

# Optimización de viajes compartidos en taxis utilizando algoritmos evolutivos

Gabriel Fagúndez de los Reyes    Renzo Massobrio

Facultad de Ingeniería,  
Universidad de la República,  
Montevideo, Uruguay



- 1 Introducción
- 2 Definición del problema
- 3 Algoritmos evolutivos
- 4 Evaluación experimental

- 1 Introducción
- 2 Definición del problema
- 3 Algoritmos evolutivos
- 4 Evaluación experimental

## Car pooling

- Beneficios en el plano ecológico y económico, individuales y colectivos.
- Diferentes iniciativas para atender el interés del público: carriles exclusivos, campañas para compartir los viajes al trabajo y aplicaciones para encontrar compañeros de viaje.

## Taxi pooling

- Los taxis son un medio de transporte rápido y confiable, especialmente en ciudades donde el transporte público es poco eficiente.
- Los taxis raramente viajan a capacidad completa, impactando en la congestión del tráfico y en la contaminación de las ciudades.
- Tarifas altas desalientan a los usuarios.
- 15 % de los accidentes fatales en Uruguay involucran a un conductor alcoholizado (UNASEV).

## Car pooling

- Beneficios en el plano ecológico y económico, individuales y colectivos.
- Diferentes iniciativas para atender el interés del público: carriles exclusivos, campañas para compartir los viajes al trabajo y aplicaciones para encontrar compañeros de viaje.

## Taxi pooling

- Los taxis son un medio de transporte rápido y confiable, especialmente en ciudades donde el transporte público es poco eficiente.
- Los taxis raramente viajan a capacidad completa, impactando en la congestión del tráfico y en la contaminación de las ciudades.
- Tarifas altas desalientan a los usuarios.
- **15 %** de los accidentes fatales en Uruguay involucran a un conductor alcoholizado (UNASEV).

- 1 Introducción
- 2 Definición del problema
- 3 Algoritmos evolutivos
- 4 Evaluación experimental

# Descripción del problema

## Problema de viajes compartidos en taxis (PVCT)

Un grupo de personas ubicadas en un **mismo lugar de origen**, desean viajar hacia **diferentes destinos** utilizando taxis de forma compartida. Se busca determinar la cantidad de taxis, la asignación de pasajeros y las rutas a seguir, de forma de **minimizar el costo total del grupo de pasajeros**.

## Consideraciones

- Cada taxi puede trasladar a un número limitado de pasajeros.
- el número máximo de taxis para  $N$  pasajeros es  $N$ , en el caso particular de que cada pasajero viaje en un vehículo separado.
- El costo de un taxi está dado por la suma del **costo inicial** (“bajada de bandera”) más el **costo determinado por la distancia** recorrida desde el origen hasta el destino final, pasando por cada uno de los destinos intermedios.
- No se consideran otros posibles costos (e.g. esperas, propinas, peajes).

# Descripción del problema

## Problema de viajes compartidos en taxis (PVCT)

Un grupo de personas ubicadas en un **mismo lugar de origen**, desean viajar hacia **diferentes destinos** utilizando taxis de forma compartida. Se busca determinar la cantidad de taxis, la asignación de pasajeros y las rutas a seguir, de forma de **minimizar el costo total del grupo de pasajeros**.

## Consideraciones

- Cada taxi puede trasladar a un número limitado de pasajeros.
- el número máximo de taxis para  $N$  pasajeros es  $N$ , en el caso particular de que cada pasajero viaje en un vehículo separado.
- El costo de un taxi está dado por la suma del **costo inicial** ("bajada de bandera") más el **costo determinado por la distancia** recorrida desde el origen hasta el destino final, pasando por cada uno de los destinos intermedios.
- No se consideran otros posibles costos (e.g. esperas, propinas, peajes).



# Descripción del problema

## Problema de viajes compartidos en taxis (PVCT)

Un grupo de personas ubicadas en un **mismo lugar de origen**, desean viajar hacia **diferentes destinos** utilizando taxis de forma compartida. Se busca determinar la cantidad de taxis, la asignación de pasajeros y las rutas a seguir, de forma de **minimizar el costo total del grupo de pasajeros**.

