.2$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.0524$ ,  $v_{\text{su}} = -8.566$ 。

### 3.3 磁流体空洞边界 $\alpha^* > 0$ 的情形

在有磁场的情况下，空洞边界的行为十分不同。我们的研究表明，磁力在空洞边界处起着十分重要的作用，特别是把在无磁场时普遍遇到的密度发散的问题解决了。在这一节，我们着重比较  $\alpha^* = 0$  和  $\alpha^* > 0$  的两种情形，来看在空洞边界处密度  $\alpha^*$  的变化是如何影响流体的运动的。

#### 3.3.1 参数 $q = 0$ 情形

一系列磁流体自相似空洞解示于图3.8。数值计算表明，在临界线的特征解的速度梯度为一正一负，所以临界线是由鞍点组成的<sup>[58]</sup>。空洞解趋近于临界线时，有两种可能性：一是当解的方向与特征解一致时，会平滑的通过临界线（见图3.8中解1）；二是当解的方向与特征解不一致时，会被临界线“反射”（见图3.8中解2, 3, 4）。类似的，通过临界线的解趋于有限速度解，而未能通过临界线的解趋于Einstein-de Sitter解。原理上，我们可以通过调整空洞边界处的密度来使得空洞解平滑的通过临界线。图3.8中解1和解2的唯一不同是  $\alpha^*$  的值。空洞解也可以被磁流体激波连接至不同的上游解并趋于有限速度解（见图3.8中解5, 6）。

#### 3.3.2 参数 $q > 0$ 的情形

参数  $q = 0.5$  的例子示于图3.9；该例可以与无磁场的情形（图3.6）相比较。同时我们把相对论热的气体  $q = 2/3$  的情形示于图3.10并与无磁场的情形（图3.7）相比较。

这里空洞边界处的密度  $\alpha^*$  可以被设为零，得到LH1解（见图3.9中解2, 3, 4 和图3.10中解1和解2）；或为非零值，得到型如(2-67)–(2-70)的Nq型解（见图3.9中的解2', 3' 和4' 和图3.10中的解1', 1'', 2' 和2''）。与无磁场的情形类似，这些空洞解，如果不碰上临界线，就趋于某一类膨胀解。但是，自由膨胀解中的常数密度  $\alpha_\infty$  是与磁场强度参数  $h$  有关的。这说明，磁场在流体运动中扮演了重要角色。与无磁场情形类似，为了避免速度在远处发散，我们可以用激波把空洞解连接至有限速度解（见3.9中解5, 6, 7 和图3.10中解3, 4, 5），也可使空洞解平滑的通过临界线（见图3.9中解1，并与图3.6中解1相比较）。由图3.9和图3.10，LH1解和Nq型解在速度上是十分类似的，只是在空洞边界附近有所不同。他们都趋于

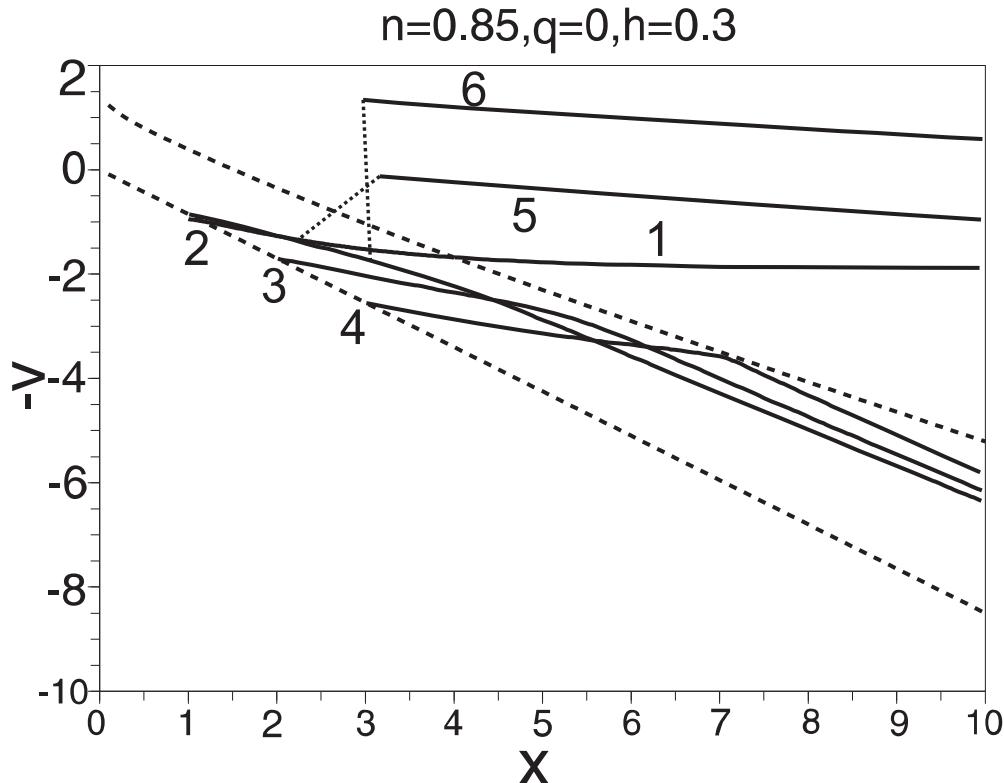


图 3.8 全局磁流体空洞解。参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 1.15$ ,  $q = 0$  和  $h = 0.3$ 。格式与图3.6相同。实线1是边界在  $x^* = 1$  密度为  $\alpha^* = 5$  的空洞解, 在  $x = 4$  平滑的通过临界线, 并趋于参数为  $A = 32$  和  $B = 5.413$  的有限速度解。实线2, 3, 4是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$ ,  $x^* = 3$  密度为  $\alpha^* = 2$  的空洞解。这些解被临界线反射, 并趋于Einstein-de Sitter解( $v = 2x/3$ ,  $\alpha = \text{const}$ )。 $x^* = 1, \alpha^* = 2$  的空洞解通过激波连接至解5和解6; 其参数为  $A = 0.205$ ,  $B = 4.280$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.556$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.714$ ,  $x_{\text{su}} = 3.159$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.191$ ,  $v_{\text{su}} = 0.123$  (解5), 和  $A = 0.169$ ,  $B = 1.128$ ,  $x_{\text{sd}} = 2.2$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.868$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.356$ ,  $x_{\text{su}} = 3.306$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.126$ ,  $v_{\text{su}} = -2.492$  (解6)。

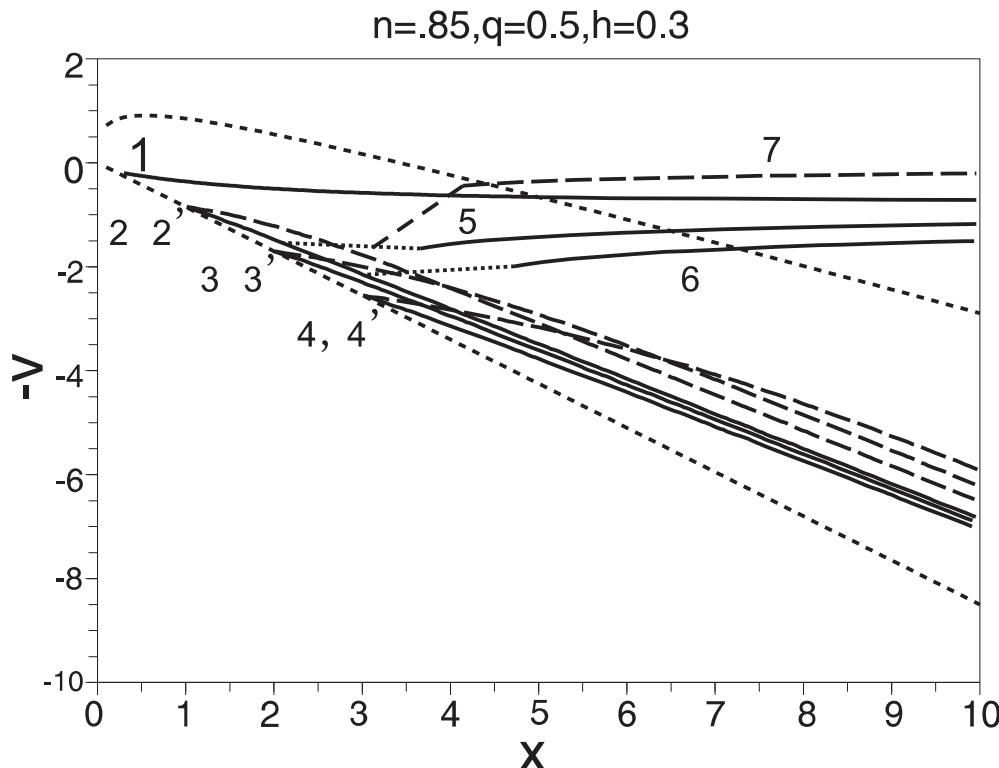


图 3.9 全局磁流体空洞解。参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 1.2875$ ,  $q = 0.5$ ,  $h = 0.3$ 。格式与图3.6相同。实线1是边界在  $x^* = 0.3$  的空洞解, 在  $x = 5$  处平滑的通过临界线, 并趋于参数为  $A = 25.977$  和  $B = 1.147$  的有限速度解。实线2, 3, 4是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$ ,  $x^* = 3$  的磁流体LH1空洞解。虚线2', 3', 4'是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$ ,  $x^* = 3$  密度为  $\alpha^* = 2$  的Nq型空洞解。这些解都趋于在远处密度为  $\alpha_\infty = 0.238$  的自由膨胀解。 $x^* = 1, \alpha^* = 0$  的空洞解(解2)通过激波连接至解5和解6; 其参数为  $A = 0.256$ ,  $B = 1.692$ ,  $x_{\text{sd}} = 2$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.0646$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.475$ ,  $x_{\text{su}} = 3.662$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.0182$ ,  $v_{\text{su}} = 1.648$ (解5), 和  $A = 0.805$ ,  $B = 2.119$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.0943$ ,  $v_{\text{sd}} = 2.142$ ,  $x_{\text{su}} = 4.731$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.0299$ ,  $v_{\text{su}} = 1.991$ (解6)。 $x^* = 1, \alpha^* = 2$  的空洞解(解2')通过激波连接至解7; 其参数为  $A = 2.610$ ,  $B = 0.208$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.292$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.772$ ,  $x_{\text{su}} = 4.142$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.102$ ,  $v_{\text{su}} = 0.445$ 。

同样的膨胀解, 只是平移  $b$  有所不同。

我们来考察  $\alpha^*$  对全局解的影响。通过比较同一空洞边界, 不同  $\alpha^*$  值的空洞解(例如图3.10中的解1, 1', 1'' 和解2, 2', 2''), 我们发现空洞边界处的密度越大, 空洞解趋于膨胀解就越慢。这意味着, 在空洞边界处有越大的密度梯度, 系统就有一个越大的“过渡区”。在过渡区里, 磁力、引力和热压力是同阶的, 相互平衡。我们这一由空洞到外部未受扰动流体的过渡区称为空洞边界层。在边界层之外, 自由膨胀、热膨胀或Einstein-de Sitter解是对渐近行为的好的描述。通过

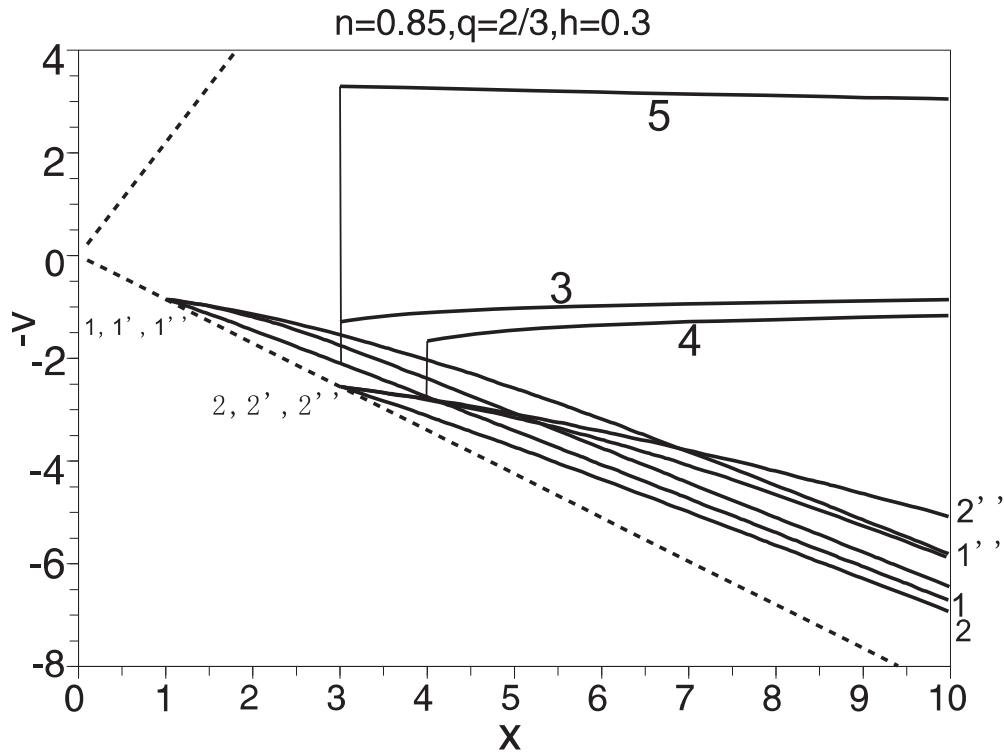


图 3.10 全局磁流体空洞解。参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 4/3$ ,  $q = 2/3$ ,  $h = 0.3$  and  $C = 1$ 。格式与图3.6 相同。在这组参数下, 临界线为  $\alpha = 3.0088$ ,  $v = -2.2087x$ 。实线1, 2 是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 2$  的磁流体LH1空洞解。实线 $1'$ ,  $1''$ ,  $2'$ ,  $2''$  是边界在  $x^* = 1$ ,  $x^* = 3$  的密度分别为  $\alpha^* = 2$  和  $\alpha^* = 10$  的Nq型磁流体空洞解。这些解都趋于Einstein-de Sitter 解。 $x^* = 1, \alpha^* = 0$  的空洞解(解1)通过激波连接至解3, 4; 其参数为  $A = 0.379$ ,  $B = 1.255$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.114$ ,  $v_{\text{sd}} = 2.095$ ,  $x_{\text{su}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.0413$ ,  $v_{\text{su}} = 1.292$  (解3),  $A = 0.848$ ,  $B = 1.680$ ,  $x_{\text{sd}} = 4$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.123$ ,  $v_{\text{sd}} = 2.750$ ,  $x_{\text{su}} = 4$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.0459$ ,  $v_{\text{su}} = 1.661$  (解4)。 $x^* = 1, \alpha^* = 10$  (解 $1''$ ) 通过激波连接至解5; 其参数为  $A = 2.699$ ,  $B = -4.921$ ,  $x_{\text{sd}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{sd}} = 0.864$ ,  $v_{\text{sd}} = 1.544$ ,  $x_{\text{su}} = 3$ ,  $\alpha_{\text{su}} = 0.149$ ,  $v_{\text{su}} = -3.298$ 。

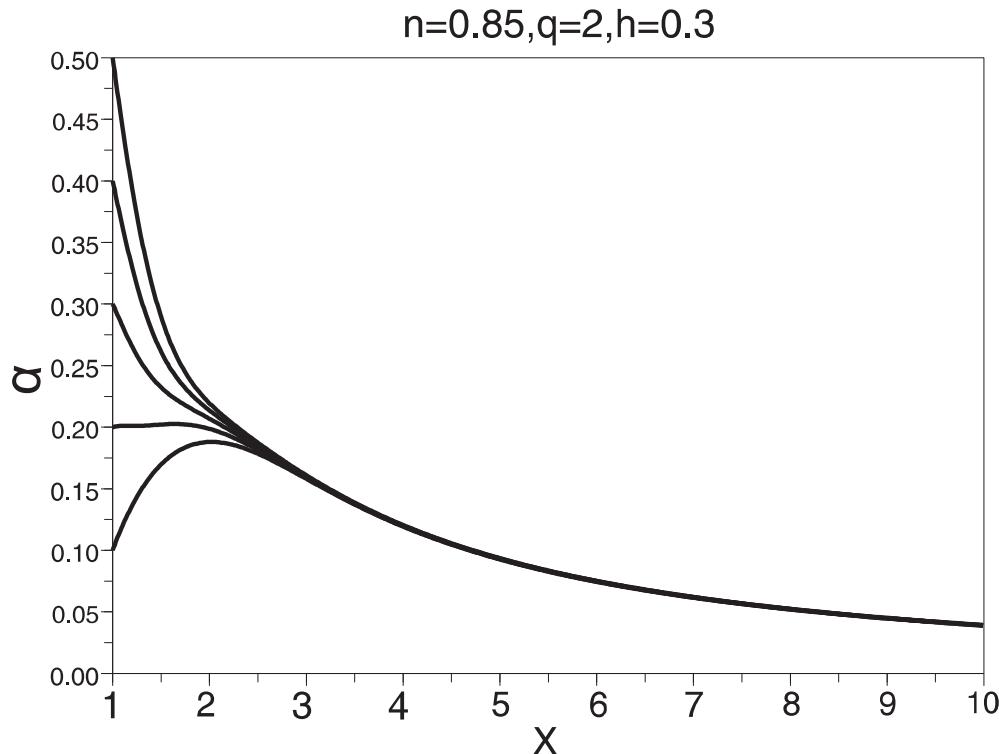


图 3.11  $\alpha^*$  的值对空洞解的影响。这些解的自相似参数为  $n = 0.85$ ,  $\gamma = 1.7$ ,  $q = 2$ ,  $h = 0.3$ ; 空洞边界在  $x^* = 1$ , 密度分别为  $\alpha^* = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ 。本例中, 系统里不存在临界线。由图可见, 当  $x > 2.5$ , 五个空洞解就不可分辨了; 所以空洞边界附近的密度只能影响到  $1 < x < 2.5$  的范围。

加入磁流体激波, 这些解可以被连接到外流(例如图3.10 中解3, 4) 或内流(例如图3.10 中解5)。上游流体的动力学行为由空洞大小  $x^*$ , 空洞附近密度  $\alpha^*$  和激波位置  $x_{sd}$  决定。由同样的空洞出发, 通过调整  $\alpha^*$ , 可以使解平滑的通过临界线(例如图3.8 中解1)。

进一步的, 我们对不同的  $\alpha^*$  值在同样的其他参数下得到空洞解, 示于图3.11。这些空洞解在大  $x$  处是十分类似的, 都可以很好的被热膨胀解表达。所以, 大尺度的流体运动是不受空洞边界的性质影响的; 这与我们的物理直观也是相符的。所以,  $\alpha^*$  的值只影响了空洞边界层的运动。在实际的天体系统的, 因为扩散是不可避免的, 所以空洞边界附近区域的流动可能不是自相似的。所以, 我们更倾向于把  $\alpha^*$  的选择看到单纯的积分起点。研究  $\alpha^*$  和产生空洞的条件, 例如密度扰动、超新星爆发或恒星风的关系, 也是很有意义的。

### 3.4 天体物理应用

上述几章中获得的自相似空洞解可以用来描述各种尺度的包含空洞的天体物理系统。能够考虑的问题的尺度的上限是宇宙膨胀还可以忽略。本章在一定近似条件下得到的自相似解，可以作为更复杂的数值模拟的测试例子。

首先，我们的空洞解可以描述中微子脱耦以后的中心塌缩型超新星爆发的过程。物理图景是，最初中心塌缩产生的高能中微子推动了恒星的爆发，并很快与重子物质脱耦并逃逸。略去中央的中子星或黑洞的引力影响，可以将高能中微子逃逸后留下的空腔看成是空洞；所以可以用自相似空洞解描述超新星激波在有空洞的恒星包层中的运动，及其冲出恒星表面的过程。在本文的第五章我们对该应用做具体的分析。

我们在广义多方状态方程下得到的激波空洞解可以用来描述行星状星云。在恒星演化的晚期，恒星发出强的快恒星风，并且还有强的紫外辐射。快的恒星风赶上慢的已经被电离的恒星风，会形成快风组成的热泡<sup>[88]</sup>。Chevalier<sup>[78]</sup>在略去流体自引力的条件下，给出了等温自相似解，研究了行星状星云的膨胀。在之前的研究中，快风和慢风接触的地方被认为是接触间断性。在本文的理论框架下，接触间断的条件是 $nx - v = 0$ ，即空洞边界。所以，我们的空洞解是对文[78]至少在两个角度上的推广：首先，我们的解是考虑了流体的自引力的。我们的解指出，快风的引力作用是可以忽略的；其次，我们的解是在更为一般的状态方程下得到的，能够适用于不同的流体能量交换条件，例如，我们的解可以研究行星状星云的温度分布。本章中得到的磁流体空洞解可以描述行星状星云在恒星风和光致电离的共同作用下的自相似运动。

本章的空洞解还可以应用于在新形成的恒星周围的氢II区的膨胀，即“香槟流”<sup>[34]</sup>。其物理图景是，恒星一旦形成，其发出的大量的紫外光子就将周围的星际介质电离并加热，使得电离氢向外膨胀，形成激波。在光致电离和恒星风的共同作用下，香槟流的中心有可能形成空洞。用自相似解描述香槟流，特别是用空洞解描述恒星风的影响，将在下一章中具体讨论。

最后，我们强调指出，LH1解和LH2显示出来的壳层形态可以描述壳层型超新星遗迹；见图3.1, 3.2, 3.4 和3.5。这些空洞解都在空洞边界处密度为零，所以相比于其他解，他们的空洞边界有着更好的连续性。LH1解只在磁流体的情况下才有，说明磁场在形成这类型的壳层结构是起到重要作用。因为壳层型超新星遗

迹占到了超新星遗迹的大部分，而且星际介质是普遍有磁场的，所以我们的解给出了这一大类的系统的理论描述。在  $q > 2/3$  的情形，LH1解在远处趋于热膨胀解。这类解不会遇到临界线，说明整个解都是亚（磁）声速的。该解也不能够通过激波与有限速度解相连。实际上，超新星遗迹是被星系介质包围的。

作为小结，本章给出了各种参数条件下的磁流体自相似激波空洞解的具体例子。我们分别讨论了空洞密度为零和其他两种情况。当  $\alpha^* = 0$ ，我们在得到  $q > 0, h \neq 0$  时得到LH1解，在  $q < 0$  时得到LH2解。对于LH1解，空洞边界是临界线；对于LH2解，空洞附近热压强起主要作用。LH1解和LH2解都有壳层形态；壳层宽度取决于参数  $h$  和  $q$ 。壳层也随着自相似的演化而变大。当  $\alpha^* \neq 0, h = 0$ ，空洞边界分为N型( $q = 0$ ) 和D型( $q > 0$ )。D型空洞边界处的密度是发散的，说明在边界处发生了扩散的现象。不论N型或D型，空洞附近热压强起主要作用。事实上，LH2解、N型解和D型解的形式是相同的，他们分别是在  $q < 0, q = 0$  和  $q > 0$  情况下的表现。所以，只要没有磁场，在空洞边界处热压强就起主导作用。当  $\alpha^* \neq 0, h \neq 0$ ，磁力在空洞边界变得同样重要，而D型解也不再出现。

空洞解可以平滑的通过临界线，也可能由磁流体激波越过临界线。空洞解经过临界线后，即趋于有限速度解。如果空洞解不经过临界线，必然趋于某一类膨胀解。膨胀解的共同性质是，外流速度和半径成正比。当  $q < 2/3$ ，存在自由膨胀解，其热压强可以忽略；当  $q > 2/3$ ，存在热膨胀解，其热压强起主导作用；当  $q = 2/3$ ，Einstein-de Sitter 解存在。我们可以通过调整空洞参数或激波参数，使得空洞解在远处趋于不同的流动形式，包括内流、外流、收缩和微风。

## 第4章 氢II区的香槟流

作为空洞解的一个主要应用，本章我们讨论星际介质中氢II区香槟流（Champagne Flows）。大质量恒星形成以后，会放出大量的紫外光子，将周围的星云介质电离并加热；被加热的星际介质将失去动力学平衡，从而开始向外流动。同时，大质量恒星还会发出强烈的恒星风，也驱动星际介质的外流。在电离的星际介质中会产生激波；激波加速电离物质以超声速外流的过程即称为“香槟流”。

### 4.1 背景介绍

大质量恒星是与致密( $\sim 0.1 - 1 \text{ pc}$ )、超致密( $\leq 0.15 \text{ pc}$ )氢II区成协的<sup>[89]</sup>。许多射电观测<sup>[35,90]</sup>发现了在明亮的氢II区中的激波的特征。上世纪70年代末、80年代初，一些理论模型出现，来解释观测到的氢II区的外流和激波的现象，其中就包括香槟流理论<sup>[37,38,91]</sup>。后续观测倾向于支持香槟流理论，例如对氢II区G29.96-0.02, Sh2-158, G84.9+0.5, S236 的观测<sup>[42,92-94]</sup>。

Tenorio-Tagle<sup>[37]</sup>将香槟流分成R型和D型。对于R型香槟流，气体迅速被全部电离（即电离阵面很快达到无限远）；而对于D型香槟流，电离阵面被束缚在气团中，而形成内部为电离气体，外部为中性气体的结构。在氢II区的形成阶段，电离阵面属于R型还是D型取决于电离光子的流强、气体的不透明度、气体的密度分布和气团的大小<sup>[41]</sup>。在氢II区的膨胀阶段，初始密度分布满足 $\rho \propto r^{-l}$  其中 $l > 3/2$ 的是“密度包围”的<sup>[41,95]</sup>。这时，D型电离阵面可能转化成弱的R型电离阵面；这样一来，完全电离的气体开始膨胀并形成向外传播的激波，即形成“香槟流”<sup>[39]</sup>。文[42]的观测表明，如果电离阵面突然遇到很大的负密度梯度（即密度突然下降得很快），不对称的香槟流就会发生。观测<sup>[35]</sup>表明，16%的氢II区存在的不对称的彗星状的结构；Arthur等人<sup>[44]</sup>对这样的结构作了数值模拟。如果 $l < 3/2$ ，氢II区是“电离包围”的，即紫外光子被束缚在一定的范围内。这时，电离区域以 $t^{4/(7-2l)}$ 的规律膨胀<sup>[41]</sup>。本文的理论模型并未讨论气体的不均匀组成，所以在应用到香槟流的问题上时，我们假定气体在恒星形成时即迅速被完全电

离，即  $l > 3/2$ 。

Tsai和Shu等人<sup>[33,61]</sup>研究了等温星云中的自相似球对称香槟流。他们略去了中央天体的质量，假定气团初始的时候是静止的，各处均匀被新生的恒星加热高温。在这样的理想条件下，他们获得了自相似膨胀解（LP类解）和激波，来描述香槟流。因为自相似变换本身的局限性，初始密度分布只能是  $\rho \propto r^{-2}$ 。Shu等人<sup>[33]</sup>为了研究更广泛的密度分布情况，进一步略去了气团的自引力，使用另一种自相似变换（称为不变形式），获得了相应的解。他们的理论处理虽然可行，但是过于理想化。首先，把产生香槟流的气团视为等温气体是个很强的假设；对NGC 6334F的观测表明，由氢II区中央到边缘有很大的温度梯度；其次，我们需要研究在不略去流体自引力的前提下，考虑更广泛的密度分布的方法；再次，恒星风在星际介质的运动中起到很大的作用，应当将恒星分包含在理论模型中。本文的理论模型可以解决上述困难。由于本文使用了广义多方状态方程，并在传统多方的情况下获得了LP类解，所以本文可以描述更广泛的密度分布和温度梯度。

我们认为，在光致电离和恒星风的共同作用下，氢II区中央会形成空洞。在恒星形成的时候，假定半径  $r_0$  内的物质都落入了原恒星中，坍缩成为恒星的一部分。在恒星点亮以后，气体温度大大升高，相应的Bondi-Parker半径大大减小，即中央恒星引力的影响范围大大减小。所以对于在  $r_0$  以外的气体而言，可以略去中央恒星引力的影响，而  $r_0$  之内就能被抽象称为空洞。随着演化的继续，恒星风将继续推动空洞膨胀，使得香槟流变为一个膨胀的壳层结构。观测<sup>[35,42]</sup>和数值模拟<sup>[96]</sup>都说明空洞在氢II区中央存在。Chevalier<sup>[78]</sup>在对行星状星云的研究中提出的快风追上慢风形成接触间断面的概念，与这里的空洞边界的概念是类似的。以下我们分别讨论不含空洞和包含空洞的两种的香槟流理论模型，再跟数值模拟进行对比。在香槟流的研究过程中，一般不考虑磁场；在本章中如不特别说明，都设  $h = 0$ ；本章最后将简单讨论磁场的效应。

## 4.2 星云中多方香槟流模型

在这一节中，我们首先讨论不考虑中央空洞的香槟流。略去中央恒星的引力，假定整个系统初始是静止的，系统的边界条件就是式(2-30)，所以我们

用LP类解为下游，用有限速度解为上游，建立激波把两支解连接起来，以获得对自相似香槟流的描述。LP类解中唯一的自由参数是 $\alpha_0$ ，即中心处的质量密度。

由有限速度解(2-20)–(2-21)，密度的初始分布满足 $\rho \propto r^l = r^{-2/n}$ 。因为对传统多方气体有 $n + \gamma = 2$ ，参数 $n$ 即与多方指数 $\gamma$ 直接相关；而多方指数 $\gamma$ 取决于流体的能量交换过程。物理上要求 $\gamma \geq 1$ ，所以对传统多方，我们要求 $n \leq 1$ ；广义多方情况则无此要求。从物理上，气团的初始质量分布被发生在 $t = 0$ 之前的恒星形成过程和其他能量交换过程影响。因为有 $l = -2/n$ ，我们认为能量交换过程在恒星点亮之后并未发生变化；这在物理上是恰当的，因为气体在恒星形成之初就被完全电离了。参数 $n$ 的取值范围为 $2/3 < n < 2$ ，对应于密度分布指数 $1 < l < 3$ ；这覆盖了氢II区的整个密度分布范围<sup>[97,98]</sup>。Franco等人<sup>[41]</sup>指出密度分布指数满足 $3/2 < l < 3$ （即 $2/3 < n < 4/3$ ）的气团有弱激波香槟流； $l > 3$ 导致强激波香槟流。因为我们要求气团是“密度包围”的，应当设 $2/3 < n < 4/3$ 。

当 $2/3 < n < 1$ （即 $2 < l < 3$ ）我们可以自由选择有限速度解(2-20)–(2-21)中的速度参数 $B$ ；而在等温或 $n > 1$ 的情况下必须将 $B$ 设为零。这使得多方气体与等温气体有了本质的不同<sup>[33,61]</sup>。射电观测<sup>[85]</sup>表明超致密氢II区的密度分布满足 $2 \leq l \leq 3$ ；所以我们优先考虑 $2/3 < n < 1$ 的情形。综上，满足 $3/2 < l < 3$ 的气体云有自相似的香槟流；满足 $l \geq 3$ 的气体云有非自相似的香槟流。当 $n < 1$ ，对于一个确定的下游LP类解（选定 $\alpha_0$ ），激波的位置（或速度）可以有不同的取值，对应于不同的上游自相似解。我们下面用两种方式讨论。首先，确定 $\alpha_0$ ，我们考察激波位置与大 $x$ 处自相似运动的关系。然后，确定激波位置，我们考察中央密度与大 $x$ 处自相似运动的关系。注意大 $x$ 处的自相似运动也对应于初始条件。作为例子，我们设 $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$ 。我们也用类似的方法研究了 $n = 0.7$ 和 $n = 0.8$ 的情形，发现结果是类似的。

### 4.2.1 固定 $\alpha_0$ 值

确定 $\alpha_0$ ，LP类解可以通过标准的数值积分获得。LP类解会在某一 $x_{\max}$ 遇到临界线， $x_{\max}$ 取决于 $\alpha_0$ 。我们可以把激波面位置设为 $x_{sd} < x_{\max}$ 。以 $n = 0.9$ 和 $\alpha_0 = 1$ 为例，我们获得了一系列的解，见图4.1和表4.1。 $x_{sd}$ 是无量纲的激波位置；由它可以定处在任意时刻的激波位置，或者激波面的膨胀速度。激波速度是 $dr_s/dt = nk_d^{1/2} x_{sd} t^{n-1}$ 。当 $n < 1$ 激波面是减速膨胀的；激波面的速度正比于 $x_{sd}$ 。

表 4.1 全局香槟流解的相关数据。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $\alpha_0 = 1$ 。

$A$	$B$	$x_{sd}$	$\alpha_{sd}$	$v_{sd}$	$x_{su}$	$\alpha_{su}$	$v_{su}$
0.9902	-0.7699	2	0.8416	1.3019	2.0693	0.2005	-0.3012
1.3501	-0.2267	2.2	0.8172	1.4266	2.2446	0.2404	0.1004
1.5357	0	2.2869	0.8068	1.4805	2.3234	0.2586	0.2599
2.0109	0.4767	2.4732	0.7848	1.5956	2.4964	0.2993	0.5789
2.474	0.8577	2.6232	0.7678	1.688	2.6387	0.3336	0.8172
3.0224	1.2416	2.7731	0.7516	1.7803	2.7832	0.369	1.0425
3.6696	1.6323	2.9231	0.7363	1.8728	2.9292	0.4054	1.2568
4.0455	1.8367	3	0.729	1.9204	3.0047	0.4243	1.3629

由于要模拟外流，我们希望在激波上游获得正的速度。我们发现，下游激波面位置  $x_{sd}$  有两个方面的最小值。首先，我们的大量数值计算表明，存在最小值  $x_{min1}$ ，对  $x_{sd} < x_{min1}$ ，根据激波连接条件计算处的相应的上游激波位置  $x_{su}$  变成了复数。为了得到实的  $x_{su}$ ，激波面下游的物理量  $(x_{sd}, \alpha_d, v_d)$  应满足

$$(1 - \gamma)\alpha_d^{\gamma-1} + 2(nx_{sd} - v_d)^2 > 0. \quad (4-1)$$

如果  $\gamma < 1$  (非物理) 和  $\gamma = 1$  (等温)，不等式(4-1) 是自然满足的；如果  $\gamma > 1$  或  $n < 1$ ，这个条件并不总是满足的。在激波参照系中下游的马赫数  $\mathcal{M}_d$  为

$$\mathcal{M}_d^2 = \frac{(nx_{sd} - v_d)^2}{\gamma\alpha_d^{\gamma-1}}. \quad (4-2)$$

不等式(4-1) 可以用下游马赫数表示为  $1 > \mathcal{M}_d^2 > (\gamma - 1)/(2\gamma)$ 。下游马赫数和上游马赫数满足关系<sup>[70]</sup>

$$\mathcal{M}_d^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)\mathcal{M}_u^2}{2\gamma\mathcal{M}_u^2 - (\gamma - 1)}. \quad (4-3)$$

自然地，上游马赫数的变化范围是  $1 < \mathcal{M}_u^2 < +\infty$ 。根据上式，我们自然的就能得到下游马赫数的范围，与前面的分析相符。因为我们的积分从  $x = 0$  开始，边界条件是  $\alpha = \alpha_0$  和  $v = 0$ ，所以下游的解在  $x$  充分小时并不满足不等式(4-1)。 $x_{min1}$  是满足不等式(4-1) 的最小  $x$ ；该值由  $\alpha_0$  唯一确定。所以，对于某一LP类解，可以在  $x_{min1} < x_{sd} < x_{max}$  内选定下游激波面位置，建立自相似激波通过奇异面，并与不同的上游自相似解连接。

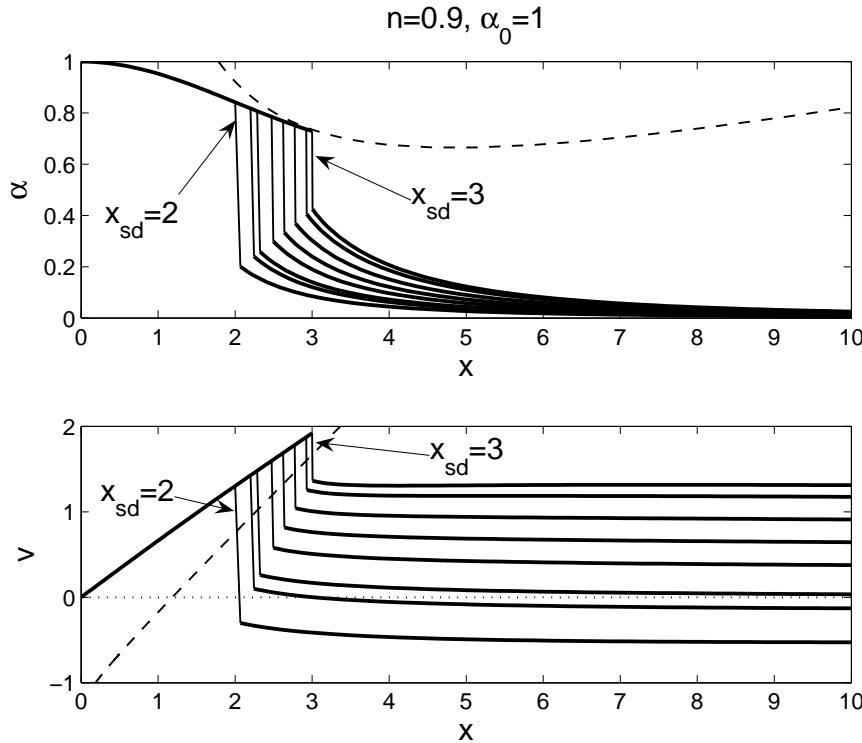


图 4.1 全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $\alpha_0 = 1$ 。虚线表示临界线; 下图中的点线表示  $v = 0$ 。下游解是 LP 类解, 通过激波与不同的上游解相连; 连接用细线表示。在每一分图中, 上游解从上到下分别对应于  $x_{sd}=3, 2.923, 2.773, 2.623, 2.473, 2.287, 2.2$  和 2。特别的,  $x_{sd} = 2.287$  对应的上游解是微风。相关参数见表4.1。

系统的数值实验表明, 上游的流速随着激波位置变大单调上升。表4.1清楚的显示了参数  $B$  的变化趋势。所以存在另一个最小的下游激波位置  $x_{min2}$ , 使得对于  $x_{sd} > x_{min2}$ , 上游解趋于  $B > 0$  的渐近解, 即外流; 反之如果  $x_{sd} < x_{min2}$ , 上游解趋于  $B < 0$  的渐近解, 即内流。因为  $B$  随  $x_{sd}$  是连续单调变化的, 所以当  $x_{sd} = x_{min2}$  上游解趋于  $B = 0$  的渐近解, 即“微风”<sup>①</sup>或“收缩”<sup>②</sup>。得到微风的条件是质量参数满足

$$A < A_s \equiv \left[ \frac{n^2}{2\gamma(3n-2)} \right]^{-1/n}. \quad (4-4)$$

当  $A = A_s$ , 我们将获得完全静止的上游解。

总之, 在  $n < 1$  时, 有三种可能性: 第一,  $x_{min1} > x_{min2}$ , 则所有可能的激波连

① 慢的外流:  $B = 0$ , 且  $v > 0$

② 慢的内流:  $B = 0$ , 且  $v < 0$

接都将对应于外流；第二， $x_{\min 1} < x_{\min 2}$ ，则上游可能是外流、内流、微风或收缩；第三，如果 $x_{\min 1}$  或 $x_{\min 2}$  中任意一个大于 $x_{\max}$ ，全局的香槟流解就不存在。在等温的情形下 $n = 1$ ，我们设 $B = 0$ ，上游只可能是微风或收缩，而且激波位置是唯一确定的，即 $x_{sd} = x_{\min 2}$ ，与Shu等人<sup>[33]</sup>的分析相符。

