

# **ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN UNA IMPRESORA 3D ESTILO ENDER 2**

**Autores:** Renzo Tassara, Miled Felicito, Nicolás Tejerina

Grupo de Estudiantes de Ingeniería en Mecatrónica, Universidad Nacional De Cuyo, Mendoza, Argentina.

**Resumen:** En este proyecto se realizó un análisis de las vibraciones en la impresión 3D, específicamente el movimiento relativo entre la boquilla de la impresora y la cama caliente. Se modeló el sistema y se obtuvieron las ecuaciones de Lagrange correspondientes. Utilizando MATLAB, se obtuvieron las respuestas del sistema en función de un movimiento de entrada aplicado en la superficie de apoyo de la impresora. El objetivo principal fue estudiar las vibraciones resultantes y sus efectos en la calidad de la impresión. Los resultados obtenidos permitieron identificar las principales fuentes de vibración y proponer posibles soluciones para reducir su impacto. En resumen, este estudio proporcionó una comprensión más profunda del problema de vibraciones en la impresión 3D y ofreció recomendaciones prácticas para mejorar la precisión de este tipo de procesos.

**Abstract:** In this project, an analysis of vibrations in 3D printing was conducted, specifically focusing on the relative motion between the 3D printer nozzle and the heated bed. The system was modeled, and the corresponding Lagrange equations were derived. MATLAB was used to simulate the system's responses based on an input motion applied to the printer's support surface. The main objective was to investigate the resulting vibrations and their effects on print quality. The obtained results allowed for the identification of the main vibration sources and the proposal of possible solutions to reduce their impact. In summary, this study provided a deeper understanding of the vibration problem in 3D printing and offered practical recommendations to enhance the accuracy of such processes.

**Palabras clave:** Vibraciones, Impresión 3D, Precisión en la impresión 3D

**Keywords:** Vibrations, 3D printing, Precision in 3D printing

## **1. Introducción**

En el presente trabajo se propuso estudiar las vibraciones que se manifiestan en las distintas partes de una impresora 3D (modelo tipo Ender 2 pro) que le son transmitidas por la superficie donde se encuentra montada. El movimiento de dicha superficie puede ser causado por diferentes motivos, uno de estos (el más común) es debido a que es parte de una “Granja de impresoras”, donde cada impresora, por su propia actividad, hará que la estructura oscile.



El objetivo principal es lograr minimizarlas lo más posible y así poder disminuir los errores en las piezas impresas. Todo esto se hace teniendo en cuenta el movimiento relativo entre la base y la boquilla en los ejes X e Y, ya que es donde mayormente se verá evidenciado el fenómeno. Las variaciones en Z son prácticamente despreciables.

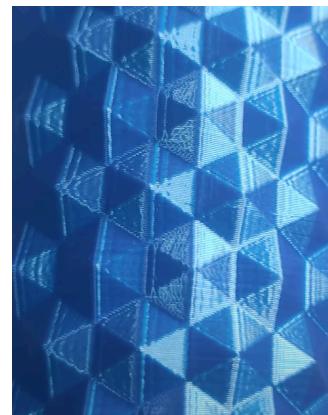
Mediante un modelo matemático simplificado del caso planteado se busca obtener información de los factores que más influyen en la problemática, y hacer uso de esto a nuestro favor para dar con los valores más adecuados de los parámetros pertinentes que lleven a una solución satisfactoria.



modelo de impresora 3D ender 2 pro

## **2. Materiales y Métodos**

Como primer paso se analizó el problema, se observaron piezas en la impresión 3D las cuales tenían imperfecciones debido a cierto desplazamiento relativo entre la cama y el pico de la impresora 3D. En las siguientes figuras se puede observar dicho problema en una pieza impresa. La figura de la izquierda es una pieza impresa correctamente y la figura de la derecha es una pieza que tiene problemas de movimientos no deseados debido a vibraciones.



Estas vibraciones son mayores a medida que la impresión es más alta ya que es mayor el desplazamiento relativo por la flexión y torsión que se producen en los perfiles.

## **2.1 Modelo Experimental**

En segundo lugar se procedió a generar un modelo 3D que pueda representar la impresora junto con sus movimientos e hipótesis a considerar (figura 1). A continuación se detallan los elementos estructurales que componen el sistema, con sus correspondientes características de diseño.

### **1. Base**

- De masa  $m_1 = 4,15 \text{ kg}$
- Rango de movimientos: horizontales en los ejes x e y (figura 2)

### **2. Perfil de aluminio vertical (40x20)mm**

- Masa  $m_2 = 283,15 \text{ g}$
- Longitud  $L_2 = 35\text{cm}$
- Módulo de Young  $E = 70 \text{ GPa}$
- Momento de inercia en y  $I_y = (48,163 \times 10^{-9}) \text{ m}^4$
- Momento de inercia eje x  $I_x = (12,305 \times 10^{-9}) \text{ m}^4$
- Rigidez en dirección y  $k_y = 9632,6 \text{ N/m}$
- Rigidez en dirección x  $k_x = 2461 \text{ N/m}$
- Rigidez torsional  $k_t = (5,36 \times 10^{-9}) \text{ Nm/rad}$
- Rango de movimientos: flexión en los ejes x e y (figura 3), torsión alrededor de eje z (figura 5)

### **3. Perfil de aluminio horizontal (20x20)mm**

- Masa  $m_3 = 106,84 \text{ g}$
- Longitud  $L_3 = 26\text{cm}$
- Módulo de Young  $E = 70 \text{ Gpa}$
- Rigidez  $k = \infty$
- Rango de movimientos: solo se consideran movimientos en eje y, asociados a la torsión del perfil vertical (figura 4)

Nota: los movimientos han sido exagerados para una mejor visualización.