## Consideraciones

- Cada taxi puede trasladar a un número limitado de pasajeros.
- el número máximo de taxis para  $N$  pasajeros es  $N$ , en el caso particular de que cada pasajero viaje en un vehículo separado.
- El costo de un taxi está dado por la suma del **costo inicial** ("bajada de bandera") más el **costo determinado por la distancia** recorrida desde el origen hasta el destino final, pasando por cada uno de los destinos intermedios.
- No se consideran otros posibles costos (e.g. esperas, propinas, peajes).

# Descripción del problema

## Problema de viajes compartidos en taxis (PVCT)

Un grupo de personas ubicadas en un **mismo lugar de origen**, desean viajar hacia **diferentes destinos** utilizando taxis de forma compartida. Se busca determinar la cantidad de taxis, la asignación de pasajeros y las rutas a seguir, de forma de **minimizar el costo total del grupo de pasajeros**.

## Consideraciones

- Cada taxi puede trasladar a un número limitado de pasajeros.
- el número máximo de taxis para  $N$  pasajeros es  $N$ , en el caso particular de que cada pasajero viaje en un vehículo separado.
- El costo de un taxi está dado por la suma del **costo inicial** (“bajada de bandera”) más el **costo determinado por la distancia** recorrida desde el origen hasta el destino final, pasando por cada uno de los destinos intermedios.
- No se consideran otros posibles costos (e.g. esperas, propinas, peajes).

# Descripción del problema

## Problema de viajes compartidos en taxis (PVCT)

Un grupo de personas ubicadas en un **mismo lugar de origen**, desean viajar hacia **diferentes destinos** utilizando taxis de forma compartida. Se busca determinar la cantidad de taxis, la asignación de pasajeros y las rutas a seguir, de forma de **minimizar el costo total del grupo de pasajeros**.

## Consideraciones

- Cada taxi puede trasladar a un número limitado de pasajeros.
- el número máximo de taxis para  $N$  pasajeros es  $N$ , en el caso particular de que cada pasajero viaje en un vehículo separado.
- El costo de un taxi está dado por la suma del **costo inicial** (“bajada de bandera”) más el **costo determinado por la distancia** recorrida desde el origen hasta el destino final, pasando por cada uno de los destinos intermedios.
- No se consideran otros posibles costos (e.g. esperas, propinas, peajes).

# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} cost \left( \underbrace{dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right) \right]$$

# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} \underbrace{cost \left( dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right]$$

# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} \underbrace{cost \left( dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right]$$

# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} \underbrace{cost \left( dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right]$$

# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} \underbrace{cost \left( dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right]$$



# Formulación del problema

- un conjunto de pasajeros  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  que viajan desde un origen común  $O$  a un conjunto de destinos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ .
- un conjunto de taxis  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ ; con  $M \leq N$ ; y una función  $C : T \rightarrow \{0, 1, \dots, C_{MAX}\}$  que indica la cantidad de pasajeros en un taxi.  $C_{MAX}$  es la capacidad máxima permitida en un mismo taxi.
- una constante  $B$  indica el costo inicial del taxi (“bajada de bandera”).
- una función de distancia,  $dist : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .
- una función de costo asociado a la distancia recorrida por cada taxi,  $cost : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ .

Se desea hallar la planificación  $f : P \rightarrow T \times \{1, \dots, C_{MAX}\}$  que **minimice la función de costo total (CT)**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} cost \left( \underbrace{dist \left( dest(f^{-1}(t_i, j-1)), dest(f^{-1}(t_i, j)) \right)}_{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right) \right]$$

# Variante multiobjetivo del PVCT

## Motivación

La decisión de un usuario puede estar condicionada a la demora que debe experimentar por compartir su viaje. Por tal motivo, es de interés estudiar la variante multiobjetivo del problema, donde se minimiza simultáneamente el **costo del grupo** de usuarios y la **demora percibida** por cada uno de ellos.

## Descripción

Se agrega un “**nivel de apuro**” asociado a cada pasajero, que denota la demora que está dispuesto a tolerar un usuario por compartir su viaje, respecto al tiempo que demoraría si no compartiera el viaje con otros pasajeros.

En esta variante del problema se contemplan **vehículos de distintas capacidades**, aportando mayor realismo a la formulación.

# Variante multiobjetivo del PVCT

## Motivación

La decisión de un usuario puede estar condicionada a la demora que debe experimentar por compartir su viaje. Por tal motivo, es de interés estudiar la variante multiobjetivo del problema, donde se minimiza simultáneamente el **costo del grupo** de usuarios y la **demora percibida** por cada uno de ellos.