传统意义上的香槟流要求整个流体都是外流的。数值模拟<sup>[40]</sup>一般假设在 $t = 0^+$ 时大质量恒星形成，流体处于静止状态。在 $t > 0^+$ ，流体被恒星发出的紫外光子电离和加热，并开始膨胀。根据这个情景，我们要求整个上游都是外流。但是，鉴于在数值实验中我们发现上游也可能出现内流或收缩的行为，我们建议发生香槟流的氢II区的气团的外部也可能有向内的速度。事实上，在恒星形成的时候，甚至恒星形成了一段时间以后，周围气体云可能继续朝中心塌缩<sup>[66]</sup>。恒星点亮以后，气团的内部可能很快被加热并开始膨胀，但是外部由于惯性可能还在向里塌缩。下游是LP类解，上游趋于内流或收缩的解与这种情景相符。我们把这类全局香槟流解称为“坍缩包层内的激波膨胀解”(Inner Shock Expansions in a Collapsing Envelope: ISECE)。在图4.1所示的情形，我们得到 $x_{\min 1} = 0.95$ ,  $x_{\min 2} = 2.287$  以及 $x_{\max} = 3$ 。在范围 $2.287 < x_{sd} < 3$  内的激波给出经典的香槟流；在范围 $0.95 < x_{sd} < 2.287$  给出ISECE解。对 $n = 0.9$ ，我们有 $A_s = 2.042$ ；当 $x_{sd} = x_{\min 2}$ ，数值计算得到 $A = 1.536 < A_s$ ，所以上游解趋于微风，是经典的香槟流。

事实上，我们可以进一步把ISECE解分成两类：(1) 上游在靠近激波的地方是外流，在远处渐近的变为内流，例如图4.1中满足 $x_{sd} = 2.2$  的解；(2) 整个上游都是内流，例如图4.1中满足 $x_{sd} = 2$  的解。对于类型(1)，存在一个静止点 $x_{stg}$ ，在这一点径向速度为零。对于上述 $x_{sd} = 2.2$  的解， $x_{stg} \sim 3$ 。根据自相似变换(2-6)，这个静止点 $r_{stg} = k^{1/2} t^n x_{stg}$  以自相似的方式向外运动。如果激波较强，类型(1)可能会出现，因为激波加速外部气体，使其由下落变成外流，并且使得静止点与激波面以一样的自相似规律向外运动。如果激波较弱，无法改变外部气体的运动方向，就会出现类型(2)。总之，我们建议ISECE解描述了一类氢II区的运动规律<sup>[66,99]</sup>。

由图4.1 和表4.1，当 $x_{sd}$  变大，激波面上游的物理量 $v_{su}$  和 $\alpha_{su}$  也变大，质量参数 $A$  和速度参数 $B$  也变大。在所有我们研究的数值例子中，这是一个普遍的现象。反过来说，一旦选定了参数 $A$  和 $B$ ，激波位置 $x_{sd}$  也就唯一确定了。这说明，

表 4.2 全局香槟流解的相关数据。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $x_{sd} = 3$ 。

$\alpha_0$	$A$	$B$	$x_{sd}$	$\alpha_{sd}$	$v_{sd}$	$x_{su}$	$\alpha_{su}$	$v_{su}$
0.00001	0.0002532	1.145	3	0.0001	2.3469	3.0609	0.000030184	1.5294
0.0001	0.001735	0.9499	3	0.0007	2.3152	3.064	0.0001993	1.3959
0.001	0.01243	0.7205	3	0.0049	2.2821	3.0693	0.001372	1.2353
0.01	0.0912	0.4713	3	0.0358	2.2449	3.0746	0.009752	1.0536
0.04	0.3045	0.3899	3	0.1154	2.2135	3.0715	0.03192	0.9641
0.5	2.4053	1.1453	3	0.6048	2.0444	3.0197	0.2556	1.1567
1	4.0455	1.8367	3	0.729	1.9204	3.0047	0.4244	1.3629
1.5	5.5009	2.406	3	0.7512	1.8166	3.008	0.5556	1.5059
2	6.9587	2.9308	3	0.7414	1.7274	3	0.6606	1.6083
2.5	8.5684	3.4633	3	0.7588	1.562	2.8444	0.7086	1.4913

激波的速度（或称强度）被初始条件（即  $A$  和  $B$ ）唯一确定。初始外流速度大的系统有更大的激波速度（或更强的激波）。

#### 4.2.2 固定激波位置或速度

图4.2 显示了固定激波位置或速度，用不同的LP类解获得的不同的全局香槟流解。当  $\alpha_0 > 2/3$ ,  $\alpha$  随  $x$  减少；当  $\alpha_0 < 2/3$ ,  $\alpha$  随  $x$  增加。 $\alpha_0$  越大，LP类解就越早碰上临界线；所以  $\alpha_0$  不能过大，否则在到达预设的激波位置之前下游解就碰上临界线了。对于图4.2 的情形，我们要求  $\alpha_0 < 2.5$ 。

由图4.2 和表4.2, 当  $\alpha_0$  变大，激波面上游的密度  $\alpha_{su}$  和上游趋于的质量参数  $A$  都变大；但是激波面上游的速度  $v_{su}$  和速度参数  $B$  先变小后变大。 $v_{su}$  和  $B$  本身是正相关的。在  $\alpha_0 = 0.04$  时， $v_{su}$  和  $B$  达到最小值。这里我们发现，选定激波位置  $x_{sd}$ , 有可能使得上游只可能是外流。在等温气体的情况<sup>[33]</sup>，如果  $\alpha_0 \rightarrow 0^+$ ，则  $A$  趋于零。在多方气体动力学过程中我们也得到相同的结论。

基于对等温气体  $\alpha_0 \rightarrow 0^+$  情况的数值研究，Shu等人<sup>[33]</sup>认为对于小中央密度的情形流体的自引力可以忽略，并由此发展出了所谓“不变形式”。如前所述，不变形式的好处在于，它可以在等温条件下模拟初始密度指数  $l$  不为2的情况。我们也对多方情形做了类似的不变形式变换（见本章最后一节），发现对所有的非等温情况  $n \neq 1$ ，密度指数  $l$  必须等于  $2/n$  才能使变换成为自相似的。这样一来，

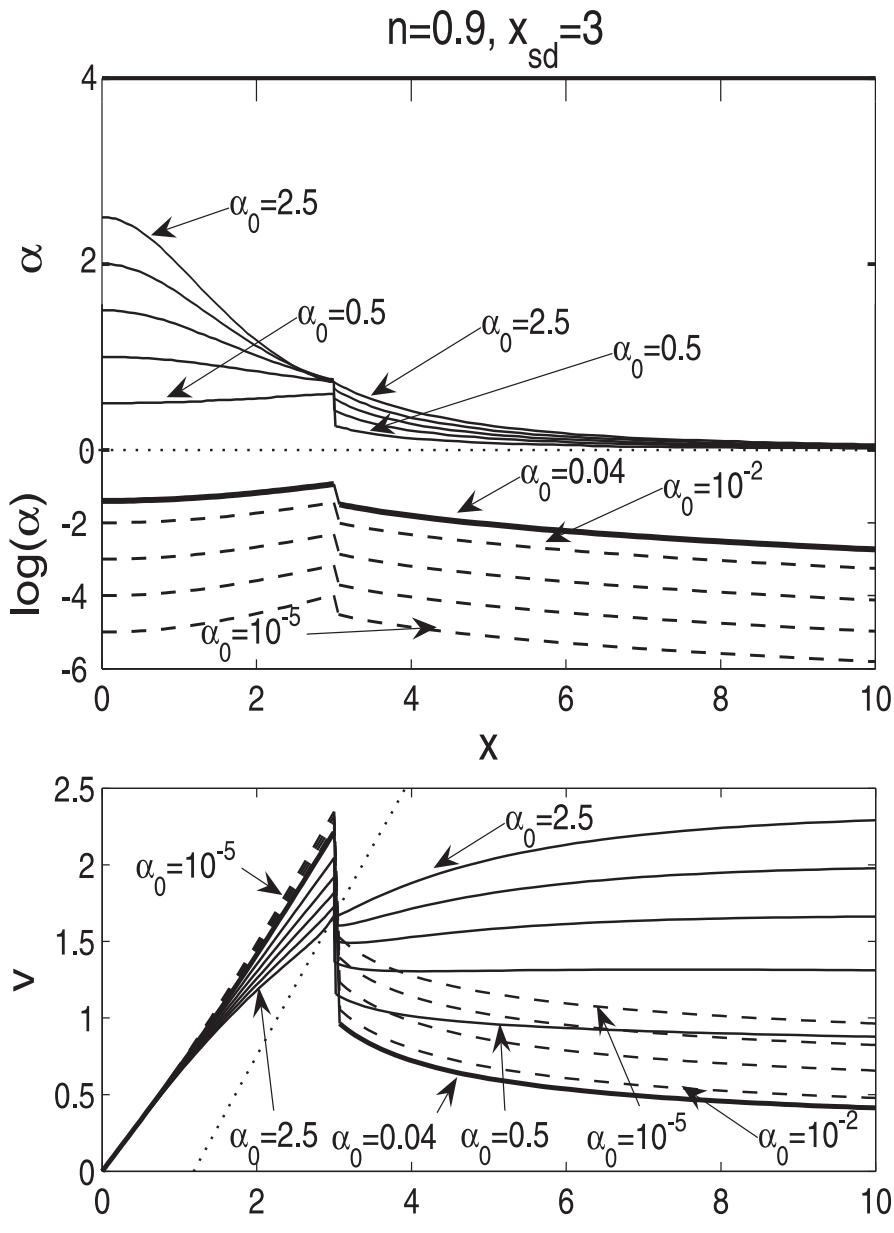


图 4.2 全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $x_{sd} = 3$ 。上图中点线是  $\alpha = 0$ , 将该图分成两部分; 这两部分的纵坐标是不同的 (上半部分是线性的, 下半部分是对数的)。下图中点线是临界线。下游的实线是LP类解, 参数分别是  $\alpha_0 = 0.5, 1, 1.5, 2$  和  $2.5$  (对上图由下到上; 对下图由上到下)。右边的实线是相应的上游的解(对上下两图都由下到上)。下游的虚线也是LP类解, 参数分别是  $\alpha_0 = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ , 和  $10^{-2}$  (对上图由下到上; 对下图由上到下)。右边的虚线是相应的上游的解(对上图由下到上; 对下图由上到下)。上下两图中的粗线都代表满足  $\alpha_0 = 0.04$  的解; 该解有最小的上游速度和最小的  $B$ 。相关参数见表4.2。

不变形式得到的密度指数与本文的自相似变换得到的密度指数是一致的。这说明，不变形式在非等温情况下并无特别的优点，而且还必须略去流体自引力，引起不必要的假设。模拟初始密度指数不等于2的气团的目标在多方情形下是很容易达到的，因为 $n$  在 $2/3 < n < 4/3$  中变化，可覆盖 $3/2 < l < 3$ 。在应用我们的多方自相似解时，不需要假设流体自引力可忽略，也就不需要假设流体中心处密度很低，即 $\alpha_0 \rightarrow 0^+$ 。所以，本文得到的自相似解有更广泛的应用范围。下面，我们还将看到， $\alpha_0 \rightarrow 0^+$  的情况可以更好的用空洞解来模拟，因为空洞解即忽略了中央低密度部分气体的引力，又考虑了外层高密度气体的引力。

在等温情形<sup>[33]</sup>，上游是静止的香槟流解对应于最大的 $\alpha_0$ 。在 $n = 0.9$  的多方情形，我们也可以找到相应的极值。我们现在要求上游 $B = 0$ ，这样对任一 $\alpha_0$  激波位置 $x_{sd}$  都是唯一确定的。图4.3 和表4.3 示出这样的一族香槟流解。随着 $\alpha_0$  的增加，上游部分逐渐由微风变为静止，再变为收缩。如果按照经典香槟流的图景要求向外的流速，则自然的要求 $\alpha_0$  不能太大。这里我们找到的临界值为 $\alpha_0 = 3.13$ ；对该值，上游是静止的。该临界值取决于自相似参数 $n$ 。对 $\alpha_0 > 3.13$ ，上游是收缩，或者ISECE解(见图4.3 中虚线)。所以，Shu等人<sup>[33]</sup>得到的解是在 $B = 0$  和 $n = 1$  时得到的特殊情况，都是“微风”香槟流解。对于 $2/3 < n < 1$  或 $2 < l < 3$ ，有更多可能形式的香槟流。

上游完全静止的这一个特殊解的物理意义是清楚的。气体包层初始是出于流体静平衡状态的。由光致电离导致的激波在静止的气体包层中向外传播。在激波面内，气体被加热，熵大大增加。激波面外的气体未受扰动，所以保持静止。这样的特殊解对每一组自相似参数只有一个。由表4.3 我们看到当 $\alpha_0$  增加， $x_{min2}$  减小。同时，数值模拟发现 $x_{min1}$  随 $\alpha_0$  增加而增加。所以，我们预期对足够大的 $\alpha_0$ ， $x_{min2}$  会变得比 $x_{min1}$  小，这样ISECE解就不存在了。

### 4.3 包含空洞的香槟流

我们现在考虑包含空洞的多方自相似香槟流，即考虑流体自引力和热压强，模拟一个包含中央空洞的有激波的氢II区。我们在空洞边界 $x^*$  开始积分，把空洞解(2-58)–(2-59) 作为下游，通过激波连接到上游的有限速度解。空洞解(2-58)–(2-59) 与LP类解(2-18)–(2-19) 有本质的不同；速度与 $x$  (或 $x - x^*$ ) 的正

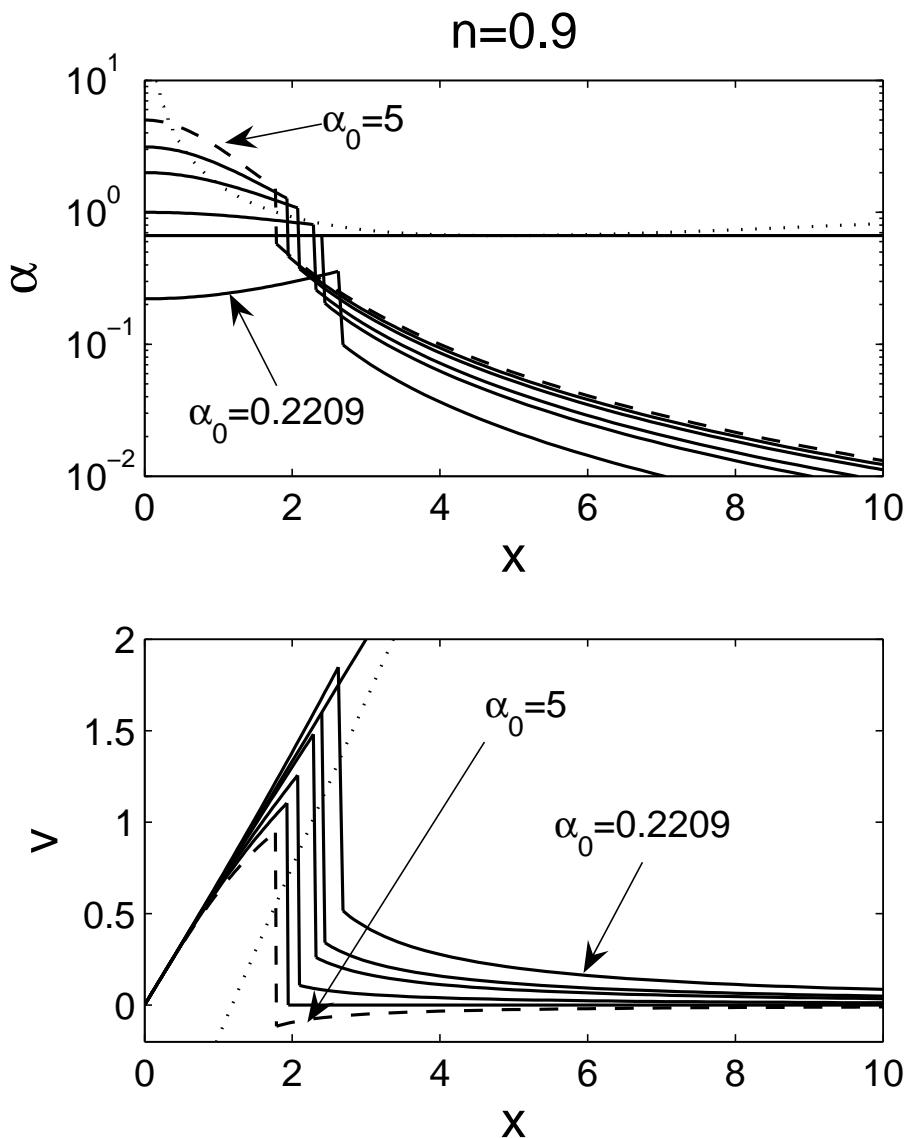


图 4.3 全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $B = 0$  (上游是微风或收缩)。在上下两图中点线都是临界线。下游的LP类解分别满足  $\alpha_0 = 0.2209, 2/3, 1, 2, 3.13$  和  $5$  (对上图由下到上; 对下图由上到下)。相关参数见表4.3。对满足  $\alpha_0 = 3.13$  的解, 上游是静止的。当  $\alpha_0 > 3.13$ , 上游是收缩(虚线); 当  $\alpha_0 < 3.13$ , 上游是微风(实线)。

表 4.3 全局香槟流解的相关数据。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $B = 0$  (上游是微风或收缩)。

$\alpha_0$	$A$	$B$	$x_{sd}$	$\alpha_{sd}$	$v_{sd}$	$x_{su}$	$\alpha_{su}$	$v_{su}$
0.2209	0.7550	0	2.6250	0.3571	1.8473	2.6873	0.0990	0.5153
2/3	1.3240	0	2.3986	0.6667	1.5991	2.4419	0.2045	0.3407
1	1.5357	0	2.2869	0.8068	1.4805	2.3234	0.2586	0.2599
2	1.8643	0	2.0733	1.0783	1.2563	2.0996	0.3734	0.1069
3.13	2.0420	0	1.9264	1.2773	1.1036	1.9475	0.4643	0
5	2.1924	0	1.7706	1.5091	0.9429	1.7873	0.5746	-0.1163

表 4.4 含中央空洞的全局香槟流解的相关数据。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $x^* = 1$ 。

$\alpha^*$	$A$	$B$	$x_{sd}$	$\alpha_{sd}$	$v_{sd}$	$x_{su}$	$\alpha_{su}$	$v_{su}$
$10^{-4}$	0.000106	-0.3813	1.8	$1.4734 \times 10^{-4}$	1.3322	1.9058	$2.7895 \times 10^{-5}$	0.1058
$10^{-4}$	0.000191	0	2.068	$1.8377 \times 10^{-4}$	1.5386	2.1442	$4.2673 \times 10^{-5}$	0.4893
$10^{-4}$	0.0014	1.0833	3.088	0.000517	2.398	3.152	0.00015	1.501
$10^{-4}$	0.0991	3.5315	5.701	0.0114	4.701	5.839	0.0032	3.669
5	2.2512	-1.0512	1.7	2.8906	1.0956	1.8424	0.4646	-1.2708
5	2.9388	0	1.818	2.4535	1.1047	1.8777	0.5978	-0.5632
5	5.2894	1.7273	2	1.8447	1.0816	2.0101	0.8364	0.2166

比系数不是  $2/3$  而与  $n$  相关。所有空洞解都会碰上临界线;  $\alpha^*$  越小, 空洞解碰上临界线就越晚(或在更大的  $x$ )。

我们在参数  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和空洞边界  $x^* = 1$  分别给出当  $\alpha^* = 5$  (图4.4) 和  $\alpha^* = 10^{-4}$  (图4.5) 时的空洞解和相应的全局解。相应上游可能是外流、内流、微风或收缩。相关参数见表4.4。

与不含空洞的情况类似, 对大的  $\alpha^*$ ,  $\alpha$  随  $x$  减小, 所以空洞边界是一个局域的密度极大值(见图4.4); 但对小的  $\alpha^*$ ,  $\alpha$  随  $x$  增大, 所以激波面下游就是局域的密度极大值; 这类似于自相似膨胀的壳层结构(见图4.5)。

与用LP类解做下游的情况类似, 这里的激波位置也存在一个极大值  $x_{max}$  和两个极小值  $x_{min1}$  和  $x_{min2}$ 。对  $n = 0.7$ ,  $n = 0.8$  和  $n = 0.9$  的系统数值实验表

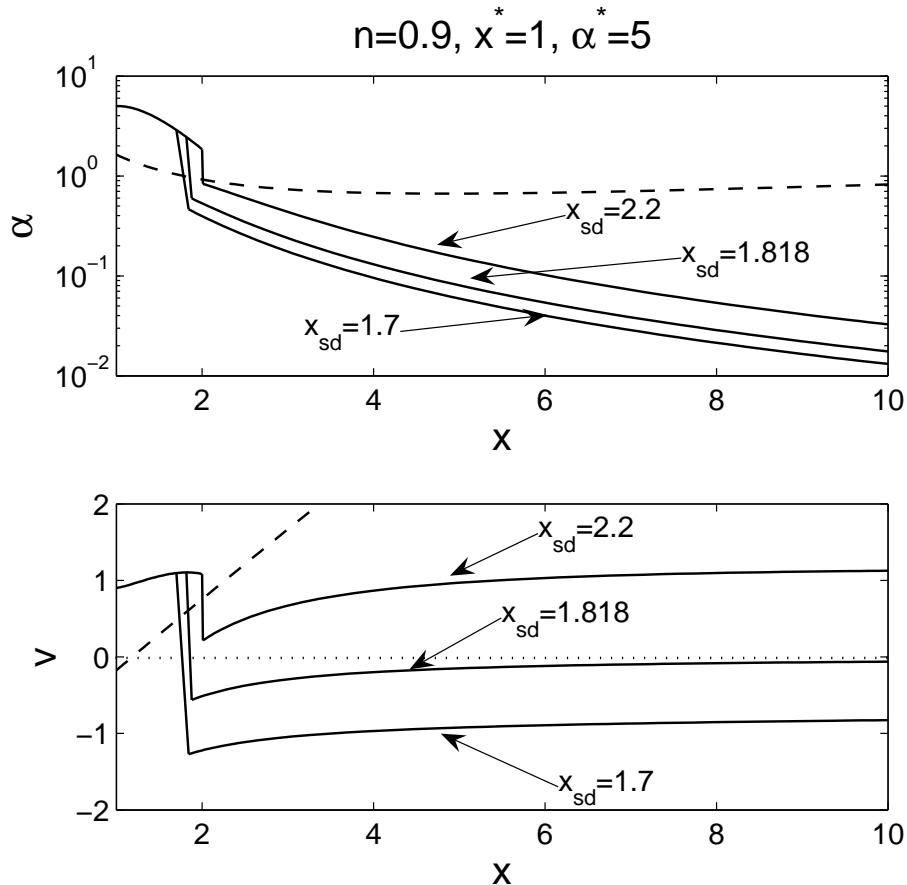


图 4.4 含中央空洞的全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $x^* = 1$ ,  $\alpha^* = 5$ 。上下两图中虚线是临界线; 下图中点线是  $v = 0$ 。临界线左上方的实线是作为下游的空洞解; 临界线右下方的实线是上游解, 在  $x$  大时趋于有限速度解。激波位置分别为  $x_{sd} = 1.7$  (内流), 1.818 (收缩) 和 2 (外流)。在这种情况下,  $x_{min2} \approx 1.818$  以及  $x_{min1} = 1.408$ 。相关参数见表4.4。

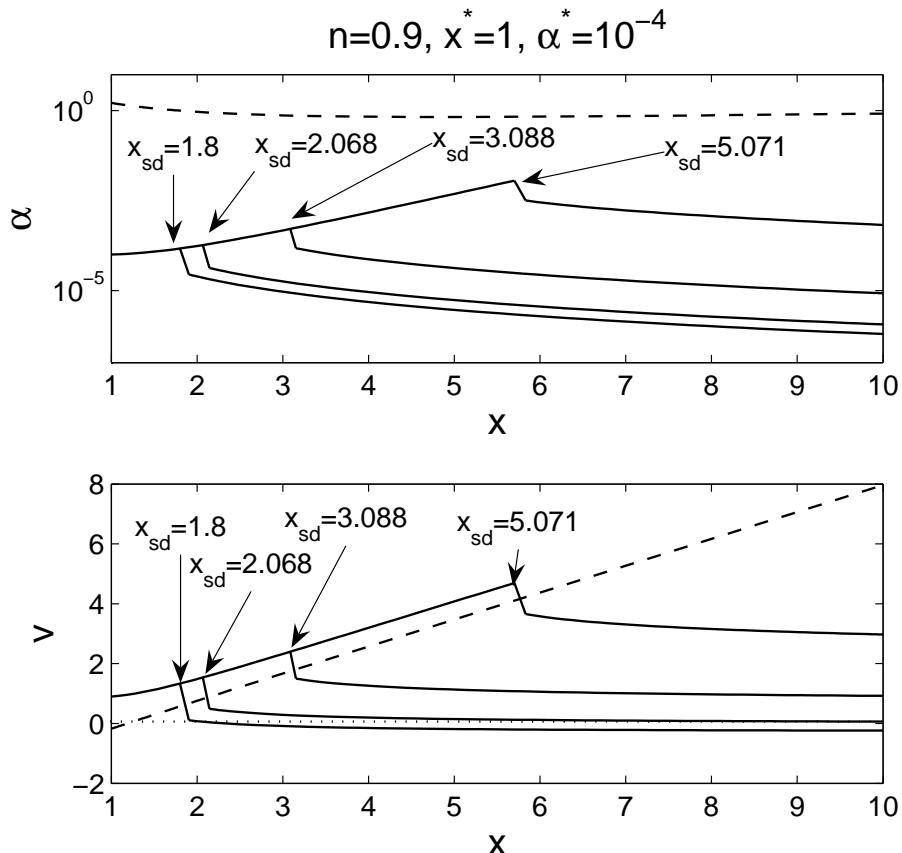


图 4.5 含中央空洞的全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $x^* = 1$ ,  $\alpha^* = 5$ 。上下两图中虚线是临界线; 下图中点线是  $v = 0$ 。临界线左上方的实线是作为下游的空洞解; 临界线右下方的实线是上游解, 在  $x$  大时趋于有限速度解。激波位置分别为  $x_{sd} = 1.8$  (内流),  $2.068$  (微风),  $3.088$  (外流) 和  $5.701$  (外流)。在这种情况下  $x_{min2} \approx 2.068$  以及  $x_{min1} = 1.261$ 。相关参数见表4.4。

明,  $x_{\min 2} > x_{\min 1}$ 。当  $x_{\min 1} < x_{sd} < x_{\min 2}$ , 空洞解经过激波连接到趋于内流的上游解, 形成ISECE解; 当  $x_{sd} > x_{\min 2}$ , 空洞解经过激波连接到趋于外流的上游解, 形成经典的香槟流解; 当  $x_{sd} = x_{\min 2}$ , 相应的上游是微风或收缩  $B = 0$ 。与无空洞的情况不同的是,  $x_{\min 1}$  和  $x_{\min 2}$  在这里不仅与  $n$  和  $\alpha^*$  有关, 也跟空洞边界的位置  $x^*$  有关。数值实验表明, 对确定的  $n$ , 当  $\alpha^*$  增大,  $x_{\min 1}$  增大而  $x_{\min 2}$  减小。所以对足够大的  $\alpha^*$ , 我们期待  $x_{\min 2} < x_{\min 1}$ ; 这时ISECE解不存在。这与无空洞的情况一致。

### 4.3.1 中心自由落体香槟流

至此我们已经用LP解和空洞解为下游建立了香槟流解; 他们共同的特点是趋于原点(或空洞边界)是速度趋于零, 同时整个下游的速度均为正值。在  $x \rightarrow 0^+$  的自由落体渐近解(2-28)–(2-29)描述了原恒星形成时气体向中心下落的过程; 气体的下落动量在恒星形成以后可能还能持续一段时间; 而恒星热核反应释放的能量可能阻止气体的下落。Cochran等人<sup>[100]</sup>指出, 在自由落体致密云中诞生的大质量恒星, 对外产生大的辐射压, 使得下落气体形成一个包围着氢II区的尘埃壳层。这里, 我们将采用自由落体解为下游, 通过激波建立全局解(见图4.6和图4.7; 他们的参数  $m(0)$  不同); 这种解描述了可能的新生氢II区的运动。

无量纲参数  $m(0)$  代表了中央的质量点。根据自相似变换(2-6),  $M(0, t) \propto t^{3n-2}m(0)$ ; 所以  $m(0)$  实际上是中央处的吸积率。当  $m(0) = 0.546$  (图4.6), 自由落体解在  $x = 0.3237$  平滑的通过临界线, 同时也可以用激波与上游的有限速度解相连。该解在  $x_{stg} = 0.74$  速度为零。这个静止半径也是按自相似的规律向外运动的; 在这个半径内流体向内流动, 在外流体向外流动。所以如果激波位置  $x_{sd} < x_{stg}$ , 整个流体将对应于内流(图4.6解4)。这样的解描述了原恒星形成时的吸积激波。如果  $x_{sd} > x_{stg}$ , 下游的外部是外流。这样的解反应了恒星的能量释放使得气体运动的方向发生改变, 并由此形成激波。与用LP类解做下游时的情况类似, 存在特定的  $x_{sd}$ ; 用它做激波位置时, 得到的上游解对应于微风  $B = 0$  (图4.6解2,  $x_{sd} = 1.7747$ )。所以, 当  $x_{sd} < 1.7747$ , 上游在远处是内流(图4.6解3); 当  $x_{sd} > 1.7747$ , 上游在远处是外流(图4.6解1)。

当  $m(0) = 4.638$  (图4.7), 自由落体解不能平滑通过临界线, 只能靠激波。同样的, 通过选不同的激波位置, 我们可以在上游的远处得到外流(图4.7解1)、微

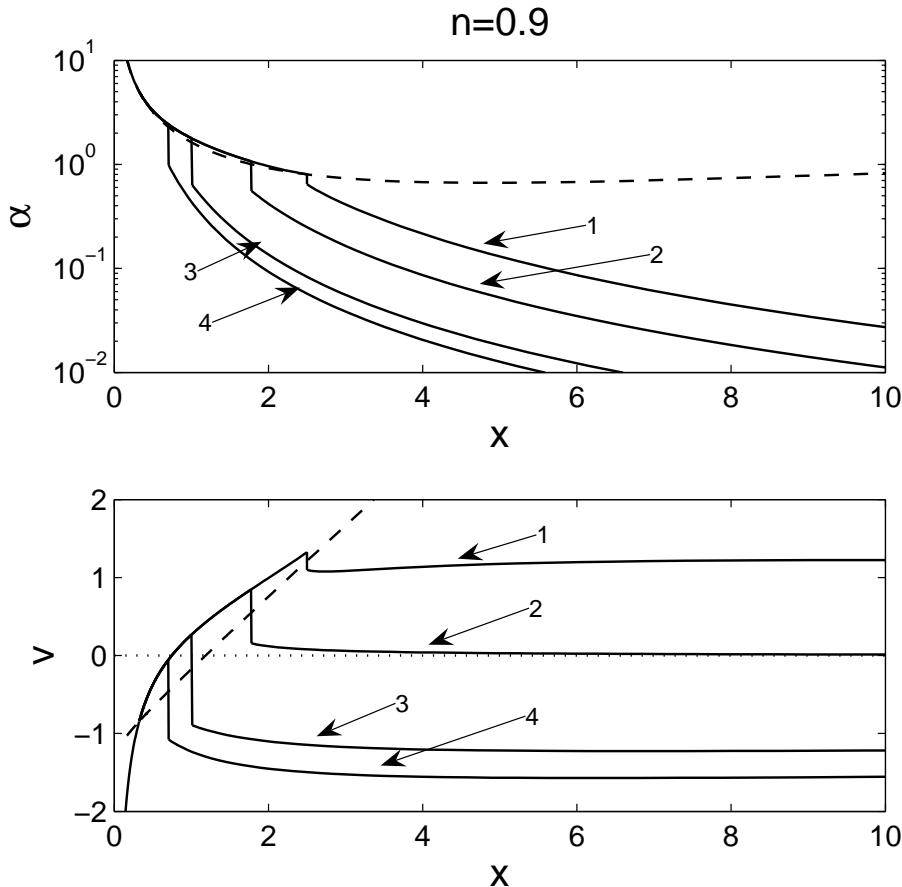


图 4.6 中心附近为自由落体的全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $m(0) = 0.546$ 。上下两图中虚线是临界线; 下图中点线是  $v = 0$ 。临界线左上方的实线是作为下游的自由落体解; 临界线右下方的实线是上游解, 在  $x$  大时趋于有限速度解。下游的解是从临界线上的一点  $(x, \alpha, v) = (0.3237, 5.0050, -0.8455)$  向  $x \rightarrow 0^+$  积分, 得到的自由落体解的参数是  $m(0) = 0.546$ , 再向外积分至激波位置。静止点在  $x_{\text{stg}} \sim 0.74$ 。相关参数见表4.5。

风(图4.7解2)和内流(图4.7解3)。图4.6的解1、2和图4.7的解1在上游和下游的外部都有向外的流速。他们的运动状态在除了靠近中心的区域之外, 与用LP解或空洞解做下游的情形是非常类似的。用自由落体解做下游, 我们无需向前面一样略去中央天体的引力影响, 而是考虑到, 虽然外部形成了外流, 但受引力影响中央部分的气体可能还在继续往里吸积。所以我们建议, 这类型的解适用于描述香槟流的早期运动。总体而言, 考虑中心处的自由落体运动, 我们还是可以通过自相似激波, 在外部实现不同的运动状态, 包括外流、内流、微风和收缩。

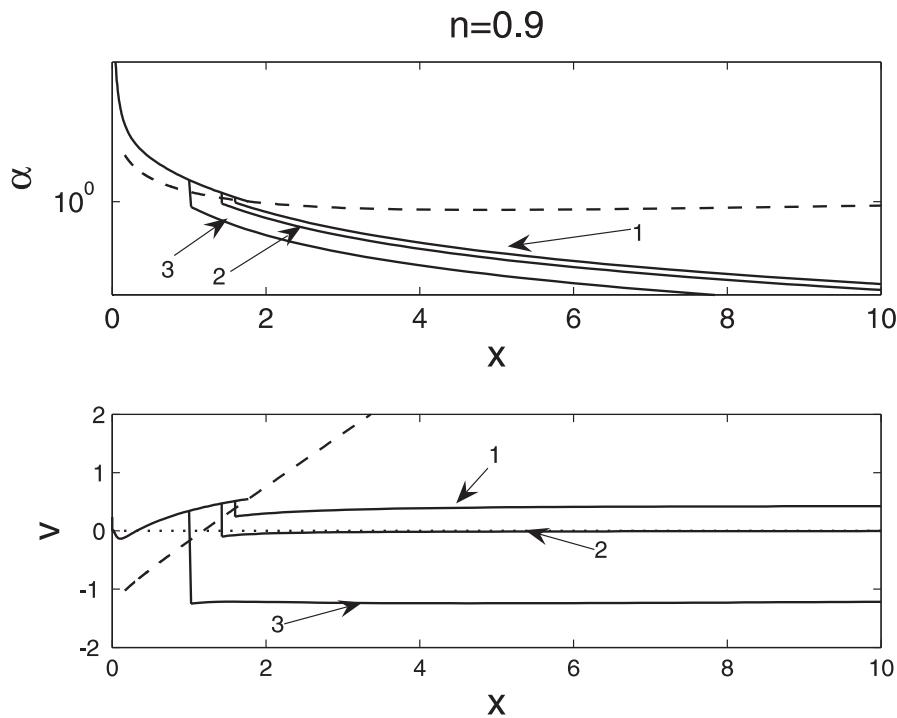


图 4.7 中心附近为自由落体的全局香槟流解。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  和  $m(0) = 0.546$ 。上下两图中虚线是临界线; 下图中点线是  $v = 0$ 。临界线左上方的实线是作为下游的自由落体解; 临界线右下方的实线是上游解, 在  $x$  大时趋于有限速度解。下游的解是从临界线上的一点  $(x, \alpha, v) = (1.7727, 1.0050, 0.5463)$  积分, 得到的自由落体解的参数是  $m(0) = 4.638$ 。相关参数见表4.5。

表 4.5 中心附近为自由落体的全局香槟流解的相关数据。参数为  $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$ 。

$m(0)$	$A$	$B$	$x_{sd}$	$\alpha_{sd}$	$v_{sd}$	$x_{su}$	$\alpha_{su}$	$v_{su}$
0.546	4.368	1.76	2.5	0.8036	1.3249	2.5003	0.6453	1.0981
0.546	1.8635	0	1.7747	1.0715	0.8470	1.7796	0.5575	0.1558
0.546	0.6930	-1.6963	1	1.7883	0.2668	1.0118	0.6348	-0.8942
0.546	0.4899	-2.1564	0.7	2.4355	-0.0567	0.7054	0.9837	-1.0785
4.638	2.8032	0.6058	1.6	1.2326	0.5110	1.6002	0.9575	0.2443
4.638	2.115	0	1.4269	1.5391	0.4705	1.4290	0.9057	-0.0988
4.638	1.0063	-1.6727	1	2.9346	0.3423	1.0271	0.7726	-1.2514

Wang和Lou<sup>[75]</sup>研究了一类中心附近为自由落体、外部包层为内流或外流的解(见文[75]图2)。连接内部解和外部解的激波一般的被认为是吸积激波;这在恒星形成的过程中具典型意义。这里我们特别强调,这样的激波也可能由中央天体的能量释放引起,例如紫外光子电离。在某些条件下,例如光子流强不足时,这一恒星反馈可以不能阻止靠近恒星的气体在引力的作用下继续吸积。与此同时,辐射前沿向外运动,加热外部气体,促使外部气体外流并形成激波。总之,由于初始气体分布状态,恒星活动状态等物理条件的不同,氢II区可能发生经典的香槟流,也可能有更为丰富运动形式,如ISECE解,或者中心自由落体解。以上我们对各种可能的运动形式进行了理论分析。

#### 4.4 与数值模拟结果的比较

为了应用得到的自相似解,首先需要估计声参数 $k$ 的值。对于同一个自相似解,选择不同的 $k$ ,得到的有量纲的物理量是不同的;总计而言,选不同的 $k$ ,可以使同一个自相似解描述不同尺度的系统。 $k$ 可以由相关的热力学参数定出来,包括压强 $p$ ,密度 $\rho$ 和温度 $T$ 。在传统多方条件下,由自相似变换(2-6)我们可以导出联系这些量的一个有用的关系为

$$k = \frac{p}{\rho^\gamma (4\pi G)^{\gamma-1}} = \frac{k_B T}{\mu \rho^{\gamma-1} (4\pi G)^{\gamma-1}}, \quad (4-5)$$