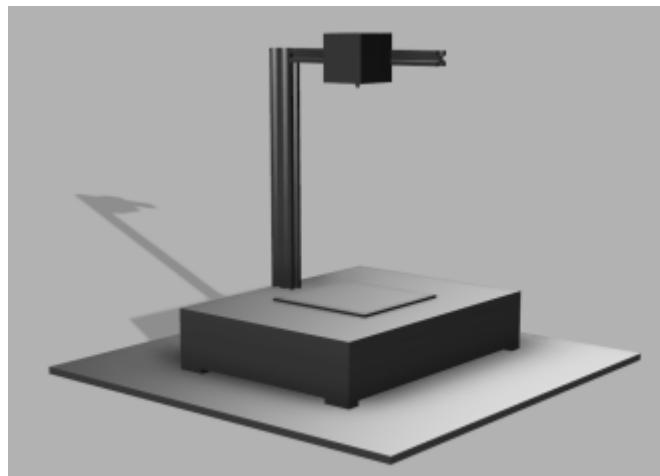


Figura 1. Modelo 3D del sistema

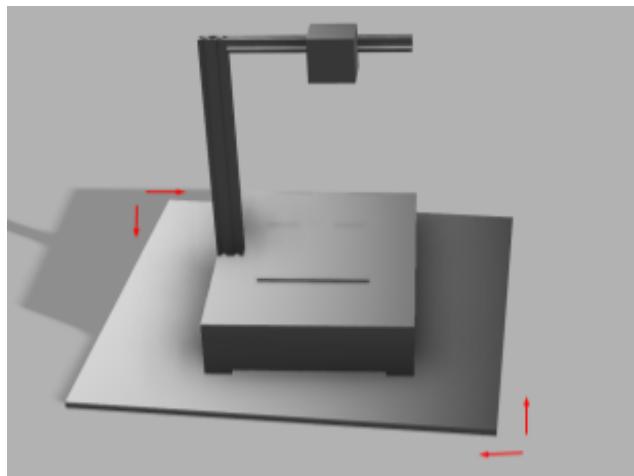


Figura 2. Movimientos de la base

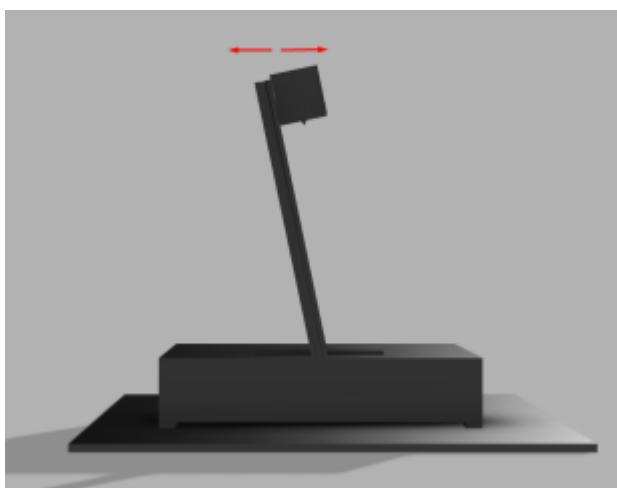


Figura 3. Movimiento eje Y perfil vertical

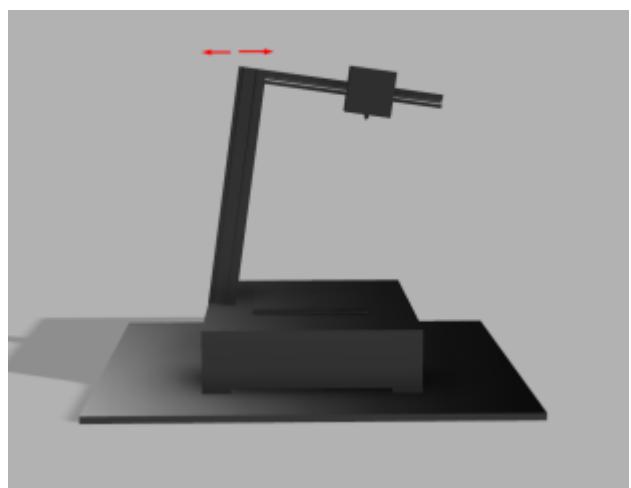


Figura 4. Movimiento eje X perfil vertical

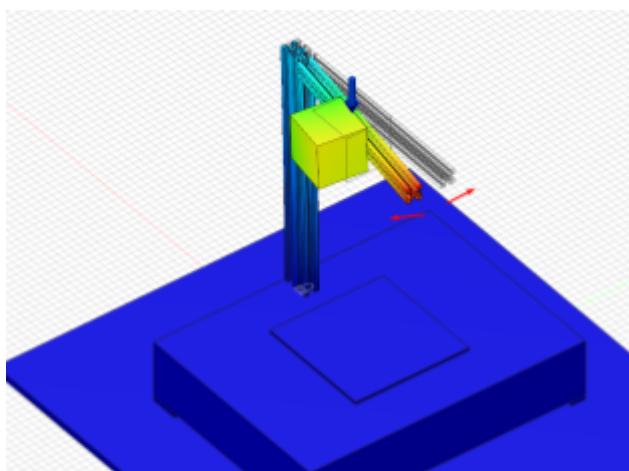


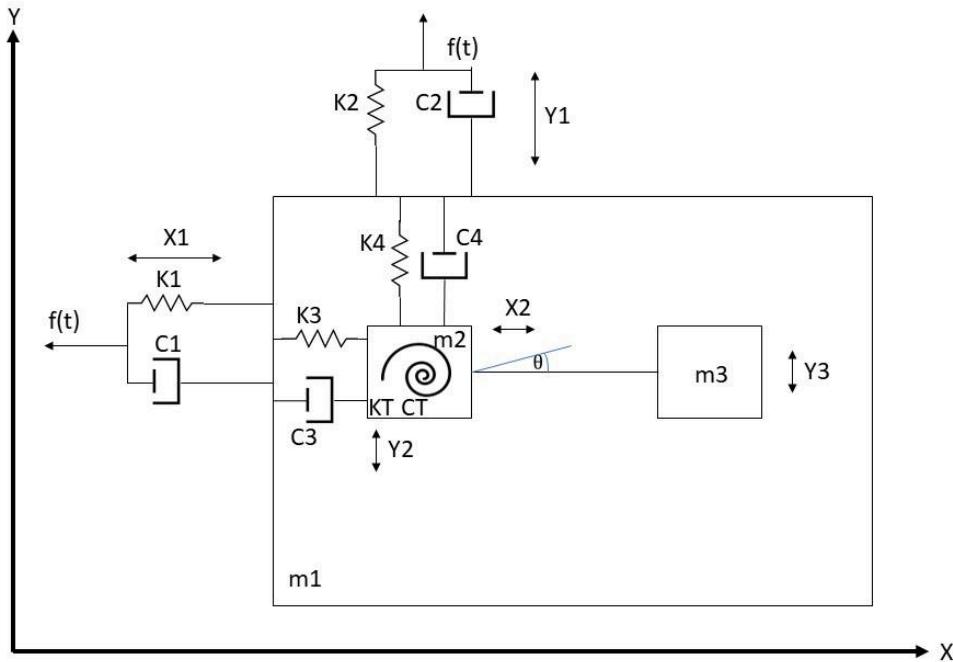
Figura 5. Movimiento de torsión perfil vertical

## Hipótesis y justificaciones:

- Se despreció el peso de los motores paso a paso del eje X y del extrusor debido a que están ubicados en posiciones opuestas al eje Z y contrarrestan el efecto de flexión y pandeo (lo despreciamos al ser muy pequeño).
- El peso de la base incluye los motores del eje Y, eje Z y cama caliente
- El eje X tiene una rigidez infinita debido a que el peso del hotend no genera un efecto apreciable en el perfil de dicho eje.
- No fueron considerados los desplazamientos en Z del perfil horizontal por no ser relevantes para el caso estudiado ni la traslación de la m<sub>3</sub> con respecto a m<sub>2</sub> en el eje x debido a que el ángulo es muy pequeño y el desplazamiento es despreciable.
- Durante el estudio, la impresora no tiene movimientos proporcionados por los motores, solo por los movimientos provocados en la superficie de apoyo.
- Los desplazamientos angulares son muy pequeños por lo que se considera  $\sin(\theta) \approx \theta$

Como siguiente paso, se generó el modelo físico simplificado del sistema.

**Modelo simplificado del sistema**



## 2.2 Modelo numérico

Para el desarrollo de este proyecto se utilizó el software OCTAVE, el cual es la versión de código abierto de MATLAB, este es un entorno de programación y software de computación científica que se utiliza ampliamente en diversos campos, como

matemáticas, ingeniería, física y ciencias de la computación. La palabra "MATLAB" es una abreviatura de "MATrix LABoratory" (laboratorio de matrices), lo que refleja su enfoque inicial en el cálculo numérico y el manejo de matrices.

En términos más específicos, MATLAB es un lenguaje de programación de alto nivel que permite a los científicos y los ingenieros realizar cálculos numéricos, visualización de datos y análisis estadístico de una manera eficiente. Ofrece una amplia gama de funciones y herramientas integradas que facilitan el procesamiento de datos, la manipulación de matrices y vectores, así como la implementación de algoritmos y la resolución de ecuaciones.

### Ecuaciones de movimiento

Con los desplazamientos y valores previamente mencionados en la sección anterior, basándose en el modelo simplificado, se plantearon las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot \left(\frac{dy_3}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 \\ U &= \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot y_2^2 + \frac{1}{2} \cdot k_3 \cdot y_{21}^2 + \frac{1}{2} \cdot k_4 \cdot x_{21}^2 + \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \theta^2 \\ D &= \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot c_2 \cdot \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot c_3 \cdot \left(\frac{dy_{21}}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot c_4 \cdot \left(\frac{dx_{21}}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot c_t \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \end{aligned}$$

Donde:

- $\theta$ : desplazamiento angular
- $y_1, x_1$ : desplazamientos de la base en los ejes x e y respectivamente
- $y_2 = y_1 + y_{21}$  : desplazamiento barra vertical en el eje y, siendo  $y_{21}$  el relativo a la base
- $x_2 = x_1 + x_{21}$ : desplazamiento barra vertical en el eje x, siendo  $x_{21}$  el relativo a la base
- $y_3 = y_2 + y_{32} = y_1 + y_{21} + \theta L$ : desplazamiento barra horizontal eje y

Realizando los reemplazos necesarios y aplicando las ecuaciones de movimiento de Lagrange, luego de derivar las matrices quedan compuestas como se muestran a continuación:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_t \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 + m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 + m_3 & m_3 \cdot L \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \cdot L & m_3 \cdot L^2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_t \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ \theta \end{bmatrix} \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \ddot{X} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}$$

Para el desarrollo de la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales del modelo se utiliza el método de descomposición modal.

### **3. Resultados**

A continuación se mostrarán los modos de vibración y las respuestas modales para los siguientes datos:

#### Vibraciones Libres

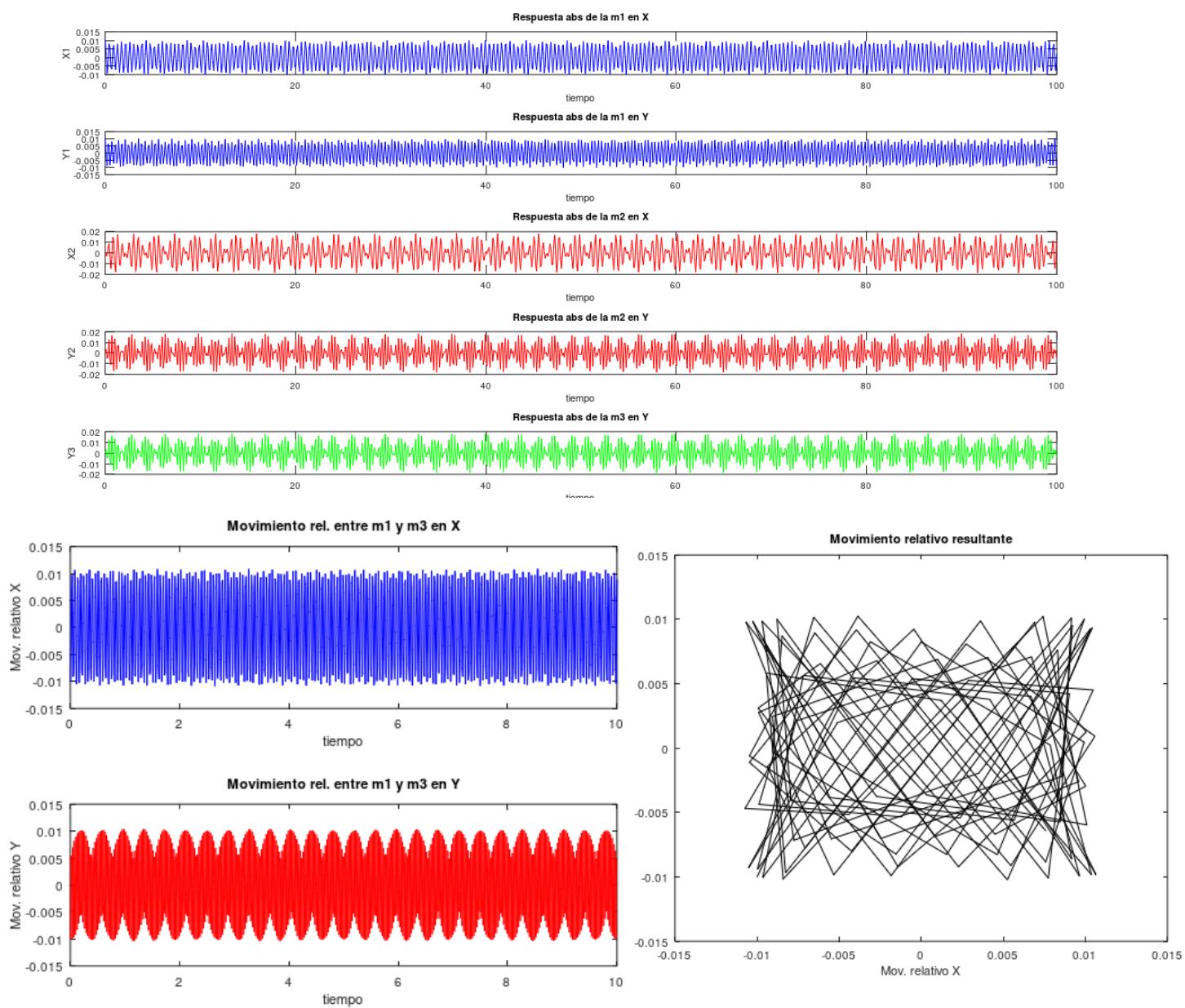
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9	Caso 10
k1 [N/m]	1000	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
k2 [N/m]	1500	10	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
k3 [N/m]	2461	2461	100	20000	2461	2461	2461	2461	2461	2461
k4 [N/m]	9632,6	9632,6	100	20000	9632,6	9632,6	9632,6	9632,6	9632,6	9632,6
kt [Nm/ rad]	5,30E+ 07	5,30E+ 07	5,30E+ 07	5,30E+ 07	10	5,30E+ 10	5,30E+ 07	5,30E+ 07	5,30E+ 07	5,30E+ 07
c1	0	0	0	0	0	0	100	100	0	0
c2	0	0	0	0	0	0	150	0	150	0
c3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
c4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15
c5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Casos sin amortiguamiento:

Caso 1

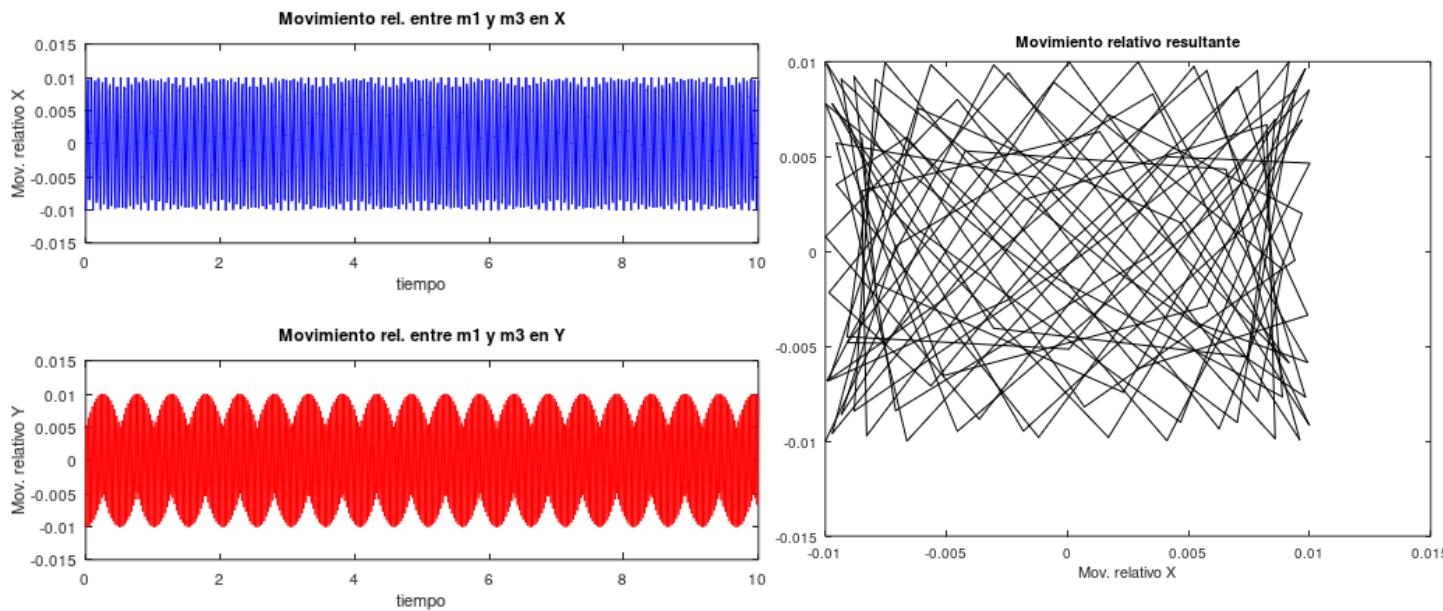
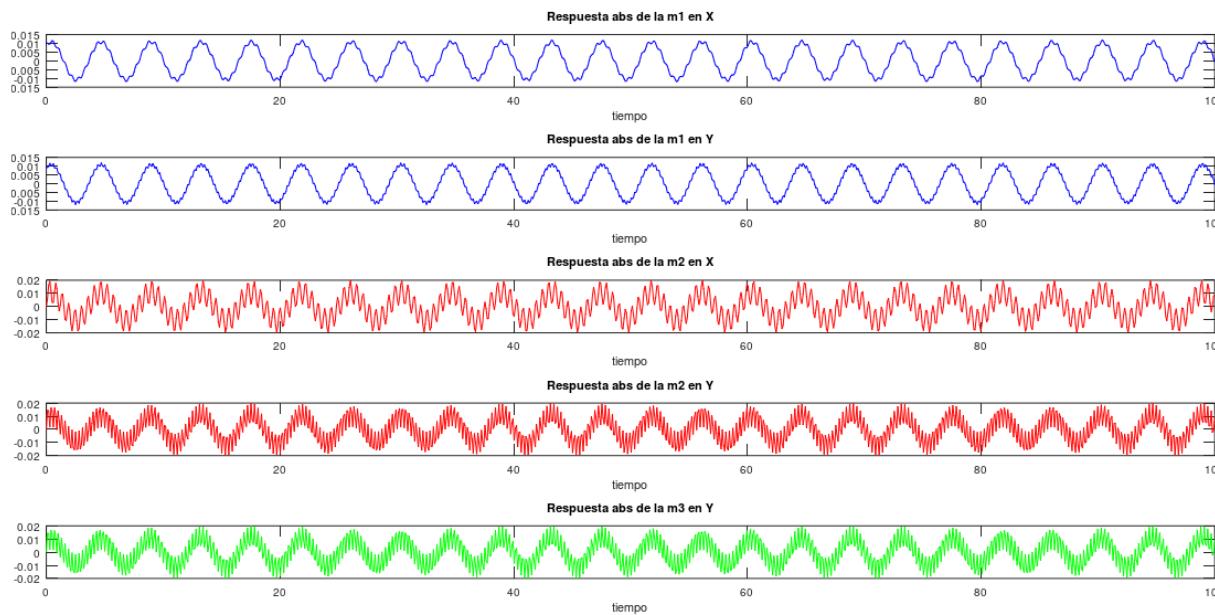
	Caso 1 (Real - Sin C)
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/ rad]	5,36E+07

Gráfico de control con los parámetros de fábrica de la impresora.



Caso 2

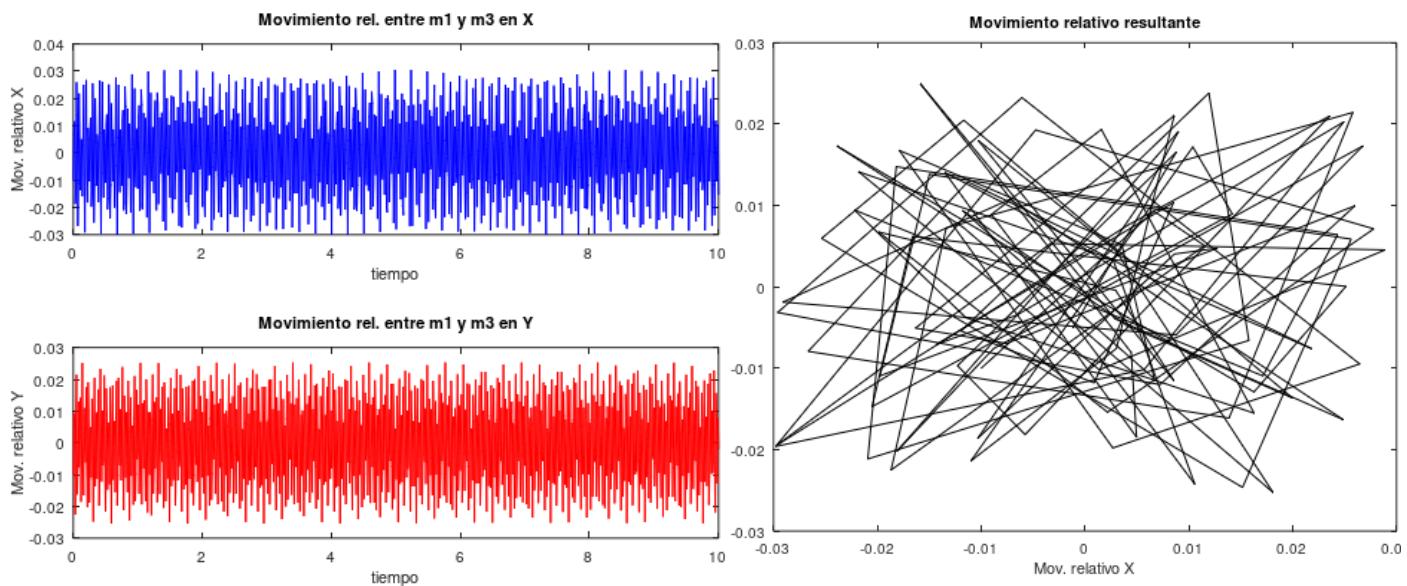
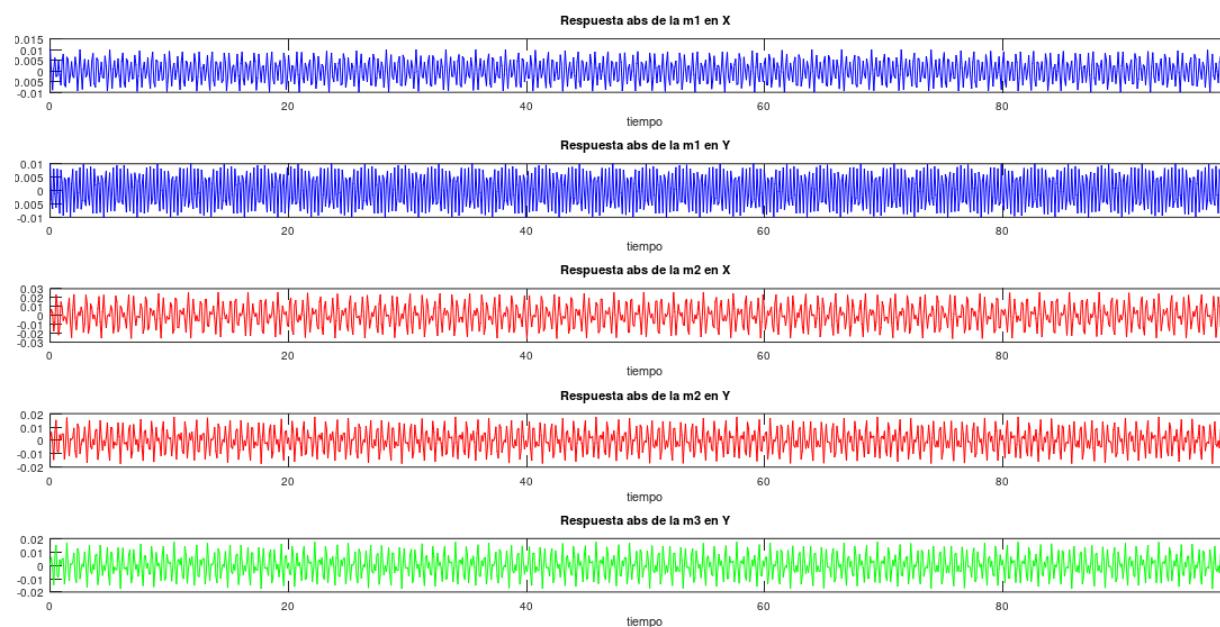
	Caso 2
$k_1$ [N/m]	10
$k_2$ [N/m]	10
$k_3$ [N/m]	2461
$k_4$ [N/m]	9632,6
$k_t$ [Nm/rad]	5,36E+07