## Descripción

Se agrega un **“nivel de apuro”** asociado a cada pasajero, que denota la demora que está dispuesto a tolerar un usuario por compartir su viaje, respecto al tiempo que demoraría si no compartiera el viaje con otros pasajeros.

En esta variante del problema se contemplan **vehículos de distintas capacidades**, aportando mayor realismo a la formulación.

# Variante multiobjetivo del PVCT: formulación matemática

Se busca minimizar simultáneamente el **costo total** y la **demora total**.

$$CT = \sum_{t_i, C(t_i) \neq 0} \left[ B + \sum_{j=1}^{C(t_i)} \text{cost} \left( \overbrace{\text{dist} \left( \text{dest}(f^{-1}(t_i, j-1)), \text{dest}(f^{-1}(t_i, j)) \right)}^{\text{destinos consecutivos en el recorrido del taxi } t_i} \right) \right]$$

$$DT = \sum_{t_i} \left[ \sum_{j=1}^{C(t_i)} \left[ \overbrace{\sum_{h=1}^j \text{time} \left( \text{dest}(f^{-1}(t_i, h-1)), \text{dest}(f^{-1}(t_i, h)) \right)}^{\text{tiempo efectivo de traslado del pasajero en la posición } j \text{ del taxi } t_i} \right. \right. \\ \left. \left. - \underbrace{\text{tol}(f^{-1}(t_i, j)) + \text{time} \left( O, \text{dest}(f^{-1}(t_i, j)) \right)}_{\text{tiempo tolerado por el pasajero en la posición } j \text{ del taxi } t_i} \right] \right]$$

- $\text{time} : \{\{O\} \cup D\} \times D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  indica el tiempo de recorrido.
- $\text{tol} : P \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  indica el tiempo adicional tolerado por cada pasajero, frente a viajar directamente desde  $O$  a su destino.

# Complejidad del PVCT

## Complejidad

El PVCT tiene varios puntos en común con dos conocidos problemas: el *Car Pooling Problem (CPP)* y el *Vehicle Routing Problem (VRP)*.

Baldacci et al. (2004) estudiaron una variante del *CPP* que modela la realidad de una empresa que busca motivar a sus empleados para compartir vehículos hacia y desde el lugar de trabajo.

Esta variante es un caso particular del *VRP* con demanda unitaria, el cual es  $\mathcal{NP}$ -difícil [Letchford et al. (2002)].

## Estrategias de resolución

Cuando se utilizan instancias de tamaños realistas, los algoritmos exactos tradicionales no resultan útiles para una planificación eficiente. En estos casos es necesario utilizar **heurísticas** y **metaheurísticas** que permitan calcular soluciones de calidad aceptable en tiempos razonables.

# Complejidad del PVCT

## Complejidad

El PVCT tiene varios puntos en común con dos conocidos problemas: el *Car Pooling Problem (CPP)* y el *Vehicle Routing Problem (VRP)*.

Baldacci et al. (2004) estudiaron una variante del *CPP* que modela la realidad de una empresa que busca motivar a sus empleados para compartir vehículos hacia y desde el lugar de trabajo.

Esta variante es un caso particular del *VRP* con demanda unitaria, el cual es  $\mathcal{NP}$ -difícil [Letchford et al. (2002)].

## Estrategias de resolución

Cuando se utilizan instancias de tamaños realistas, los algoritmos exactos tradicionales no resultan útiles para una planificación eficiente. En estos casos es necesario utilizar **heurísticas** y **metaheurísticas** que permitan calcular soluciones de calidad aceptable en tiempos razonables.

- 1 Introducción
- 2 Definición del problema
- 3 Algoritmos evolutivos**
- 4 Evaluación experimental

- Los *algoritmos evolutivos* (AE) son técnicas estocásticas que emulan el proceso de evolución natural de las especies para resolver problemas de optimización, búsqueda y aprendizaje.
- Un AE es una técnica iterativa (cada iteración se denomina **generación**) que aplica operadores estocásticos sobre un conjunto de individuos (la **población**).
- Cada individuo en la población codifica una solución tentativa al problema y tiene un valor de **fitness**, dado por una función de evaluación que determina su adecuación para resolver el problema.
- El propósito del AE es mejorar el fitness de los individuos en la población mediante la aplicación iterativa de **operadores evolutivos** a individuos seleccionados según su fitness, guiando al AE hacia soluciones tentativas de mayor calidad.