其中 $\mu$  气体的平均分子质量。参考典型值<sup>[89]</sup>,超致密氢II区的电子数密度为 $n_e > 3000 \text{ cm}^{-3}$ (对完全电离的氢气体,质量密度为 $\rho > 5 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ ),致密氢II区的电子数密度为 $1000 < n_e < 3000 \text{ cm}^{-3}$ (对完全电离的氢气体,质量密度为 $1.7 \times 10^{-21} < \rho < 5 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ )。氢II区的典型温度为 $\sim 10^4 \text{ K}$ 。对完全电离的氢气体,平均分子质量为质子质量的一半 $\mu = m_p/2$ 。多方指数 $\gamma$ 对声参数 $k$ 的影响很大,所以对每个模型应该分别计算参数 $k$ 。对等温情况 $\gamma = 1$ ,由关系(4-5),我们估计超致密和致密氢II区的声参数为 $k \sim 10^{11} \sim 10^{12} \text{ cgs unit}$ 。虽然随着气体温度和密度的变化, $\kappa$ 和 $k$ 在流体各处有不同的值,但是作为合理的近似我们只考虑经过激波面的声参数 $k$ 的变化。

我们首先把LP类解作下游得到的香槟流解与经典的香槟流数值模拟结果做比较<sup>[40]</sup>。在Tenorio-Tagle等人<sup>[40]</sup>的数值模拟里,周围气体初始是流体静平衡状态的,各处温度相同。球状星团中央的恒星电离并加热周围气体,形成香槟流。

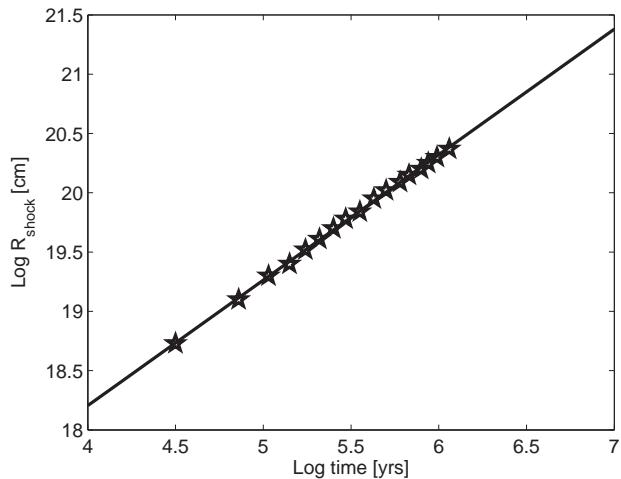


图 4.8 不同时刻的激波位置。星形点是数值模拟<sup>[40]</sup>的结果；实线是自相似模型的拟合结果。数值模拟的相关参数为初始密度  $\rho_0 = 2 \times 10^{-21} \text{ g cm}^{-3}$ , 温度  $T_0 = 3000 \text{ K}$ , 和紫外光子流强  $F = 2 \times 10^{51} \text{ photons s}^{-1}$ 。最优拟合参数为  $n = 1.0583$  and  $\log(k^{1/2}x_s) = 6.0356 \text{ cgs unit}$ 。

辐射制冷被假定为不重要。所以这个数值模拟描述的物理图景与本文的香槟流模型是一致的。Franco 等人<sup>[41]</sup>给出了等温的经典香槟流的解析分析，并与数值模拟进行了比较；本文得到的多方香槟流解与数值模拟也是相符的<sup>(1)</sup>。

对数值模拟设定的参数为初始时刻的中心密度、温度和恒星的紫外光流强。为了做比较，我们要把这些参数转化为本文中提到的自相似参数。我们首先考察激波的演化规律。在我们的自相似模型中，激波的半径满足  $r_s = k^{1/2}x_s t^n$ 。我们用数值模拟（文[40]中的case F）得到的不同时刻的激波位置来拟合这一关系，从而可以确定  $n$  和  $k^{1/2}x_s$ 。拟合结果非常好（见图4.8），说明香槟流的激波确实是按照自相似的规律演化的。拟合的最优值为  $n = 1.0583$ <sup>(2)</sup> 及  $\log(k^{1/2}x_s) = 6.0356 \text{ cgs unit}$ 。 $n$  的拟合值十分接近等温情形  $n = 1$ ，与数值模拟相符。

我们现在可以得出全局香槟流解，并与文[40]中的图2相比。首先可以设中心处的无量纲密度为  $\alpha_0 \sim 1 \times 10^{-5}$ ；这样给出与数值模拟相同的中心处密度。为了获得气体的初始密度分布  $l = -2/n = -2.22$ ，设  $n = 0.9$ （则  $\gamma = 2 - n = 1.1$ ）。我们注意到这里选的  $n$  值与前面拟合得到的值稍有不同。根据数值模拟的  $\rho_0$  和  $T_0$ ,

<sup>(1)</sup> 更严格的说，完全电离的数值解才与本文的解相符。

<sup>(2)</sup> 这里我们需要广义多方解，因为物理上要求  $\gamma > 1$ 。

我们计算出  $k_d = 3.6 \times 10^{15}$  cgs unit。数值模拟指出激波在  $t = 1.3 \times 10^5$  yr 时半径为  $r_s = 2.51 \times 10^{19}$  cm, 由此得  $x_{sd} = 1.86$ 。上述参数确定下来以后, 我们得到全局的自相似解, 并把积分延伸至半径为  $10^{21}$  cm ( $\sim 300$  pc)。图4.9 画出在  $t = 1.3 \times 10^5$  yr 时 (氢II区形成阶段) 和在  $5.1 \times 10^6$  yr (香槟流时标) 时的解。

首先, 各物理量均符合氢II区的典型值; 例如, 流速是几十  $\text{km s}^{-1}$  而温度大约是  $\sim 10^4$  K。在  $r = 10^{21}$  cm ( $\sim 300$  pc) 处的包含质量是  $850M_\odot$ , 与数值模拟给出的包含质量  $\sim 800M_\odot$  和氢II区的典型值相符。这一值是不随时间变化的; 这证实了把  $r = 10^{21}$  cm 设为外边界是合理的。随着时间的推移, 中心处的粒子数密度由  $10^{-0.5}$  减小至  $10^{-3.5}$   $\text{cm}^{-3}$ ; 中心处压强由  $10^{-12}$  减小至  $10^{-15}$  dyne  $\text{cm}^{-2}$ 。

比较图4.9 和文[40]中的图2, 速度随半径的变化规律是类似的。随着时间的推移, 激波变得更弱了。我们的结果和数值模拟的结果都表明, 密度在激波下沿达到最大值。在上游有很大的温度梯度, 可见等温是过强的假设。上游的密度和压强随半径的变化规律也是类似的; 但是下游的密度、压强和温度有一些不同。在数值模拟中, 下游的密度、压强和温度在初始时刻基本不随半径变化, 但在演化的末尾, 会形成很大的向内梯度。我们的解也在初始时刻给出了均匀的随半径分布, 但是没有得到大的向内梯度。我们认为, 这个区别主要是由于在数值模拟和我们的分析中采用了不同的物理假设。文[40]主要处理在球状星团中的气体问题; 因为气体质量只占系统质量的 0.1%, 所以气体的自引力被忽略了。而在我们的解中, 我们忽略了中央恒星的质量, 但是考虑了气体的自引力。另一个重要的区别是数值模拟考虑了向外的香槟流激波和向内的反向激波; 而我们只考虑了向外激波。

定义  $E_{\text{total}}$  为考虑的有限空间内的流体总能量; 该值可以写成

$$\begin{aligned} E_{\text{total}} &= E_K + E_G + E_I \\ &= \int_{r_{\text{in}}}^{r_{\text{out}}} \left( \frac{1}{2}\rho u^2 - \frac{GM\rho}{r} + \frac{i}{2}p \right) 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{k^{5/2}t^{5n-4}}{2G} \int_{x_{\text{in}}}^{x_{\text{out}}} \left[ \alpha v^2 x^2 - \frac{2}{(3n-2)}\alpha^2 x^3(nx-v) + i\alpha^\gamma x^2 \right] dx, \end{aligned} \quad (4-6)$$

其中  $E_K$ ,  $E_G$  和  $E_I$  分别是动能、引力能和内能;  $r_{\text{in}}$ ,  $r_{\text{out}}$ ,  $x_{\text{in}}$ ,  $x_{\text{out}}$  分别是系统的内、外边界; 而  $i$  是气体分子的自由度, 设为 3。在不同时刻对同一  $r_{\text{out}}$ ,  $x_{\text{out}}$  有不同的值。对于图4.9 所示的解, 当  $t = 1.3 \times 10^5$  yr,  $E_{\text{total}} = 5.5 \times 10^{48}$  erg, 当  $t = 5.1 \times 10^6$  yr,  $E_{\text{total}} = 8.1 \times 10^{48}$  erg; 所以有净的能量流入。特别是, 我们看

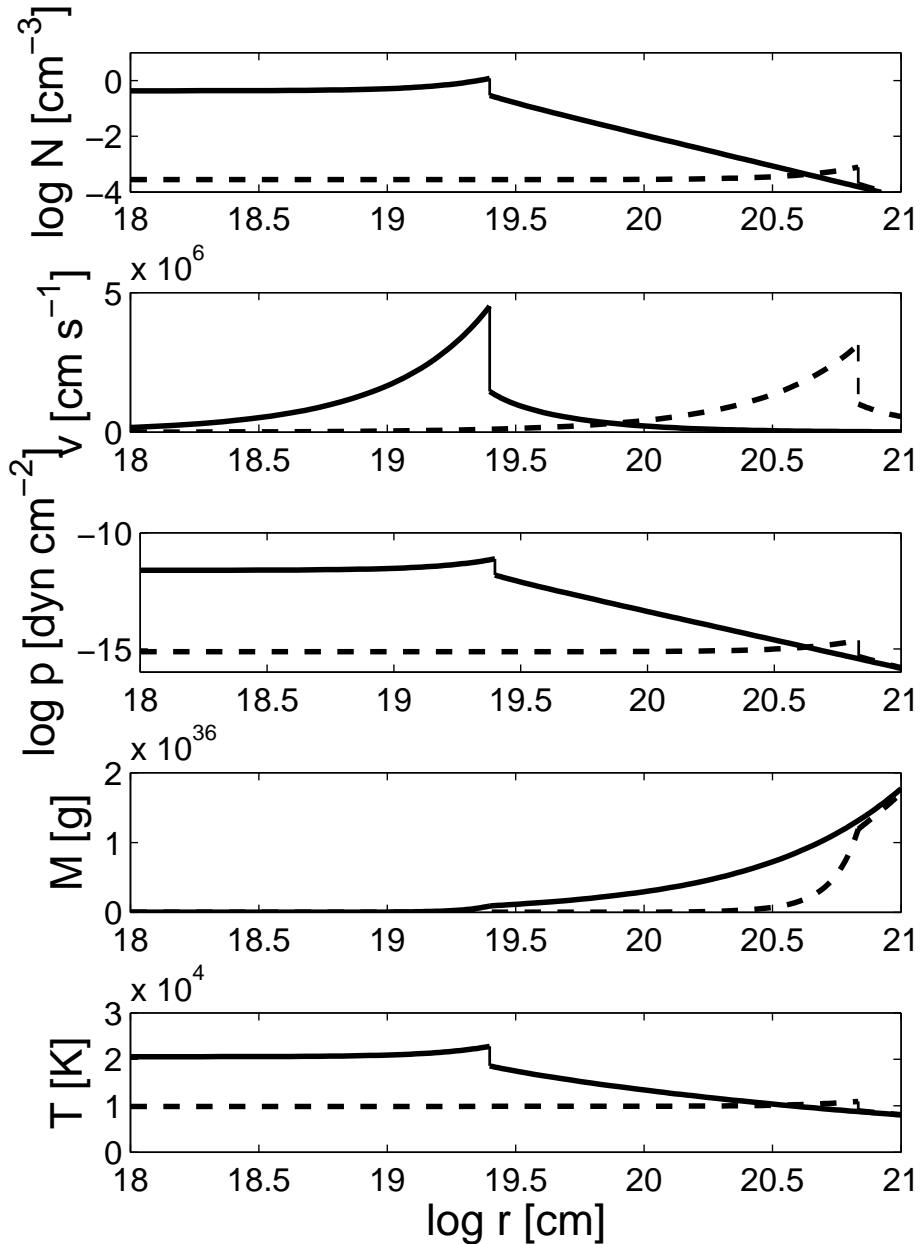


图 4.9 自相似香槟流解给出的至 $10^{21}$  cm ( $\sim 300$  pc) 的流体各处的物理量。实线是在 $t = 1.3 \times 10^5$  yr 时的情况，虚线是在 $t = 5.1 \times 10^6$  yr 时的情况。自相似解的参数为 $n = 0.9$ ,  $\gamma = 1.1$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$ ,  $\alpha_0 = 1 \times 10^{-5}$  和  $x_{sd} = 1.86$ 。下游的声参数为  $k_d = 3.6 \times 10^{15}$  cgs unit, 而上游的上参数为  $k_u = 3.38 \times 10^{15}$  cgs unit。激波下沿的自相似物理量为  $(x_{sd}, \alpha_{sd}, v_{sd}) = (1.86, 2.80 \times 10^{-5}, 1.37)$ , 而激波上沿的自相似物理量为  $(x_{su}, \alpha_{su}, v_{su}) = (1.92, 6.88 \times 10^{-6}, 0.46)$ ; 在远处趋于速度和质量参数分别为  $A = 31.942$  和  $B = 1.006$  的有限速度解。

到动能在  $t = 1.3 \times 10^5$  yr 时为  $E_K = 6.4 \times 10^{47}$  erg, 只占总能量的一小部分; 但在  $t = 5.1 \times 10^6$  yr 时为  $E_K = 3.9 \times 10^{48}$  erg, 占总能量的大部分。这说明, 随着演化的进行, 能量朝着动能的方向转变; 说明我们的解确实表达了香槟流的发展。引力能是  $10^{44}$  erg, 比动能小很多; 这说明气体是不被引力束缚的。由关系(2-15), 我们可以定性的分析气体的能量交换。由图4.9,  $\partial p / \partial r$  在下游为正, 在上游为负; 且当  $\gamma = 1.1$ , 下游流体损失能量, 上游流体获得能量。总结起来, 通过自相似方法获得的解在数量级、物理量随半径变化、时间演化等方面的性质与数值模拟得到的经典香槟流是一致的; 自相似解可以作为经典香槟流运动的可靠描述。

接着, 我们把空洞解作下游得到的香槟流解与考虑恒星风的香槟流数值模拟相比较。文[96]指出, 在中心附近有恒星风的氢II区的运动状态与没有星风的很不一样; 例如, 有星风的氢II区的尺度要更大, 外流速度也更快。Arthur等人<sup>[44]</sup>考虑中央恒星的强星风, 给出了彗星状氢II区的二维柱坐标下的辐射流体数值模拟。在该数值模拟中, 流体力学和辐射过程是用细致的能量方程来耦合的, 相关物理量包括光致电离能量和辐射冷却率。我们的多方方程是对能量方程的简化处理。该数值模拟研究了半径为 0.13 pc 的致密氢II区的运动; 在光致电离和星风开始后~200 年中央处形成一半径为 0.03 pc 的“星风泡”。星风泡在两个意义上与我们的空洞是一致的。第一, 星风泡内由快的星风组成, 密度比外部慢的星际介质的密度低三个数量级, 包含质量十分小。第二, 泡的表面是快风和慢风的接触间断面, 也就是满足  $nx - v = 0$  的面。基于上述两点, 在略去中央恒星的引力影响后 (其Bondi-Parker半径仅~ $10^2$  AU), 星风泡可以被很好的抽象为本文所研究的空洞。我们可以用空洞解建立香槟流演化模拟与该数值模拟相比。

数值模拟[44]的相关参数为中央恒星的有效温度  $T_{\text{eff}} = 3 \times 10^4$  K, 恒星质量流失率  $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  和截止风速  $V_w = 2000 \text{ km s}^{-1}$ ; 初始星际介质数密度为  $n_0 = 6000 \text{ cm}^{-3}$ , 温度为  $T_0 = 300 \text{ K}$ 。自相似模型给出的空洞边界的演化规律为  $r^* = k^{1/2} x^* t^n$ ; 设  $n = 0.8$ , 根据数值模拟给出的星风泡边界的位置, 我们有  $k^{1/2} x^* = 1.34 \times 10^9 \text{ cgs unit}$ 。参数  $n$  的值取决于能量过程, 例如等离子体冷却机制、辐射加热等等。我们进一步用式(4-5) 估计下游声参数为  $k_d = 2.5 \times 10^{17} \text{ cgs unit}$ , 进而得到自相似空洞边界在  $x^* = 2.68$ 。我们还需要确定在空洞边界附近的气体密度, 即  $\alpha^*$ 。数值模拟给出当  $t = 200 \text{ yrs}$  边界处的电子数密度为  $n_e^* = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ 。由自相似变换  $\rho^* = \alpha^* / (4\pi G t^2)$ , 我们有  $\alpha^* = 5.5 \times 10^{-7}$ 。我们强调指出这里

氢II区的空间和时间尺度与前一个模型都大为不同。这事实上是自相似解的一个优势，即同一个自相似解可以描述不同尺度的系统的共同的物理本质。

因为这里有 $n < 1$ ，我们自由的选定激波的位置；在实际中，激波位置由初始质量参数 $A$  和速度参数 $B$  确定。根据条件(4-1) 我们发现激波位置的最小值为 $x_{sd} = 8.8$ ；所以当 $t = 200$  yrs 时激波所在的最小半径为 $\sim 3.04 \times 10^{17}$  cm (约0.1 pc)。作为例子我们不妨假定 $x_{sd} = 9$ ，并把解示于图4.10。该解清楚的表明，随着时间演化，空洞向外膨胀，同时空洞边界附近的气体密度和压强下降了几个数量级。这与数值模拟给出的结果是相符的。同时，我们看到在激波下沿的密度是最大的；随着时间演化，下游的密度随半径的变化越来越小。在我们的空洞解中，外流速度可以达到几百km s<sup>-1</sup>，显著的快于没有空洞的情形。由图4.10，流体各处的温度差别很大，在激波下沿达到最大值。当 $t = 800$  yrs, 激波在半径 $\sim 0.3$  pc 处，已经超出了超致密或致密氢II区的尺度。所以，快的激波在短短 $\sim 800$  年内就可能冲出氢II区进入周围的星际介质中。

以上通过与数值模拟的比较，我们验证了这里得到的自相似适用与各种香槟流的情形。同时，自相似解的优点也是很明显的，只需调整一些参数，即可描写各种类型，各种尺度的香槟流。自相似解在今后的研究中应当作为实验解，来检验复杂数值模拟的正确性。

## 4.5 小结

在本章中我们讨论了用自相似解描述星际介质中氢II区香槟流的方法。根据本章的分析，我们可以分别用LP类解、空洞解和自由落体解作为下游，来讨论不同情形下的香槟流。虽然有些类似的地方，但本章得到的解是对等温情况<sup>[33,61]</sup>的本质推广。我们的多方模型允许选择更大范围的初始密度分布，即 $1 < l < 3$ ，因为自相似参数的取值范围是 $2/3 < n < 2$ ，其又与密度分布指数有关系 $l = 2/n = 2/(2 - \gamma)$ 。对于满足 $1 < \gamma < 4/3$  的传统多方情形(即 $2/3 < n < 1$  和 $2 < l < 3$ )，激波位置可以自由选择。所以，我们的激波解不仅与中心(或空洞边界)处的流体性质有关，还跟初始时刻的表面密度和速度有关(即质量参数 $A$  和速度参数 $B$ )。当初始密度分布满足 $1 < l < 3$  时，自相似解能够对氢II区在完全电离之后的香槟流给出满意的描述。我们特别研究了中央有空洞的香槟流解。

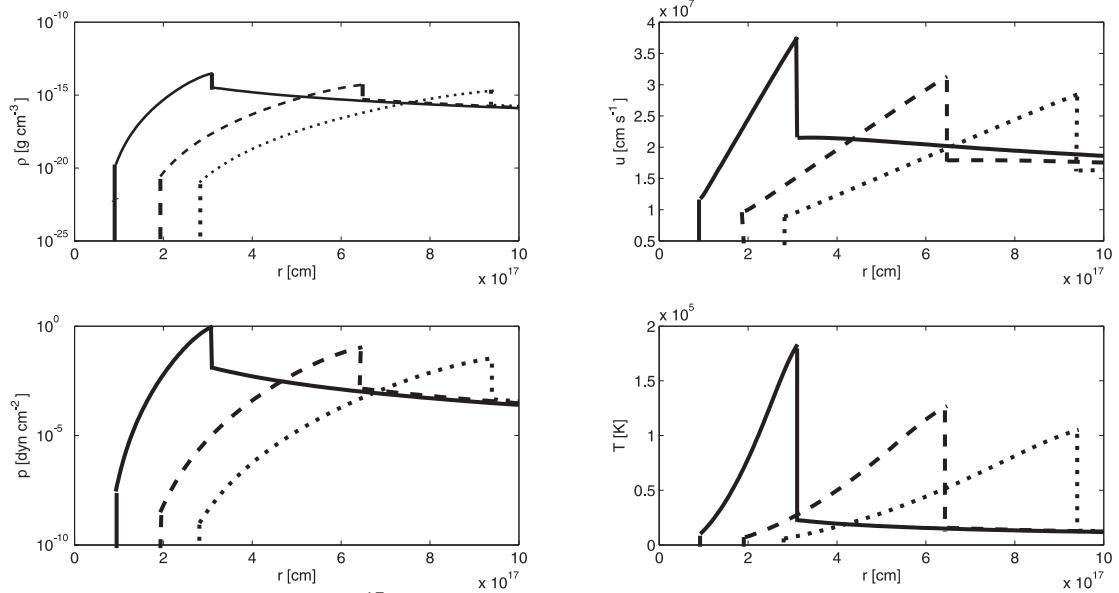


图 4.10 初始空洞半径为  $10^{17}$  cm 的自相似香槟流解。实线为  $t = 200$  yr, 虚线为  $t = 500$  yr, 点线为  $t = 800$  yr。自相似空洞边界在  $x^* = 2.68$ , 对应不同时刻的半径为  $r^* = 0.03, 0.06, 0.09$  pc。自相似参数为  $n = 0.8, \gamma = 1.2, q = 0, h = 0, \alpha^* = 5.5 \times 10^{-7}$  和  $x_{\text{sd}} = 9$ 。下游声参数为  $k_d = 2.5 \times 10^{17}$  cgs unit, 相应的上游声参数为  $k_u = 4.9 \times 10^{16}$  cgs unit。在激波下沿的自相似物理量为  $(x_{\text{sd}}, \alpha_{\text{sd}}, v_{\text{sd}}) = (9, 1.07, 6.86)$ , 相应的激波上沿的自相似物理量为  $(x_{\text{su}}, \alpha_{\text{su}}, v_{\text{su}}) = (20.4, 0.111, 8.88)$ 。在远处自相似解趋于参数为  $A = 135$  和  $B = 22$  的有限速度解。在半径  $10^{18}$  cm 内的包含质量随时间演化分别为  $1.38 \times 10^6, 1.23 \times 10^6$  和  $1.06 \times 10^6 M_\odot$ 。流体总能量分别为  $5.86 \times 10^{53}, 5.94 \times 10^{53}$  和  $5.98 \times 10^{53}$  erg。

我们发现, 中央空洞的演化对整个流体的运动有很大的影响, 一般不可忽略。我们认为, 包含空洞的香槟解更全面的考虑了恒星风的影响, 所以与物理事实更为接近。

在经典香槟流模型的基础之上, 我们进一步提出了几类氢II区的运动模式。在远离中心处, 流体可能还在继续下落, 有向内流的速度。另外, 我们还用自由落体解讨论了外部外流发生时, 中心附近继续向内吸积的可能性。总而言之, 通过变化激波的位置, 我们可以把内部的LP类解、空洞解和自由落体解连接到不同的上游解, 并趋于不同的渐近行为, 包括外流、内流、微风和收缩; 从而可以描述不同类型的氢II区在恒星形成之后的运动。而且, 我们看到虽然采用了自相似解, 流体的演化还是清晰的决定与初始条件和边界条件。

本章中我们只讨论了球对称的香槟流。事实上, 因为密度分布的不均匀性, 观测到很多非对称的香槟流。一种研究非对称香槟流的方法是假定为轴对称系

统，研究在一个“喷流角”内的香槟流。另一种方法是局域的来看，在大密度梯度的地方，本章中建立的香槟流模型可能是很好的近似。

虽然本文的理论框架是磁流体的，但在本章讨论氢II区的具体问题时，并未考虑磁场对运动的影响。理论、观测和数值模拟均表明，磁场会影响分子云中的恒星形成率和分子云的大尺度运动。事实上，磁场在恒星形成的某些阶段是不可或缺的。所以，包含大质量恒星的氢II区应当由磁化的恒星风和磁流体激波。因为有磁流体激波和相对论性电子，与大质量恒星成协的氢II区就可能产生同步辐射。所以，对银河系的偏振射电源考察其余大质量恒星的成协性可以研究星际介质的磁化情况。磁流体情况下的自相似香槟流解可以类似的得到；尤其是应用本文第二章给出的磁流体空洞解，可以很好的描述磁化氢II区的运动情况，此处不再赘述。我们前面已经发现，有磁场的空洞边界的性质是与无磁场时的性质显著的不同的；这表明，磁场确实对氢II区的运动有显著影响。

## 4.6 不变形式的解

在本章的末尾，我们给出多方条件下的不变形式，并说明，该变换只在等温情况下有独特优势。

自相似变量仍然是 $x = r/(k^{1/2}t^n)$ ，约化速度也是 $v = u/(k^{1/2}t^{n-1})$ 。但是物质密度写成

$$\rho(r, t) = \frac{D}{r^l} R(x), \quad (4-7)$$

其中 $R(x)$  是新的约化密度，是 $x$  的函数； $l$  和 $D$  是常数。应用传统多方状态方程 $p = \kappa \rho^\gamma$ ，气体压强可以写成

$$p(r, t) = \kappa \frac{D^\gamma}{r^{\gamma l}} R^\gamma. \quad (4-8)$$

我们可以定出 $k$  和 $\kappa$  的关系。略去自引力，动量方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (4-9)$$

方程(4-9) 的左边与声参数 $k$  有关，而右边与熵参数 $\kappa$  有关。将变换(4-7) 和(4-8)

代入方程(4-9)得

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = k^{1/2} t^{n-2} [(n-1)v + (v-nx)v'] , \quad (4-10)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = -\kappa D^{\gamma-1} \gamma (k^{-1/2} t^{-n})^{(\gamma-1)l+1} x^{-(\gamma-1)l} \\ \times \left( -\frac{l}{x} R^{\gamma-1} + R' R^{\gamma-2} \right) , \quad (4-11)$$

其中上标‘r’表示对 $x$ 的一阶导数。为了消去时间 $t$ , 我们就要求

$$-n[(\gamma-1)l+1] = n-2 . \quad (4-12)$$

再有 $n+\gamma=2$ , 我们就能在 $n \neq 1$ 时得出 $l=2/n$ 。注意到, 当 $n=1$ (等温), 对 $l$ 就没有限制了。所以在非等温的多方情形, 不变形式描述的初始质量密度分布也不是自由的, 也与本文采用的自相似变换一样, 被参数 $n$ 或多方指数 $\gamma$ 限制。这里 $D$ 标定了密度, 而 $\kappa$ 标定了压强; 这两个参数都能被物理的定下来。通过量纲分析我们可以选声参数为

$$\kappa = k^{1/n} D^{n-1} . \quad (4-13)$$

最后我们得到的非线性常微分方程组为

$$[(nx-v)^2 - \gamma x^{2-l} R^{\gamma-1}] R' \\ = \frac{Rv}{x} [(l-2)(v-nx) + (n-1)x] - \gamma l x^{1-l} R^\gamma , \quad (4-14)$$

$$[(nx-v)^2 - \gamma x^{2-l} R^{\gamma-1}] v' \\ = 2\gamma x^{1-l} R^{\gamma-1} (v-x) + (n-1)v(nx-v) . \quad (4-15)$$

当 $n \neq 1$  and  $l = 2/n$ , 方程组(4-14)–(4-15)描写了非等温的传统多方自相似流体。当 $n=1$ 和 $l=2$ , 这两个方程回到文[33]给出的等温情况下的方程。对于 $n=1$ 和 $l \neq 2$ 的情况, 因为用文[33]给出的方程。非等温情况与等温情况不同的是, 使用了不变形式以后, 得到的两个方程还是相互耦合的。

下面给出相应的渐近解。当 $\gamma \neq 1$ , 对 $x \rightarrow +\infty$ , 边界条件为 $v \rightarrow 0$ ,  $R \rightarrow 1$ 。

大 $x$ 处的渐近解为

$$\begin{aligned} v &= Hx^{1-1/n} + \frac{2\gamma}{n}x^{1-2/n} + \dots, \\ R &= 1 + 3H\left(\frac{1}{n} - 1\right)x^{-1/n} + \dots, \quad x \rightarrow +\infty, \end{aligned} \quad (4-16)$$

其中 $H$ 是使保证包含质量为正的任意常数。上式中已经应用了条件 $l = 2/n$ 。上式与文[33]在等温情况下得到的渐近解不同，因为在非等温情况微分方程组有不同的首项。上述 $v$ 表达式的第二项在等温情况下回到文[33]的方程(34)。渐近解(4-16)与有限速度解(2-20)和(2-21)有类似的形式；参数 $H$ 可与参数 $B$ 类比；但是参数 $A$ 已经包含进参数 $D$ 的选取上了。类似的，我们在 $n > 1$ 时要求 $H = 0$ 。这个渐近解对应于流体的初始情况，密度分布为 $r^{-l}$ ；这个结果与本文自相似变换得到的结果是一致的。

当 $x \rightarrow 0^+$ ，渐近解为

$$v \sim 2x/3, \quad R \sim Ix^l, \quad \text{as } x \rightarrow 0^+, \quad (4-17)$$

其中 $I > 0$ 是使保证包含质量为正的任意常数。与等温情况不同，这个中心处的渐近解的 $v$ 与参数 $l$ 无关。这与本文的LP类解的行为是类似的。但是 $R$ 表达式与等温情况是类似的。参数 $I$ 正比于中心的密度 $\alpha_0$ 。

## 第5章 超新星爆发与磁星形成

上述几章中获得的自相似解可以用来描述各种尺度的天体物理系统。本章应用空洞解和准静态解来研究超新星爆发当中激波从恒星中冲出和致密天体的形成过程。为了应用自相似解，首先需要对不同系统估计声参数 $k$ 。由自相似变换(2-7)，

$$\begin{aligned} k^{1-3q/2} &= \frac{p}{(4\pi G)^{\gamma-1} G^q (3n-2)^q \rho^\gamma M^q} \\ &= \frac{k_B T}{\mu (4\pi G)^{\gamma-1} G^q (3n-2)^q \rho^{\gamma-1} M^q}, \end{aligned} \quad (5-1)$$

其中 $k_B$ 是玻尔兹曼常数， $\mu$ 是平均分子（原子）质量。注意到上式中的第二个等式只对理想气体成立。气体的熵正比于 $p\rho^{-\gamma}$ ；所以要求激波下游的熵大于激波上游的熵，就在 $q < 2/3$ 时要求 $k_d > k_u$ 。事实上，由式(5-1)估计 $k$ 还是不容易的，主要因为包含质量在不同半径有不同的值。数值计算表明，如果 $q$ 不太大，可以直接在计算 $k$ 时设 $q = 0$ ，得到简化的关系<sup>[49]</sup>为

$$k = \frac{p}{\rho^\gamma (4\pi G)^{\gamma-1}} = \frac{k_B T}{\mu \rho^{\gamma-1} (4\pi G)^{\gamma-1}}. \quad (5-2)$$

上式是与 $\gamma$ 相关的。在大质量恒星氢燃烧的后期，中央密度为 $\rho_c \sim 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ ，温度为 $T_c \sim 10^9 \text{ K}$ 。我们估计 $k \sim 10^{16} - 10^{17} \text{ cgs unit}$ ，具体值取决于 $\gamma$ 。对于银河系的星际介质，密度和温度分别为<sup>[19]</sup>  $\rho_{\text{ISM}} \sim 10^{-20} - 10^{-26} \text{ g cm}^{-3}$  和  $T_{\text{ISM}} \sim 10 - 10^6 \text{ K}$ ，相应的 $k \sim 10^9 - 10^{24} \text{ cgs unit}$ ，具体值取决于 $\gamma$ 。

我们用的自相似参数为( $n, \gamma, q, h$ )。这些参数的物理意义是清楚的。参数( $n, \gamma, q$ )与能量过程相关，他们满足关系 $\gamma = 2 - n + (3n-2)q/2$ 。当 $q = 0$ ，我们回到传统多方的情况，有关系 $n + \gamma = 2$ 。多方指数 $\gamma$ 是对复杂能量交换过程的一个近似<sup>[101]</sup>。举例来说，在把自相似解应用于恒星系统时，因为能量交换很充分，所以多方指数应该是接近于1的；在把解应用于稀薄的星系介质时，多方指数应该是接近于气体的比热容比 $c_p/c_v$ 。同一个 $x$ 在不同时间对应的 $r$ 满足关系 $\sim t^n$ 。当 $n > 1$ ， $r$ 膨胀得越来越快，意味着连续不断的能量注入。 $n$ 的另外一个角色是它影响了流体的初始密度分布，即 $\rho \propto x^{-2/n}$ 。

## 5.1 空洞解的应用

在这一节，我们将空洞解用来描述中心塌缩型超新星爆发。首先，我们对中心塌缩型超新星的爆发机制做一个回顾。现在，主流接受的机制是中微子相关的延迟爆机制。文[102]给出了这一机制的系统回顾。中心塌缩和最初的反弹激波产生了很高的中微子流强。在中心塌缩的几百毫秒内，因为恒星中央区域的高温高密环境，中微子被完全束缚于流体中，并把携带的能量和向外的动量传递给周围物质，重新产生延迟的反弹激波，并最终推动整个恒心的爆炸。Janka等人<sup>[47,48]</sup>得出了II型超新星的这一机制的数值模拟。近年来，对这一重要机制的研究取得了重要进展。更为细致的数值模拟，包括了恒星内部的对流、扩散等，都证实这一机制的有效性<sup>[103–106]</sup>。在Janka等人<sup>[47,48]</sup>的数值模拟中，前身星的质量为 $\sim 8 - 15 M_{\odot}$ ，中微子向周围物质传递能量的过程发生在中心塌缩的 $\sim 0.5$  s内；在这之后，因为周围气体开始膨胀，密度下降，很快对中微子变得透明了。这就是说，中微子很快就与重子物质脱耦，并从恒星中逃离。对SN 1987A的中微子观测证明了这一点。在中微子逃离之后，恒星中央就留下了一个空洞，在空洞的中央是新生的中子星或黑洞；当然也可能在空洞中央什么都没有。

我们下面说明，不论中央趋于留下了那种类型的天体，其引力都不足以影响超新星的爆发。这里，定义Bondi-Parker 半径 $r_{\text{BP}}$  为

$$r_{\text{BP}} = \frac{GM_*}{2a^2}, \quad (5-3)$$

其中， $M_*$  是中央天体的质量， $a$  是周围流体的声速。在半径大于 $r_{\text{BP}}$  的地方，中央天体的质量可以被忽略。我们下面的模型表明，在中心塌缩 $\sim 1$  s之后，恒星内部的温度为 $\sim 10^8$  K (见图5.2)，对应的声速为 $a^2 \sim 10^{17} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$ 。当 $M_* \sim M_{\odot}$  时，其Bondi-Parker 半径为 $\sim 10^8 \text{ cm}$ ，基本与空洞边界相同。所以在初始时刻，中央天体的引力是刚好可以忽略的。由自相似变换(2-7)，Bondi-Parker 半径与 $1/a^2 \propto \rho/p$  成正比，所以随时间演化的规律是 $t^{2-2n}$ ；而空洞边界随时间演化的规律是 $t^n$ 。因为尺标参数 $n$  的取值满足 $n > 2/3$ ，所以，Bondi-Parker 半径膨胀的速度远慢于空洞边界的膨胀速度。故在整个演化过程中，中央恒星引力的影响只能越来越小，是可以忽略的。所以，我们可以用本章中的空洞解来研究中微子留下的恒星中央的空洞，考察其对恒星包层爆发的影响。

与上一章中对香槟流的应用一样，我们首先说明超新星激波的演化规律

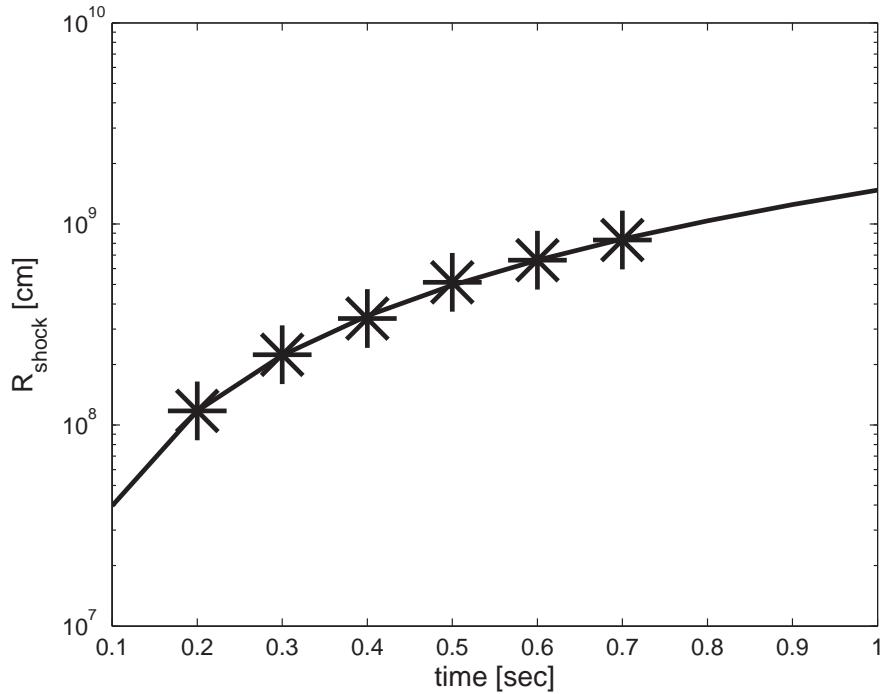


图 5.1 超新星激波位置随时间的变化。实线是参数为  $n = 1.57$ ,  $k = 4 \times 10^{16}$  cgs unit 和  $x_s = 7.36$  的自相似解给出的激波位置。星型点是一维数值模拟<sup>[48]</sup>的结果。该数值模拟假定恒星质量为  $15 M_\odot$ , 铁核质量为  $1.31 M_\odot$ , 和初始中微子流强为  $2.225 \times 10^{52} \text{ erg s}^{-1}$ 。