### Caso 3

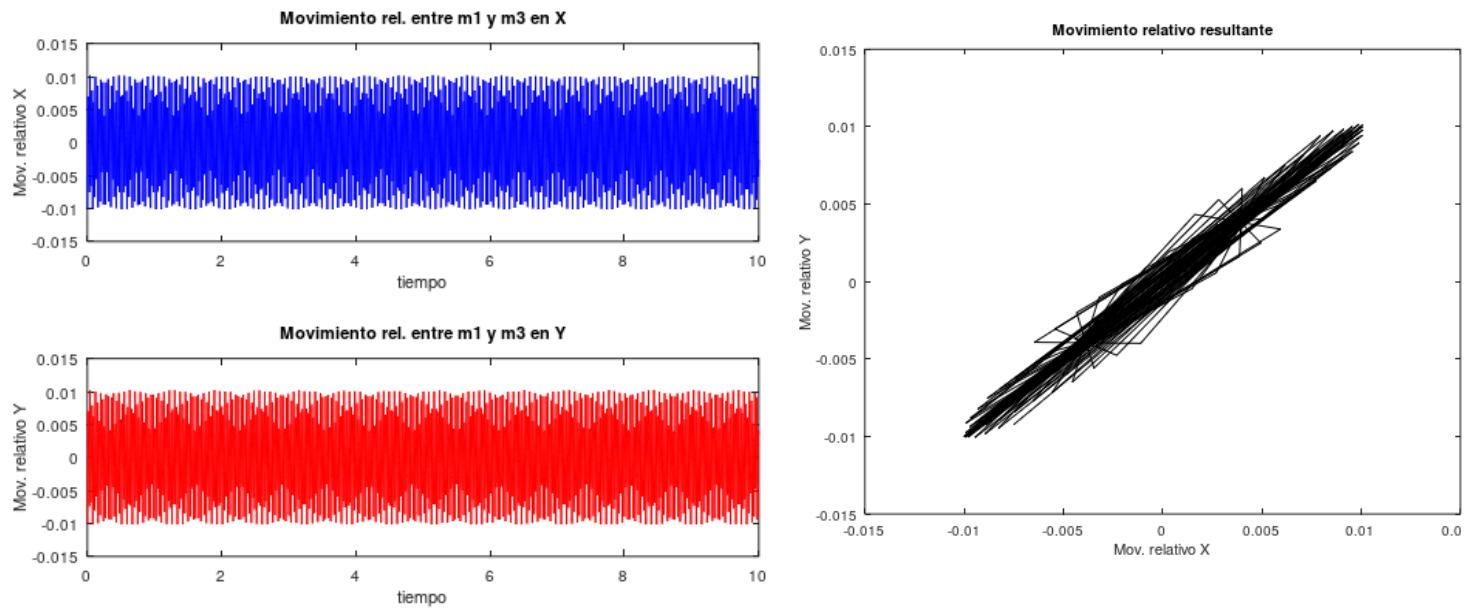
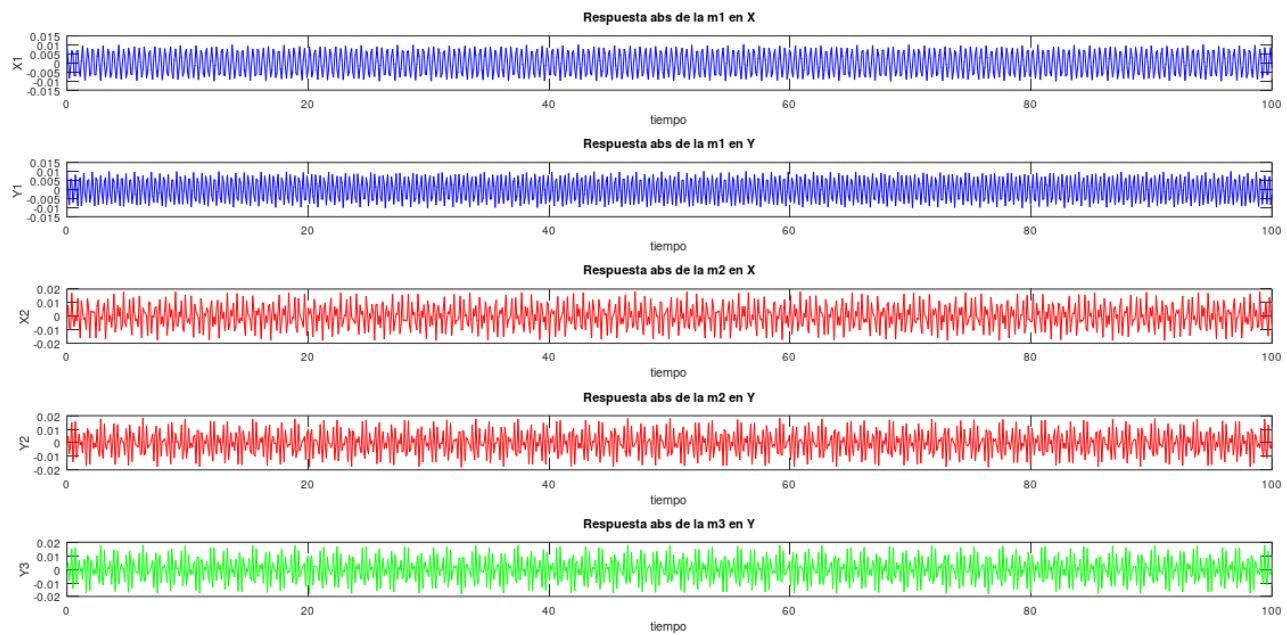
Disminuyendo los valores de  $k_3$  y  $k_4$ , aumenta la amplitud y disminuye la frecuencia de los movimientos relativos de  $m_1$  respecto de  $m_3$ .

	Caso 3
$k_1$ [N/m]	1000
$k_2$ [N/m]	1500
$k_3$ [N/m]	100
$k_4$ [N/m]	100
$k_t$ [Nm/rad]	5,36E+07



**Caso 4**

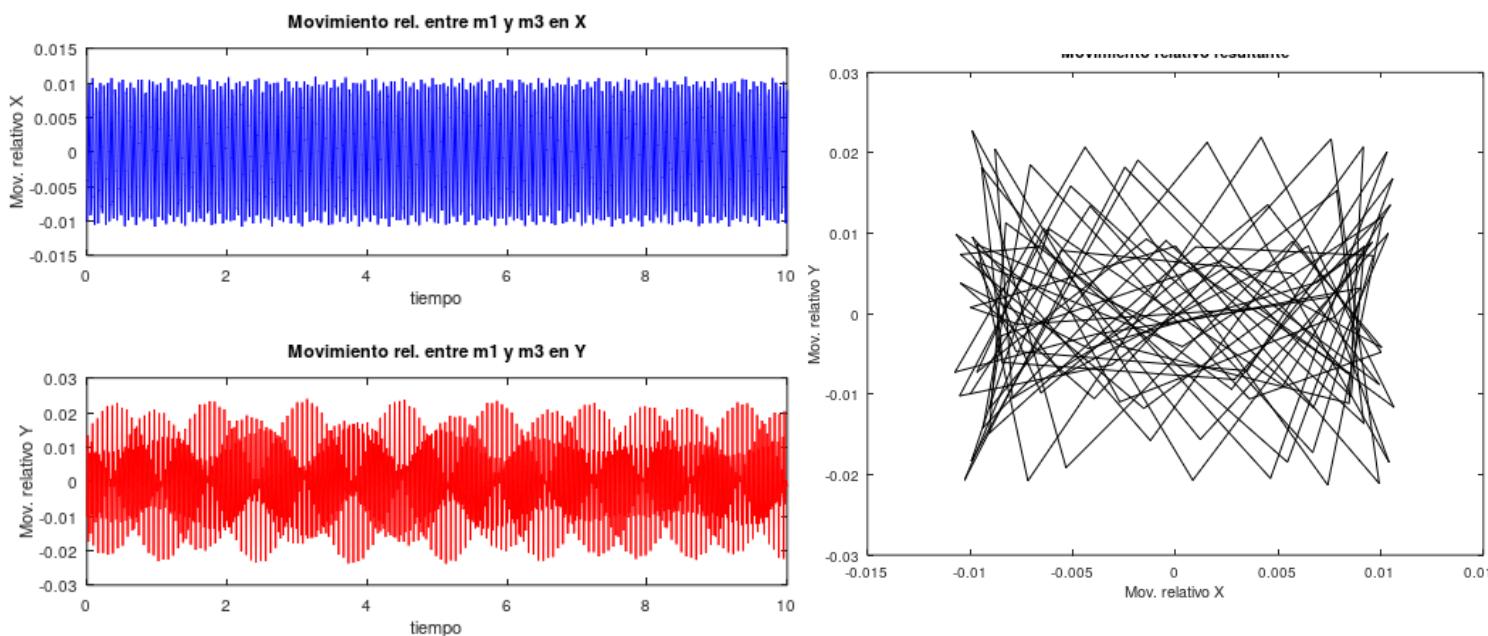
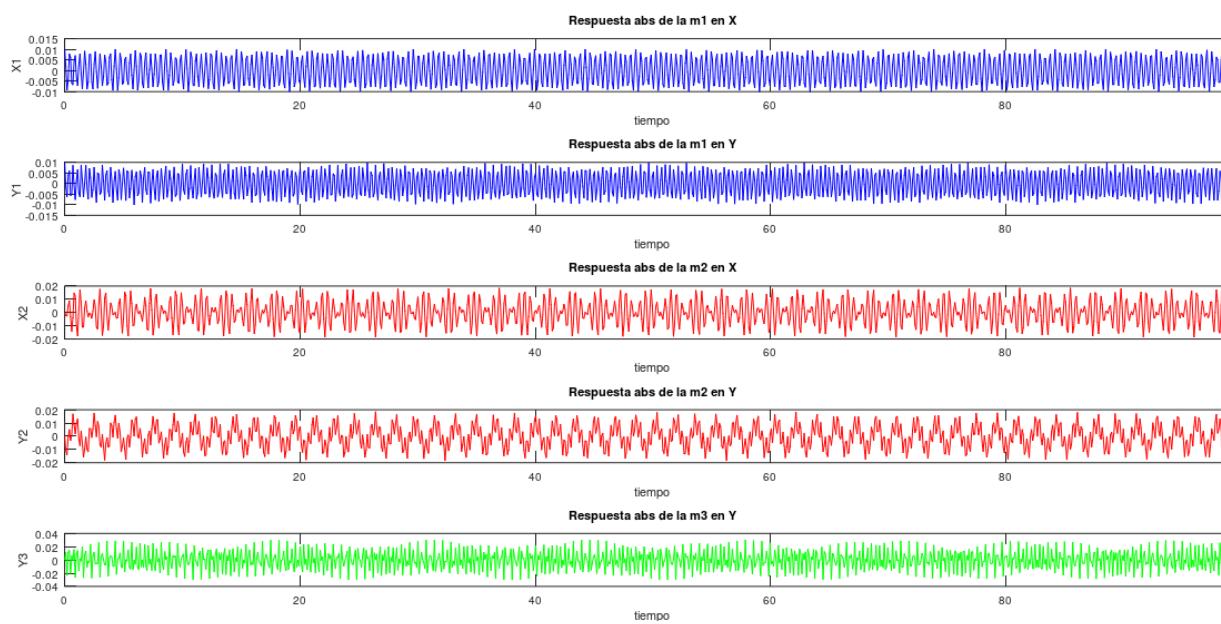
	Caso 4
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	20000
k4 [N/m]	20000
kt [Nm/rad]	5,36E+07