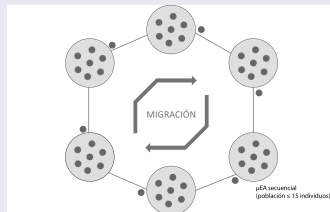
# Modelos paralelos en AE

## Descripción

Las implementaciones paralelas se han popularizado como un mecanismo para mejorar el desempeño de los AE. El modelo de subpoblaciones distribuidas divide la población original en varias subpoblaciones (islas). Cada isla ejecuta un AE secuencial. Se define un operador evolutivo adicional llamado **migración** que permite el intercambio ocasional de individuos entre islas.

## El algoritmo evolutivo paralelo con micro-población ( $p\mu EA$ )

- Los AE con subpoblaciones distribuidas suelen perder diversidad, convergiendo a soluciones sub-óptimas del problema.
- $p\mu EA$  hace uso de poblaciones pequeñas e incluye un operador específico de diversidad para mitigar este problema.



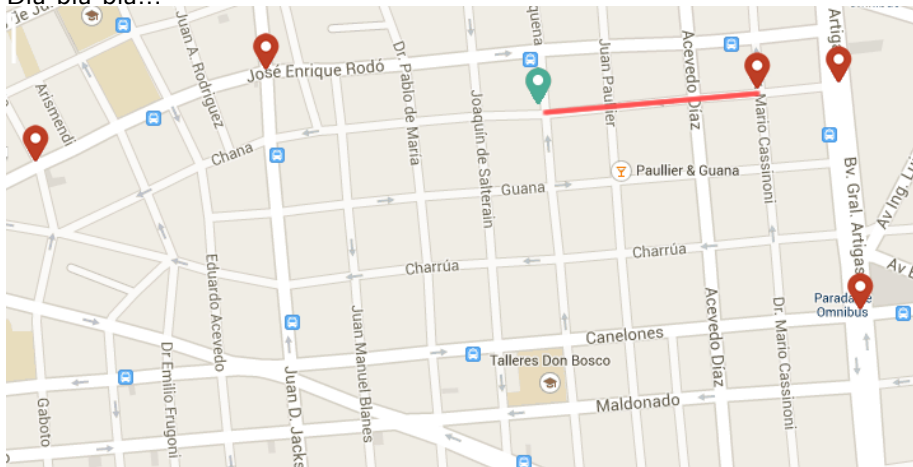
# Algoritmo ávido

Bla bla bla...



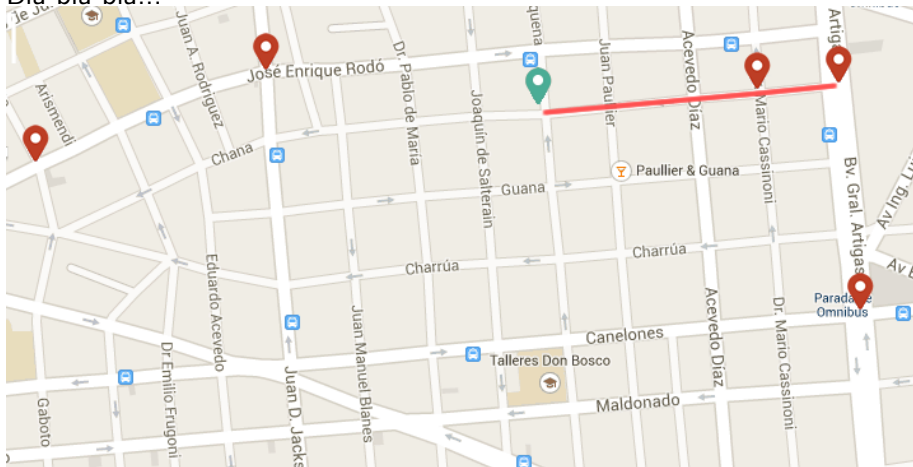
# Algoritmo ávido

Bla bla bla...