是符合自相似模型的。根据自相似变换，激波半径随时间变化的规律为， $r_s = k^{1/2} x_s r^n$ 。我们把数值模拟（文[48]中的case O3c）得到的结果用这一关系去拟合，得到的结果示于图5.1。我们这里设下游的声参数为  $k_d = 4 \times 10^{16}$  cgs unit。我们看到，数值模拟得到的激波确实按照  $n = 1.57$  的自相似规律演化的。事实上，得到如图5.1这么好的拟合结果在一定程度上是出乎意料的。因为，在数值模拟<sup>[48]</sup>中，考虑了复杂的能量交换过程，在统计平衡中包括了中微子、自由种子、 $\alpha$ -粒子和重元素原子的影响。在我们的模型中，复杂的能量交换过程被近似的处理成多方状态方程，并参数化为多方指数  $\gamma$  和  $q$ 。所以，当条件不同时，比如不同的初始中微子流强，我们应当得到不同的拟合尺标参数  $n$  值。这里的拟合结果表明，用多方近似代替复杂的能量方程是合理的，同时超新星激波以自相似的方式演化。

数值模拟<sup>[48]</sup>持续到中心塌缩以后~1 s。数值模拟表明，在这期间中微子传递了足够的动量和动能给恒星包层，形成激波；超新星在激波冲出恒星表面时

爆发。在1 s 之后的动力学演化，包括激波在恒星包层内的传播，能够被自相似模型来描写。在中微子脱耦了以后，不再有能量的注入；整体系统开始以辐射的方式损失能量。因为能量交换过程发生了变化，所以我们不应再设尺标参数为 $n = 1.57$ 。我们用在1 s 时数值模拟<sup>[48]</sup> 得到的结果作为自相似演化的初始条件，并设 $n = 0.8$ ,  $\gamma = 1.2$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$  (无磁场传统多方)，得到了自相似解来描写超新星激波的演化，示于图5.2。这种空洞解是Type-N型的。对这个解我们设在1 s 时中央空洞的半径是~ 1000 km，得到的自相似空洞边界在 $x^* = 0.5$ 。根据数值模拟[48]的例子O3c，超新星激波在1 s 时的半径是~  $1.3 \times 10^9$  cm，相应的自相似激波位置是 $x_{\text{sd}} = 6.5$ 。我们注意到，这种参数时不能设空洞边界处的密度 $\alpha^*$  为零，所以我们应当适当的选择 $\alpha^*$ ，使得在 $t = 1$  s 时的空洞边界处的密度与case O3c 给出的密度一致。

图5.2 所示的解很好的描述了正在爆发的大质量恒星。在恒星半径 $10^{12}$  cm 处的包含质量为~  $25M_\odot$ ，与O型星和B型星的典型质量相符。包含质量主要跟空洞边界处的密度 $\alpha^*$  相关。通过调整 $\alpha^*$ ，我们可以模拟不同质量的恒星的自相似爆发。图5.2 表明恒星物质的外流速度为~  $10^9$  cm s<sup>-1</sup>，是II型超新星速度的典型值。温度从空洞边界起逐渐升高，在激波下沿达到最大值，在激波上游随半径逐渐降低；解中温度达到 $10^8$  K，与II型超新星速度的典型值相符。进一步的，我们可以计算整个系统的动能、引力能、内能（假定自由度为3）和总能量。在1 s 时，总能量为 $E_{\text{total}} = 6.54 \times 10^{50}$  erg，其中动能为 $E_k = 1.63 \times 10^{51}$  erg，引力能为 $E_g = -1.10 \times 10^{51}$  erg，内能为 $E_i = 1.21 \times 10^{50}$  erg。可见，与流体整体的径向运动相关的动能是能量的主要部分；说明星体确实是正在爆炸的。在1 s 时，动能还没有被耗散成为内能。流体的总能量与数值模拟<sup>[48]</sup>得到的值 $9.5 \times 10^{50}$  erg 是相符的；这说明流体的能量来源与1 s 之前的中微子能量传递过程。进一步的计算表明，能量基本不随时间变化，验证了我们关于流体应该是接近绝热的假设。总结起来，自相似解很好的描述了正在爆发的大质量恒星，因为它给出了正确的质量、速度、温度和总能量。特别要说明的是，我们可以调整参数，使得自相似解描述不同质量、不同中微子加热情况的超新星爆发。

上述自相似解有两个直接的应用。第一，我们可以估计自相似激波从恒星包层里冲出的时间。假定恒星表明在~  $10^{12}$  cm，由关系 $r_{\text{shock}} \propto t^n$ ，我们可以估计出在中心塌缩~  $4 \times 10^3$  s 后激波从恒星表面冲出来。在那之后，我们就可以从观

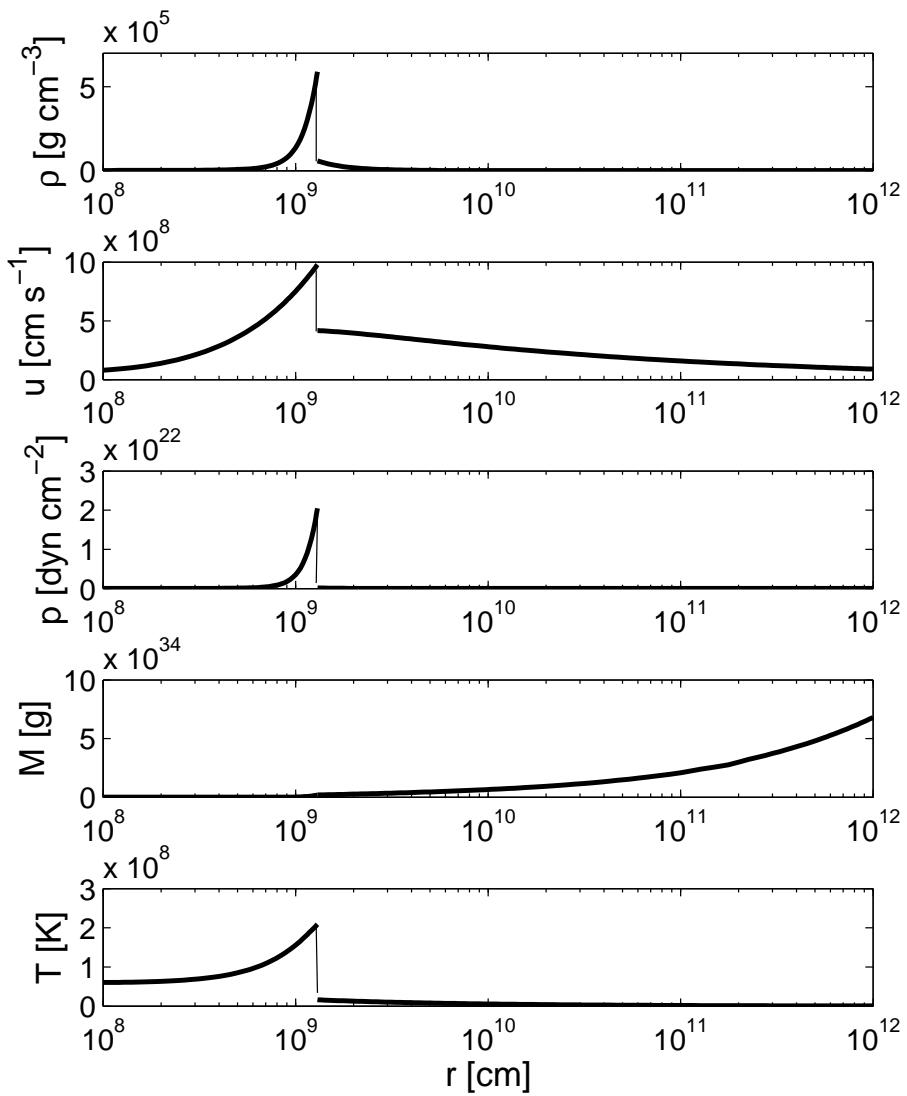


图 5.2 用自相似空洞解描述的超新星爆发。图中示出各物理量在  $t = 1$  s 时随半径变化的关系。自相似参数为  $n = 0.8$ ,  $\gamma = 1.2$ ,  $q = 0$ ,  $h = 0$ ,  $k = 4 \times 10^{16}$  cgs unit, 空洞边界在  $x^* = 0.5$ , 空洞边界处的密度为  $\alpha^* = 0.001$  和激波位置为  $x_{\text{sd}} = 6.5$ 。在本图所示时刻, 空洞边界在  $10^8$  cm; 激波在  $1.3 \times 10^9$  cm。

测上看到超新星了。随着技术的发展，天文学家在越来越多的看到极早期的超新星爆发。事实上，看到的激波冲出恒星光球层的现象常常是伴随着长伽玛射线暴<sup>[107]</sup>。

第二，在超新星爆发较长时间以后，这里的空洞将变得很大，以至于形成了银河系中普遍观测到的泡。年龄为 $\sim 1.5$  Myr 的典型的超新星遗迹的半径为 $\sim 50$  pc<sup>[19]</sup>。我们假设超新星遗迹就是图5.2 所示的解经过充分长的时间以后形成的。由自相似演化，在 $\sim 1.5$  Myr 后，空洞的半径为3 pc，比观测值小一个数量级。虽然这里我们的考虑是极度简化的，但得到的结果差得并不十分远。导致这样的差别可能有以下几个原因。首先，在星系介质中 $k$  的值要显著的大于恒星内，所以我们不再能把 $k$  值设为全局常数。其次，超新星遗迹的典型半径不仅包括了空洞，还包括了由被推开的物质组成的壳层。因为星系介质的压强是十分小，这一壳层可能是非常宽的。

## 5.2 超新星的极早期X射线辐射

由图5.2，超新星爆发时激波下游的温度从 $\sim 10^8$  K 降至 $\sim 10^7$  K 左右。这样温度对应的辐射是X射线。根据我们的自相似动力学模型，加上合理的辐射过程，我们可以计算出超新星的极早期的X射线辐射随着时间的变化。反过来，也可以通过对超新星的极早期X射线辐射的观测，推测其前身星的性质。本章将用自相似解计算得到的X射线光变曲线与SN 2008D的X射线观测<sup>[108,109]</sup>相比较。

### 5.2.1 背景介绍

SN 2008D 是迄今为止观测得最好的Ibc型超新星。SWIFT卫星于2008年1月9日观测到X射线爆发；后续观测表明，该X射线爆发是一个半径为 $10^{11}$  cm 的沃尔夫-拉叶（Wolf-Rayet:WR）星的超新星爆发<sup>[108]</sup>。各向同性X射线能量是 $2 \times 10^{46}$  erg, 而且并未观测到定向爆发的证据。该X射线爆发的光变特点为，在 $\sim 63$  s 内升至最大流强，然后是e-folding为 $\sim 129$  s 的指数衰减。对超新星的光学和紫外的观测表明，超新星爆发的总能量是 $2 \sim 4 \times 10^{51}$  erg, 而抛射物质的质量为 $3 \sim 5 M_\odot$ 。

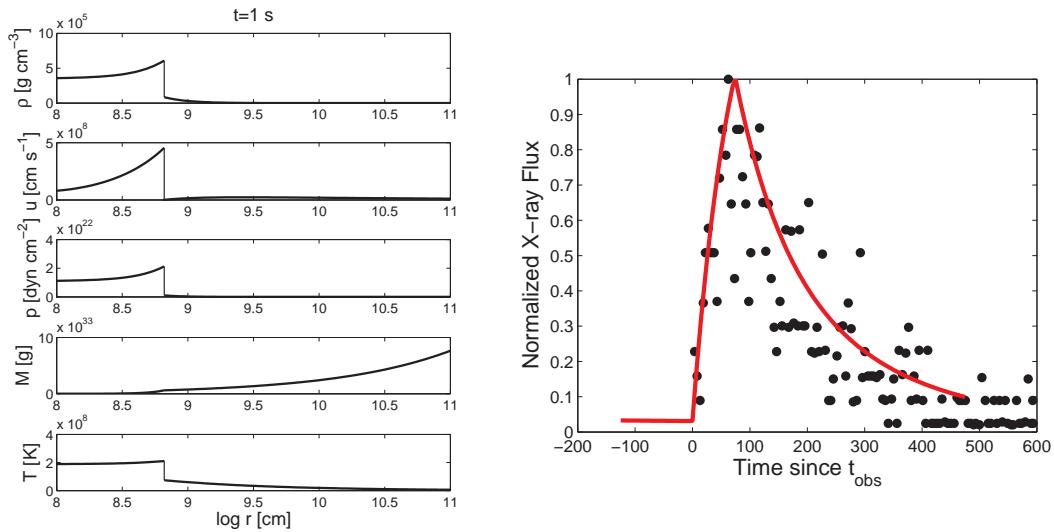


图 5.3 SN 2008D 的前身星的动力学模型 (左) 和X射线光变曲线 (右)。左边的图示出  $t = 1$  s 时的各物理量随半径的变化。其中, 空洞边界在  $10^8$  cm, 恒星表面在  $\sim 10^{11}$  cm, 多方指数为  $\gamma = 1.2$ 。右图中的空线为根据左图的解计算出的X射线的光变曲线; 黑点是SWIFT卫星上的X射线望远镜观测到的X射线流强<sup>[108]</sup>。X射线的流强都对峰值流强做了归一化。光变曲线的时间定义为从X射线望远镜开始观测的时间, 即  $t_{\text{obs}}$ 。在本模型中, 中心塌缩发生在开始观测的  $\sim 552$  s 之前。在计算X射线流强时, 我们设辐射层的厚度为  $9 \times 10^9$  cm。理论模型得到的光变曲线的上升时间为 62 s, 并按指数为 -4.3 的指数形式衰减。其等效的e-folding是 128 s。

该X射线爆发的机制被认为是与超新星激波冲出恒星表面有关<sup>[110,111]</sup>。但是, 把X射线爆发同超新星激波联系起来还需要仔细的研究。例如, 我们希望知道, 为什么X射线有这样的光变曲线, 上升和下降的时间取决于什么参数。X射线在达到最大流强之后的指数衰减是对观测事实的基本描述, 但是更多的物理信息可能从这里面得出。另外, 在X射线爆的过程中, 光谱由硬变软; 这还缺乏可靠的解释。这里我们用自相似空洞解获得观测到的X射线的光变曲线, 还可以研究上述问题。

## 5.2.2 磁流体模型和X射线光变曲线

正在爆发的WR星的自相似动力学模型和相应的X射线光变曲线示于图5.3。

由于观测<sup>[108]</sup>给出超新星前身星的半径为  $r_{\text{out}} = 10^{11}$  cm, 我们也把自相似解在该半径处截断。该阶段即成为自相似解应用的外边界  $r_{\text{out}}$ 。这样的截断是对恒

星表面的一个初步的近似，因为恒星表面处的密度突然下降的很快。在 $r_{\text{out}}$ 之外的流体发出的X射线我们忽略不计。图5.3所示的动力学模型给出在 $10^{11}$  cm处的包含质量为 $3.8 M_{\odot}$ ，与观测给出的超新星抛出物质的量( $3 \sim 5 M_{\odot}$ )相符。流体的动能是 $\sim 3 \times 10^{51}$  erg，也与观测给出的超新星爆发能量相符。我们注意到，流体的引力能是负 $\sim 10^{50}$  erg，比动能小很多；所以恒星确实在爆炸的。

由图5.3我们清楚地看到激波性质，即从上游到下游密度、压强和温度都突然增加。径向速度也是增加的，但是在激波参照系当中我们验证速度由上游到下游是减小的。激波下游的温度为 $10^8$  K，并在我们关心的演化过程中下降至 $10^7$  K。该温度的等离子主要通过韧致辐射（自由-自由跃迁）发出X射线。由图可见，在激波下沿及其附近，密度和温度都最大，故韧致辐射主要是由该区域发出的。

X射线流强的计算中我们采用的经典的等离子体冷却函数<sup>[112]</sup>。该冷却函数包含了自由-自由跃迁和自由-束缚跃迁的贡献。为了考虑整个流体最终发出的X射线辐射，我们需要知道流体的光深。为了使问题变得简单，我们假设所有观测到的X射线都来自于恒星表面的一层。在该层以内的流体发出的光子会被吸收而不可见；在该层内的流体发出的光子我们假定完全不被吸收，都能观测到。该可见的辐射流体层简称为“辐射层”。我们把辐射层的厚度作为一个自由参数，去拟合观测到的光变曲线。这里我们可以定义辐射层的内边界为 $r_{\text{in}}$ ，辐射层的厚度记为 $s$ 。

X射线流强上升和下降的原因是：从中心塌缩开始，超新星激波以自相似形式（对时间成指数关系）向外膨胀；激波的强度变弱。在激波面到达 $r_{\text{in}}$ 之前，辐射层内的密度和温度都很低，不能产生可见的X射线辐射。一旦激波面到达了 $r_{\text{in}}$ 并且进一步在辐射层中运动，越来越多的激波下游区域进入辐射层中，而又因为激波下游是高温高密的，所以辐射层产生的X射线辐射开始很快的增加。X射线流强在激波到达外边界 $r_{\text{out}}$ 时达到最大；即激波冲出恒星表面时，X射线流强有最大值。在这之后，辐射层中的密度和温度以自相似的方式衰减，导致X射线流强也是指数形式衰减。根据上述过程，辐射层厚度 $s$ 和激波的速度决定了X射线辐射的上升时间和下降的时间指数。我们注意到，辐射层内的温度（平均意义上）是随着时间不断下降的，相应的出射光谱也就随时间变软。

### 5.2.3 进一步的讨论

根据自相似动力学模型和对辐射转移过程的简化处理，我们得出了SN 2008D的极早期X射线的光变曲线。重要的是，我们的结果在动力学性质和X射线光变两个方面都和观测符合的较好。我们的理论分析证实了该X射线爆确实是由于超新星激波冲出恒星表面产生。我们的理论分析表明，超新星的中心塌缩是发生在开始观测的552 s之前。我们指出，X射线光变达到的最大值之后的衰减是按照指数方式进行的。光谱软化问题得到了自然的解决。

观测指出，X射线光谱是不能够被简单的黑体辐射所拟合的，并建议用指数形式来拟合<sup>[108]</sup>。根据上述机制，X射线辐射实际上是辐射层中不同位置发出的光子的叠加。图5.3指出辐射层中的不同位置的温度是不同的，所以最后观测到的光谱是不同温度的黑体谱的叠加。与黑洞吸积盘的模型类比可以知道，这样的多黑体叠加谱可以显示出类似指数的形式。我们认为这可以解释观测到的X射线光谱的问题。

本文的理论模型本身并不处理辐射的问题，在动量方程中也未考虑辐射压的贡献。在大质量恒星的结构模型中，辐射压可能是一个重要的因素。自洽的处理含辐射和激波的磁流体问题是不容易的。在我们理论框架下，如果假定流体达到局部热平衡，则辐射压正比于 $T^4$ ；为使整个问题还能够进行自相似变换，需要系统参数满足 $n = 2/3$ ,  $\gamma = 4/3$ 。然而，这样参数系统需要新的自相似变换来处理；或者我们必须考虑非局部热平衡的可能性。总之，建立一个包含辐射压的磁流体自相似模型可以是进一步研究的方向；由此我们可以对激波冲出恒星包层产生的X射线辐射作出更自洽的描述。

## 5.3 磁星的形成

超新星爆发会可能留下致密天体中子星。利用本文的自相似磁流体模型，可以研究超新星前身星、自相似激波和形成的中子星之间的关联。因为本文考虑了磁场的影响，所以我们预期本文的模型也可以研究恒星磁场和中子星表面磁场的关联。特别地，近年来观测到的表面有超强磁场的中子星——磁星，给理论工作带来新的挑战。这一节里我们用磁流体自相似的理论模型解释磁星的形成机制。

### 5.3.1 背景介绍

磁星是表面磁场强度大于临界量子磁场强度 $B_{\text{QED}} = 4.4 \times 10^{13}$  G 的中子星。磁星的表现形式有两种：软伽玛射线复发源（Soft Gamma-ray Repeater: SGR）和不规则X射线脉冲星（Anomalous X-ray Pulsar: AXP）。最早，磁星模型是用来解释SGR的观测现象，因为只有很高的磁场才能提供足够的使星体转动减速的力矩，和足够的发出X射线的能量<sup>[113,114]</sup>。后来，强磁场模型也用来解释AXP，因为它与SGR在爆发时的现象是类似的。迄今为止，观测发现了6个SGR和10个AXP<sup>[115]</sup>。最近，一个新的河内磁星候选者因为快速的光学耀变而被发现<sup>[116–118]</sup>，说明从普通的暗弱中子星到磁星存在连续的变化。

磁星表面的超强磁场在自然界中是独一无二的。这一性质使得磁场成为研究者关注的对象。超强磁场可以为各种高能现象提供能量，例如SGR 1806-20发生的伽玛射线大爆发<sup>[119,120]</sup>。最近，位于超新星遗迹Kes75 中央的转动供能脉冲星PSR J1846-0258 也观测到了类似磁星的X射线发射，其磁场估计为 $\sim 4.9 \times 10^{13}$  G<sup>[121,122]</sup>。近来的观测还为大质量恒星作为磁星的前身星提供了证据，例如在SGR 1900+14 观测到的红外椭圆形包层<sup>[123]</sup>。但是，从理论上，磁星超强磁场的来源还没有得到很好的解决。现在对此问题主要有两类解释：一为中子星发电机模型；二为化石磁场模型。

在前身星恒心内部的对流层经过磁流体发电机过程可以产生磁场。Duncan和Thompson的理论<sup>[124,125]</sup>指出，类似的过程可以在转动中子星内发生，并且原理上可以将磁场增强至 $\sim 3 \times 10^{17}$  G。这一机制要求中子星转动得非常快，其周期应在毫秒量级。但是，迄今所有观测到的磁星都是慢转动的，其周期在 $\sim 2 - 12$  s 范围内<sup>[115]</sup>。所以，中子星发电机模型受到了来自观测事实的严峻挑战。

化石磁场模型最早是用来解释强磁场白矮星的<sup>[50,126–128]</sup>。把白矮星表面的磁场与他们的主序前身星的磁场联系起来是很自然的。通过塞曼效应的观测表明，Ap和Bp星一般都量级在 $\sim 100$  G 的磁场<sup>[129]</sup>。所以Ap和Bp星也就成为了强磁场白矮星最可能的前身星。一般地，磁场强度在范围 $\sim 3 \times 10^2 - 3 \times 10^4$  G内<sup>[126]</sup>。强磁场白矮星可以通过反弹激波形成<sup>[50]</sup>，可能导致星振的新的模式<sup>[130]</sup>。通过假定磁通量的守恒，Ferrario等人<sup>[128]</sup>说明磁场强度为 $\sim 100$  G 的中等质量主序星最终可以形成磁场强度为 $\sim 10^6 - 10^9$  G 的白矮星。该化石磁场模型为关于白矮星

的质量和磁场强度的统计研究所支持。

类似的，化石磁场模型被用来说明磁星磁场的来源问题<sup>[131]</sup>。磁星的前身星被认为是表面磁场在~ 1000 G 的O型星和早B型星。统计研究也表明，磁星来源于质量为 $20M_{\odot} \leq M \leq 45M_{\odot}$  的前身星<sup>[132]</sup>。迄今为止，有两个O型星的磁场被观测到，它们是 $\theta^1\text{Ori C}$  (~ 1 kG<sup>[133]</sup>) 和 HD 191612 (~ 1.5 kG<sup>[134]</sup>)。用新技术获得的照片清楚地显示， $\theta^1\text{Ori C}$  事实上由两颗年轻并且大质量的恒星组成。结合先前的观测数据，可计算出该双星系统距地球1350光年，轨道周期为11年，其两颗恒星的质量分别为38个和9个太阳质量<sup>[135]</sup>。有一些B型星的磁场被观测到，例如B0.5V星HD 37061 (~ 650 G<sup>[134]</sup>)。对猎户座大星云里的所有OB星的系统性偏振观测表明，在8个样本中有3个表面磁场在kG量级<sup>[136,137]</sup>。考虑到实际发现的磁星是如此之少，该观测给出的强磁场大质量恒星似乎又太多了。假定中子星是由主序质量为 $8 \leq M/M_{\odot} \leq 45$  的大质量星塌缩形成，并且8% 的大质量星的表面磁场超过~ 1000 G，这些银河系内的大质量星将能够形成24个磁星，应当构成观测到的磁星的主要部分<sup>[131]</sup>。虽然化石磁场模拟是自然的，而且在统计上也获得了成功，但是还需要有更为直接的磁流体模型，来描述由前身星磁场到磁星磁场的变化过程，来检验是否能够产生磁星所需的磁场强度。

这里我们特别强调前身星本身的磁场可能是由与恒星对流和较差自转相关的发电机机制产生的<sup>[80,138]</sup>，也可能是在恒星形成的分子云中得来的“化石磁场”。本节所要指出的是，发电机机制在新生的中子星中可能是不重要的。

### 5.3.2 模型分析

首先我们设模型的半径范围为 $r_i < r < r_o$ ，其中 $r_i = 10^6$  cm 因为中央的致密天体是中子星或黑洞，而 $r_o = 10^{12}$  cm 即大质量恒星的典型主序半径<sup>[139,140]</sup>。大质量恒星在脱离主序之后爆发之前，可能经历了非常强烈的质量流失过程。在中心塌缩之前，恒星有可能失去了整个氢包层而变成半径为~  $10^{11}$  cm、质量为~  $4 - 8M_{\odot}$  的WR星<sup>[108,109]</sup>。我们可以研究让磁星形成的前身星的条件。

在一开始，我们的模型应当大致上反映了大质量恒星在中心塌缩之前的最后的状态。虽然我们的模型的起始时间是在中心塌缩之时，但是反弹激波需要一定的时间才能传出来影响到恒星表面的状态。恒星表面的密度、温度和磁场强度可以直接由观测得出。根据这些量，可以估计出参数 $h$  的值；它决定了解

最终是趋于准静态解还是强磁场解。在前面我们已经讨论了估计 $k$ 的方法，见式(5-1)。对于典型的 $\rho \sim 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$  和 $T \sim 10^5 - 10^6 \text{ K}$ ，以及 $\gamma = 1.3$  和 $n = 0.7$ ，我们估计 $k \sim 10^{16} - 10^{17} \text{ cgs unit}$ 。

当 $t \rightarrow 0^+$  和/或 $r \rightarrow \infty$  (即大的 $x$ )，磁流体自相似解趋于有限速度解如式(2-42)。对于这类解，物质密度为

$$\rho = \frac{Ak^{1/n}}{4\pi G} r^{-2/n}, \quad (5-4)$$

与时间 $t$ 无关。由式(5-4)，我们可以估计由恒星表面的质量质量参数 $A$ 的值。该类解的速度为

$$u = Bk^{1/(2n)} r^{1-1/n}, \quad (5-5)$$

也与时间 $t$ 无关。恒星表面的径向速度与恒星的质量流失率 (或吸积率) 的关系为

$$\dot{M} = -4\pi r^2 \rho u. \quad (5-6)$$

由式(5-5) 和(5-6)，我们可以从恒星的质量流失率估计速度参数 $B > 0$ 。根据观测，河内OB星的质量流失率为 $\sim 10^{-5} - 10^{-7} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ <sup>[141]</sup>。WR星的质量流失率要比大质量恒星在主序时的质量流失率大些，范围是 $\sim 10^{-4} - 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ <sup>[142]</sup>。最近，Puls等人<sup>[143]</sup>给出了大质量恒星质量流失过程的总结回顾。

总之，根据恒星表明的密度、温度、磁场和质量流失率，我们可以估计有限速度解(2-42) 中的全部参数；进而可以由外向内积分方程(2-11-2-12)，获得星体内部的物理量随半径变化的关系。我们还有选择激波位置的自由度。在物理上，激波的性质取决于爆发的能量、气体的状态方程等。这里我们简单的把激波位置作为自由的参数；通过调整该参数，我们可以获得不同的在小 $x$ 处的准静态解。

当 $t \rightarrow \infty$  和/或 $r \rightarrow 0^+$  (即小的 $x$ )，最后的演化将趋于准静态解<sup>[50]</sup>或强磁场解<sup>[74]</sup>。我们希望，在足够长时间演化以后，即 $t \rightarrow \infty$ ，在 $r_i$ 之内的包含质量趋于一个常数，对应于一个密度在原子核量级的致密天体。对准静态解，包含质量为

$$M = \frac{nk^{1/n} A_0}{(3n-2)G} r^{3-2/n}, \quad (5-7)$$

与时间 $t$ 无关。这与形成中央致密天体的图景是一致的<sup>[49]</sup>。同时，对于强磁场解，中央质量会一直随时间变化，所以对应于在中子星附近有连续不断的吸积或外

流。因为准静态解要求  $h < h_c$ , 这里有一个有趣的现象。为了实现磁星的强磁场, 我们需要整个系统有一定程度的磁化; 但是, 前身星的磁场又不能太强, 才能保证最后形成稳定的中子星。实际上, 对于大质量的恒星, 我们发现条件  $h < h_c$  是很容易满足的。

我们定义外边界初始质量 (前身星质量) 为  $M_{\text{o,ini}}$  和内边界最终质量 (中子星质量) 为  $M_{\text{i,ult}}^{[50]}$ 。这两个质量的比为  $1/f_M \equiv M_{\text{o,ini}}/M_{\text{i,ult}} = \lambda^*(r_0/r_i)^{(3-2/n)}$ , 其中  $\lambda^* \equiv (A/A_0)\lambda^{-2/n}$ 。我们再定义外边界初始磁场 (前身星表面磁场) 和内边界最终磁场 (中子星磁场) 的比为  $1/f_B \equiv \langle B_{\text{o,ini}}^2 \rangle^{1/2} / \langle B_{\text{i,ult}}^2 \rangle^{1/2} = \lambda^*(r_0/r_i)^{(1-2/n)}$ 。实际上,  $\lambda^*$  对这两个比例的影响是很小的, 主要影响的与半径相关的因子  $r^{(1-2/n)}$ 。当  $n \rightarrow 2/3$ , 即多方指数  $\gamma$  趋于  $4/3$ , 这一因子为  $r^{-2}$ 。当  $r_0 = 10^{12}$  cm 以及  $r_i = 10^6$  cm, 磁场强度能被加强至多~  $10^{12}$  倍。所以, 对于磁星, 其表面磁场要求为  $\langle B_{\text{i,ult}}^2 \rangle^{1/2} \sim 10^{15}$  G, 其前身星表面的磁场要求为~  $10^3$  G。该量级的磁场对于OB星是不难获得的。

我们发现  $f_B$  与  $f_M$  是成正比的, 也就是,  $f_B/f_M = (r_0/r_i)^2$ 。我们可以获得一个有用的关系

$$\langle B_{\text{i,ult}}^2 \rangle^{1/2} = \langle B_{\text{o,ini}}^2 \rangle^{1/2} \frac{M_{\text{i,ult}}}{M_{\text{o,ini}}} \left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2. \quad (5-8)$$

因为中子星的最大质量为 Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV; ~  $3 - 3.2 M_\odot$ ) 质量<sup>[144]</sup>, 所以根据上述关系, 磁星的磁场也有最大值为

$$\langle B_{\text{i,ult}}^2 \rangle^{1/2} < \langle B_{\text{o,ini}}^2 \rangle^{1/2} \frac{M_{\text{TOV}}}{M_{\text{o,ini}}} \left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2. \quad (5-9)$$

关系(5-8) 表明, 磁星表面的磁场与前身星表面的磁场和磁星的质量成正比, 与前身星的质量成反比。我们把关系(5-8) 称为磁星的B-M关系。

### 5.3.3 数值计算

我们定义, 应用本文描述的数值方法的起始时间是激波传播到内边界  $r_i$  的时间, 即  $t_1 = [r_i/(k^{1/2}x_s)]^{1/n}$ <sup>[75]</sup>。这里我们简单的假定, 在中心塌缩的  $t_1$  时间之后, 还在恒星内部的反弹激波就形成了自相似的演化规律。典型而言, 这个自相似演化的形成过程需要几百毫秒的时间。反弹激波在恒星内部向外传播, 并在~  $10^4 - 10^6$  s 之后由恒星表面冲出<sup>[34,74,145]</sup>。我们设  $t_2$  为激波冲出表面, 或到达

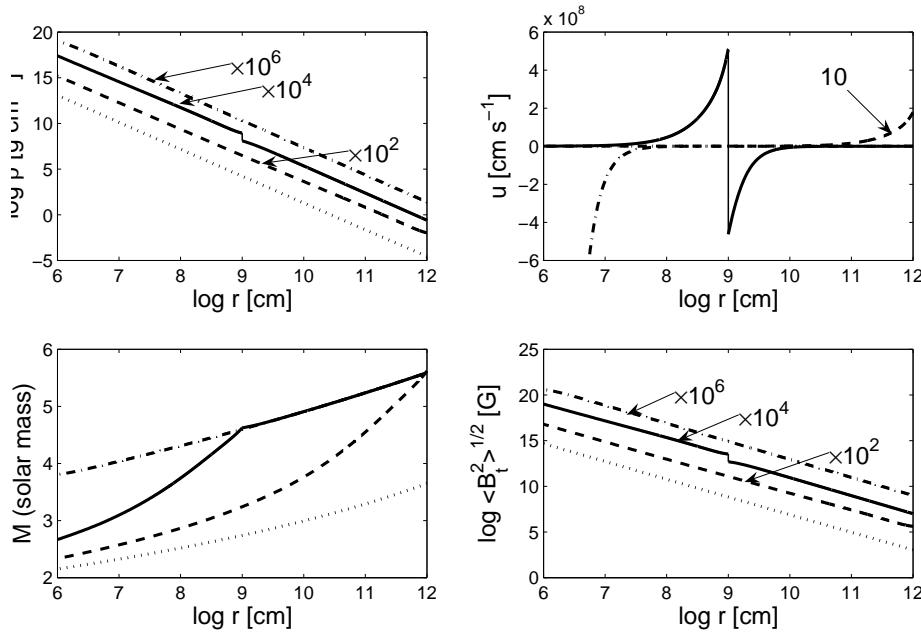


图 5.4 密度、流速、包含质量和横向磁场在不同时刻随半径变化的关系。对于所有分图，虚点线、实线、虚线和点线分别代表了在  $t_1$ ,  $t_{m1}$ ,  $t_2$ , 和  $t = \infty$  的情况。为了清楚的说明，密度、流速和包含质量的曲线被乘以了示于图中的相应系数。

半径  $r_0$  的时间。为了使得过程更为清楚，我们还将计算出在中间时刻  $t_{m1} = 1$  各物理量的演化情况，以及在  $t = \infty$  的系统的最后情况（见图 5.4）。

作为一个例子，我们选取  $n = 0.673$ ,  $q = 0$ ,  $\gamma = 1.327$ ; 这对应了一个传统多方的情形。根据上一节的分析，参数  $n (> 2/3)$  较小的解给出更大的  $M_{i,ult}$  和  $\langle B_{i,ult}^2 \rangle^{1/2}$ 。实际上，这里的参数选取是基于大量的数值实验的。根据大质量恒星的观测典型值，我们设恒星表面密度为  $2.5 \times 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$ ，表面温度为  $3 \times 10^4 \text{ K}$ ，质量流失率为  $10^{-6} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ ，和磁场强度为  $10^3 \text{ G}$ 。基于上述值，我们计算出  $k_1 = 1.55 \times 10^{16} \text{ cgs unit}$ ,  $A = 8.4378$ ,  $B = 1.27 \times 10^{-7}$  和  $h = 1.52 \times 10^{-4}$ 。这样的参数  $h$  保证了系统最终将演化成为准静态解，在中心处形成一个具有稳定质量的致密天体。我们看到，实际上参数  $h$  一般是非常小的；不等式  $h < h_c$  是很容易满足的。我们再进一步的假定，激波在  $t = 1 \text{ s}$  时的半径为  $r = 10^9 \text{ cm}$ 。这些参数确定了一个全局的包含激波的自相似解；其在时刻  $t_1 = 3.49 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,  $t_{m1} = 2.87 \times 10^4 \text{ s}$  和  $t = \infty$  的各物理量示于图 5.4。

前身星的初始质量为  $5.59 M_\odot$ , 与超新星抛出物质的观测是相符的<sup>[108]</sup>。在  $t_1$

时(虚点线), 反弹激波还没有出现。在前中子星表面的径向速度是向内的; 这与在反弹激波之前的中心塌缩过程是一致的。同时, 前身星的外部还在向外流动, 对应于恒星风。这种中心塌缩外部外流的自相似激波流动过程是通过准静态解获得的, 同时, 它也是包层膨胀中心塌缩解 (Envelope Expansion with Core Collapse: EECC) 的另一种形式<sup>[57]</sup>。在  $t_{m1}$  时(实线), 反弹激波出现, 并在恒星包层内向外传播。图5.4清楚的显示了密度、速度、压强和磁场强度等物理量在激波面的不连续性。激波按照自相似的规律来运动; 在  $n < 1$  时, 激波的速度随时间减小<sup>[34]</sup>。激波下沿的流速是正(向外)的; 而激波上沿的流速是负(向内)的。激波下游的包含质量越往中心就越小; 而激波上游的包含质量基本不变。由上游到下游经过激波面, 密度和磁场强度都增大了6.98倍。可以导出,  $\langle B_t^2 \rangle_1^{1/2} / \langle B_t^2 \rangle_2^{1/2} = \rho_1 / \rho_2 = 2/[(\gamma + 1)\mathcal{M}_1^2] + (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$  其中  $\mathcal{M}_1$  是下游在激波参照系中的马赫数。经过激波的最大放大倍数为  $(\gamma + 1)/(\gamma - 1) = 7.12$  (本例中设多方指数为  $\gamma = 1.327$ )。

反弹激波在  $t_2 \sim 3 \times 10^4$  s 时从恒星表面冲出。由图5.4 我们看到在前身星原来所在空间内的流速变得很小; 而整个解开始趋于准静态解。最终, 整个系统的流速趋于零, 任何半径处的包含质量不再随时间变化。在该磁流体演化的初始和最终状态, 密度和磁场强度随半径都是按指数规律变化的, 与上一章的分析是相符的。最终, 在半径  $r_i$  之内, 包含质量为  $2.15 M_\odot$ ; 相应的平均密度为  $1.02 \times 10^{15}$  g cm<sup>-3</sup>, 与中子星的密度相符。平均表面磁场强度为  $\langle B_{i,ult}^2 \rangle^{1/2} \sim 4.70 \times 10^{14}$  G, 所以该中子星应该被认为是磁星。根据关系(5-9), 这种前身星能够获得的最大中子星的磁场强度为  $\langle B_{i,ult}^2 \rangle^{1/2} < 5.72 \times 10^{14}$  G。

中子星表面能够获得的磁场强度与其前身星的表面磁场成正比。但是, 磁场增强因子  $f_B = \langle B_{i,ult}^2 \rangle^{1/2} / \langle B_{o,ini}^2 \rangle^{1/2}$  和质量比  $f_M = M_{i,ult}/M_{o,ini}$  是与整个解的自相似参数, 尤其是与参数  $n, q$  和激波的性质有关。因为系统的初始密度分布为  $r^{-2/n}$ , 指数  $n$  应当被设为接近于极限值  $2/3$ , 从而保证足够的前身星质量。在图5.5 中, 我们对于不同的参数  $q$  画出这两个比例与激波在1秒时位置的关系。这些曲线说明, 具有中等速度(强度)的激波对应着最小的磁场增强因子。我们注意到, 磁场增强因子任何情况下不会大于  $10^{12}$ ; 该值就是假设磁通量在超新星爆发过程中完全守恒所能得到的值。对于更大的  $q$ , 磁场增强因子和质量比都变小。在广义多方条件下的准静态解的定性行为与本节的描述是一致的。