**Caso 5**

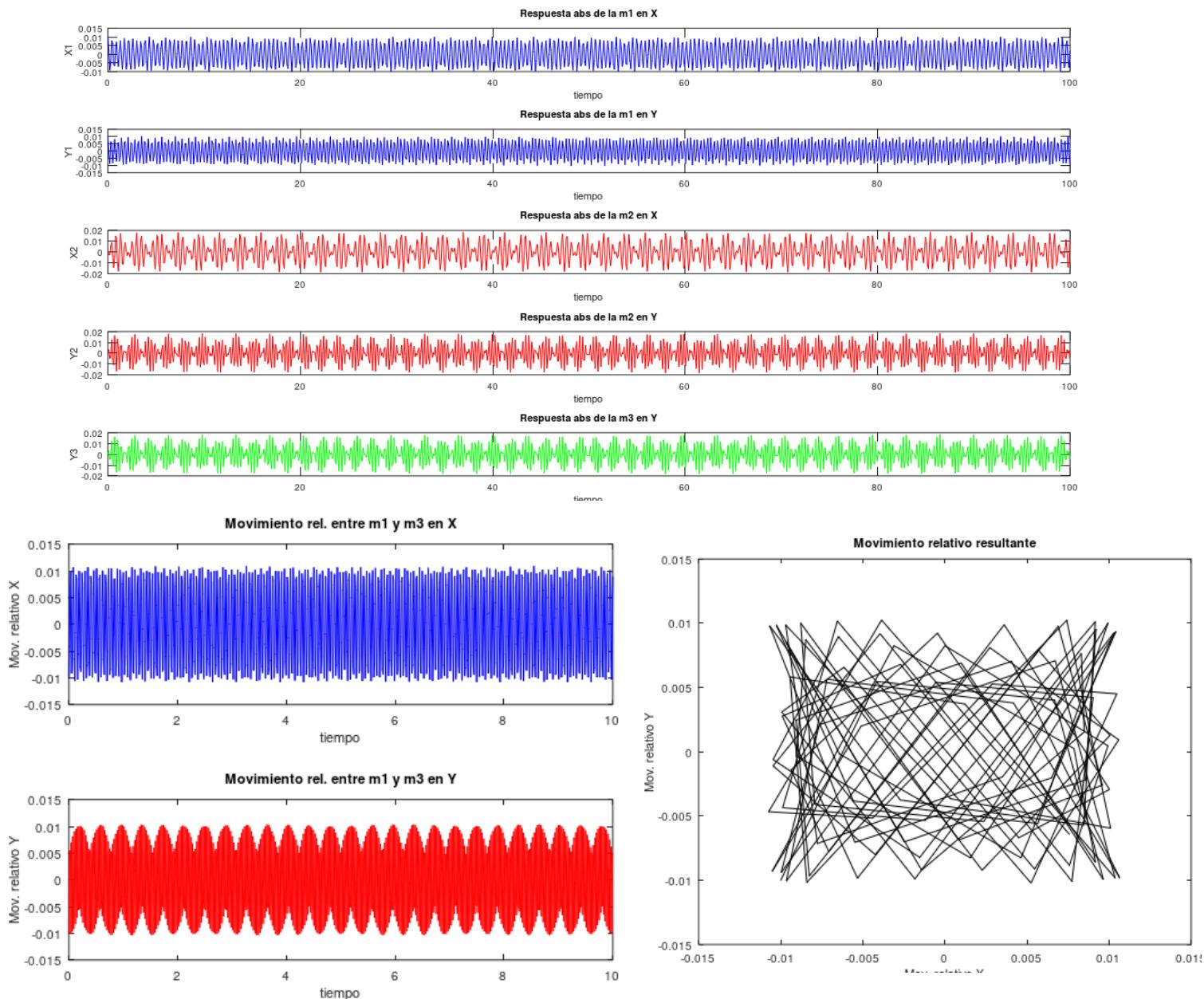
Al variar la constante  $k_t$  se ve un cambio en la dirección de Y.

	Caso 5
$k_1$ [N/m]	1000
$k_2$ [N/m]	1500
$k_3$ [N/m]	2461
$k_4$ [N/m]	9632,6
$k_t$ [Nm/ rad]	10



**Caso 6**

	Caso 6
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/ rad]	5.36E+10

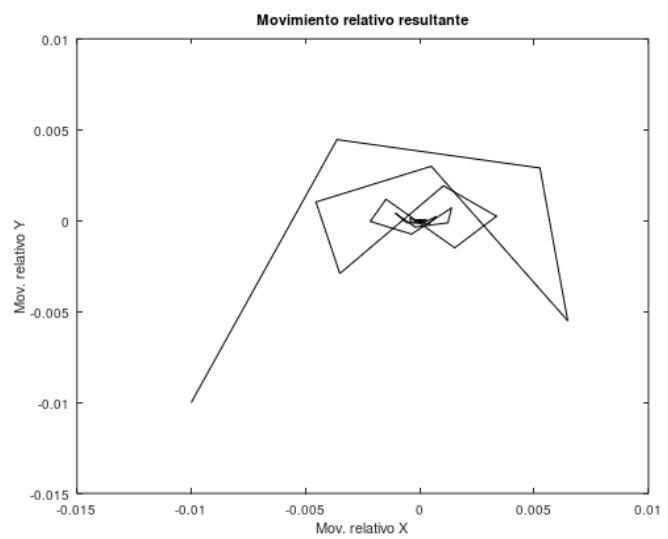
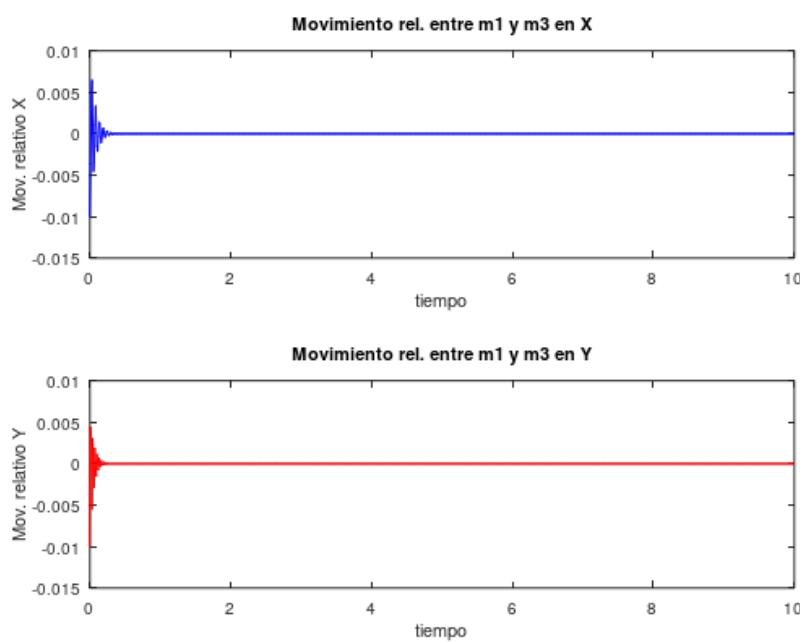
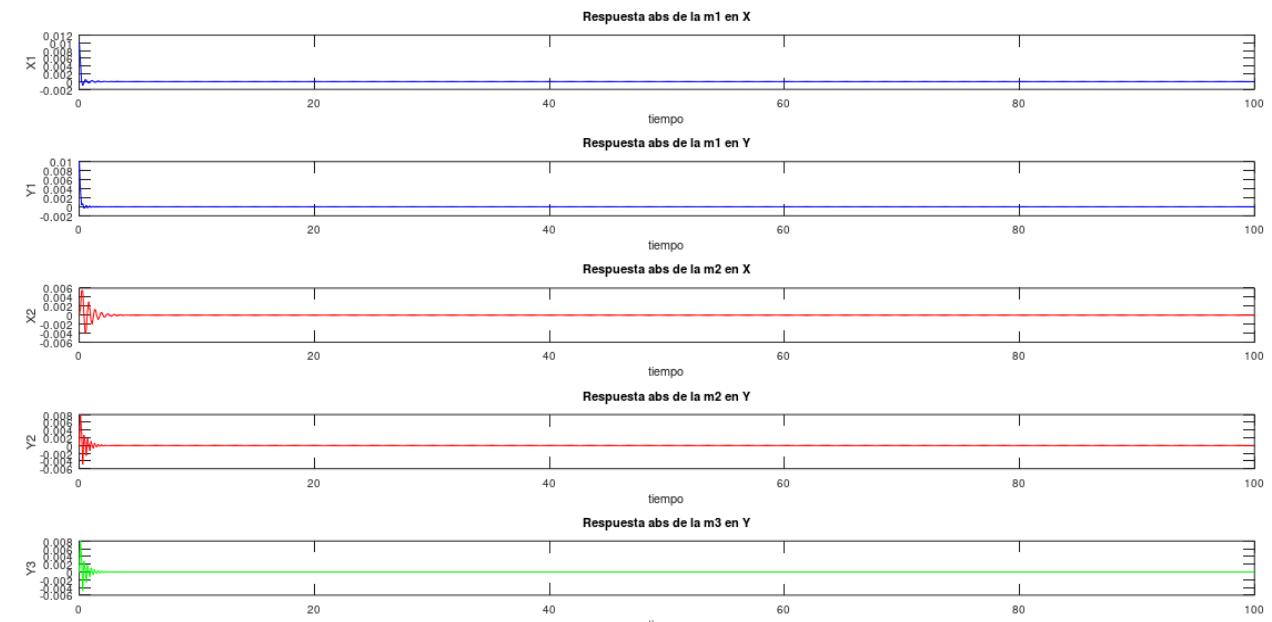


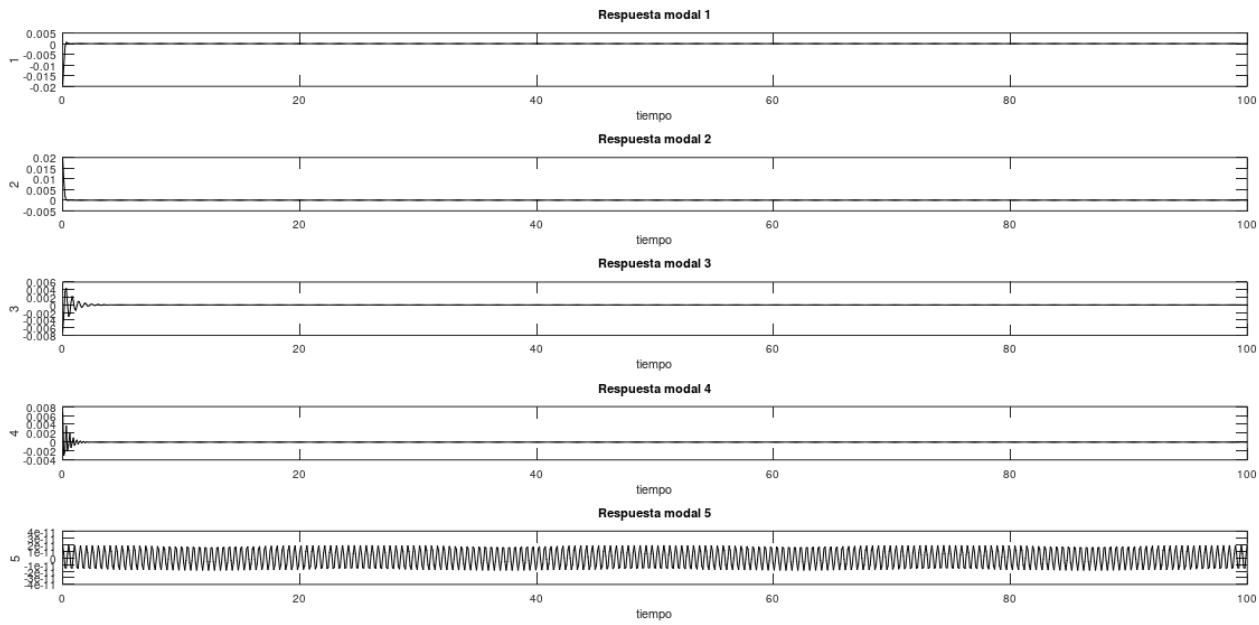
## Casos con amortiguamiento:

### Caso 7

Amortiguamiento sólo en los tacos de goma.