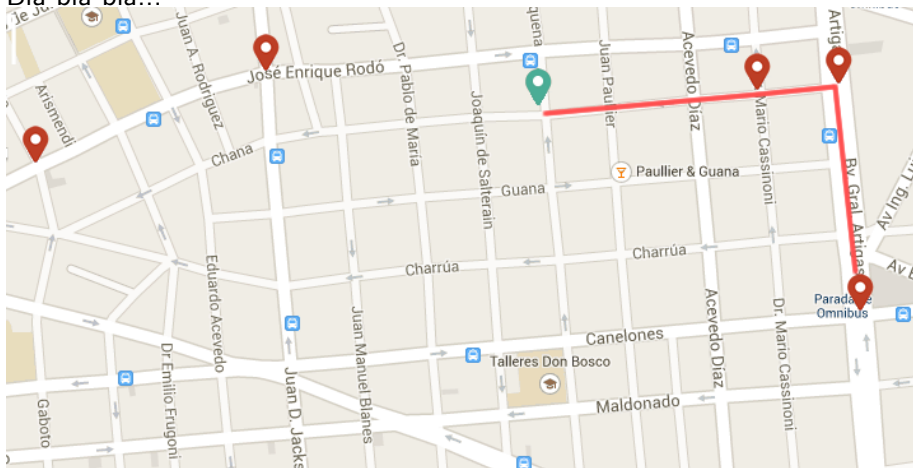
# Algoritmo ávido

Bla bla bla...



# Algoritmo ávido

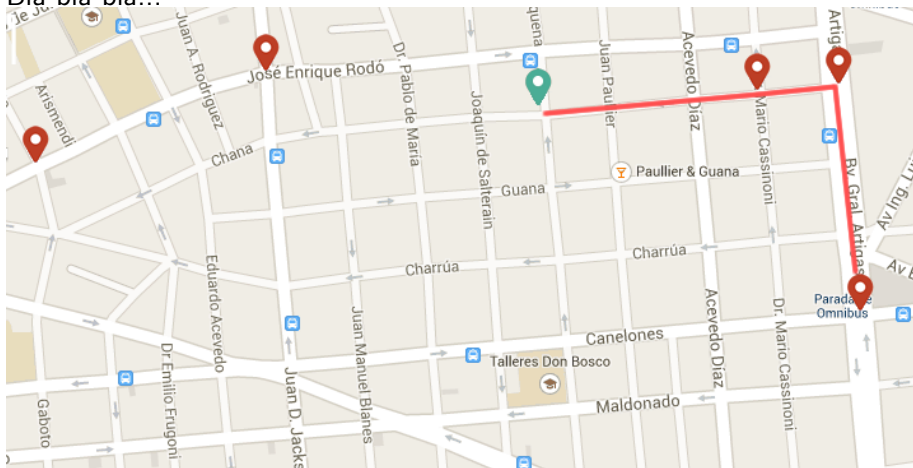
Bla bla bla...





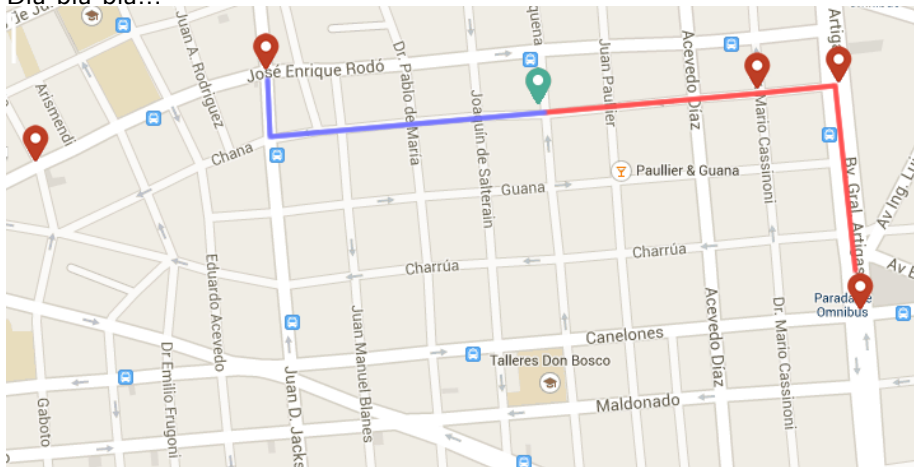
# Algoritmo ávido

Bla bla bla...



# Algoritmo ávido

Bla bla bla...





# Algoritmo ávido

Bla bla bla...