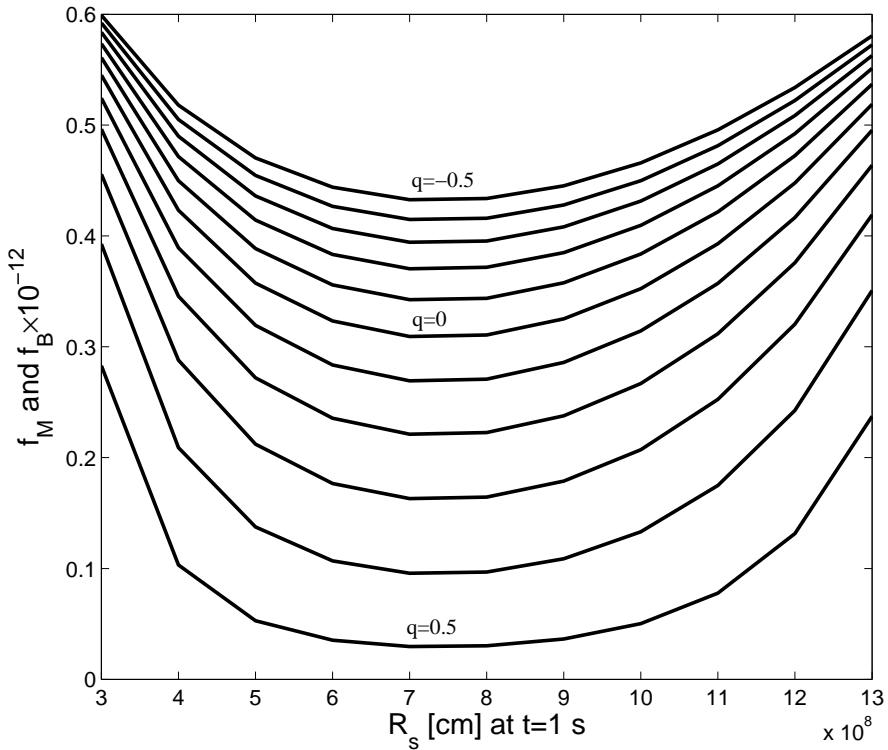


图 5.5 在不同的参数  $q$  下磁场增强因子  $f_B = \langle B_{i,ult}^2 \rangle^{1/2} / \langle B_{o,ini}^2 \rangle^{1/2}$  和质量比  $f_M = M_{i,ult}/M_{o,ini}$  随磁流体激波半径的变化关系。固定参数为  $n = 0.673$ ,  $\gamma = 1.327$ , 前身星表面密度  $2.5 \times 10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$ , 前身星表面温度  $3 \times 10^4 \text{ K}$ , 前身星表面磁场强度  $2 \times 10^3 \text{ G}$ , 和前身星质量流失率  $10^{-6} \text{ M}_\odot \text{ yr}^{-1}$ 。对于这些值, 我们有  $f_M = f_B \times 10^{-12}$ , 所以磁场增强因子和质量比的曲线是重合的。从上到下分别是在参数为  $q = -0.5, q = -0.4, q = -0.3, q = -0.2, q = -0.1, q = 0, q = 0.1, q = 0.2, q = 0.3, q = 0.4, q = 0.5$  时的曲线。

根据我们的自相似磁流体激波解,如果大质量恒星的磁场强度有一个连续的分布,最终形成的中子星表面的磁场也是连续分布的;即存在一个由暗弱的孤立中子星到磁星的表面磁场的连续变化。决定中子星表面磁场的关键参数是前身星表面磁场强度,自相似参数 $n$ 和 $q$ ,以及反弹激波的性质。我们的研究也解决了文[137]提出的难题。也就是,有着较强磁场的大质量恒星是可能,但不一定形成磁星的。最终的磁场增强因子还和很多其他参数有关;该值还很容易的比最大可能值小一个数量级(见图5.5)。这说明,形成磁星的条件是十分严格的;这解释了为什么我们看到这么少的磁星。另外一个主要的对磁星磁场强度的限制来自于对磁星质量的限制,即TOV质量。如果磁场增强因子太大,导致质量比太大,使得中子星质量大于TOV质量,则中子星会进一步塌缩成为黑洞。有趣的是,这样形成黑洞可能在塌缩之后短暂的时期内有很大的磁场,从而可以导致强的相对论性喷流,和长伽马射线暴。

### 5.3.4 进一步的讨论

在上述讨论中,我们用半解析的自相似磁流体解来研究大质量恒星演化末期的中心塌缩、恒星的超新星爆发和中心致密天体的形成过程。作为对文[49,50]的模型在磁流体情形下的拓展,我们的模型可以研究磁场在这一过程中的作用和磁中子星的形成过程。在写下最初的磁流体方程时,我们就设磁冻结条件是成立的。在这一条件下,我们发现,形成的中子星表面的磁场可以是它的前身星表面磁场的 $\sim 10^{11} - 10^{12}$ 倍。所以,如果前身星是一个磁化的大质量恒星,表面磁场达到 $\sim 10^3$  G,它就有可能通过超新星爆发在遗迹中央形成磁星。这里,我们建议,磁星主要是通过强磁化的大质量恒星的超新星爆发产生的。这样的看法得到了观测统计的支持<sup>[131]</sup>。在超新星前身星内部的核上的磁通量是通过恒星主序时的发电机机制,或者通过对形成恒星的分子云的磁场的继承来形成的。该磁通量在中心塌缩和超新星爆发过程中,由于磁通量的守恒,会被“压”进新生的中子星中。如果磁星的前身星有比较大的表面磁场,超新星爆发之后在中子星内部发生发电机机制就不需要了。

如果大质量恒星的表面磁场更大,达到 $\sim 3 \times 10^4$  G或者更多,形成的磁中子星表面的磁场就会更强,达到 $\sim 10^{15} - 3 \times 10^{16}$  G或者更强。这么强的磁场会导致一系列的活动;例如磁重连可以将磁场能剧烈的释放出来<sup>[146]</sup>。如果我们把磁

星（或射电脉冲星）的磁层结构约等于无力平衡的状态，即磁力线和电力线相互平行的状态，磁层里的磁场能就会比该状态下的磁力势场的能量高。磁重连会打破这样的无力平衡状态，使得磁场能释放出来。在太阳和恒星物理的范畴，这一过程对应于恒星的耀斑或日冕物质抛射。在中子星的情形，这样强的能量释放可以点燃所谓的“磁火球”，从而导致短伽玛射线爆。文[119]观测到的大耀斑和SGR J1550-5418 和SGR 1627-41最近的爆发都可能是由于这一原因。在通过爆发释放了一定磁场能之后，中子星表面可能还有数量级为 $\sim 10^{14} - 10^{15}$  G 的表面磁场，即形成AXP 或者SGR。下一章我们将专门讨论地球磁层中的磁重连的观测。

磁星内部的强磁场还可能通过其他活动表现出来。磁洛伦兹力可能在不同层次上把中子星撕裂。考虑到磁星的自旋，破碎的磁星壳层会导致多样的活动行为。例如，壳层的不同部分可能在赤道附近堆积起来，形成磁道附近的隆起，并且产生不规则的星振行为。磁星内部的磁场也可能通过表面壳层的缝隙进入磁星的磁层中。如果壳层被洛伦兹力破坏，磁力线在磁星表面的节点因为磁星物质的对流或者磁星本身的较差自转而运动。磁力线节点的运动会使得磁层的结构发生发生气特的变化，形成“耀斑”或“冕物质抛射”等现象。

对于在超新星遗迹Kes75中的旋转脉冲星PSR J1846-0258 发现的类似于磁星的X射线发射<sup>[121,122]</sup>，我们的模型认为该星是来源于一个一定磁化但未达到磁星量级的大质量恒星的塌缩。这类的磁星类型的活动主要是跟强的磁层活动相关的。现在的观测表明不必要认为磁星是从快速旋转的射电脉冲星中演化而来的。

在我们对大质量恒星混乱磁场做的绕线球理解中，磁场的大尺度平均被认为主要是横向分量和少量的径向分量。根据准球对称的近似，小尺度低强度的扰动、振荡或起伏会出现并且随着大尺度的磁流体演化而演化。在中心塌缩和超新星激波冲出恒星包层的过程中，具有原子核密度的中子星在前身星的中心形成，而前身星的主要部分，连同所带着的磁场，被抛入了星际介质中。我们的半解析模型描述了磁化大质量恒星末期的大尺度自相似的磁流体演化。在此之后，中央的磁星和周围的抛出物质分别根据自身的条件沿着不同的路径重组演化下去<sup>[147]</sup>。例如，磁场将会以杂乱无章的形式演化出较大的径向成分。事实上，如上一段所说，磁星被认为拥有复杂磁层结构<sup>[146]</sup>。对“化石磁场”的数值模拟表明<sup>[126]</sup>，恒星磁场的重组会在几个Alfvén 时标内完成。对于磁Ap星，重组完

成以后的外部磁场结构就是通常认为的偶极结构，同时在内部还有混乱的磁场。由此类比，我们可以认为这样的磁场重组过程会发生在磁中子星上，并且由于对磁星，Alfvén 时标仅 $\sim 0.1$  s，该过程是非常快的。磁星最后会形成多种多样的磁场结构<sup>[146]</sup>。

迄今为止观测确证的磁星都转得较慢，但是大质量恒星一般都转得比较快，其赤道处线速度可达 $\sim 200$  km s<sup>-1</sup><sup>[148]</sup>。所以，显著的角动量转移过程在磁化大质量恒星演化过程中应当发生了。Spruit<sup>[138,149]</sup> 指出，磁场能在较差自转的分层恒星中产生。进一步的，Heger等人<sup>[80]</sup> 给出了质量在 $\sim 12 - 35 M_{\odot}$  范围内的旋转恒星内的发电机磁场的演化规律。一般地说，研究发现磁刹车机制会大大减小最后恒星铁核的自转速度。该速度可比无磁场的情形小 $\sim 30 - 50$  倍。“化石”磁场也会在大质量恒星内部的角动量重分布上有相同的动力学作用。特别地，如果形成的是磁星，其前身星内部的强磁场会导致强的核-包层耦合，使得塌缩的铁核和最后形成的中子星都转得较慢。这是我们的模型得出的自然结果，与观测事实是吻合的。

在本模型中，为了使问题得到简化，恒星的自转没有被考虑进来。概念上说，是可能设计一个轴对称的磁流体力学问题，来研究恒星的较差自转，从而从数量上定出在恒星的中心塌缩、反弹激波甚至喷流等过程中的角动量重分布的情况。虽然总的磁场的构型可能主要是绕向的，但是如果想要磁刹车机制发生，一个相对弱的径向磁场也是需要的。由于有磁刹车的作用，在中央快速塌缩的时候，角动量向外传播至恒星包层。沿着转动轴，定向的外流或喷流可能冲破恒星表面从而带走一定的角动量。对于一个半解析的自相似模型，我们可以设计新的自相似变换，联系时间 $t$ 和空间坐标 $r$  和 $\theta$ 。根据类比，我们认为在低转速的极限下二维自相似系统是可以导出相应的渐进解的。在二维情形，系统中也会自然的出现奇异面。物理上，这样的二维模型可以应用于更为广泛的转动的天体系统，例如磁星、脉冲星、磁白矮星、原恒星、行星等等。

本节我们使用准静态解研究了磁星的形成问题。如果前身星的磁场极强，它有可能最终演化至由强磁场解描述的行为，导致在超新星爆发之后还有持续的回落过程。在这种情况下，中子星的质量就会不断增加，直至超过TOV 极限。这样的回落过程为恒星质量黑洞的形成提供了一种新的机制。值得强调的是，这样的回落过程要求在前身星内部有极强的磁场，而在回落时磁流体系统是由磁场

力主导的。用强磁场解或者相对论热气体的特殊解来探讨超新星回落和恒星质量黑洞的形成可以作为今后进一步研究的课题。

## 第6章 地球磁层重联现象的卫星观测

本章将介绍利用Cluster多卫星设备对地球磁尖区进行的一次长达100分钟的观测。在该观测中，我们得到在行星际磁场由指向南变成指向北之后，磁尖区的位置和大小的变化。基于对磁尖区内的等离子体性质的分析，我们得出，地球磁场和行星际磁场的双重联在该例中发生了。进一步的，我们还将讨论双重联发生的频率和重联点位置的变化。

### 6.1 背景介绍

磁尖区是在南极和北极之上地球磁场的尖点，其中含有磁鞘性质的等离子体。现在，普遍接受的磁鞘等离子体注入到磁层内是通过磁重联过程。地球磁场和行星际磁场的重联形成了一头接在电离层，另一头连接星际介质的“开”磁场线。沿着这样的开线，太阳风的等离子体就能进入地球的磁层。当行星际磁场指向南时，磁重联发生在地球的向阳侧<sup>[150]</sup>，因为在那里的地磁场和行星际磁场间的夹角最大。

当行星际磁场指向北时，磁重联最可能发生在磁尖区的靠极点一侧的地区，即磁层顶的远离太阳一侧<sup>[151]</sup>。极区重联的观测特点是：在磁尖区的靠极点的一侧发生粒子注入；在离子的能量-时间谱图中看到的相反的能量-纬度关系，也就是，粒子的注入能量随着纬度增加而增加；在磁尖区的靠极点的一侧的相反的离子低能截止<sup>[152,153]</sup>；以及磁尖区朝太阳方向的运动<sup>[154]</sup>。在北向行星际磁场的情况下，常常能观测到的极区重联产生的磁尖区<sup>[155-160]</sup>。

进一步的，在北向行星际磁场时，极区重联可能在两极上方同时（或先后）发生，形成双重联现象<sup>[161]</sup>。在双重联，两个半球上的开线都与磁鞘的场线发生重联，从而重新被闭合。这样的经过打开而被重新闭合的场线内含有磁鞘的等离子体。双重联的观测特征分别在磁鞘边界层<sup>[162,163]</sup>、中高度磁尖区<sup>[160,164]</sup>、和电离层<sup>[165-167]</sup>被说明。Onsager和Lavraud等人<sup>[162,163]</sup>建议，在磁层之外，例如磁鞘边界层，双重联的等离子体特征是双向电子束。在磁层之内，重新闭合的磁场先被认为显示出一系列的特征，例如，更高能（能量高于一般的磁鞘正离子能量）

的正离子注入和高能双向电子注入<sup>[168]</sup>。

在磁尖区内部，重新闭合的场线的特征为：(1) 向下运动的氧离子<sup>[164]</sup>，(2) 比典型磁尖区更高能量的等离子体<sup>[160,162]</sup>，(3) 各向同性的离子速度分布<sup>[160]</sup>。关于双重联时磁尖区内等离子体的整体运动方向，即重新闭合场线的运动方向，有很多争论。因为重新闭合场线与太阳风不再直接相关，Bogdanova等人<sup>[160]</sup>认为双重联后的磁尖区是静止的。与之相反，Provan和Imber等人<sup>[166,167]</sup>认为双重联会导致强的向太阳方向的磁场线运动。事实上，重新闭合场线的运动方向有可能是更为复杂的。在一开始，当磁场线刚刚经磁重联有开到闭时，一定的向太阳方向的运动是正常的。之后，重新闭合场线就会在磁层中积累并且停滞下来。所以，上述争论很可能是着眼于重新闭合场线运动的不同的阶段的；同时它们都是基于对一次事例的分析，所以需要对更多的事例做系统性的分析以获得统计性更强的结果。

双重联发生的条件也是一个争议很大的问题。基于对电离层的观测，Imber等人<sup>[167]</sup>得出结论为，双重联只能在行星际磁场基本指向正北的时候才能发生。定义“钟角”为磁场与GSM坐标下正北方向的夹角；该研究认为双重联发生最大钟角为10度。然而，基于对磁鞘内双向电子的观测和统计研究，Lavraud等人<sup>[163]</sup>指出双重量能在钟角范围是0-40度时发生。总之，双磁重联是近年来空间物理的一个热点问题。相关的两个争议点是，双重联时磁尖区内的粒子运动规律和发生双重联的行星际磁场条件。本章要通过对一个双重联案例的分析和相关的统计研究来讨论这两个问题。

## 6.2 观测手段

我们主要使用Cluster卫星对磁尖区的观测数据。Cluster由4颗卫星组成，其轨道的近地点为 $\sim 4 R_E$ ，远地点为 $\sim 19.7 R_E$ ，倾角为 $\sim 90$ 度，周期为 $\sim 57$  h<sup>[169]</sup>。本节中的结果是从Cluster卫星上搭载的电子测量仪PEACE<sup>[170]</sup> 正离子测量仪CIS<sup>[171]</sup>得来的；其中CIS由HIA和CODIF两台探测器组成。HIA不区分正离子的组分，给出高能量分辨率和高角分辨的测量；而CODIF能够分别测量 $H^+$ ,  $He^{++}$ ,  $He^+$ 和 $O^+$ 离子；可以测量能量在0.02 eV 和38 keV/q 的正离子，时间分辨率为4 s。PEACE由高能电子分析器（HEEA）和低能电子分析器（LEEA）组成，可

以测量能量在0.6 eV 至~ 26 keV 的电子，时间分辨率为4 s。飞行器本身的电势由EFW设备给出<sup>[172]</sup>。磁场由FGM设备测量<sup>[173]</sup>，时间分辨率为4 s。

太阳风和行星际磁场的观测是由ACE卫星完成的。ACE绕第一拉格朗日点运动，距地球大约1.5 百万公里，距太阳148.5 百万公里。MAG设备测量行星际磁场<sup>[174]</sup>，SWEPAM设备测量太阳风的密度和速度<sup>[175]</sup>。在ACE和Cluster卫星之间的时间差可以用太阳风在GSE坐标下X方向的速度分量和两个卫星的相对位置计算出来<sup>[176]</sup>。

## 6.3 Cluster卫星观测结果

### 6.3.1 卫星轨道，行星际磁场和太阳风

在2002年9月Cluster卫星组成“串珠”形态经过中高度磁尖区，其中Cluster-3距离其他3颗卫星较远，达~  $2.5 R_E$ 。在2002年9月8日，时间~ 0450 - 0640 UT，Cluster卫星经过北半球磁尖区；其轨道示于图6.1。经过磁尖区的顺序是卫星1, 2, 4, 3。

行星际磁场和太阳风在0430-0600UT时的情况示于图6.2。在所关心的时间段一开始，Cluster-1和Cluster-2进入磁尖区，行星际磁场是指向南的 ( $B_Z \sim -5$  到 $-10$  nT)，并且朝黄昏方向 ( $B_Y \sim 5 - 10$  nT)。从~0457到~0503UT，太阳风的动力学压强由4 nPa增大到8 nPa，并且行星际磁场由指向内转而指向基本正北 ( $B_Z \sim 8 - 10$  nT, CA~0度)，直到~ 0513 UT；从~ 0517 UT直至观测结束，即Cluster-4和Cluster-3离开磁尖区，钟角保持在小于20度的范围内。太阳风的密度在~ 0520 UT 达到最大值，为 $27 \text{ cm}^{-3}$ ，然后慢慢下降并稳定在 $16 \text{ cm}^{-3}$ 。太阳风的动力学压强同样是在~ 0520 UT 达到最大值，为10 nPa。在整段时间内，行星际磁场的GSM X分量都为负值，利于磁重联首先在北半球发生。

下面几节中，我们将给出按照飞船经过磁尖区的顺序，给出Cluster-1, Cluster-4和Cluster-3卫星的观测结果，并且对特别关心的一些时刻给出更为精细的电子和正离子的速度分布情况。下面如不特别说明，所有讨论都将在GSM坐标系内进行。

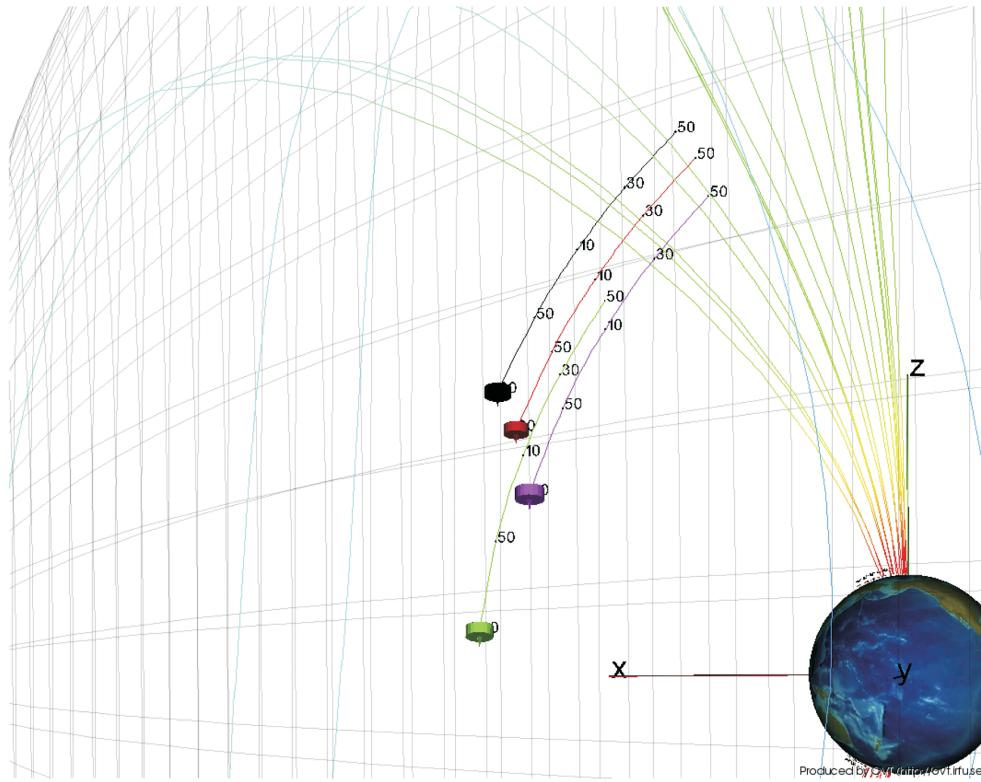


图 6.1 在GSM坐标(X-Z平面)中的Cluster卫星在0430-0600 UT时的轨道。黑色、红色、绿色和紫红色分别对应于卫星1, 2, 3, 4。图中的卫星标志示出它们在0430 UT时的相对地球的位置。图中的磁场线只是简单的展示，并非真实的地磁场构型。

### 6.3.2 Cluster-1 的磁尖区观测

Cluster-1在2002年9月8日对磁尖区的观测示于图6.3和图6.4。

从~0456 UT, Cluster-1 开始探测到磁鞘类的等离子体, 即正离子能量在100 eV 到6 keV 的范围内 (见图6.3)。从~0457 UT 到~0500 UT 飞船探测到很大的电子和离子的流量。在这期间我们在~0457, ~0459, ~0500 UT 看到3个分开的电子束, 能量范围在14-270 eV。向下运动的电子 (俯仰角为0度) 和向上运动的电子 (俯仰角为180度) 都被观测到了; 其中在低能段 (9.6 eV) 以向上运动的电子为主, 在高能段 (290 eV) 以向下运动的电子为主。离子的谱图 (图6.3 a) 显示出离子的低能阈值随着时间、纬度而减小; 这是向太阳区域的磁重联发生的证据<sup>[154]</sup>。这期间, 离子的能量范围是200 eV 到3 keV, 沿磁场方向的整体运动速度为 $100 \text{ km s}^{-1}$ , 这表明, 有很强的离子注入。垂直磁场方向的运动 (图6.3 d和e) 显示出黄昏方向的磁场线移动, 而向太阳方向的磁场线移动没有确定的趋势。

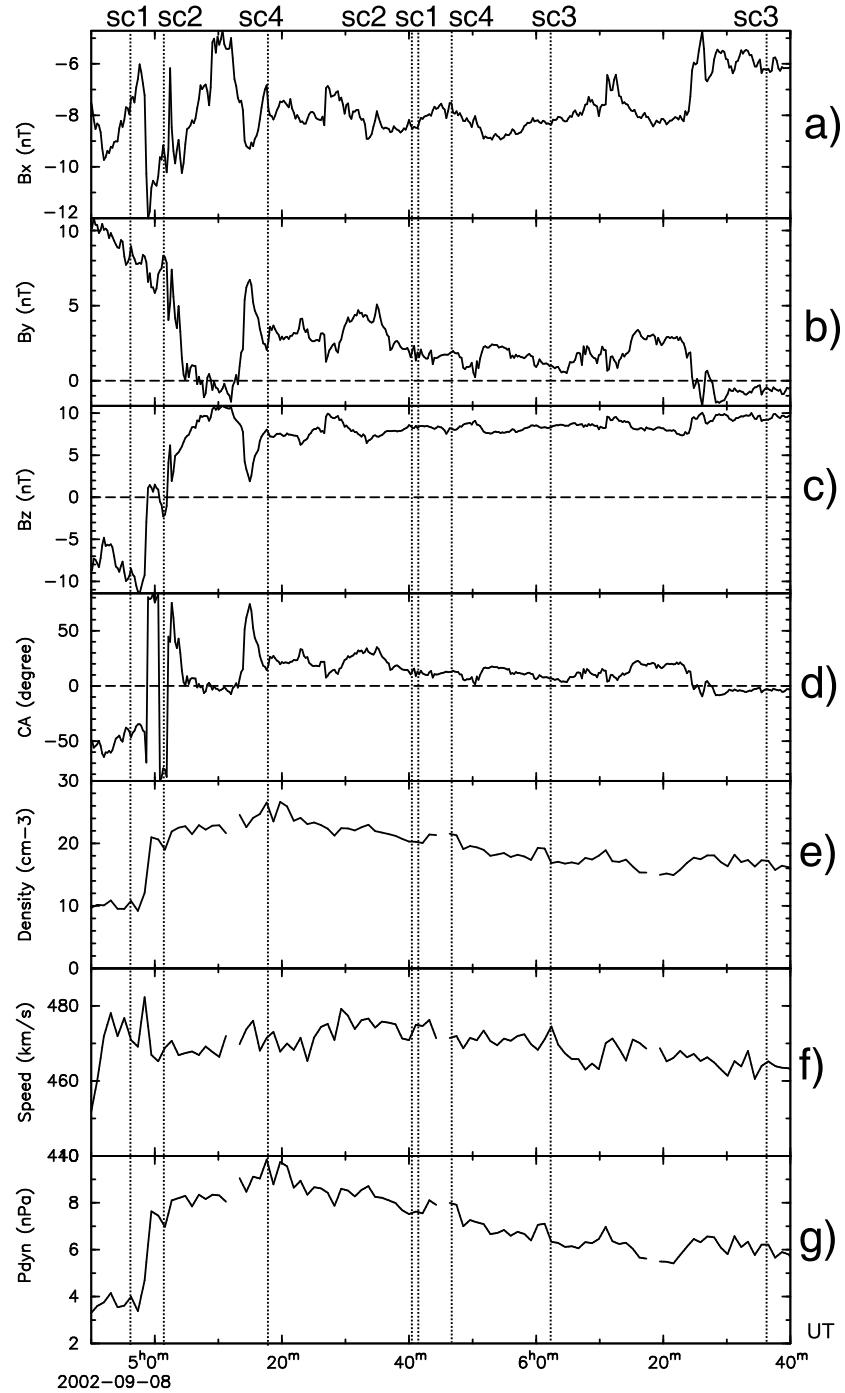


图 6.2 ACE 卫星在 2002 年 9 月 8 日 0430-0600 UT 测量的行星际磁场和太阳风的情况。考虑到太阳风由 ACE 所在位置到达地球的时间，图中所示的时间被延后了 55 分钟。图 a-c 分别示出行星际磁场在 GSM 坐标下的 X, Y, Z 分量；图 d 示出行星际磁场的钟角；图 e 和 f 分别示出太阳风的密度和整体速度；图 g 示出太阳风的动力学压强。竖直的虚线表示每个 Cluster 卫星进入和离开磁尖区的时间。

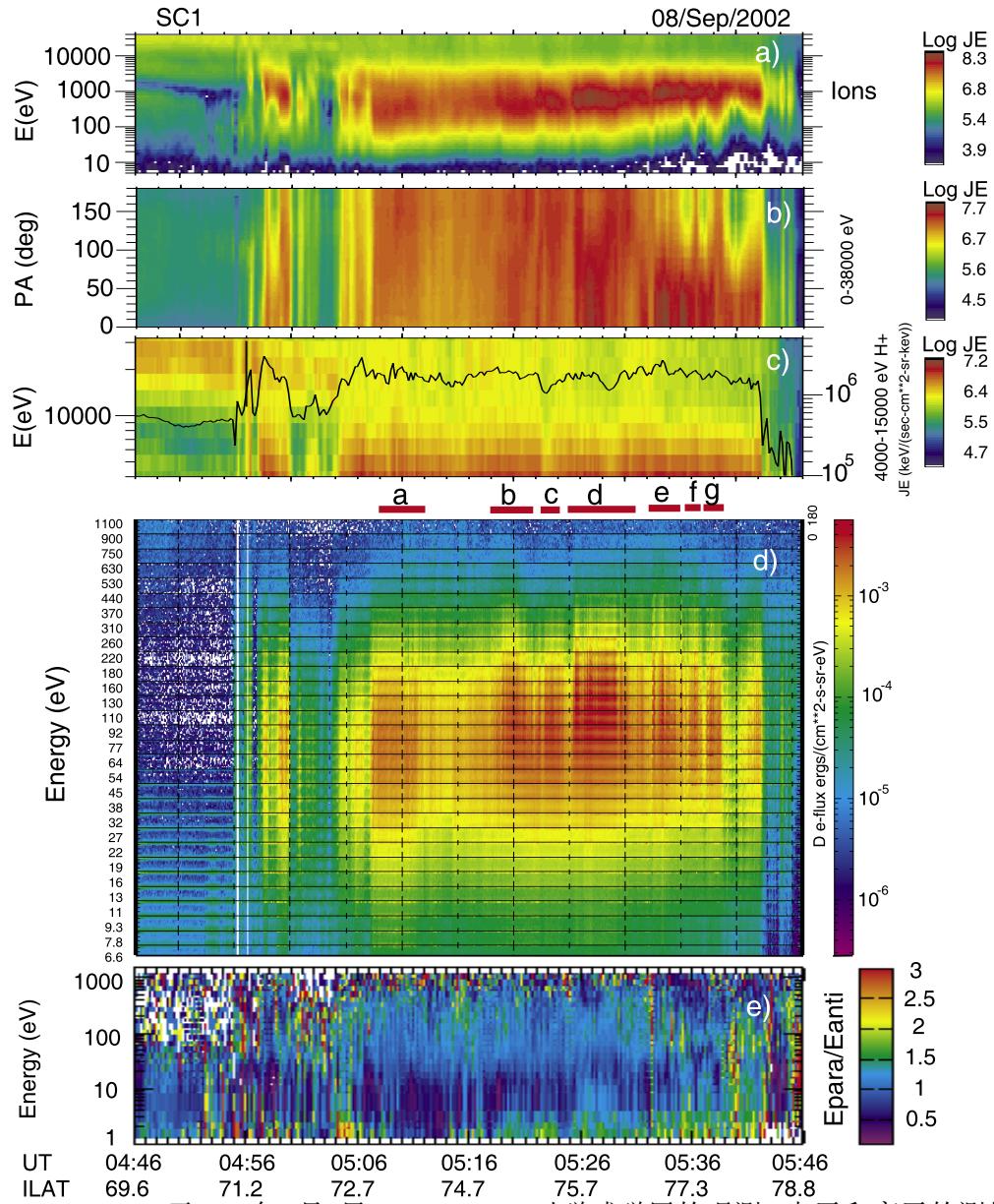


图 6.3 Cluster-1于2008年9月8日0446-0546UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-HIA 和PEACE-LEEA 设备完成。图a和b分别示出正离子能量-时间谱图和俯仰角(运动方向与磁场线的夹角)的分布情况。HIA的整个能量范围都计算在内。图中的颜色表示了粒子的微分能流。图c为高能离子(4-32 keV)的能量-时间谱图,其中颜色表示粒子的微分能流。图上的黑线表示了离子在4-15 keV能段的积分能流。图d由30个小图排列组成,每个小图对应一个电子的能量段(能量值见左边),示出在该能量段的电子的俯仰角谱图,其中颜色表示粒子的微分能流。我们使用PEACE-LEEA的时间精度为4 s的数据,并且去除了光电子的污染。图e为电子的能量-时间谱图,其中颜色表示了沿磁场方向运动电子的微分能流和逆磁场方向运动电子的微分能流的比值。在整个图的底部,我们给出时刻及其对应的不变纬度。图中间的短的红线对应着正文中讨论的电子束a-g。

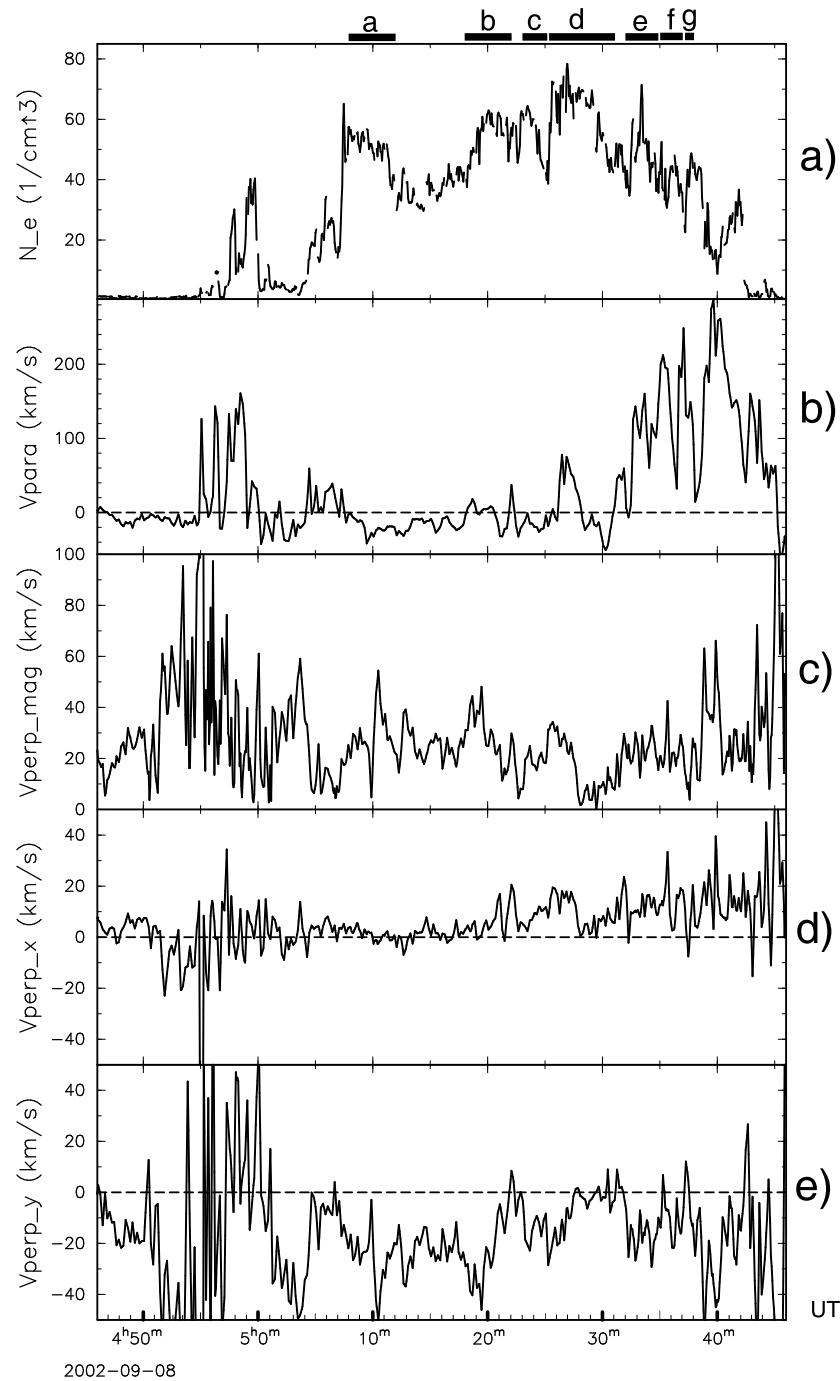


图 6.4 Cluster-1于2008年9月8日0446-0546UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-HIA 和PEACE-LEEA设备完成。图a示出电子的密度；图b-e分别示出离子整体速度在沿磁场的分量、垂直磁场的分量，垂直磁场在X方向的分量以及垂直磁场在Y方向的分量。图上部的短的黑线对应着正文中讨论的电子束a-g。这里我们用离子在垂直磁场方向的整体速度来表示磁场线的移动速度。

从~0500 UT 到~0504 UT, 高密度的磁鞘类离子突然消失了。这期间, 来源为等离子体层的正离子能被清楚的观测到, 同时还能看到磁鞘类的电子, 能量范围为9.3-260 eV。这些是低纬度边界层的等离子体特征<sup>[177]</sup>。我们注意到, 等离子体性质在这期间的变化可能与太阳风动力学压强的变化有关, Cluster-1卫星观测到的随时间的变化对应于等离子体的空间分布变化。

随后, 在~ 0504 UT 电子的密度由 $20 \text{ cm}^{-3}$  上升到~ 0504 UT 时的 $60 \text{ cm}^{-3}$ 。从~ 0504 到~ 0508 UT, 电子和离子的能量随纬度减小; 这说明这是的磁场线还是通过向阳面的磁重联打开的。从~ 0508 到~ 0542 UT, 我们看到一些分开的电子束(见图6.3 d 和图6.4), 时间为0508-0512 UT (束a), 0518-0522 UT (束b), 0523-0525 UT (束c), 0525-0531 UT (束d), 0532-0535 UT (束e), 0535-0537 UT (束f) 和0537-0538 UT (束g)。在其他时间段, 也有电子的能流, 但是密度和流量不如在电子束期间的强。束d有最大的密度。束a的电子能量范围是9.6-290 eV (图6.3 d)。很大的高能电子(能量大于340eV) 流量在束b, d, e, f, g中观测到。我们注意到, 束b, d和e的各能量段的电子在沿磁场方向和逆磁场方向有基本相同的流强, 成为“双向性”; 而束f和g的只有高能电子才显示出双向性。上述性质在图6.3 e中也能明显的看到。束c在高能段没有流量, 但是在其他能量也显示出双向性。从~0530 UT, 电子的低能阈值随纬度增加; 这是极区重联的证据。

从~ 0508 到~ 0542 UT, 正离子的低能阈值也是整体上随纬度增加的(见图6.3 a), 进一步证明粒子来源于极区重联。从0530UT离子的低能阈值有时随纬度短暂的下降; 这与磁尖区的移动, 或者间断的粒子注入有关<sup>[178]</sup>。只考察高能离子(见图6.3 c), 我们发现, 高能离子(能量大于4 keV) 的流强在0456-0500 UT, 0505-0512 UT(包含束a), 0517-0523 UT(大致上束b), 0524-0528 UT(束c和d), 0530-0542 UT(束d, e, f和g)。我们注意到, 高能离子的加强和电子束基本吻合。