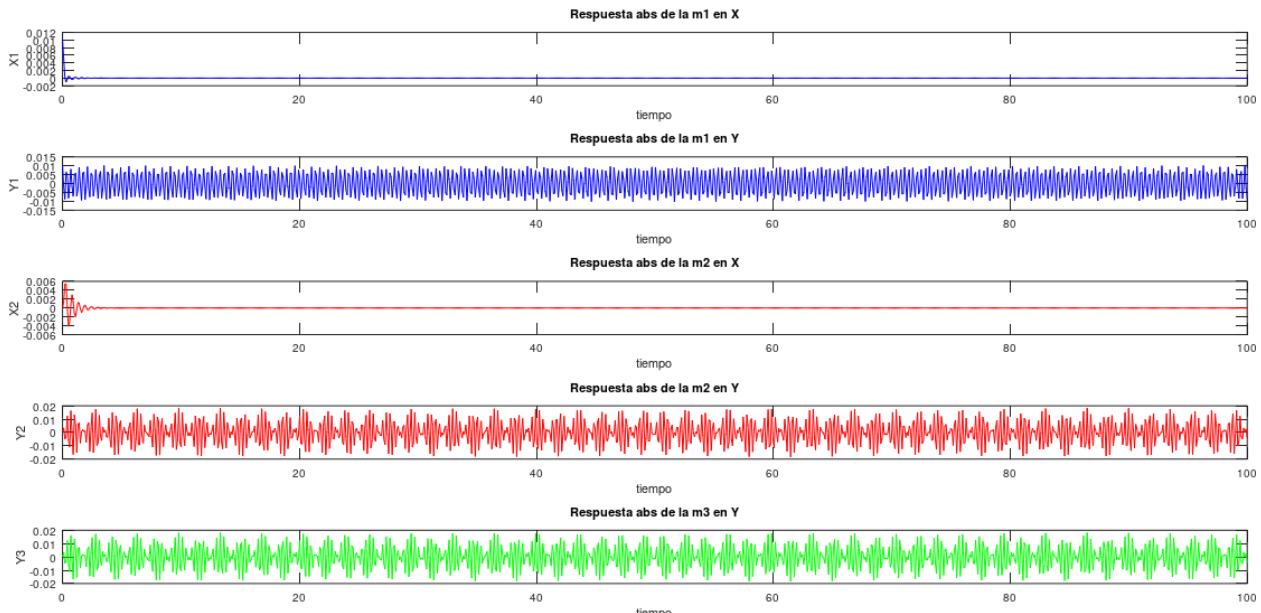
	Caso 7
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,30E+07
c1	100
c2	150

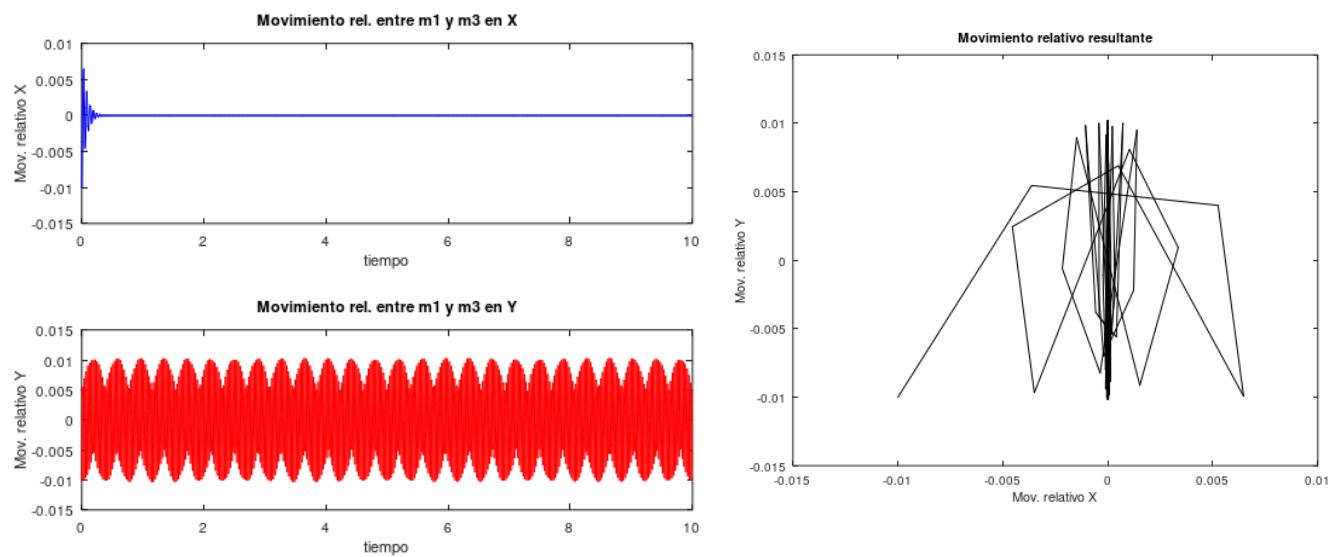




### Caso 8

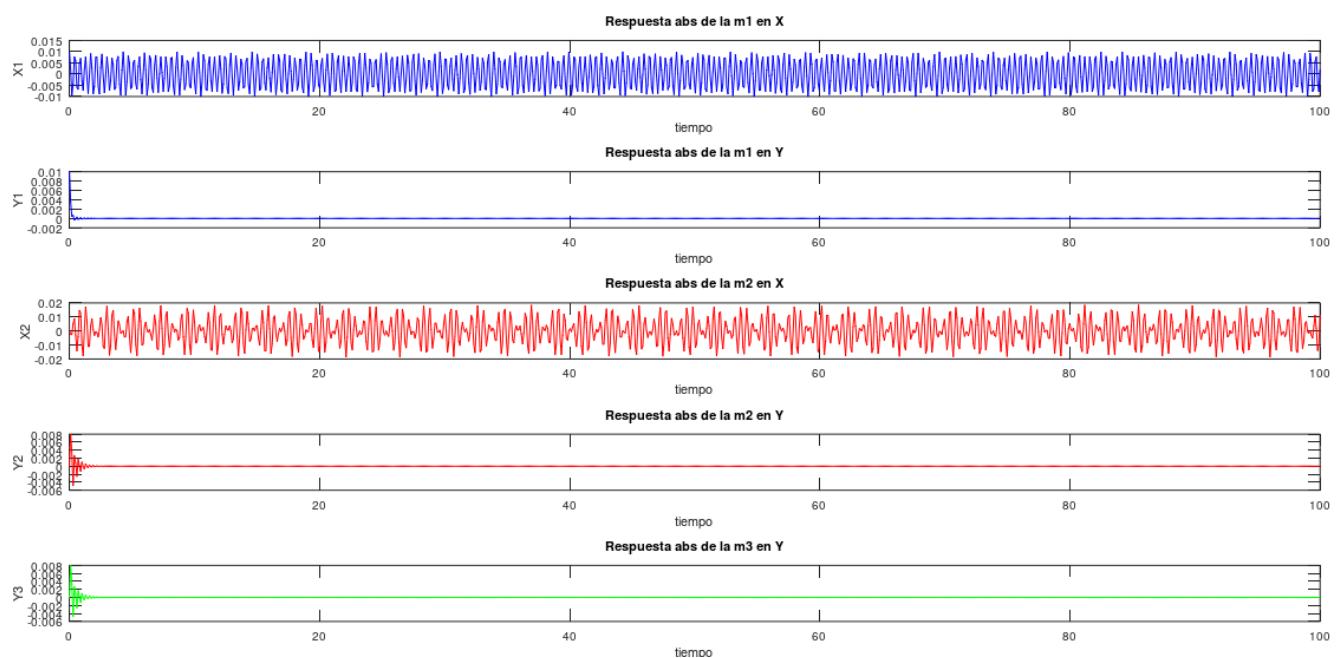
	Caso 8
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,30E+07
c1	100
c2	0

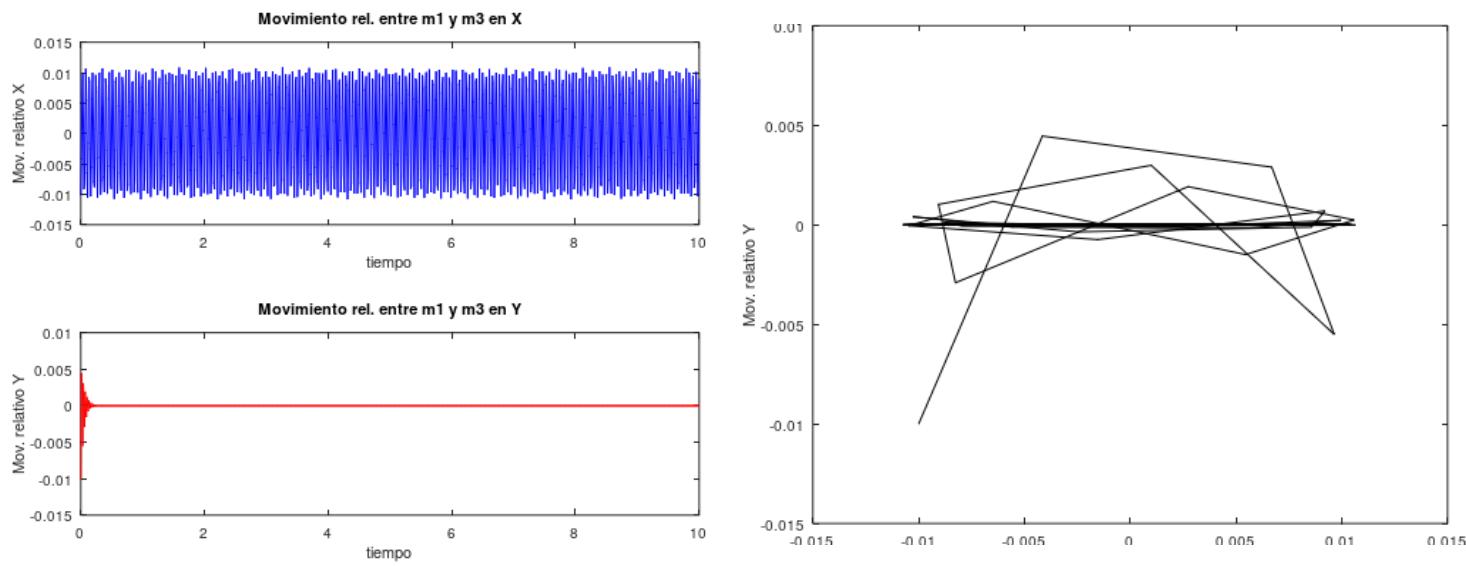




### Caso 9

	Caso 7
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,30E+07
c1	0
c2	150

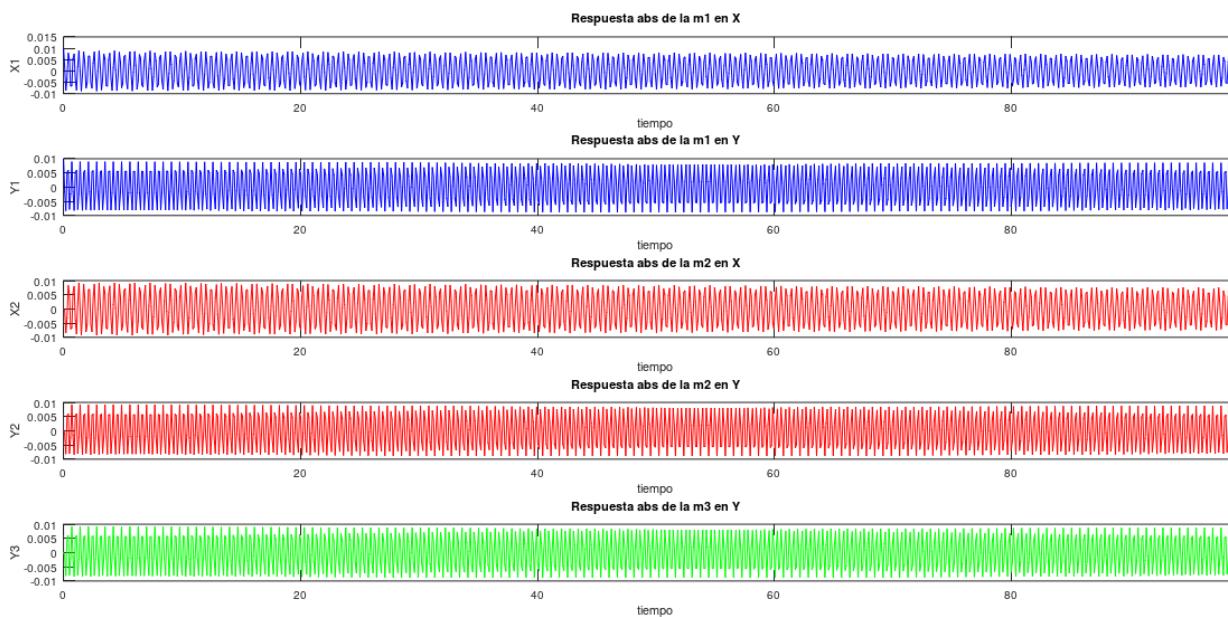


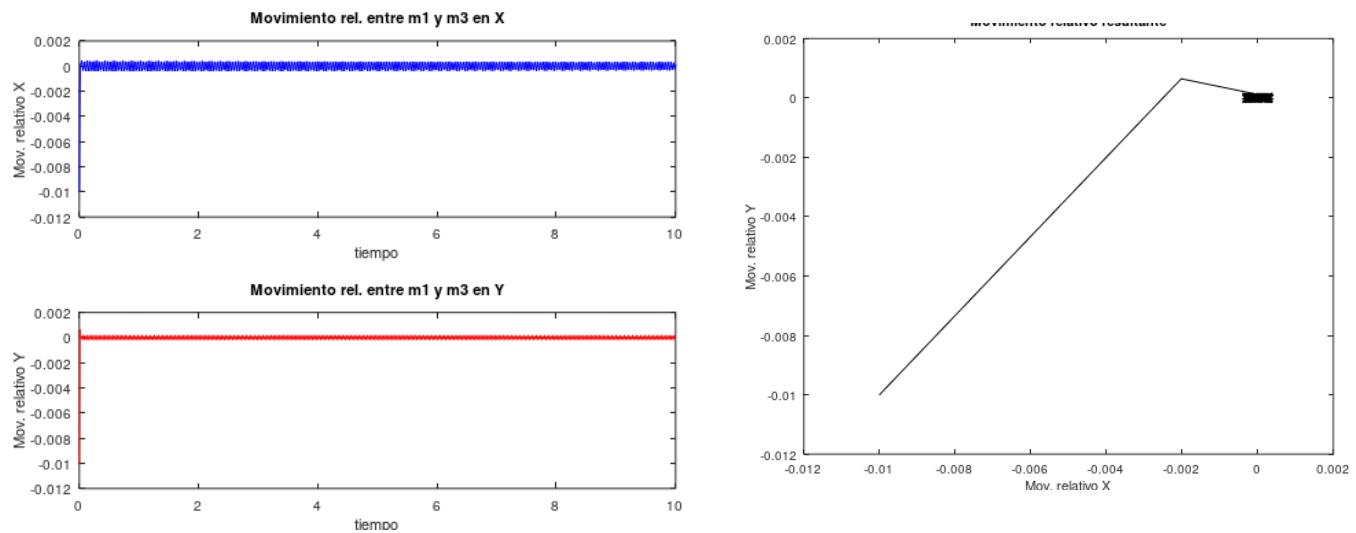


### Caso 10

Solo teniendo en cuenta los amortiguamientos del perfil vertical.

	Caso 7
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,30E+07
c3	10
c4	15



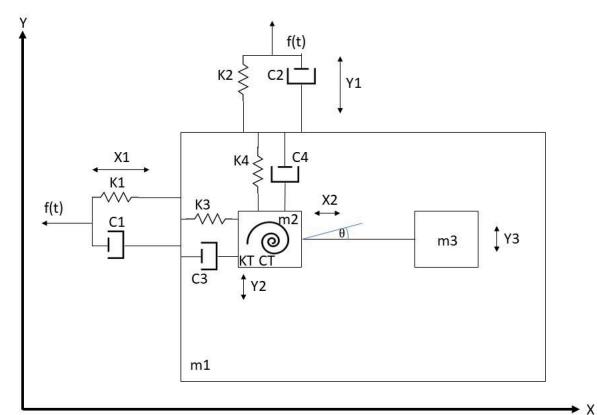


### Vibraciones forzadas

	Caso 1 (Real - Sin C)	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8 (Real - Con C)
k1 [N/m]	1000	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000
k2 [N/m]	1500	10	1500	1500	1500	1500	1500	1500
k3 [N/m]	2461	2461	100	10000	2461	2461	2461	2461
k4 [N/m]	9632,6	9632,6	100	10000	9632,6	9632,6	9632,6	9632,6
kt [Nm/rad]	5,36E+07	5,36E+07	5,36E+07	5,36E+07	10	5,36E+10	5,36E+07	5,30E+07
c1 [Ns/m]	0	0	0	0	0	100	100	100
c2 [Ns/m]	0	0	0	0	0	0	150	150
c3 [Ns/m]	0	0	0	0	0	0	0	1000
c4 [Ns/m]	0	0	0	0	0	0	0	1500
c <sub>t</sub> [Ns/m]	0	0	0	0	0	0	0	1200

### Referencias:

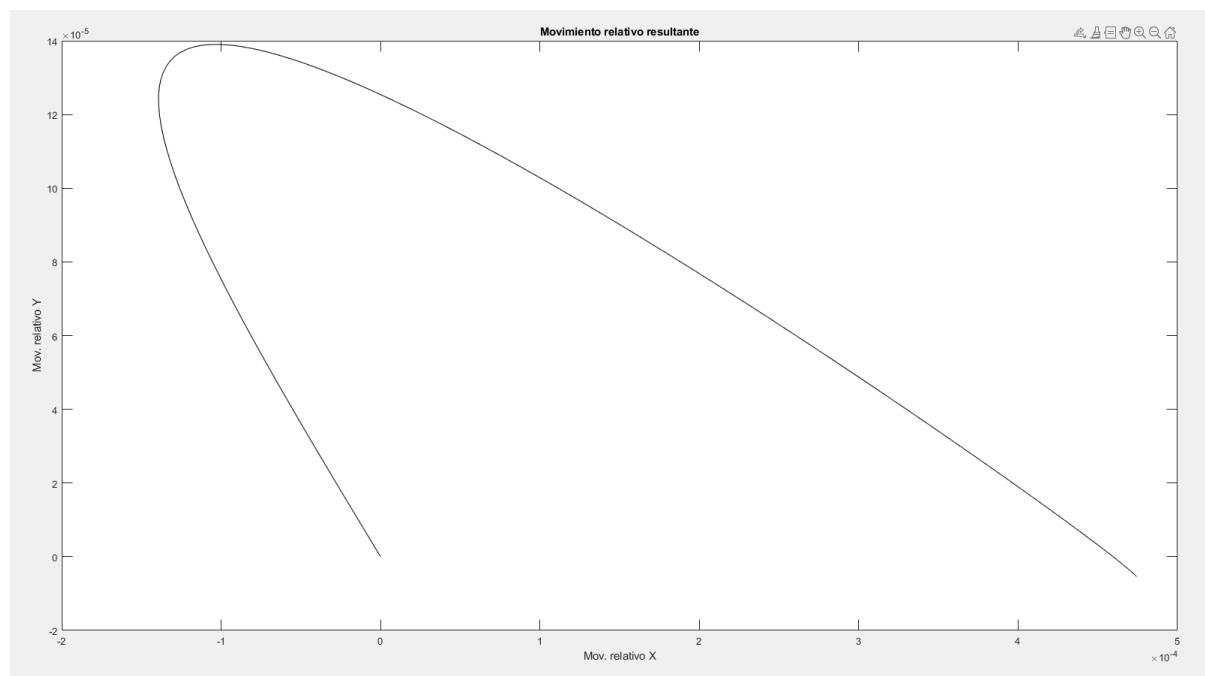
- k1: rigidez en x tacos
- k2: rigidez en y tacos
- k3: rigidez en x perfil vertical
- k4: rigidez en y perfil vertical
- kt: rigidez torsional perfil vertical
- c1: amortiguamiento en x tacos
- c2: amortiguamiento en y tacos
- c3: amortiguamiento en x perfil vertical
- c4: amortiguamiento en y perfil vertical
- c<sub>t</sub>: amortiguamiento torsional perfil vertical