从~ 0507 到~ 0532 UT (束a, b, c和d), 离子的俯仰角分布是各向同性的。这期间平行磁场的速度是小的, 在 $-0\sim-40 \text{ km s}^{-1}$ , 反映出向上运动的离子为主。然而, 在束b, c, 和d的时刻, 平行磁场速度变成正值, 在 $0\sim40 \text{ km s}^{-1}$ , 说明出向下运动的离子为主。这期间, 垂直磁场方向的速度是相对小的, 在 $40 \text{ km s}^{-1}$  以下。磁场线向太阳方向的运动是很小的, 在 $20 \text{ km s}^{-1}$ , 而向黎明方向的运动在 $40 \text{ km s}^{-1}$  以下。我们认为这一区域的磁场运动速度是被减慢的, 因为相对于在磁尖区

极区边界的磁场线移动速度，这一区域的速度显著的小。从0532 UT，等离子体向太阳方向和向黎明方向的运动速度都大大增加，分别达到 $20\text{-}40 \text{ km s}^{-1}$  和 $0\text{-}60 \text{ km s}^{-1}$ 。从0532 到0542 UT，向下运动的离子是主要的，除了在束f和g的的短暂时间内（这时各向同性的离子分布重新出现）。从0532 UT，沿磁场的速度很大，达到 $300 \text{ km s}^{-1}$ 。这样的在磁尖区极区边界出现的大规模粒子注入是与极区重联吻合的。从0542 UT，飞船离开磁尖区，进入磁鞘区域。

作为小结，Cluster-1在行星际磁场由南转向北时进入磁尖区。飞船在磁尖区的中部探测到了一个磁场线速度减小的区域，在磁尖区的极区边界附近探测到相反的低能阈值随纬度的变化规律。这些性质证实极区重联的发生。一些分立的电子束被观测到；其中的一些具有双向性。

### 6.3.3 Cluster-4 的磁尖区观测

Cluster-4在2002年9月8日对磁尖区的观测示于图6.5和图6.6。

从~ 0519 UT，Cluster-4开始探测到磁鞘类等离子体。在电子和离子的谱图中，我们都能清楚的看到磁尖区在近赤道一侧和近极地一侧的边界，经过边界的时间分别为~ 0521 和~ 0546 UT。在经过磁尖区的时期，观测到许多电子束，其中的一些有着双向性。在~ 0530 UT 之前，电子的能量范围是14 到220 eV。从~ 0530 UT 开始，能量在280 eV 的高能电子也被探测到，而能量在14-19 eV 的低能电子基本消失。0530UT之后，探测到4个电子束，所在时间分别为0530-0534 UT (束h)，0534-0535 UT (束i)，0537-0538 UT (束j)，和~0543UT (束k)。在这些时间段内，电子的能量较高，同时具有双向性，所以很可能发生了双重联<sup>[168]</sup>。在H<sup>+</sup>的谱图上，从0530UT起我们看到相反的能量-时间关系，从0515UT起我们看到相反的低能阈值随纬度的变化规律。与Cluster-1看到的磁尖区相比较，我们发现离子的能量分布更宽。Cluster-4探测到的离子的能量范围是30 eV 到10 keV；高能离子（4-15 keV）在整个飞跃磁尖区的过程中都能被看到，同时在特定的0535UT (束h和i)，0536-0537UT和0539-0544UT (束k) 高能离子的流强有突然的增强(见图6.5 c)。高能离子的增强总体上是和高能电子束同时出现的。我们需要注意，CIS-CODIF设备对于密度较高的等离子体容易饱和。

从~ 0521 UT 到~ 0539 UT，沿磁场方向和垂直磁场方向的粒子运动速度是很小的，都在 $20 \text{ km s}^{-1}$  (见图6.6)。磁场线以 $0\text{-}10 \text{ km s}^{-1}$  的速度向太阳方向运动。

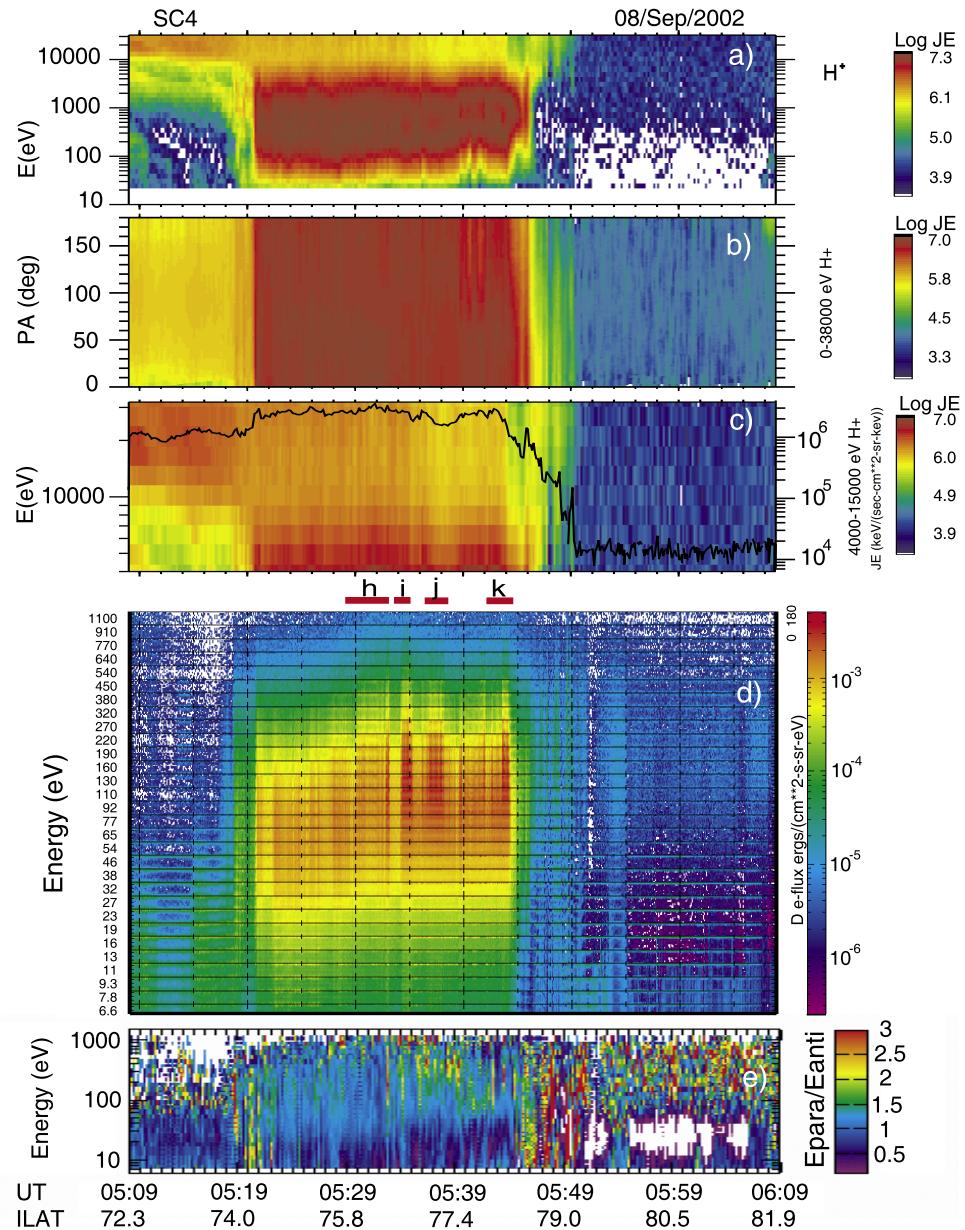


图 6.5 Cluster-4于2008年9月8日0509-0609UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-CODIF 和PEACE-LEEA 设备完成。格式同图6.3。图中间的短的红线对应着正文讨论的电子束h-k。

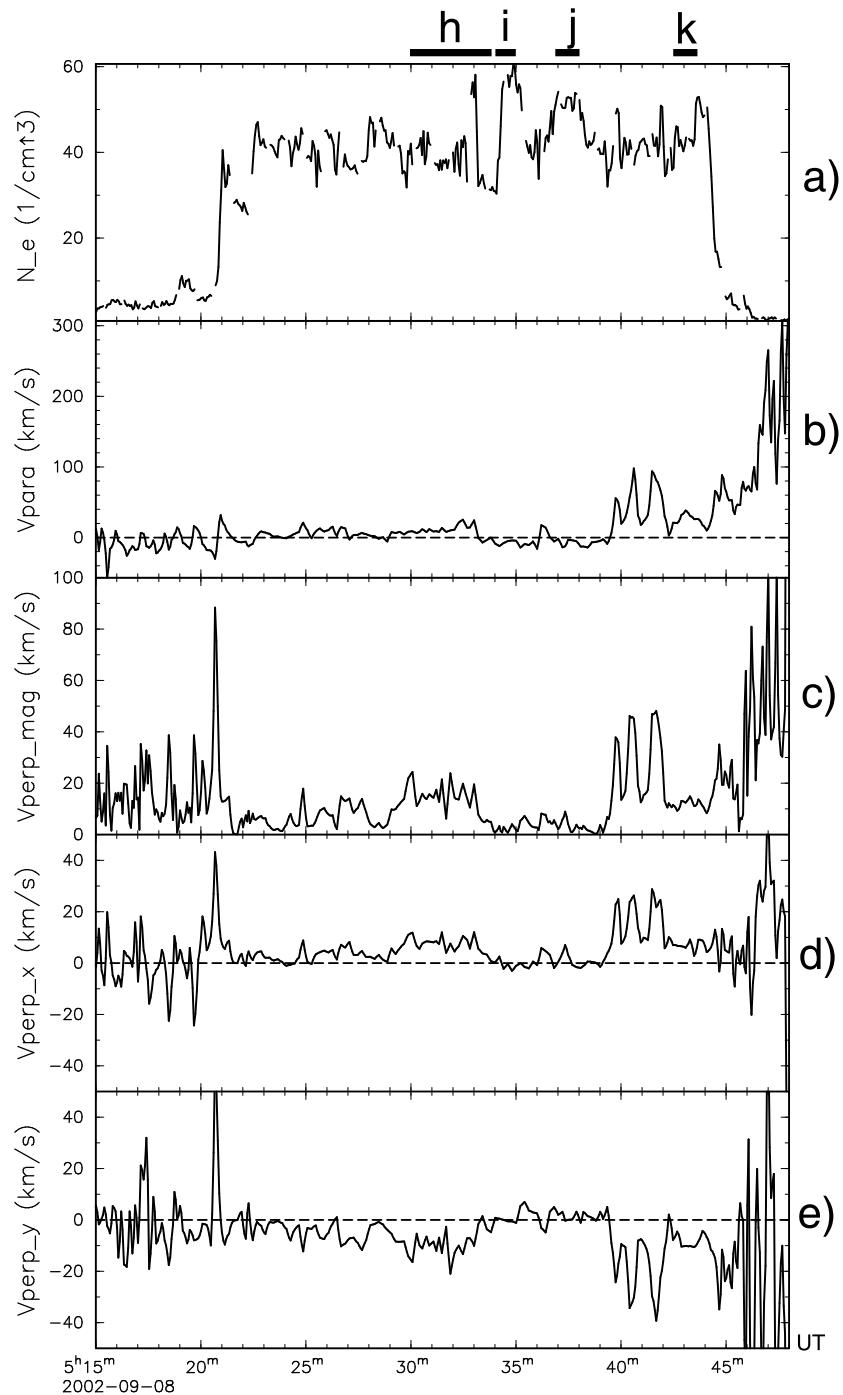


图 6.6 Cluster-4于2008年9月8日0509-0609UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-CODIF 和PEACE-LEEA 设备完成。格式同图6.4。图上部的短的黑线对应着正文中讨论的电子束h-k。

对比Cluster-1，这里观测到的磁场线的移动速度更慢，所以我们认为这里的磁场结构基本上是静止的。这期间，离子的速度分布是各向同性的。从0539UT，等离子体注入变得显著，其速度可达 $50\text{-}200\text{ km s}^{-1}$ 。俯仰角的谱图表明，向下运动的离子为主（见图6.5 b）。这时，磁场线以 $20\text{-}60\text{ km s}^{-1}$ 的速度向太阳运动，以 $0\text{-}50\text{ km s}^{-1}$ 的速度向黎明方向运动。在磁尖区的极区边界观测到粒子注入，是极区重联发生的证据。

作为小结，Cluster-4在行星际磁场保持指向正北期间经过磁尖区。在磁尖区内，Cluster-4观测到跟Cluster-1类似的等离子体性质，特别是在基本静止的磁场结构中的具双向性的高能电子束。与这些电子束同时被看到的是能量早 $4\text{-}10\text{ keV}$ 的离子流强的增大。Cluster-4观测到更为缓慢的磁场线移动。

### 6.3.4 Cluster-3 的磁尖区观测

Cluster-3在2002年9月8日对磁尖区的观测示于图6.7和图6.8。

在~0605 UT之前，Cluster-3在地球面向太阳的一面的等离子体层内，探测到大量高能离子（见图6.7 a）。从~0604 UT，Cluster-3开始观测到能量在 $80\text{-}400\text{ eV}$ 的磁鞘类离子。从0605 UT，磁鞘类离子的流强变大，能量范围扩展至 $20\text{-}2000\text{ eV}$ 。这期间，离子的谱图显示出低能阈值随着纬度减小。从0605UT至0606UT粒子的注入最强，而后流量不断下降直至0608UT。从~0608 UT，离子的流量突然大幅增加，并且直到飞船离开磁尖区都保持很高的值。从0604到0607UT，等离子体层的粒子还是能被探测到。图6.8 b示出在0605到0607UT离子沿磁场方向的速度为 $0\text{-}60\text{ km s}^{-1}$ ，说明存在着粒子的注入。磁场线移动的速度是很慢的，在 $15\text{ km s}^{-1}$ 以下。其中，磁场线在GSM X方向的移动速度在0604到0606UT时为零，在0606到0610时在 $\pm 15\text{ km s}^{-1}$ 范围内变化；在GSM Y方向的移动在0605UT时改变方向并达到最大速率 $15\text{ km s}^{-1}$ （见图6.8）。在0605 UT之前，磁场线朝黎明方向移动；在0605 UT之后，磁场线朝黄昏方向移动。因为磁场线的移动速度很低，我们也认为这里的磁尖区是基本静止的。图6.8 a中示出的电子密度表明在0605至0607UT有一个分立的电子束，其中它在0606UT时具有双向性（见图6.7）。在0606至0608UT，磁鞘类等离子体的流量大大减小。

从~0608UT，磁鞘类的等离子重新出现。这里探测到的电子的速度分布不是各向同性的。电子的流强变化很大，能量范围在 $22\text{-}440\text{ eV}$ ，而且以向上运动的流

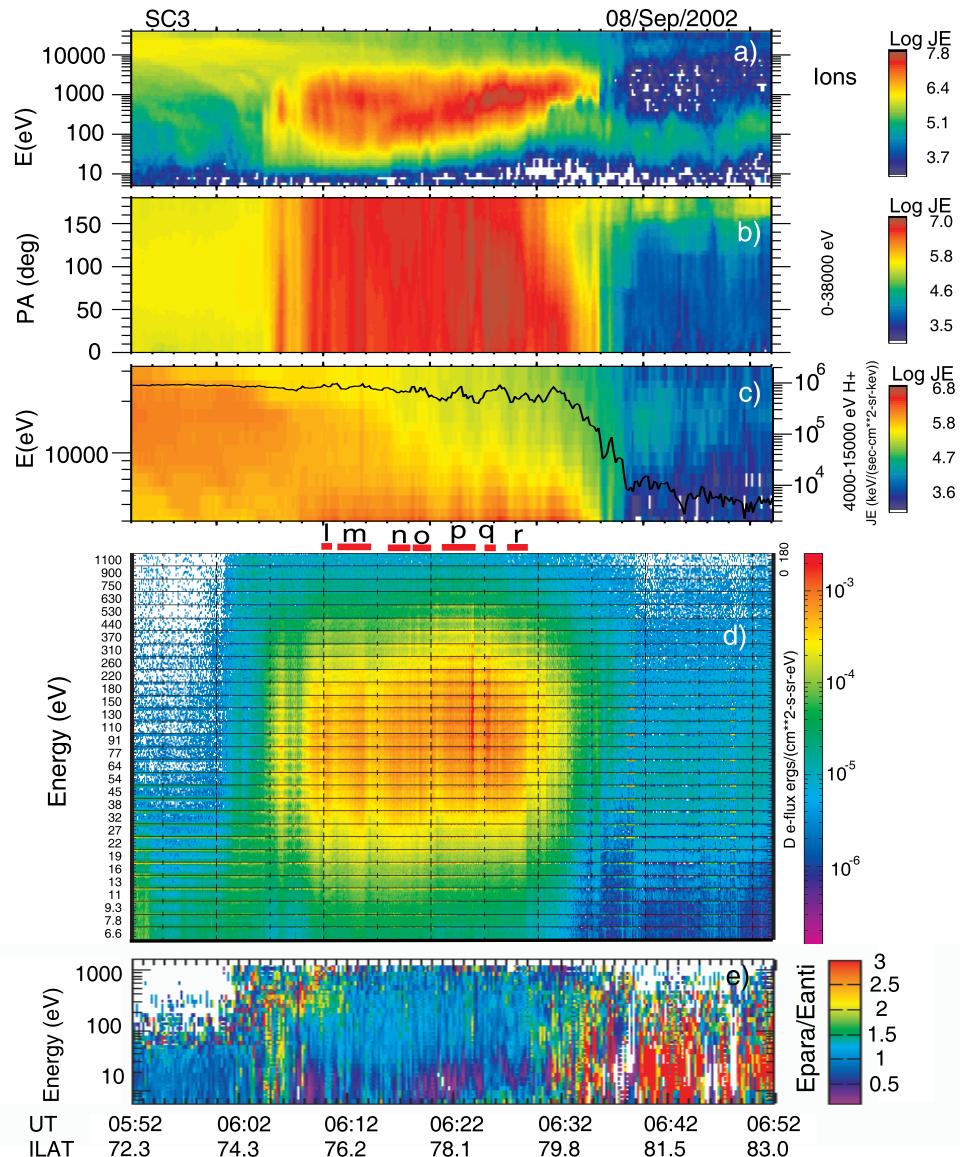


图 6.7 Cluster-3于2008年9月8日0552-0652UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-HIA 和PEACE-LEEA 设备完成。格式同图6.3。图中间的短的红线对应着正文 中讨论的电子束l-r。

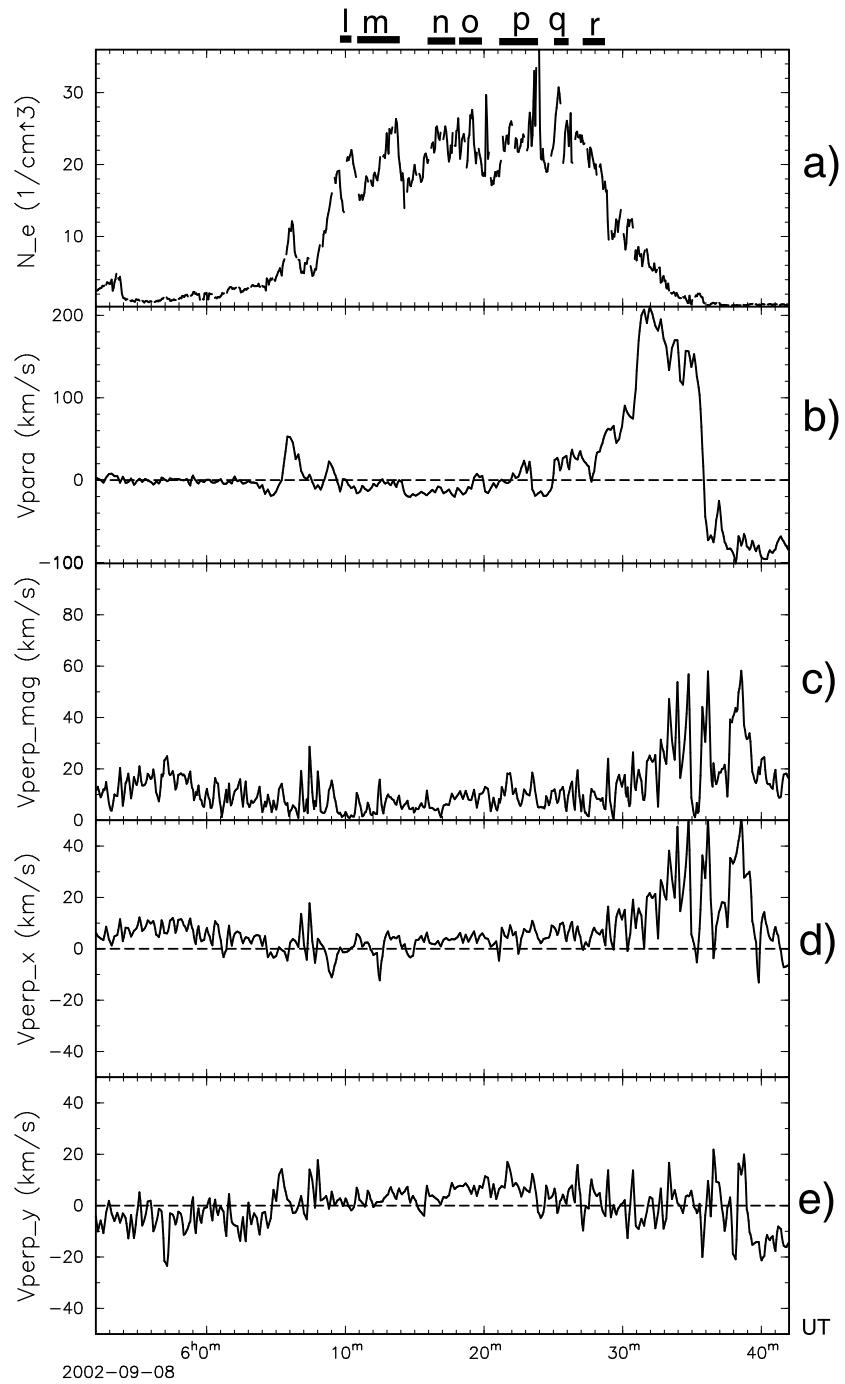


图 6.8 Cluster-3于2008年9月8日0552-0652UT对磁球磁层的观测。电子和离子的测量分别由CIS-HIA 和PEACE-LEEA 设备完成。格式同图6.4。图上部的短的黑线对应着正文 中讨论的电子束l-r。

强为主(见图6.7 d)。图6.8 a中可见电子密度的一些峰,密度可达 $20\text{-}30 \text{ cm}^{-3}$ ,说明有多次的粒子注入。电子束分别出现的时间段为~0610 UT(束1), 0611-0614 UT(束m), 0616-0618 UT(束n), 0618-0620 UT(束o), 0621-0624 UT(束p), 0625-0626 UT(束q), 和0627-0629 UT(束r)。对于这些电子束,向上运动的流量在14-310 eV的能量段是主要的。束o, p, q 在280 eV 能量上的流量更大,并且还有更高能的在430 eV 能量上的电子。对能量大于280 eV 的电子,各束都具有双向性。电子束n, o, p, q, r 与高能离子的加强是同时的。

在0610 至0625 UT, 离子平行磁场的速度较小, 在 $20 \text{ km s}^{-1}$  以内。磁场线移动的速度在GSM X 方向的分量小于 $10 \text{ km s}^{-1}$ , 在GSM Y 方向的分量小于 $15 \text{ km s}^{-1}$ 。虽然速度较低,但是磁场线保持向太阳方向和黄昏方向的移动,与相应的行星际磁场的方向和极区重联的预期相吻合。因为相对极区边界这里磁场线的移动速度很低,我们把这一区域称为准静止区。

在~0625 至0640 UT, Cluster-3卫星运动至磁尖区的极区边界,探测到强的向下运动的磁鞘类离子流强,很多短的高流量电子束(见图6.7),粒子沿磁场方向的快速运动和磁场线朝太阳方向的快速移动( $10\text{-}50 \text{ km s}^{-1}$ , 见图6.8)。离子的谱图清晰的显示出低能阈值随纬度的变化和相反的能量-时间关系,是极区重联发生的证据<sup>[152-154]</sup>。

作为小结, Cluster-3在行星际磁场保持指北超过1个小时以后进入磁尖区。Cluster-3 在磁尖区的赤道方向边界探测到一个分立的等离子体流量,在磁尖区的中央探测到准静止区,在极区边界探测到大的粒子注入。在准静止区内探测到了一系列的电子束,但它们不具有完全的双向性。

### 6.3.5 电子和正离子的速度分布

上面几节中我们看到在磁尖区中部Cluster卫星都看到了一些高能的电子和离子束。一些电子束具有双向性。我们下面将通过电子能谱的方向角截面和离子的相空间密度分布来细致的研究电子的离子的速度分布情况。在研究中,我们对整个经过磁尖区的每分钟都考察了速度分布。对于在有电子束的特殊时段,因为速度分布的变化很快,我们每4 s 考察电子能谱的方向角截面,每20 s 考察离子的相空间密度分布,这些都是由仪器的时间分辨率决定的。我们得到的Cluster-1, Cluster-4, Cluster-3的一些速度分布的例子分别示于图6.9, 图6.10和图6.11。

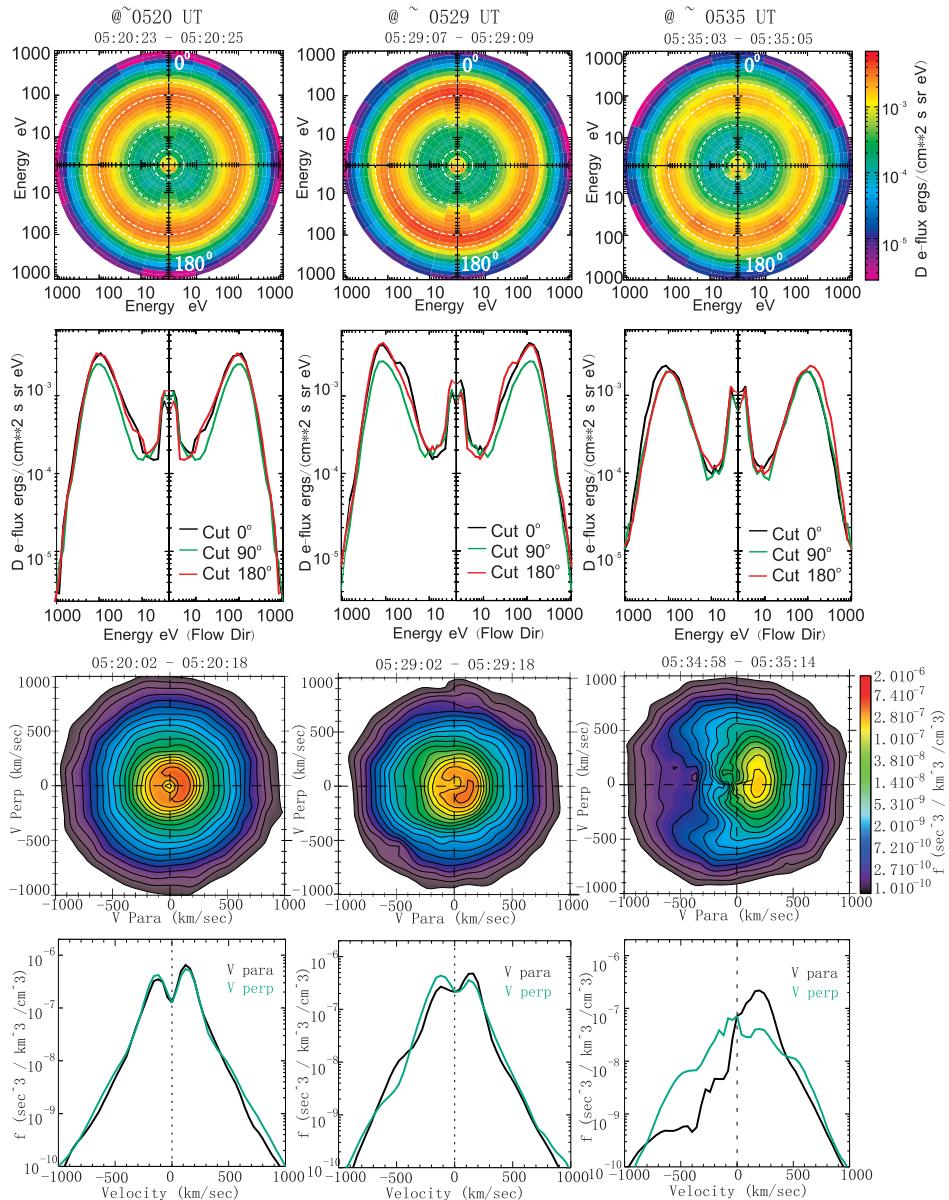


图 6.9 Cluster-1 上的 PEACE-LEEA 和 CIS-CODIF 在 2002 年 9 月 8 日观测的电子能谱的方向角截面和  $H^+$  离子的相空间密度分布。图中的截面分别在~0520 UT (束 b), ~0529 UT (束 d) 和~0535 UT (靠近磁尖区的极区边界) 取得。图中第一行是电子能谱的二维方向角截面, 颜色表示微分能流。图中的 0 度表示沿磁场方向的流量, 180 度表示逆磁场方向的流量。图中第二行是方向角截面在沿磁场、逆磁场和垂直磁场方向的一维截线。黑线为沿磁场方向的流强分布, 红线为逆磁场方向的流强分布, 绿线为垂直磁场方向的流强分布。图中第三行是  $H^+$  离子的相空间密度分布通过包含  $(V_{\text{para}}, V_{\text{perp}})$  的平面的二维截面。其中,  $V_{\text{para}}$  与磁场平行,  $V_{\text{perp}}$  在  $-(V \times B) \times B$  的方向。图上的等高线表示了最大值和最小值之间按对数坐标等分的值。图中第四行是相空间密度分布的在沿磁场方向 ( $V_{\text{perp}} = 0$ , 黑线) 和垂直磁场方向 ( $V_{\text{para}} = 0$ , 绿线) 的一维截线。 $V_{\text{para}} > 0$  对应着下行流量;  $V_{\text{para}} < 0$  对应着上行流量。

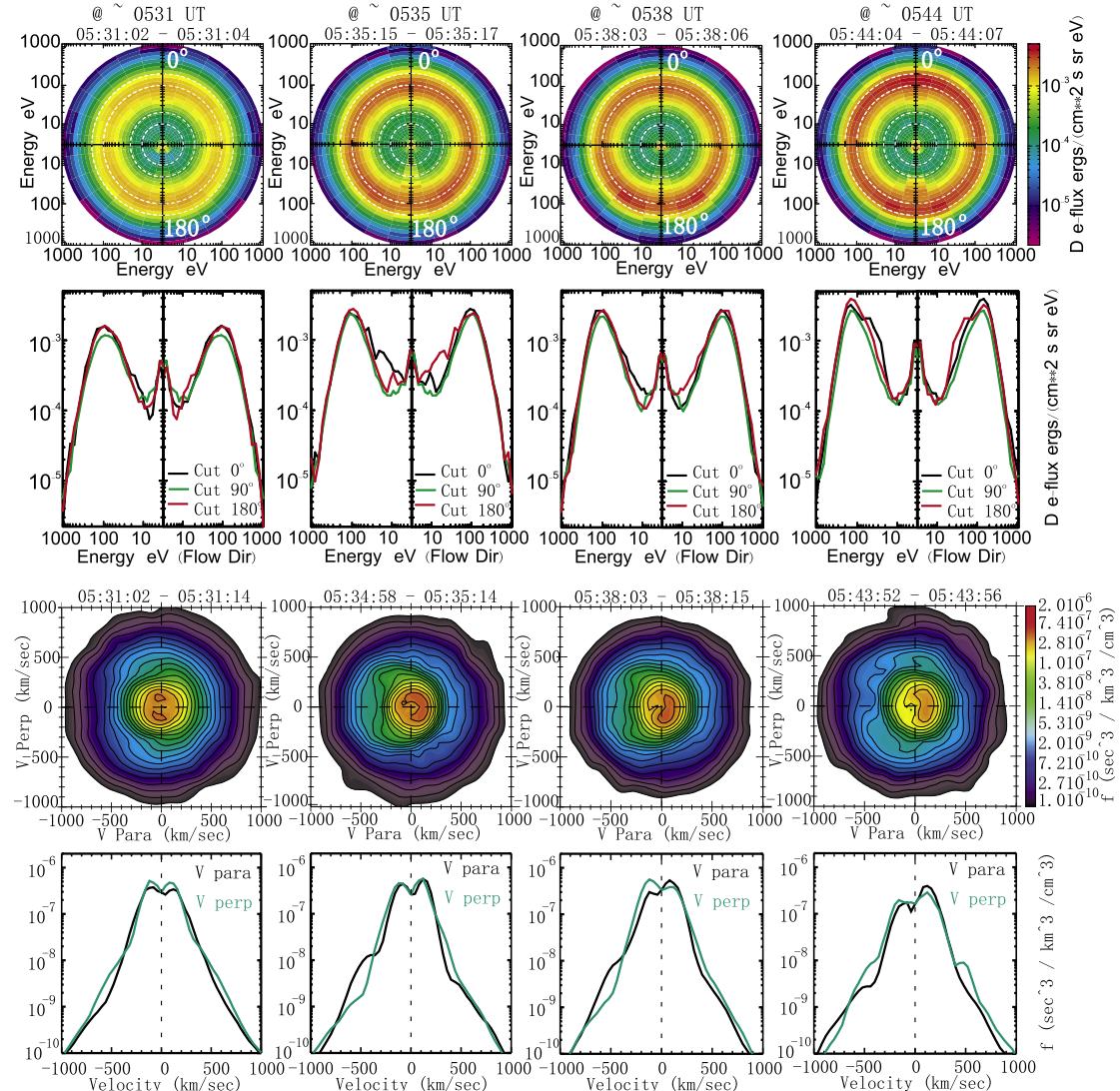


图 6.10 Cluster-4 上的 PEACE-LEEA 和 CIS-CODIF 在 2002 年 9 月 8 日观测的电子能谱的方向角截面和  $\text{H}^+$  离子的相空间密度分布。图中的截面分别在 ~0531 UT (束 h), ~0535 UT (束 i), ~0538 UT (束 j) 和 ~0544 UT (靠近磁尖区的极区边界) 取得。格式同图 6.9。

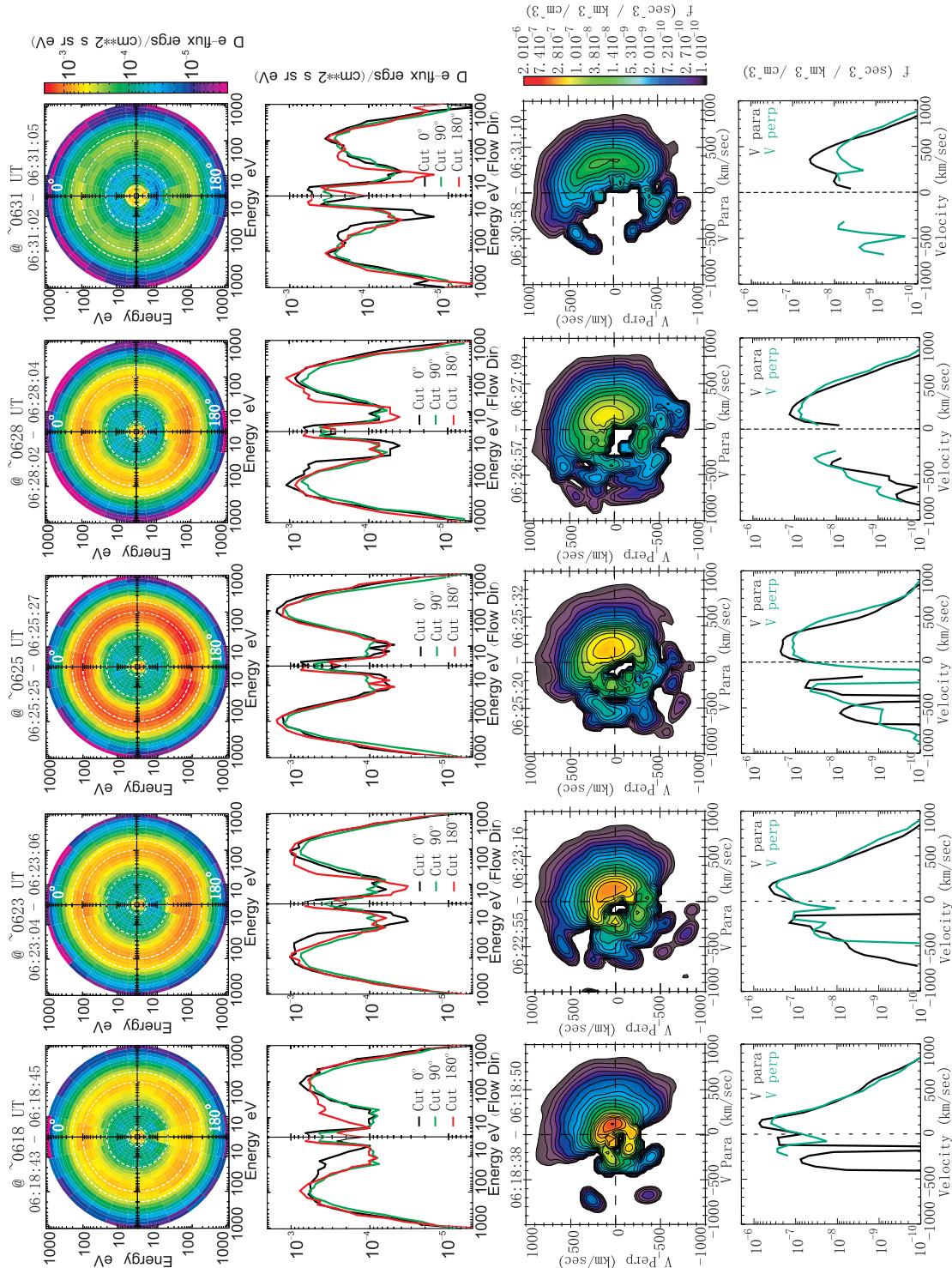


图 6.11 Cluster-3 上的 PEACE-LEEA 和 CIS-CODIF 在 2002 年 9 月 8 日观测的电子能谱的方向角截面和  $H^+$  离子的相空间密度分布。图中的截面分别在~0618 UT (束o), ~0623 UT (束p), ~0625 UT (束q), ~0628 UT (束r) 和~0631 UT (靠近磁尖区的极区边界) 取得。格式同图6.9。

在Cluster-1的观测中我们注意到束b和束d有高能电子和被加速的离子。在图6.9中，我们比较了束b和束d，以及靠近极区边界的束f和束g内的电子和离子的速度分布。图中第二行清楚的表明，在~0520 UT（束b），和~0529 UT（束d），500 eV以下电子平行磁场的流量要大于垂直磁场的流量。500 eV以上电子的平行磁场的流量基本等于垂直磁场的流量；对能量大于40 eV的电子，沿磁场流强和逆磁场流强基本是相等的（双向性）。在非常低的能段（10-40 eV），逆磁场流强超过沿磁场流强。在极区边界（~0535 UT）我们看到非常不同的分布情况。这时，对能量大于100 eV的电子逆磁场方向的流强为主，不出现双向性。在离子的分布方面，在~0520 UT（束b），和~0529 UT（束d），离子运动基本上是各向同性的，有很小的向下流量（见图6.9第三行）。离子垂直磁场和平行磁场的一维分布也是基本相同的（见图6.9第四行），这再次说明离子的运动是各向同性的。在极区边界（~0535 UT）我们看到D型离子速度分布，即向下运动的流量为主，这说明这时有离子的注入。一维分布也表明这是平行磁场方向的流量更大。

在Cluster-4的观测中我们注意到束h, 束i和束j有高能电子和被加速的离子。在图6.10中，我们比较了束h, 束i和束j，以及靠近极区边界的电子和离子的速度分布。由图6.10，在束h，电子运动是双向性在所有能段上都非常好。在束i和束j，电子运动是双向性在能量大于100 eV时非常好。对能量为100 eV附近的电子，下行流量和上行流量稍有不同；这个不同在40 eV以下变得明显。我们认为，40 eV以上的电子具有双向性。在极区边界附近（见图6.10第四列），能量大于70 eV的电子以平行流量为主，能量小于70 eV的电子以垂直流量为主。所以，这时电子没有双向性。实际上，在我们的研究中，我们发现电子的速度分布变化得很厉害，每4 s考察一个截面都会发现很大的不同。所以，要得到完全的双向性是十分困难的。这里在束i和束j看到的是典型的，即在大于100 eV的能量范围内有较好的双向性。在离子分布方面，在束h, 束i和束j离子的速度分布基本是各向同性的；在极区边界，离子是以向下运动流量为主的（D型）。

类似的我们分析Cluster-3的数据。在图6.11中，我们比较了束o, 束p, 束q和束r，以及靠近极区边界的电子和离子的速度分布。从图6.7中我们就发现在能量小于200 eV的能段，电子是以向上运动流强为主的。图6.11也清楚的显示了这一点。然而，在束o, 束p和束q，能量大于200 eV的电子有明显的双向性。而在束r和

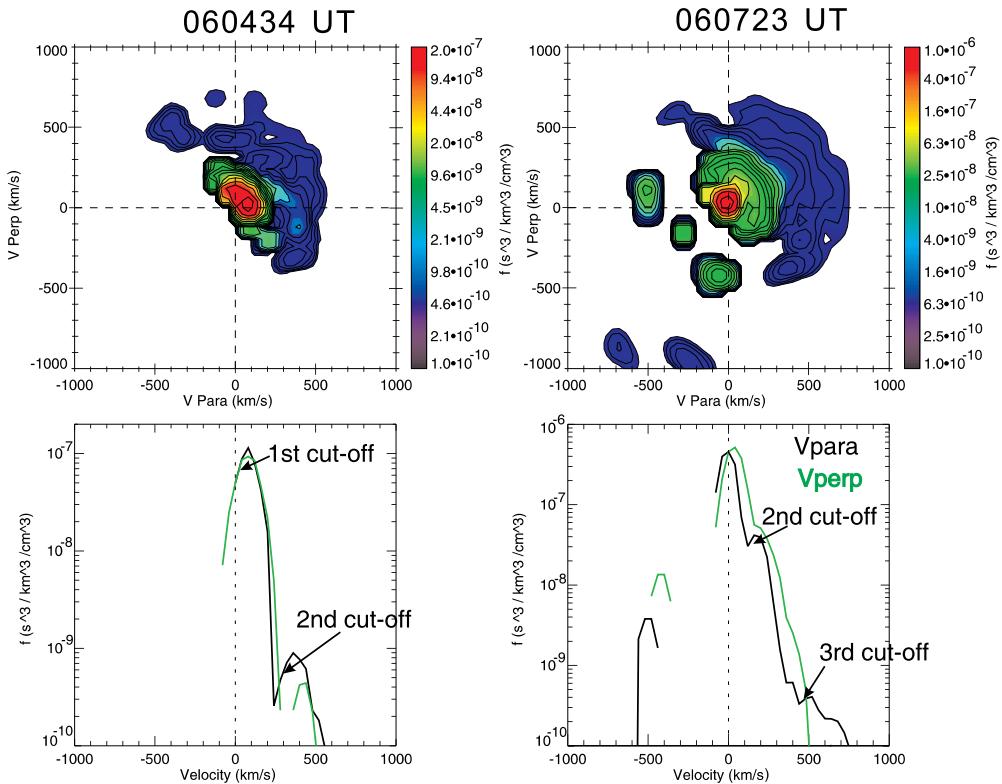


图 6.12 Cluster-3 上的 CIS-CODIF 在 2002 年 9 月 8 日 0604-0605 UT 和 0605-0608 UT 观测的  $\text{H}^+$  离子的相空间密度分布。图中第一行是  $\text{H}^+$  离子的相空间密度分布通过包含  $(V_{\text{para}}, V_{\text{perp}})$  的平面的二维截面。其中,  $V_{\text{para}}$  与磁场平行,  $V_{\text{perp}}$  在  $-(V \times B) \times B$  的方向。图上的等高线表示了最大值和最小值之间按对数坐标等分的值。图中第二行是相空间密度分布的在沿磁场方向 ( $V_{\text{perp}} = 0$ , 黑线) 和垂直磁场方向 ( $V_{\text{para}} = 0$ , 绿线) 的一维截线。 $V_{\text{para}} > 0$  对应着下行流量;  $V_{\text{para}} < 0$  对应着上行流量。

极区边界, 能量大于 200 eV 的电子是以沿磁场方向的流量为主的。Cluster-3 探测到的离子分布是十分特殊的。实际上, 我们没有看到任何时刻离子有各向同性的分布; 就算在电子显示出双向性的束 o, 束 p 和束 q, 离子分布也显示出向下运动为主的 D 型。

特别地, 我们来更详细研究 Cluster-3 在磁尖区赤道边界探测到的离子分布。我们对 0604-0408 UT 的观测每 4 s 考察一个离子的速度截面, 发现可以再细分为两个时间段, 离子的性质在这段时间内不同, 示于图 6.12。

从 0604 到 0605 UT (图 6.12 左边), 离子分布主要有两个特点。一是没有被反射的离子流量, 即平行磁场速度为负的流量; 二是在沿磁场运动的离子流量上

看到两个速度阈值，分别在 $80 \text{ km s}^{-1}$  和  $200 \text{ km s}^{-1}$ 。这时期发生了粒子的注入，而且在向下的流量中发现了两个不同的组分。低能组分的分布是D型的，速度小于 $200 \text{ km s}^{-1}$ ；高能组分的分布也是D型的，速度大于 $400 \text{ km s}^{-1}$ 。两个组分是分立的。所以，这期间我们认为有多个独立的粒子注入源在工作。

从0604 到0608 UT (图6.12 右边)，被反射的离子流量出现了。沿磁场运动的离子流量上看到的负的速度阈值在 $400\text{-}600 \text{ km s}^{-1}$ 。向下运动的流量上，高能组分和低能组分混合在一起，形成一个D型的分布。正的第二个甚至第三个速度阈值慢慢减弱，直至0608 UT 它们完全消失。

综合起来，Cluster-3探测到的离子速度分布的特点为：

1. 向下运动流量为主。在赤道边界附件看到两个分开的D型分布，在其他部分一般看到一个D型分布。
2. 一些向上的流量。一般地说，有两个负的速度阈值。
3. 在极区边界看到正常的极区重联的特征。

## 6.4 相关讨论

### 6.4.1 多卫星比较和磁尖区大小的变化

我们现在对四个卫星先后探测的磁尖区做一个比较，其中对于Cluster-2我们只讨论PEACE对电子的观测。图6.13 集合了Cluster四个卫星在2002年9月8日的观测。

在四次经过磁尖区的过程中，我们看到了不同的等离子体密度。我们交叉检查了由PEACE和CIS-HIA设备得到的密度值，交叉检查了PEACE设备的不同模式得到的密度值。所以方式得到的密度值是统一的，所以设备的校准是成功的，看到的不同时间的密度不同反应了真实的情况。Cluster-1探测到密度最大的等离子体，可达 $\sim 80 \text{ cm}^{-3}$ 。Cluster-2探测到的密度随时间的变化与Cluster-1是类似的，特别在经过磁尖区的前15分钟。因为这两个飞船距离非常近，所以我们认为它们看到了同样的等离子体。但是，Cluster-1在磁尖区的赤道边界探测到一个分立的等离子体流量。由图6.13，我们发现Cluster-1, 2, 4 探测的磁尖区具有相似性。它们都在飞入磁尖区时探测到等离子体密度的突然增加；等离子体密度在磁尖区内部保持某一个值，在极区边界附近的某些时段再次增大。比较起

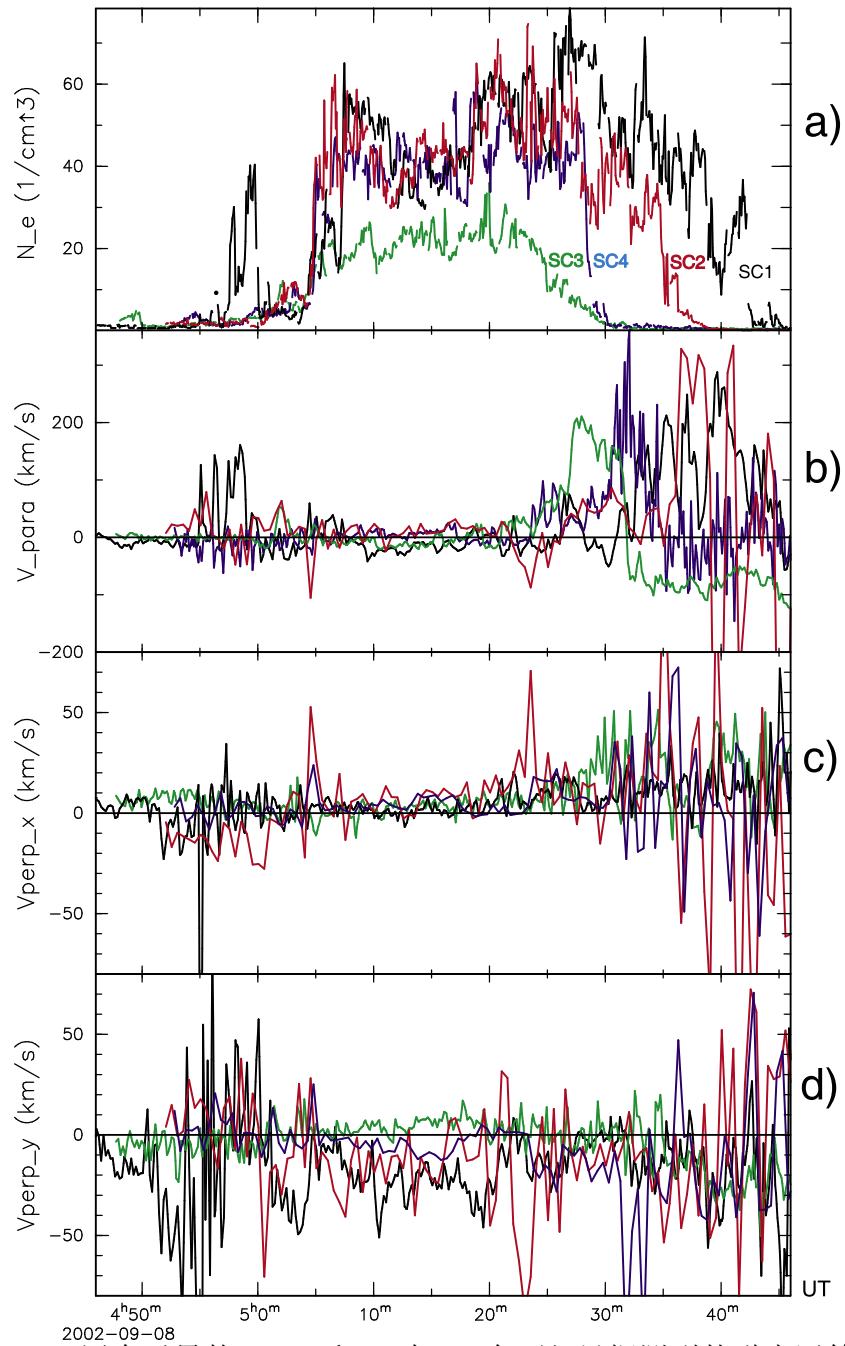


图 6.13 Cluster四个卫星的PEACE和CIS在2002年9月8日探测到的磁尖区等离子体性质。Cluster-1,2,3,4分别用黑、红、绿、蓝来表示。图a示出电子密度；图b, c, d 分别示出等离子体沿磁场方向，垂直磁场方向X分量和垂直磁场方向Y分量的速度。Cluster-1和Cluster-3的等离子体速度是用CIS-HIA设备观测的，Cluster-4的等离子体速度是用CIS-CODIF设备观测的（30秒平均），而Cluster-2的等离子体速度是用PEACE设备观测的（30秒平均）。为了更好地比较，Cluster-2的时间向后顺延了5分钟，Cluster-4的时间向后顺延了16分钟，Cluster-3的时间向后顺延了64分钟。

来, Cluster-4观测到的密度要比Cluster-1,2要小一些。在极区边界附近的粒子注入的时限为, Cluster-1 探测到15 分钟, Cluster-2 探测到10 分钟, Cluster-4 探测到7 分钟, Cluster-3 探测到10 分钟。

Cluster-3 看到了非常不同的等离子体密度。首先, 密度值与之前的飞船相比下降了3倍, 由 $60$  到 $20 \text{ cm}^{-3}$ 。这与太阳风情况的变化是相符的。从~ 0520 到~ 0640 UT, 太阳风密度减小了38% (见图6.2 e)。而且我们注意到, Cluster-3看到的磁层是在行星际磁场保持指北1小时以上的。统计研究表明, 北向行星际磁场下的磁尖区的等离子体密度要低于南向行星际磁场下的磁尖区的等离子体。我们认为, Cluster-3探测到的较低的密度值是由于太阳风密度变化和极区重联的离子注入效率较低。另一种可能性是Cluster-3经过了磁尖区的不同部分, 例如靠近边缘的部分, 所以密度较低。但是行星际磁场在Y方向的分量一直保持很小, 所以磁尖区不应当在横向发生明显的移动<sup>[179]</sup>。

四个飞船看到的非常一致的等离子体沿磁场方向的运动速度。在靠近赤道边界和磁尖区的中部, 离子速度很慢, 仅 $\pm 20 \text{ km s}^{-1}$ ; 在极区边界附近, 速度有很大的正值, 可达 $200\text{-}300 \text{ km s}^{-1}$ 。我们还在比较中发现一些有趣的现象。每个飞船都探测到了一段磁场线向太阳方向移动的速度十分小的阶段, 我们称之为“准静止区”。虽然经过磁尖区的时间是很不同的, 但是准静止区的时间长度是十分一致的, 都在15分钟左右。我们发现在准静止区, 密度随时间的变化都变得比较缓慢。这说明, 准静止区是磁尖区中一个受到极区粒子注入较小的地区。在准静止区, Cluster-1, 2, 4都探测到磁场线向黎明方向以 $10\text{-}40 \text{ km s}^{-1}$ 运动; Cluster-3探测到磁场线向黄昏方向以~ $10 \text{ km s}^{-1}$ 运动。但是, 行星际磁场的Y方向在整个过程中都是朝黄昏方向的。这说明, Cluster-3探测到的等离子体有着不同的来源。综合以上, 我们认为, Cluster-3看到的是一个新形成的磁尖区。虽然中部的磁场线移动也是减弱的, 但是磁尖区还是在1小时的时标内发生显著变化。

我们可以用多卫星系统的研究磁尖区边界的移动和磁尖区大小的变化。我们用电子的谱图决定磁尖区的边界, 即首先看到磁鞘类电子的时刻, 和最后电子密度下降到极区正常电子密度的时刻; 结果见表6.1。根据磁尖区的边界位置, 我们可以估计在每次飞船飞越时磁尖区的大小。我们充分认识到, 这样的估计是有缺陷的, 因为在飞船飞越的时候磁尖区有可能已经发生的变化。根据表6.1, 在Cluster-1经过和Cluster-4经过之间, 磁尖区由7.3度缩小到5.4度, 之后

表 6.1 Cluster四个飞船进入和离开磁尖区的时刻和位置

	进入 (UT)	ILAT (度)	离开 (UT)	ILAT (度)	飞过磁尖区时间 (分钟)	磁尖区大小 (度)			
	Cluster-1	0456	71.2	1151	0544	78.5	1209	48	7.3
	Cluster-2	0506	71.7	1203	0545	78.4	1232	39	6.7
	Cluster-3	0519	72.5	1157	0546	77.9	1211	27	5.4
	Cluster-4	0602	74.3	1214	0635	80.3	1246	33	6

到Cluster-3经过时又扩大到6度。我们发现，磁尖区的赤道方向边界一直在向极区方向移动，速度为每小时ILAT 2.8度。在Cluster-4 经过到Cluster-3 经过，该边界向极区运动的速度为每小时ILAT 2.5度。对于极区边界，在Cluster-1和Cluster-4 经过之间，它向赤道方向移动；在Cluster-4和Cluster-3 经过之间，向极区以每小时ILAT 2.9度的速度移动。

总结起来，磁尖区基本上是向极区方向移动的。开始时，Cluster-1, 2, 4 经过时，磁尖区变小，极区边界向赤道方向运动。之后，在Cluster-4经过到Cluster-3 经过，极区边界向极区方向运动，速度为每小时ILAT 2.9度，赤道边界也向极区方向运动，速度为每小时ILAT 2.5度；所以磁尖区以每小时ILAT 0.4度膨胀。

观测到的磁尖区的移动和大小的变化可能是因为太阳风和行星际磁场的变化。在Cluster-1进入磁尖区的时候，太阳风动力学压强突然增加，行星际磁场由向南转而向北。之后行星际磁场长期保持北向，为极区重联甚至双重联创造了良好的条件。磁尖区的赤道方向边界向极区方向的移动可以被太阳风动力学压强的突然增加解释<sup>[180]</sup>。但是，也有观测说明在太阳风压强突然增强是磁尖区会朝赤道方向移动<sup>[181]</sup>。磁尖区移动的另一种解释是由于行星际磁场的突然变化，该机制被观测<sup>[182]</sup>和统计研究<sup>[183]</sup>所支持。在这种情况下，重联点从靠近太阳的赤道附近移动到极区附近。

在单独的极区重联的情况下，磁尖区的大小不发生变化，因为磁场线的足迹在极区旋转<sup>[165]</sup>。从Cluster-4到Cluster-3经过磁尖区的显著增大要求其他的物理过程的介入。Sandholt等人<sup>[165]</sup>指出双重联会使磁尖区变大，因为该过程会增加重新闭合的磁场线的数目，而这些磁场线相对十分稳定。所以，第二次极区重联的净效果是含等离子体的磁场线的积累，和磁尖区表观上的变大。所以，这里的

观测表明，在北半球发生了极区重联之后，南半球的极区也发生了第二次重联，即“双重联”发生。另一方面，从Cluster-1到Cluster-4经过磁尖区的变小可能是由于行星际磁场突然由向南转而向北。在行星际磁场变化之后，极区重联很快就会发生<sup>[182]</sup>。在赤道边界附近，原有的开磁场线还会继续朝极区方向运动；而在极区边界附近，新生的开磁场线会朝赤道方向运动。最后的效果就是磁尖区的缩小。

#### 6.4.2 重联点的位置

因为各飞船都在磁尖区的极区边界附近探测到了大规模的离子注入，北半球的极区重联持续发生，时间长达100分钟。之前对于行星际磁场指北时的极光的观测也说明，在稳定的行星际磁场条件下，极区重联可能保持长达数小时<sup>[184]</sup>。这里的观测相比极光观测而言，有着更好的时间分辨率，所以可以研究重联点的位置随时间的变化。估计从飞船到重联点的距离很重要，因为这为我们提供了磁重联发生位置和磁场的几何结构。研究者提出过一系列的估计方法<sup>[185]</sup>。通过离子的速度分布，我们可以得到下行和上行（在电离层被反射）流量的速度阈值，再参考半经验的T96 磁层模型<sup>[186]</sup>，就能估计到重联点的位置<sup>[188]</sup>。因为在极区附近有大量粒子注入，我们能够使用这种方法。飞船到重联点的距离 $X$ ，可写为

$$X/X_m = 2V/(V_m - V), \quad (6-1)$$

其中 $X_m$  是飞船到电离层镜像点的距离，可由T96模型获得； $V$  是下行离子的速度阈值； $V_m$  是上行离子的速度阈值。在实际操作中，速度阈值为定义为流量减小至最大流量的 $1/e$ 的速度<sup>[187,188]</sup>。该方法的不确定度较大，可达50%，主要来源于速度阈值的不确定度。实际上，因为在下行和上行流量中都有很多的局域离子，是不可能完全准确的确定速度阈值的<sup>[185]</sup>。所以，该方法应当被用于长期的观测，并且得到的结果只有平均值和变化趋势有意义。所得结果的短期变化不应视为重联点的快速移动。

我们对在极区边界附近的观测（离子速度分布显示出D型）用上述方法估计飞船到重联点的距离，结果示于图6.14。由Cluster-1, 4到重联点的距离在 $10-60 R_E$ 变化，可能反映了重联点是脉动的。我们强调，在0528-0534 UT 时间内距离估计比较一致的给出值为 $60 R_E$ ，这时Cluster-1是在磁尖区的中部的。整个Cluster-1,

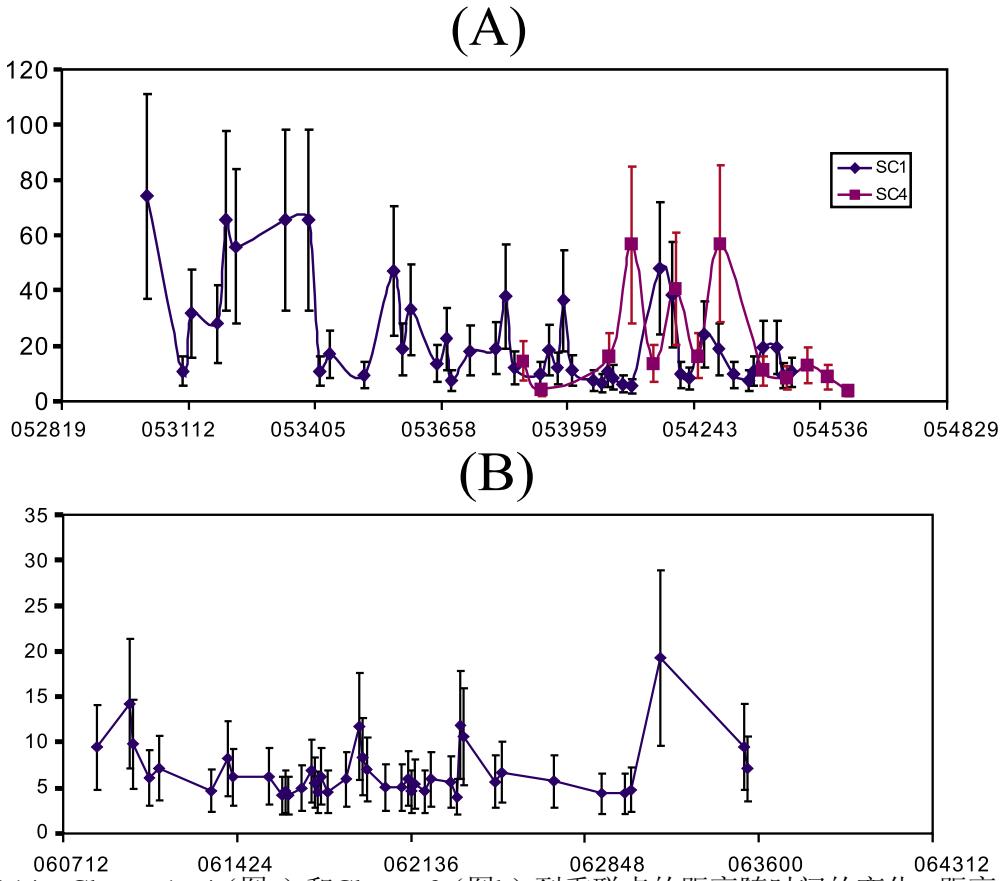


图 6.14 Cluster-1, 4 (图a) 和 Cluster-3 (图b) 到重联点的距离随时间的变化。距离的单位是地球半径 $R_E$ , 误差棒代表不确定度为50%。

4探测到的距离平均为 $\sim 15 R_E$ 。由Cluster-1 的观测, 到重联点的距离基本上是逐步减小的, 可以估计出重联点的移动速度为每小时 $0.04 R_E$ , 或者 $250 \text{ km s}^{-1}$ 。我们把这样的由一艘飞船测出的重联点移动速度成为“小尺度速度”。Cluster-1和Cluster-4测到不同的距离是正常的, 因为Cluster-4离电离层更近一些。在1个小时以后, Cluster-3测到的距离相对变化就不大, 在 $5\text{-}15 R_E$ , 基本上比之前测到的距离小; 平均值为 $8 R_E$ 。我们可以给出一个“大尺度速度”, 即不同飞船测出的距离差别来计算的速度。在本例中, 重联点移动的大尺度速度为每小时 $0.0025 R_E$ , 或者 $16 \text{ km s}^{-1}$ 。大尺度速度比小尺度速度小一个量级, 这说明Cluster-1, 4观测到了快速移动的重联点。

重联点朝太阳方向的移动在一定程度上是难于理解的。事实上, 数值模拟表明极区重联点应当朝远离太阳的方向运动<sup>[189,190]</sup>。这是因为, 在磁尾区域, 流体

速度大于阿尔文速度，重联点必须朝磁尾部运动，使得在Hoffman-Teller坐标（电场为零的坐标）中的流速小于阿尔文速度<sup>[191]</sup>。我们的观测也与文[156]不符，他们认为，在稳定太阳风条件下，重联点应当是稳定的。一个可能的解释是，我们看到的重连是片状不连续的，不同位置的重联点是独立形成的。另一种可能的解释是磁鞘类等离子体在磁尾部的流速仍然是亚阿尔文的。根据T96模型，我们可以估计Cluster-3到磁顶层的距离为 $4.5 R_E$ 。所以重联是在磁尾部的不远处发生的。还有一种解释是因为我们看到的是卫星到重联点的位置，考虑到卫星是在磁尖区内向远离太阳的方向运动，所以可能不是重联点朝太阳方向运动，而是磁尖区整体朝远离太阳的方向运动。这样一来，Cluster-3看到的磁尖区就相对于Cluster-1,2,4 看到的磁尖区更靠近极区，相对到重联点的距离也就更小了。太阳风动力学压强的变化也可能是导致重联点位置发生变化的原因之一。

#### 6.4.3 脉动的双重联

在本例中，Cluster卫星在行星际磁场保持指北的时段经过磁尖区。行星际磁场的条件有利于磁重联在北半球极区发生。根据3颗卫星共同的观测结果，即离子低能阈值随纬度增加，以及在磁尖区极区边界附近的下行离子流量和向太阳方向的磁场线移动（见图6.3, 6.5, 6.7），新的开磁场线在极区附近形成。这些观测说明，行星际磁场和地球磁场在北半球极区重联，时间为0500-0640 UT，持续100分钟。我们建议，整个过程的图景是：极区重联首先在北半球建立，形成的开线朝太阳方向移动，在磁层向太阳的一面聚集，并且可能通过在南半球发生的次级重联重新闭合。我们把这一过程称为双（极区）重联。

四颗卫星都观测到了磁尖区中部靠近赤道边界的准静止区。根据文[160]，准静止的磁尖区是双重联的特征；同时，离子各向同性的速度分布也被认为是双重联的特征。在我们的例子中，特殊之处在于在磁尖区中部还有短暂的等离子体注入，即电子束和相应的高能离子加强。其中的一些电子束具有双向性，即沿磁场和逆磁场的流量相等；有的电子束只在高能段具有双向性。双向性电子束是双重联最直接的证据<sup>[168]</sup>。与电子束相应的高能离子，是由于在双重联时离子被两个重联点加速了两次，所以有更高的能量<sup>[160,162]</sup>。我们看到的这些双向性电子束和高能离子加强是在准静止区内，这否认了之前认为的双重联导致向太阳方向的磁场线移动<sup>[166,167]</sup>，而与文<sup>[160]</sup>相一致。Cluster-1, 2 探测到的磁场线在

黎明-黄昏方向的移动可能是因为：1) 双重联发生的起始阶段，磁场线因为行星际磁场在Y方向的分量移动；2) 双重联发生的最后阶段，磁层内的重新闭合场线因为交换不稳定性向两边移动最终由向阳侧转移到磁尾区域<sup>[161]</sup>。Cluster-1, 2, 4观测到的磁场线移动方向与行星际磁场的Y分量符合的，所以我们认为这里的磁尖区含有的是新生的重新闭合场线；而Cluster-3观测到的磁场线移动方向与行星际磁场不符合，我们认为该卫星看到的是“老”的重新闭合场线。这与卫星经过磁尖区的顺序是一致的。

我们注意到，双向性电子束和高能离子加强出现的时间是短暂的，不连续的，这说明只有一部分在北半球被重联打开的磁场线被重新闭合。根据相应的电离层观测，这样的脉动的双重联的特征反应了通量转移过程<sup>[165,166]</sup>。这里我们首次用Cluster卫星观测到长期的脉动性双重联过程。

#### 6.4.3.1 电子能谱的方向角截面

通过电子能谱的方向角截面，我们可以分辨磁场线的拓扑结构，特别是鉴定重新闭合的磁场线。

最有可能探测到重新闭合磁场线的期间是探测到电子束的时间，即Cluster-1的束b, d, Cluster-4的束h, i, j, Cluster-3的束o, p, q。在图6.9, 6.10, 6.11，我们共同看到的上述电子束的双向性。在某些低能段（小于40 eV），逆磁场方向的流量可能超过沿磁场方向的流量；这可能与电离层的发射有关，不影响我们对双向性的结论。通过与在极区边界处的电子方向角截面（开磁场线）做对比，我们认为双向性的电子束代表了重新闭合的磁场线，即双重联。在开线的情况下，电子的速度分布明显不是双向的。

在Cluster-3的情形，电子束不是在每个能量段都具有双向性。我们把在高能段看到的双向性也作为双重联的证据。原因有二：1) 受到双重联影响的电子集中在高能段，因为它们受到了两个重联点的两次加速；2) 因为双重联的快速脉动性，在低能段的双向性可能来不及建立。

#### 6.4.3.2 双重联的周期性

我们把分辨重新闭合磁场线的方法总结一下。我们对等离子体性质的判别标准是高能电子和离子<sup>[160,162]</sup>，和电子能谱方向角截面反映出来的双向性<sup>[168]</sup>。

根据这些标准，我们可以定出飞船探测到重新闭合磁场线的时段，进而估计双重联的周期性。我们根据等离子体性质判断双重联的方法，有很好的时间分辨性。另一种判定方法是根据极光的观测，典型的SuperDARN雷达设备每2分钟获得一幅图像；这样的一些短时标的双重联过程，甚至双重联的脉动性，会被忽略。

在本例中，飞船交替的探测到重新闭合的磁场线和开的磁场线。在对电子每4 s的能谱做细致分析时，我们发现电子的速度分布变化非常快。在电子束中，我们发现双向性能够持续连续的几个仪器周期（4 s）。再考虑到电子束间的时间间隔，我们认为，双重联发生的周期是不稳定的，在1-5分钟。本结果与文[192]的估计是一致的。但是，我们的估计与用SuperDARN得出的结果~15分钟<sup>[166]</sup>相比小很多。如前所述，这个区别可能是由与探测手段有着不同的时间分辨率。

我们强调这期的“周期性”是完全根据观测得来的；我们需要考虑观测特征和真实的磁重联过程的关系。首先，磁重联的脉冲时标可能比这里的估计要长；第二，我们探测到的脉冲可能是由于不同的独立的重联点；第三，飞行器和磁场线的移动可会影响观测结果。在充分认识到这样的估计的局限性后，我们认为这里的估计给出了双重联的大致周期。一般地，电子从第二重联点到达飞船位置所需的时间为几秒钟，所以双重联发生的时刻是观测到重新闭合场线等离子体性的时刻之前几秒钟。这说明，我们用电子的性质作为判别标准，可以比较准确的反应真实的磁重联的情况。与之相比，离子的飞行时间可达数分钟。

#### 6.4.3.3 离子的速度分布

我们考察双重联对离子速度分布的影响。在图6.9 和图6.10，重新闭合场线上的离子分布和开线上的离子分布是十分不同的。沿重新闭合场线，离子分布是各向同性的；这是由于重新闭合场线都是“老”的，带着的离子经过了长期的散射，速度变得各向同性了。在磁尖区的极区边界，开线都是“新”的，带着的离子刚刚被磁重联注入，主要是下行的，速度分布呈现D型<sup>[154]</sup>。根据这一比较，我们建议，对于重新闭合的场线，离子的速度分布会有各向同性的性质。但是，凡是“老”的磁场线，尽管没有被重新闭合，其上的离子也会是各向同性的<sup>[154]</sup>。所以，这一性质不能用来判别双重联是否发生。

Cluster-3观测到了十分不同的离子速度分布，基本没有探测到任何的各向同性分布。造成这种现象的可能原因有很多；我们认为主要有两种可能性。第

表 6.2 Cluster在2004年和2005年观测的磁尖区事例

钟角(度)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	> 50
事例数	1	1	3	4	7	6

一，在北半球发生的首次重联本身可能是脉动的，所以在磁尖区内部实际上没有“老”的磁场线，都是非常新的磁场线，电离层反射的流量还没有到达。第二，这可能是由于重联点离得十分近，这样一来，粒子由重联点到达飞船的时间就很短，没有时间产生各向同性的分布。其他解释都需要假定十分负责的磁场时空结构，本文不拟讨论。

在本例中，我们没有发现下行的O<sup>+</sup>离子的证据。一般认为，下行的O<sup>+</sup>离子是双重联发生的直接证据，因为，O<sup>+</sup>离子的唯一来源是电离层，下行的O<sup>+</sup>只能是被另一半球的第二次重联加速的<sup>[164]</sup>。O<sup>+</sup>离子从南半球的重联点到飞船的飞行时间为数分钟，但是双重联的脉冲时标为1分钟左右，所以O<sup>+</sup>没有足够的时间达到飞船而被观测到。当然，Cluster没有观测到O<sup>+</sup>也有其他可能的原因。例如，O<sup>+</sup>的能量可能低于CIS-CODIF的能量阈值，或者南半球的电离层的局部区域因为特殊的原因没有O<sup>+</sup>。另外，Sauvaud等人<sup>[193]</sup>认为，O<sup>+</sup>只有在磁顶层发生运动时才能在磁层中被看到。

## 6.5 统计研究分析

上述研究中，我们发现准静止区在双重联的事例中普遍存在。Bogdanova等人<sup>[160]</sup>根据一个事例的研究说明，稳定的双重联会导致完全静止的磁尖区；本文说明，脉动的双重联会导致磁尖区中出现准静止区。为了研究磁尖区静止、双重联和行星际磁场钟角的相互关系，我们研究了Cluster卫星在2004年和2005年在北向行星际磁场下观测到的所有中高度磁尖区，共计22个事例。

我们把这些事例按照钟角的范围分成6类，列在表6.2中。小钟角的事例是很长罕见的。我们在每组中随机的选出一个事例做深入研究。对于选出的事例，我们分析在磁尖区内部的磁场线的运动方向和速度，结果在每一个事例中都找到了或大或小的准静止区。判定准静止区的标准是磁场线移动的速度小于10 km s<sup>-1</sup>。CIS设备测量速度的误差极限是±5 km s<sup>-1</sup>。

表 6.3 Cluster在2004和2005年观测的行星际磁场钟角在40-60度的磁尖区事例的性质。

日期	飞船	进入 (UT)	离开 (UT)	在磁尖区 时间(分钟)	CA (度)	准静止区 时间(分钟)	静止比例
04/07/16	3	1203	1222	19	50-60	6	0.316
04/08/04	1	1641	1659	18	40-50	15	0.833
04/09/06	1	1830	1907	37	40-50	29	0.784
04/09/16	1	0740	0820	40	40-50	28	0.7
04/09/18	1	1554	1630	36	50-60	20	0.556
04/09/18	1	2117	2220	63	40-50	28	0.444
04/10/03	1	0414	0433	19	50-60	0	0
05/09/21	3	0221	0248	27	50-60	12	0.444
05/09/30	3	1352	1409	17	40-50	13	0.765

因为之前的研究建议双重联只能在钟角非常小的条件下发生，普遍观测到准静止区是十分奇怪的。特别地，我们研究了9个钟角在40-60度的事例<sup>①</sup>，结果列在表6.3中。表中日期按照年/月/日的方式标注。表中的最后一列是“静止比例”，定义为在飞船准静止区内的时间与在整个磁尖区的时间之比。

所有钟角在40-50度的事例都探测到了准静止区。平均准静止区时间为22.6分钟，平均静止比例为0.64。所以，当钟角在40-50度时，磁尖区的主要部分都是静止的。在这些事例中，往往有一些其他的现象，比如多个离子注入等等。我们认为这主要跟行星际磁场有关。特别的，2005年9月30日观测到的事例实际上发生的是向阳面重联。

钟角在50-60度的事例相对复杂一些。除了一个在整个磁尖区都充满不稳定的磁场的事例外，其余的都观测到了准静止区。平均准静止区时间为9.5分钟，平均静止比例为0.33。我们发现，比上一种情况，这里的静止比例变小了。我们的研究与文[159]的研究是相符的，都认为准静止区是极区重联的普遍性质。根据上述研究，我们认为钟角在40-50度的时候，相比于钟角在50-60度的时候，准静止区更容易形成。

Imber等人<sup>[167]</sup>认为，双重联只能在钟角小于10度的情形下发生。这里的统

<sup>①</sup> 这样的事例共有13个，其中的4个没有充分的等离子体数据。

计研究给我们两个可能性。第一，双重联能够在更普遍的情况下发生<sup>[163]</sup>；第二，准静止区不是双重联独有的特征。这里，我们甚至在钟角大于50度的事例中都发现了准静止区，而这时基本是不可能发生双重联的，所以我们认为第二种可能性是接近真实的。虽然准静止区是个普遍的现象，统计研究还是显示出，小的钟角更有利於准静止区的形成。

## 6.6 小结

本章主要讨论了一个Cluster观测地球磁尖区的事例。该事例有三个特殊之处：1) 稳定的基本指向正北的行星际磁场；2) 4颗卫星相继提供完整的观测；3) Cluster-1在行星际磁场由南向转而北向的时候首先进入磁尖区。我们用Cluster-1的观测来研究双重联的建立过程，用Cluster-4, 3的观测来研究双重联的稳定发展过程。通过对等离子体性质的分析，我们判定，在该事例中，周期为1-5分钟的脉动的双重联发生。双重联在磁尖区中会有下述等离子体特性：1) 准静止区；2) 具有双向性的电子；3) 高能离子。我们还认为在双重联时离子具有各向同性的速度分布。利用Cluster多卫星观测设备，我们估计了双重联发生时磁尖区边界的运动和磁尖区大小的变化。在行星际磁场由南向转而北向的时候，磁尖区会迅速缩小；在之后的双重联过程中，磁尖区会以每小时ILAT 0.4 度的速度变大。另外，我们估计了重联点到飞行器的距离。在双重联刚刚建立的过渡时期，重联点快速向太阳方向移动，速度为 $254 \text{ km s}^{-1}$ ；在稳定的双重联时期，重联点缓慢的向太阳方向运动，速度为 $16 \text{ km s}^{-1}$ 。在稳定的双重联时期，重联点到飞船的距离为 $8 R_E$ 。Cluster-3探测到了一些特殊的等离子体性质，包括：1) 赤道边界的分离的离子流量；2) 反常的磁场线黎明-黄昏移动；3) 沿重新闭合磁场线的非各向同性离子；4) 准周期的重联脉冲。完全解释Cluster-3的所有观测结果需要进一步的研究。最后，我们研究了2004到2005年Cluster在北向行星际磁场下对磁尖区的全部观测事例，发现准静止区在各钟角范围内都是普遍出现的。这说明，准静止区不是双重联独有的等离子体特征。

## 第7章 主要结论

本论文从理论上研究了天体物理系统中空洞的演化动力学。在广义多方磁流体的模型框架下，通过自相似方法，我们给出了描述空洞的一系列的解。我们在广义多方情形下首次得到了在空洞边界处密度为零的自相似解。如果不考虑磁场，在空洞边界附近是气体热压力主导的；根据不同的参数 $q$ ，存在3类解，分别是在空洞边界处密度为零的LH2解、在空洞边界处密度为有限值的Type-N型解和在空洞边界处密度发散的Type-D型解。如果有磁场，空洞边界可能成为临界线，有LH1解。各种空洞解如果不遇上奇异面，会最终在大半径处趋于某一类膨胀解。我们还专门研究了LH2解表现出来的壳层结构及其跟星际介质磁场的关系。事实上，壳层结构是更广义的空洞边界层的一种；在边界层之外，自相似膨胀解是很好的近似。

本文得到的空洞解可以应用在不同尺度的天体系统中，比如行星状星云、壳层型超新星遗迹等等。我们着重讨论了在星云香槟流和中心塌缩型超新星上的应用。在星云香槟流方面，我们首先指出，通过使用多方状态方程，可以在不略去自引力的前提下研究更为广泛的分子云初始密度分布。进一步的，应用空洞解，我们可以描述恒星风对周围气体的影响。在超新星方面，我们认为中微子在推动恒星包层膨胀之后，可能在恒星中央留下一个空洞；该空洞在之后的演化中不断长大，最终成为银河系内的“泡”。我们给出了该模型的具体例子，并且与数值模拟和超新星极早期X射线的观测做了比较。

通过激波，我们可以把各种类型的空洞解与外部的有限速度解联系起来。改变激波的位置，可以在大半径处获得不同的流体渐进行为。从物理上，这反映了外部边界条件对内部流体动力学的影响。另一方面，由于采用了自相似变换，大半径对应着初始时刻；所以这也反映了初始条件对流体运动的影响。例如，我们讨论了香槟流在下落的流体中发生的各种可能性。

作为自相似磁流体的一个重要应用，我们讨论了磁星的形成问题。用准静态解作为下游，我们可以模拟出中心塌缩型超新星爆发之后中央留下中子星的过程。通过计算我们发现，如果前身星有1000 G左右的磁场，产生的中子星就有

可能是磁星。我们给出了磁星表面磁场同前身星磁场、前身星半径等的关系。当其他参数不变时，磁星磁场与其质量成正比；所以，中子星的质量上限也为磁星的磁场提供了上限。

在观测方面，我们用Cluster多卫星设备研究了地球磁层的双重联。我们发现，双重联发生的等离子体特征是在中高度磁尖区内探测到各向同性的高能离子和具有双向性的电子束。我们在事例研究中，分析了双重联对磁尖区移动和重联点移动的影响。另外，我们通过统计方法研究了双重联发生的条件和与磁尖区准静止的关系。

## 参考文献

- [1] Kirshner R P, Oemler A, Schechter P L, et al. A million cubic megaparsec void in Bootes. *ApJL*, 1981, 248:L57–L60.
- [2] Davis M, Huchra J, Latham D W, et al. A survey of galaxy redshifts. II - The large scale space distribution. *ApJ*, 1982, 253:423–445.
- [3] Peebles J E. *The Large-Scale Structure of the Universe*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1980.
- [4] Hausman M A, Olson D W, Roth B D. The evolution of voids in the expanding universe. *ApJ*, 1983, 270:351–359.
- [5] Hoffman G L, Salpeter E E, Wasserman I. Spherical simulations of holes and honeycombs in Friedmann universes. *ApJ*, 1983, 268:527–539.
- [6] Centrella J, Melott A L. Three-dimensional simulation of large-scale structure in the universe. *Nature*, 1983, 305:196–198.
- [7] Frenk C S, White S D M, Davis M. Nonlinear evolution of large-scale structure in the universe. *ApJ*, 1983, 271:417–430.
- [8] Klypin A A, Shandarin S F. Three-dimensional numerical model of the formation of large-scale structure in the Universe. *MNRAS*, 1983, 204:891–907.
- [9] Sato H. Enlargement of a Void in the Expanding Universe. *Progress of Theoretical Physics*, 1982, 68:236–245.
- [10] Maeda K, Sasaki M, Sato H. Void in the Closed Universe. *Progress of Theoretical Physics*, 1983, 69:89–99.
- [11] Sato H, Maeda K. The Expansion Law of the Void in the Expanding Universe. *Progress of Theoretical Physics*, 1983, 70:119–127.
- [12] Fillmore J A, Goldreich P. Self-similar gravitational collapse in an expanding universe. *ApJ*, 1984, 281:1–8.
- [13] Fillmore J A, Goldreich P. Self-similar spherical voids in an expanding universe. *ApJ*, 1984, 281:9–12.
- [14] Bertschinger E. Cosmological self-similar shock waves and galaxy formation. *ApJ*, 1983, 268:17–29.
- [15] Bertschinger E. The self-similar evolution of holes in an Einstein-de Sitter universe. *ApJS*, 1985, 58:1–37.
- [16] Chuzhoy L, Nusser A. Self-similar cosmological expansion of collisional gas. *MNRAS*, 2002, 335:410–416.

- 
- [17] Binney J, Tremaine S. *Galactic Dynamics*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1987.
  - [18] Ferriere K. The Hot Gas Filling Factor in Our Galaxy. *ApJ*, 1998, 503:700–+.
  - [19] Ferrière K M. The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, 2001, 73:1031–1066.
  - [20] Wallace B J, Landecker T L, Taylor A R. H I voids around filled-center supernova remnants. *A&A*, 1994, 286:565–578.
  - [21] Gahm G F, Gebeyehu M, Lindgren M, et al. The clearing of dust by a possible supernova remnant in Lupus. *A&A*, 1990, 228:477–479.
  - [22] Franco G A P. On the infrared void in the Lupus dark clouds. *MNRAS*, 2002, 331:474–482.
  - [23] Riegler G R, Agrawal P C, Gull S F. Detection of a new extended soft X-ray source H1538-32 - A possible old supernova remnant. *ApJL*, 1980, 235:L71–L75.
  - [24] Colomb F R, Dubner G M, Giacani E B. 1420 MHz continuum and H I line observations around the supernova remnant candidate H 1538-32. *A&A*, 1984, 130:294–300.
  - [25] Crosthwaite L P, Turner J L, Ho P T P. Structure in the Neutral Hydrogen Disk of the Spiral Galaxy IC 342. *AJ*, 2000, 119:1720–1736.
  - [26] Castor J, McCray R, Weaver R. Interstellar bubbles. *ApJL*, 1975, 200:L107–L110.
  - [27] Weaver R, McCray R, Castor J, et al. Interstellar bubbles. II - Structure and evolution. *ApJ*, 1977, 218:377–395.
  - [28] McKee C F, van Buren D, Lazareff B. Photoionized stellar wind bubbles in a cloudy medium. *ApJL*, 1984, 278:L115–L118.
  - [29] Dubner G M, Niemela V S, Purton C R. A stellar wind blown bubble associated with the Wolf-Rayet star HD 197406. *AJ*, 1990, 99:857–868.
  - [30] Niemela V S, Cappa de Nicolau C E. Search for H I bubbles around Wolf-Rayet stars between  $L = 302$  deg and  $312$  deg. *AJ*, 1991, 101:572–578.
  - [31] Arnal E M, Mirabel I F. Interstellar matter around the Wolf-Rayet star WR 125. *A&A*, 1991, 250:171–178.
  - [32] Arnal E M. Cavities around Progenitors of Ibsne - Effelsberg HI Observations Towards Six Galactic Wolf-Rayet Stars. *A&A*, 1992, 254:305–+.
  - [33] Shu F H, Lizano S, Galli D, et al. Self-similar Champagne Flows in H II Regions. *ApJ*, 2002, 580:969–979.
  - [34] Hu R Y, Lou Y Q. Self-similar polytropic champagne flows in HII regions. *MNRAS*, 2008, 390:1619–1634.
  - [35] Wood D O S, Churchwell E. The morphologies and physical properties of ultracompact H II regions. *ApJS*, 1989, 69:831–895.
  - [36] Israel F P. H II regions and CO clouds - The blister model. *A&A*, 1978, 70:769–775.

- 
- [37] Tenorio-Tagle G. The gas dynamics of H II regions. I - The champagne model. *A&A*, 1979, 71:59–65.
  - [38] Tagle G T, Yorke H W, Bodenheimer P. The gas dynamics of H II regions. III - The components of the galactic extended low density H II region. *A&A*, 1979, 80:110–118.
  - [39] Bodenheimer P, Tenorio-Tagle G, Yorke H W. The gas dynamics of H II regions. II - Two-dimensional axisymmetric calculations. *ApJ*, 1979, 233:85–96.
  - [40] Tenorio-Tagle G, Bodenheimer P, Lin D N C, et al. On star formation in stellar systems. I - Photoionization effects in protoglobular clusters. *MNRAS*, 1986, 221:635–658.
  - [41] Franco J, Tenorio-Tagle G, Bodenheimer P. On the formation and expansion of H II regions. *ApJ*, 1990, 349:126–140.
  - [42] Lumsden S L, Hoare M G. Molecular and ionized gas motions in the compact H II region G 29.96-0.02. *MNRAS*, 1999, 305:701–706.
  - [43] Lebrón M E, Rodríguez L F, Lizano S. Observations of the Ionized, Neutral, and Molecular Components Associated with an Expanding H II Region. *ApJ*, 2001, 560:806–820.
  - [44] Arthur S J, Hoare M G. Hydrodynamics of Cometary Compact H II Regions. *ApJS*, 2006, 165:283–306.
  - [45] De Buizer J M, Radomski J T, Piña R K, et al. Mid-Infrared Imaging of NGC 6334 I. *ApJ*, 2002, 580:305–316.
  - [46] Janka H T, Hillebrandt W. Neutrino emission from type II supernovae - an analysis of the spectra. *A&A*, 1989, 224:49–56.
  - [47] Janka H T, Mueller E. The First Second of a Type II Supernova: Convection, Accretion, and Shock Propagation. *ApJL*, 1995, 448:L109+.
  - [48] Janka H T, Mueller E. Neutrino heating, convection, and the mechanism of Type-II supernova explosions. *A&A*, 1996, 306:167–+.
  - [49] Lou Y Q, Wang W G. New self-similar solutions of polytropic gas dynamics. *MNRAS*, 2006, 372:885–900.
  - [50] Lou Y Q, Wang W G. Magnetohydrodynamic rebound shocks of supernovae. *MNRAS*, 2007, 378:L54–L58.
  - [51] Larson R B. Numerical calculations of the dynamics of collapsing proto-star. *MNRAS*, 1969, 145:271–+.
  - [52] Larson R B. A model for the formation of a spherical galaxy. *MNRAS*, 1969, 145:405–+.
  - [53] Penston M V. Dynamics of self-gravitating gaseous spheres-III. Analytical results in the free-fall of isothermal cases. *MNRAS*, 1969, 144:425–+.
  - [54] Penston M V. Dynamics of self-gravitating gaseous spheres-II. Collapses of gas spheres with cooling and the behaviour of polytropic gas spheres. *MNRAS*, 1969, 145:457–+.

- [55] Hunter C. The collapse of unstable isothermal spheres. *ApJ*, 1977, 218:834–845.
- [56] Shu F H. Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. *ApJ*, 1977, 214:488–497.
- [57] Lou Y Q, Shen Y. Envelope expansion with core collapse - I. Spherical isothermal similarity solutions. *MNRAS*, 2004, 348:717–734.
- [58] Jordan D W, Smith P. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Oxford: Oxford University Press, 1977.
- [59] Whitworth A, Summers D. Self-similar condensation of spherically symmetric self-gravitating isothermal gas clouds. *MNRAS*, 1985, 214:1–25.
- [60] Hunter C. On Similarity Solutions for the Condensation of Isothermal Spherical Gas Clouds. *MNRAS*, 1986, 223:391–+.
- [61] Tsai J C, Hsu J J L. Protostellar Collapse with a Shock. *ApJ*, 1995, 448:774–+.
- [62] Bian F Y, Lou Y Q. Spherical isothermal self-similar shock flows. *MNRAS*, 2005, 363:1315–1328.
- [63] Cheng A F. Unsteady hydrodynamics of spherical gravitational collapse. *ApJ*, 1978, 221:320–326.
- [64] Suto Y, Silk J. Self-similar dynamics of polytropic gaseous spheres. *ApJ*, 1988, 326:527–538.
- [65] McLaughlin D E, Pudritz R E. Gravitational Collapse and Star Formation in Logotropic and Nonisothermal Spheres. *ApJ*, 1997, 476:750–+.
- [66] Fatuzzo M, Adams F C, Myers P C. Generalized Collapse Solutions with Nonzero Initial Velocities for Star Formation in Molecular Cloud Cores. *ApJ*, 2004, 615:813–831.
- [67] Lou Y Q, Gao Y. Self-similar shocks in polytropic gas flows around star-forming regions. *MNRAS*, 2006, 373:1610–1618.
- [68] Goldreich P, Weber S V. Homologously collapsing stellar cores. *ApJ*, 1980, 238:991–997.
- [69] Yahil A. Self-similar stellar collapse. *ApJ*, 1983, 265:1047–1055.
- [70] Lou Y Q, Cao Y. Self-similar dynamics of a relativistically hot gas. *MNRAS*, 2008, 384:611–629.
- [71] Chiueh T, Chou J K. Self-similar, spherical collapse of a nonrotating magnetized cloud. *ApJ*, 1994, 431:380–387.
- [72] Yu C, Lou Y Q. Envelope expansion with core collapse - II. Quasi-spherical self-similar solutions for an isothermal magnetofluid. *MNRAS*, 2005, 364:1168–1184.
- [73] Yu C, Lou Y Q, Bian F Y, et al. Envelope expansion with core collapse - III. Similarity isothermal shocks in a magnetofluid. *MNRAS*, 2006, 370:121–140.
- [74] Wang W G, Lou Y Q. Self-similar dynamics of a magnetized polytropic gas. *Ap&SS*, 2007, 311:363–400.

- [75] Wang W G, Lou Y Q. Dynamic evolution of a quasi-spherical general polytropic magnetofluid with self-gravity. *Ap&SS*, 2008, 315:135–156.
- [76] Press W H, Flannery B P, Teukolsky S A, et al. Numerical Recipes. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986.
- [77] Landau L D, Lifshitz E M. Fluid Mechanics. New York: Pergamon Press, 1959.
- [78] Chevalier R A. Expansion of a Photoionized Stellar Wind. *ApJ*, 1997, 488:263–+.
- [79] Zel'dovich Y B, Novikov I D. Stars and Relativity - Relativistic Astrophysics, Vol.1. Chicago: The University of Chicago Press, 1971.
- [80] Heger A, Woosley S E, Spruit H C. Presupernova Evolution of Differentially Rotating Massive Stars Including Magnetic Fields. *ApJ*, 2005, 626:350–363.
- [81] Zel'dovich Y B, Raizer Y P. Elements of Gas dynamics and the Classical Theory of Shock Waves. New York: Academic Press, 1966.
- [82] Zel'dovich Y B, Raizer Y P. Physics of Shock Waves and High-Temperatures Hydrodynamic Phenomena. New York: Academic Press, 1967.
- [83] Dyson J E, Williams D A. The Physics of The Interstellar Medium. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1997.
- [84] Osorio M, Lizano S, D'Alessio P. Hot Molecular Cores and the Formation of Massive Stars. *ApJ*, 1999, 525:808–820.
- [85] Franco J, Kurtz S, Hofner P, et al. The Density Structure of Highly Compact H II Regions. *ApJL*, 2000, 542:L143–L146.
- [86] McKee C F, Tan J C. Massive star formation in 100,000 years from turbulent and pressurized molecular clouds. *Nature*, 2002, 416:59–61.
- [87] McNamara B R, Nulsen P E J, Wise M W, et al. The heating of gas in a galaxy cluster by X-ray cavities and large-scale shock fronts. *Nature*, 2005, 433:45–47.
- [88] Meyer F. Formation of the outer rings of Supernova 1987A. *MNRAS*, 1997, 285:L11–L14.
- [89] Habing H J, Israel F P. Compact H II regions and OB star formation. *ARA&A*, 1979, 17:345–385.
- [90] Kurtz S, Churchwell E, Wood D O S. Ultracompact H II regions. 2: New high-resolution radio images. *ApJS*, 1994, 91:659–712.
- [91] Yorke H W. The dynamical evolution of H II regions - Recent theoretical developments. *ARA&A*, 1986, 24:49–87.
- [92] Barriault L, Joncas G. Multi-ionic Kinematical Study of the H II Region Sharpless 2-158. *ApJ*, 2007, 667:257–274.
- [93] Foster T J, Kothes R, Kerton C R, et al. Revealing the Galactic H II Region G84.9+0.5 through 5 GHz Continuum and Polarization Emission and a Voigt Profile Analysis of Radio Recombination Line Observations. *ApJ*, 2007, 667:248–256.

- [94] Maheswar G, Sharma S, Biman J M, et al. Champagne flow and triggered star formation in NGC 1893. *MNRAS*, 2007, 379:1237–1247.
- [95] Osterbrock D E. *Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei*. Mill Valley, CA: University Science Books, 1989.
- [96] Comeron F. Dynamical evolution of wind-driven HII regions in strong density gradients. *A&A*, 1997, 326:1195–1214.
- [97] Arquilla R, Goldsmith P F. Density distributions in dark clouds. *ApJ*, 1985, 297:436–454.
- [98] Myers P C. Cluster-forming Molecular Cloud Cores. *ApJL*, 1998, 496:L109+.
- [99] Shen Y, Lou Y Q. Shocked Self-similar Collapses and Flows in Star Formation Processes. *ApJL*, 2004, 611:L117–L120.
- [100] Cochran W D, Ostriker J P. The development of compact dust-bounded H II regions. I - Their relation to infrared objects and maser sources. *ApJ*, 1977, 211:392–399.
- [101] Weber E J, Davis L J. The Angular Momentum of the Solar Wind. *ApJ*, 1967, 148:217–+.
- [102] Liebendörfer M, Rampp M, Janka H T, et al. Supernova Simulations with Boltzmann Neutrino Transport: A Comparison of Methods. *ApJ*, 2005, 620:840–860.
- [103] Buras R, Janka H T, Rampp M, et al. Two-dimensional hydrodynamic core-collapse supernova simulations with spectral neutrino transport. II. Models for different progenitor stars. *A&A*, 2006, 457:281–308.
- [104] Janka H T, Langanke K, Marek A, et al. Theory of core-collapse supernovae. *Phys. Rep.*, 2007, 442:38–74.
- [105] Janka H T. Core-Collapse Supernovae: Neutrinos, Explosion Mechanism, and Pulsar Kicks. *Astronomische Nachrichten*, 2007, 328:683–+.
- [106] Janka H T, Müller B, Kitaura F S, et al. Dynamics of shock propagation and nucleosynthesis conditions in O-Ne-Mg core supernovae. *A&A*, 2008, 485:199–208.
- [107] Campana S, Mangano V, Blustin A J, et al. The association of GRB 060218 with a supernova and the evolution of the shock wave. *Nature*, 2006, 442:1008–1010.
- [108] Soderberg A M, Berger E, Page K L, et al. An extremely luminous X-ray outburst at the birth of a supernova. *Nature*, 2008, 453:469–474.
- [109] Mazzali P A, Valenti S, Della Valle M, et al. The Metamorphosis of Supernova SN 2008D/XRF 080109: A Link Between Supernovae and GRBs/Hypernovae. *Science*, 2008, 321:1185–.
- [110] Colgate S A. Early Gamma Rays from Supernovae. *ApJ*, 1974, 187:333–336.
- [111] Klein R I, Chevalier R A. X-ray bursts from Type II supernovae. *ApJL*, 1978, 223:L109–L112.
- [112] Sutherland R S, Dopita M A. Cooling functions for low-density astrophysical plasmas. *ApJS*, 1993, 88:253–327.

- [113] Thompson C, Duncan R C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts. *MNRAS*, 1995, 275:255–300.
- [114] Thompson C, Duncan R C. The Soft Gamma Repeaters as Very Strongly Magnetized Neutron Stars. II. Quiescent Neutrino, X-Ray, and Alfvén Wave Emission. *ApJ*, 1996, 473:322–+.
- [115] Mereghetti S. The strongest cosmic magnets: soft gamma-ray repeaters and anomalous X-ray pulsars. *A&A Rev.*, 2008, 15:225–287.
- [116] Kouveliotou C. Astrophysics: How fast can you blink? *Nature*, 2008, 455:477–478.
- [117] Stefanescu A, Kanbach G, Słowikowska A, et al. Very fast optical flaring from a possible new Galactic magnetar. *Nature*, 2008, 455:503–505.
- [118] Castro-Tirado A J, de Ugarte Postigo A, Gorosabel J, et al. Flares from a candidate Galactic magnetar suggest a missing link to dim isolated neutron stars. *Nature*, 2008, 455:506–509.
- [119] Hurley K, Boggs S E, Smith D M, et al. An exceptionally bright flare from SGR 1806-20 and the origins of short-duration  $\gamma$ -ray bursts. *Nature*, 2005, 434:1098–1103.
- [120] Palmer D M, Barthelmy S, Gehrels N, et al. A giant  $\gamma$ -ray flare from the magnetar SGR 1806 - 20. *Nature*, 2005, 434:1107–1109.
- [121] Gavriil F P, Gonzalez M E, Gotthelf E V, et al. Magnetar-Like Emission from the Young Pulsar in Kes 75. *Science*, 2008, 319:1802–.
- [122] Archibald A M, Kaspi V M, Livingstone M A, et al. No Detectable Radio Emission from the Magnetar-Like Pulsar in Kes 75. *ApJ*, 2008, 688:550–554.
- [123] Wachter S, Ramirez-Ruiz E, Dwarkadas V V, et al. An infrared ring around the magnetar SGR1900+14. *Nature*, 2008, 453:626–628.
- [124] Duncan R C, Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars - Implications for gamma-ray bursts. *ApJL*, 1992, 392:L9–L13.
- [125] Thompson C, Duncan R C. Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism. *ApJ*, 1993, 408:194–217.
- [126] Braithwaite J, Spruit H C. A fossil origin for the magnetic field in A stars and white dwarfs. *Nature*, 2004, 431:819–821.
- [127] Wickramasinghe D T, Ferrario L. The origin of the magnetic fields in white dwarfs. *MNRAS*, 2005, 356:1576–1582.
- [128] Ferrario L, Wickramasinghe D T. Magnetic fields and rotation in white dwarfs and neutron stars. *MNRAS*, 2005, 356:615–620.
- [129] Auriere M, Silvester J, Wade G A, et al. A survey of magnetic Ap/Bp stars for weak longitudinal magnetic fields. *A Peculiar Newsletter*, vol. 39, 2003, 39.
- [130] Lou Y Q. Possible oscillation modes of magnetic white dwarfs. *MNRAS*, 1995, 275:L11–L15.

- 
- [131] Ferrario L, Wickramasinghe D. Modelling of isolated radio pulsars and magnetars on the fossil field hypothesis. *MNRAS*, 2006, 367:1323–1328.
  - [132] Ferrario L, Wickramasinghe D. Origin and evolution of magnetars. *MNRAS*, 2008, 389:L66–L70.
  - [133] Donati J F, Babel J, Harries T J, et al. The magnetic field and wind confinement of  $\theta^1$  Orionis C. *MNRAS*, 2002, 333:55–70.
  - [134] Hubrig S, Briquet M, Schöller M, et al. Discovery of magnetic fields in the  $\beta$ Cephei star  $\xi^1$  CMa and in several slowly pulsating B stars\*. *MNRAS*, 2006, 369:L61–L65.
  - [135] Kraus S, Weigelt G, Balega Y Y, et al. Tracing the young massive high-eccentricity binary system  $\theta^1$ Orionis C through periastron passage. *A&A*, 2009, 497:195–207.
  - [136] Petit V, Wade G A, Drissen L, et al. Exploring the origin of neutron star magnetic field: magnetic properties of the progenitor OB stars. In: Bassa C, Wang Z, Cumming A, et al., (eds.). *Proceedings of 40 Years of Pulsars: Millisecond Pulsars, Magnetars and More*, volume 983 of *American Institute of Physics Conference Series*, 2008. 399–403.
  - [137] Petit V, Wade G A, Drissen L, et al. Discovery of two magnetic massive stars in the Orion Nebula Cluster: a clue to the origin of neutron star magnetic fields? *MNRAS*, 2008, 387:L23–L27.
  - [138] Spruit H C. Dynamo action by differential rotation in a stably stratified stellar interior. *A&A*, 2002, 381:923–932.
  - [139] Herrero A, Kudritzki R P, Vilchez J M, et al. Intrinsic parameters of galactic luminous OB stars. *A&A*, 1992, 261:209–234.
  - [140] Schoenberner D, Harmanec P. On the absolute brightnesses and masses of early-type stars. *A&A*, 1995, 294:509–514.
  - [141] Lamers H J G L M, Leitherer C. What are the mass-loss rates of O stars? *ApJ*, 1993, 412:771–791.
  - [142] Singh M. Mass loss from Wolf-Rayet stars. *Ap&SS*, 1986, 120:115–119.
  - [143] Puls J, Vink J S, Najarro F. Mass loss from hot massive stars. *A&A Rev.*, 2008, 16:209–325.
  - [144] Rhoades C E, Ruffini R. Maximum mass of a neutron star. *Physical Review Letters*, 1974, 32:324–327.
  - [145] Hu R Y, Lou Y Q. Magnetized massive stars as magnetar progenitors. *ArXiv e-prints*, 2009..
  - [146] Low B C, Lou Y Q. Modeling solar force-free magnetic fields. *ApJ*, 1990, 352:343–352.
  - [147] Lou Y Q. Magnetic fields in young supernova remnants. *ApJL*, 1994, 428:L21–L24.
  - [148] Fukuda I. A statistical study of rotational velocities of the stars. *PASP*, 1982, 94:271–284.
  - [149] Spruit H C. Differential rotation and magnetic fields in stellar interiors. *A&A*, 1999, 349:189–202.

- [150] Dungey J W. Interplanetary Magnetic Field and the Auroral Zones. *Physical Review Letters*, 1961, 6:47–48.
- [151] Crooker N U. Dayside merging and cusp geometry. *J. Geophys. Res.*, 1979, 84:951–959.
- [152] Reiff P H, Spiro R W, Burch J L. Cusp proton signatures and the interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, 1980, 85:5997–6005.
- [153] Burch J L, Reiff P H, Spiro R W, et al. Cusp region particle precipitation and ion convection for northward interplanetary magnetic field. *Geophys. Res. Lett.*, 1980, 7:393–396.
- [154] Smith M F, Lockwood M. Earth's magnetospheric cusps. *Reviews of Geophysics*, 1996, 34:233–260.
- [155] Fuselier S A, Trattner K J, Petrinec S M. Cusp observations of high- and low-latitude reconnection for northward interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, 2000, 105:253–266.
- [156] Fuselier S A, Petrinec S M, Trattner K J. Stability of the high-Latitude reconnection site for steady northward IMF. *Geophys. Res. Lett.*, 2000, 27:473–+.
- [157] Twitty C, Phan T D, Paschmann G, et al. Cluster survey of cusp reconnection and its IMF dependence. *Geophys. Res. Lett.*, 2004, 31:19808–+.
- [158] Trattner K J, Fuselier S A, Petrinec S M. Location of the reconnection line for northward interplanetary magnetic field. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2004, 109:3219–+.
- [159] Lavraud B, Fedorov A, Budnik E, et al. High-altitude cusp flow dependence on IMF orientation: A 3-year Cluster statistical study. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2005, 110:2209–+.
- [160] Bogdanova Y V, Marchaudon A, Owen C J, et al. On the formation of the high-altitude stagnant cusp: Cluster observations. *Geophys. Res. Lett.*, 2005, 32:12101–+.
- [161] Song P, Russell C T. Model of the formation of the low-latitude boundary layer for strongly northward interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, 1992, 97:1411–1420.
- [162] Onsager T G, Scudder J D, Lockwood M, et al. Reconnection at the high-latitude magnetopause during northward interplanetary magnetic field conditions. *J. Geophys. Res.*, 2001, 106:25467–25488.
- [163] Lavraud B, Thomsen M F, Lefebvre B, et al. Evidence for newly closed magnetosheath field lines at the dayside magnetopause under northward IMF. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2006, 111:5211–+.
- [164] Fuselier S A, Petrinec S M, Trattner K J, et al. Observations in the cusp: Implications for dayside magnetic field topology. *J. Geophys. Res.*, 2001, 106:5977–5986.

- [165] Sandholt P E, Farrugia C J, Cowley S W H, et al. Dynamic cusp aurora and associated pulsed reverse convection during northward interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, 2000, 105:12869–12894.
- [166] Provan G, Lester M, Grocott A, et al. Pulsed flows observed during an interval of prolonged northward IMF. *Annales Geophysicae*, 2005, 23:1207–1225.
- [167] Imber S M, Milan S E, Hubert B. The auroral and ionospheric flow signatures of dual lobe reconnection. *Annales Geophysicae*, 2006, 24:3115–3129.
- [168] Phan T D, Oieroset M, Fujimoto M. Reconnection at the dayside low-latitude magnetopause and its nonrole in low-latitude boundary layer formation during northward interplanetary magnetic field. *Geophys. Res. Lett.*, 2005, 32:17101–+.
- [169] Escoubet C P, Fehringer M, Goldstein M. IntroductionThe Cluster mission. *Annales Geophysicae*, 2001, 19:1197–1200.
- [170] Johnstone A D, Alsop C, Burge S, et al. Peace: a Plasma Electron and Current Experiment. *Space Science Reviews*, 1997, 79:351–398.
- [171] Reme H, Aoustin C, Bosqued J M, et al. First multispacecraft ion measurements in and near the Earth magnetosphere with the identical Cluster ion spectrometry (CIS) experiment. *Annales Geophysicae*, 2001, 19(10/12):1303–1354.
- [172] Gustafsson G, Andre M, Carozzi T, et al. First results of electric field and density observations by Cluster EFW based on initial months of operation. *Annales Geophysicae*, 2001, 19(10/12):1219–1240.
- [173] Balogh A, Carr C M, Acuña M H, et al. The Cluster Magnetic Field Investigation: overview of in-flight performance and initial results. *Annales Geophysicae*, 2001, 19:1207–1217.
- [174] Smith C W, L'Heureux J, Ness N F, et al. The ACE Magnetic Fields Experiment. *Space Science Reviews*, 1998, 86:613–632.
- [175] McComas D J, Bame S J, Barker P L, et al. An unusual coronal mass ejection: First Solar Wind Electron, Proton, Alpha Monitor (SWEPAM) results from the Advanced Composition Explorer. *Geophys. Res. Lett.*, 1998, 25:4289–4292.
- [176] Weimer D R, Ober D M, Maynard N C, et al. Predicting interplanetary magnetic field (IMF) propagation delay times using the minimum variance technique. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2003, 108:1026–+.
- [177] Bogdanova Y V, Owen C J, Fazakerley A N, et al. Statistical study of the location and size of the electron edge of the Low-Latitude Boundary Layer as observed by Cluster at mid-altitudes. *Annales Geophysicae*, 2006, 24(10):2645–2665.
- [178] Lockwood M, Smith M F. Low and middle altitude cusp particle signatures for general magnetopause reconnection rate variations. 1: Theory. *J. Geophys. Res.*, 1994, 99:8531–8553.

- [179] Zhou X W, Russell C T, Le G, et al. Solar wind control of the polar cusp at high altitude. *J. Geophys. Res.*, 2000, 105:245–252.
- [180] Eastman T E, Boardsen S A, Chen S H, et al. Configuration of high-latitude and high-altitude boundary layers. *J. Geophys. Res.*, 2000, 105:23221–23238.
- [181] Newell P T, Meng C I. Ionospheric projections of magnetospheric regions under low and high solar wind pressure conditions. *J. Geophys. Res.*, 1994, 99:273–286.
- [182] Pitout F, Escoubet C P, Bogdanova Y V, et al. Response of the mid-altitude cusp to rapid rotations of the IMF. *Geophys. Res. Lett.*, 2006, 33:11107–+.
- [183] Newell P T, Sotirelis T, Liou K, et al. Cusp latitude and the optimal solar wind coupling function. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2006, 111:9207–+.
- [184] Frey H U, Mende S B, Immel T J, et al. Proton aurora in the cusp. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2002, 107:1091–+.
- [185] Vontrat-Reberac A, Bosqued J M, Taylor M G G T, et al. Cluster observations of the high-altitude cusp for northward interplanetary magnetic field: A case study. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2003, 108:1346–+.
- [186] Tsyganenko N A. Modeling the Earth's magnetospheric magnetic field confined within a realistic magnetopause. *J. Geophys. Res.*, 1995, 100:5599–5612.
- [187] Trattner K J, Fuselier S A, Peterson W K, et al. Spatial features observed in the cusp under steady solar wind conditions. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2002, 107:1288–+.
- [188] Trattner K J, Petrinec S M, Peterson W K, et al. Tracing the location of the reconnection site from the northern and southern cusps. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 2006, 111:11211–+.
- [189] Berchem J, Raeder J, Ashour-Abdalla M. Magnetic flux ropes at the high-latitude magnetopause. *Geophys. Res. Lett.*, 1995, 22:1189–1192.
- [190] Omidi N, Karimabadi H, Krauss-Varban D. Hybrid simulation of the curved dayside magnetopause during southward IMF. *Geophys. Res. Lett.*, 1998, 25:3273–3276.
- [191] Gosling J T, Thomsen M F, Bame S J, et al. Observations of reconnection of interplanetary and lobe magnetic field lines at the high-latitude magnetopause. *J. Geophys. Res.*, 1991, 96:14097–+.
- [192] Bogdanova Y V, Owen C J, Siscoe G, et al. Cluster Observations of the Magnetospheric Low-Latitude Boundary Layer and Cusp during Extreme Solar Wind and Interplanetary Magnetic Field Conditions: II. 7 November 2004 ICME and Statistical Survey. *Sol. Phys.*, 2007, 244:233–261.
- [193] Sauvaud J A, Lundin R, Rème H, et al. Intermittent thermal plasma acceleration linked to sporadic motions of the magnetopause, first Cluster results. *Annales Geophysicae*, 2001, 19:1523–+.

## 致 谢

衷心感谢导师楼宇庆教授对本人的精心指导。他的言传身教将使我终生受益。感谢清华大学天体物理中心的教授们在学习、科研、生活等各方面的教导和帮助。本研究课题的启动和开拓进展承蒙国家自然科学基金(NSFC 10373009, NSFC 10533020), 国家基础科学人才培养基金(NSFC J0630317), 教育部高等学校学科点专项科研基金(SRFDP 20050003088, SRFDP 200800030071), 清华大学《百人计划》和教育部长江计划的资助, 特此致谢。

本课题Cluster空间卫星观测部分得到了英国伦敦大学学院(University College London)暑期学生奖学金支持。衷心感谢英国马勒空间科学实验室 (Mullard Space Science Laboratory) 的Owen C. J. 教授, Fazakerley A. N. 教授和澳大利亚La Trobe大学物理系的Bogdanova Y. V.教授的指导。衷心的感谢欧洲空间局 (European Space Agency) 的Escoubet C. P. 研究员在论文方面给出的建议。

---

## 声 明

本人郑重声明: 所呈交的学位论文, 是本人在导师指导下, 独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知, 除文中已经注明引用的内容外, 本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体, 均已在文中以明确方式标明。

签 名: \_\_\_\_\_ 日 期: \_\_\_\_\_

## 个人简历、在学期间发表的学术论文与研究成果

### 个人简历

1986年12月2日出生于广西壮族自治区南宁市。

2003年8月免试进入清华大学物理系数理基础科学专业，2007年7月本科毕业并获得理学学士学位。期间公派前往法国巴黎中央理工学院(Ecole Centrale Paris)交流学习2年。

2007年9月免试进入清华大学物理系攻读理学硕士学位至今。

### 国际杂志上发表的学术论文

- [1] R. Hu, Y. V. Bogdanova, C. J. Owen, C. Foulon, A. N. Fazakerley, H. Rème, 2008, Cluster observations of the mid-altitude cusp under strong northward interplanetary magnetic field, *Journal Geophysical Research*, 113, A07S05.
- [2] Ren-Yu Hu and Yu-Qing Lou, 2008, Self-similar polytropic champagne flows in H II regions, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 390, 1619.
- [3] Ren-Yu Hu and Yu-Qing Lou, 2009, Magnetic Massive Stars as Magnetar Progenitors, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, in press.
- [4] Yu-Qing Lou and Ren-Yu Hu, 2009, Self-Similar Voids and Shocks of a Quasi-Spherical Polytropic Magnetofluid under Self-Gravity, *New Astronomy*, in press.

### 国际会议上做的报告

- [1] “Magnetic massive stars as magnetar progenitors”, Compact stars in the QCD phase diagram II Conference, Beijing, China, May 2009.
- [2] “Magnetic massive stars as magnetar progenitors”, The First Panda Symposium, Lijiang, China, April, 2009.
- [3] “Self-Similar Champagne Flow and Shocks of Polytropic HII Regions”, New Vision 400 Conference, Beijing, China, October 2008.

- [4] “Cluster observations of the mid-altitude cusp under strong northward interplanetary magnetic field”, 37th COSPAR Scientific Assembly, Montreal, Canada, July 2008.
- [5] “Rebound shock breakouts of exploding massive stars: A MHD void model”, 2008 Gamma-Ray Burst Conference, Nanjing, China, June 2008, AIP Conference Proceedings, 1065, 310.

### 研究生阶段获奖情况

- [1] 清华大学吴有训奖 (2009年)
- [2] 第五届全国实验物理教学研讨会研究类论文评比一等奖 (2008年)
- [3] 清华大学综合一等奖学金 (2008年)
- [4] AMD空间科学一等奖 (2008年)
- [5] AMD空间科学三等奖 (2007年)