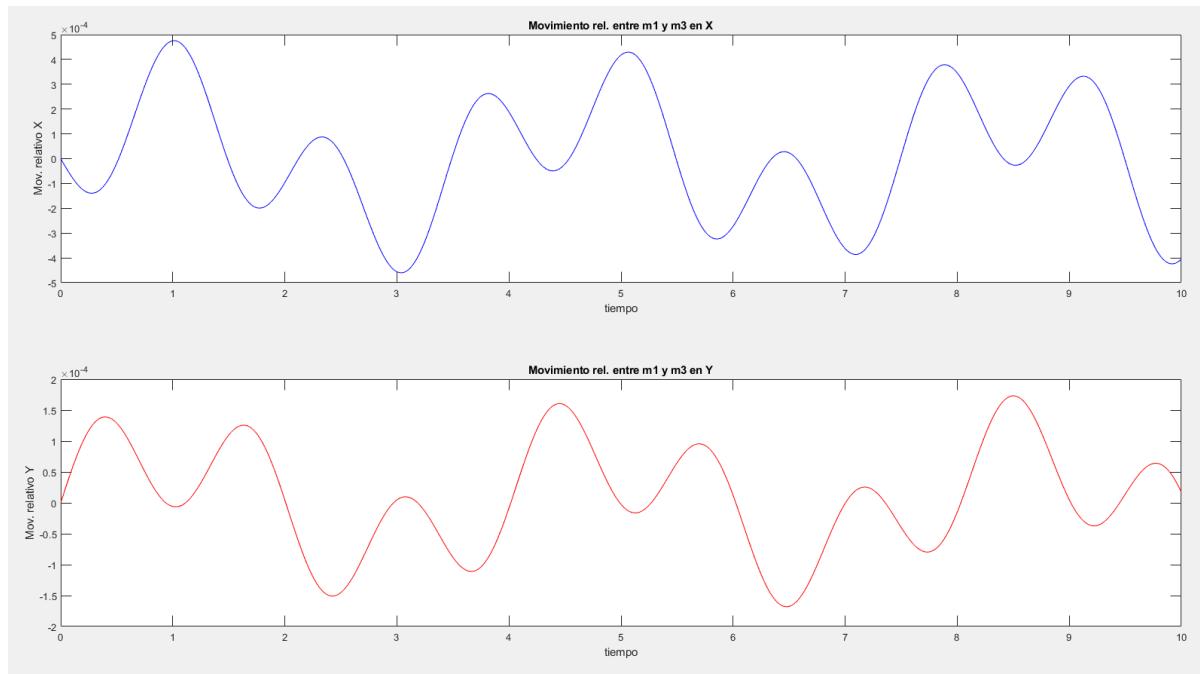


## Caso 1

Este sería el caso en que cada componente tiene su rigidez real pero sin considerar amortiguamiento.

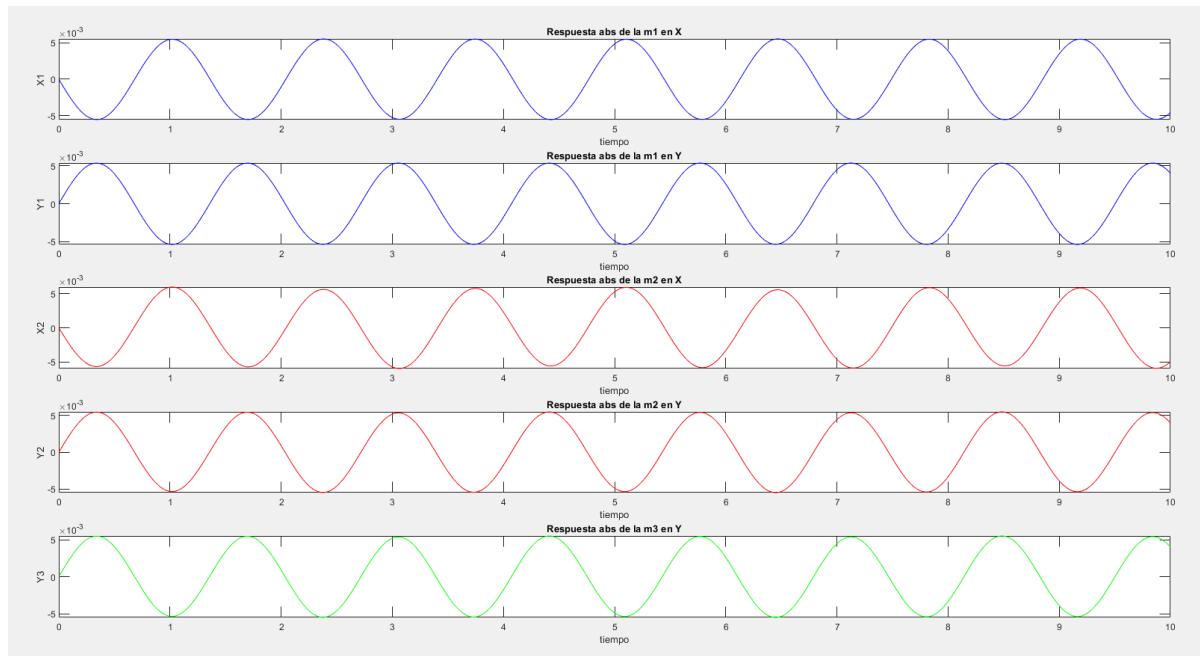
	Caso 1 (Real - Sin C)
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,36E+07
c1 [Ns/m]	0
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0





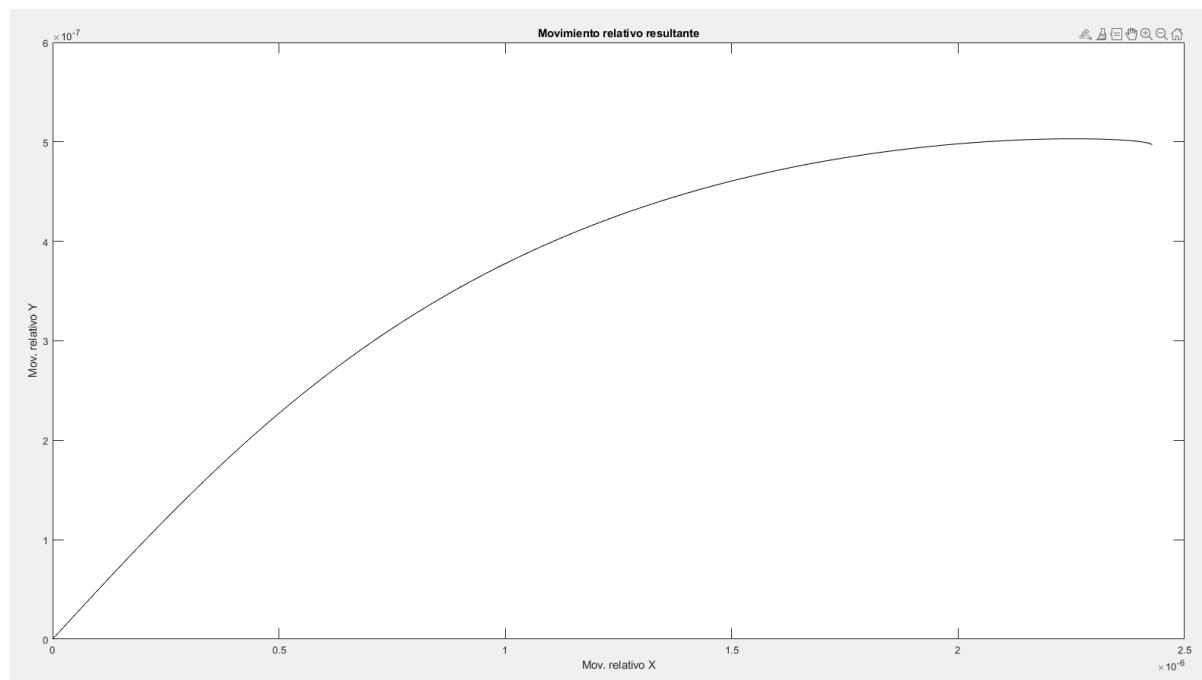
Podemos apreciar en los gráficos que no hay disipación, toda la vibración en la base de la impresora es transmitida hacia la impresora.

Tenemos un movimiento máximo relativo entre la boquilla y la cama de la impresora en x de 0.05cm y en y de 0,015cm

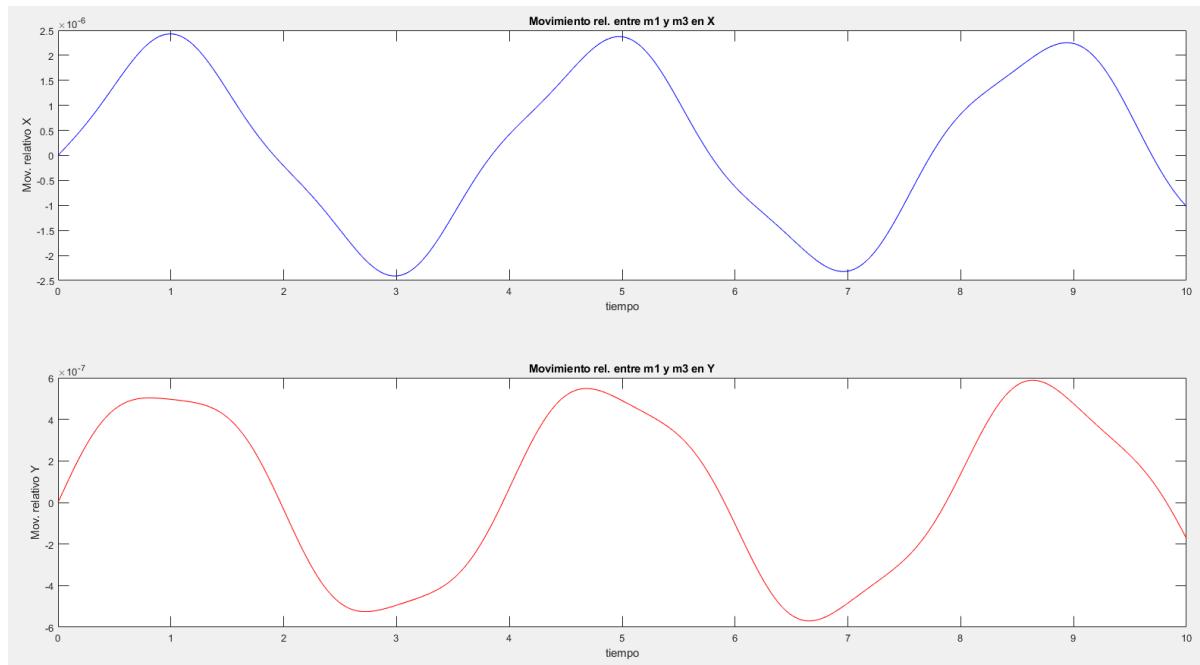


## Caso 2

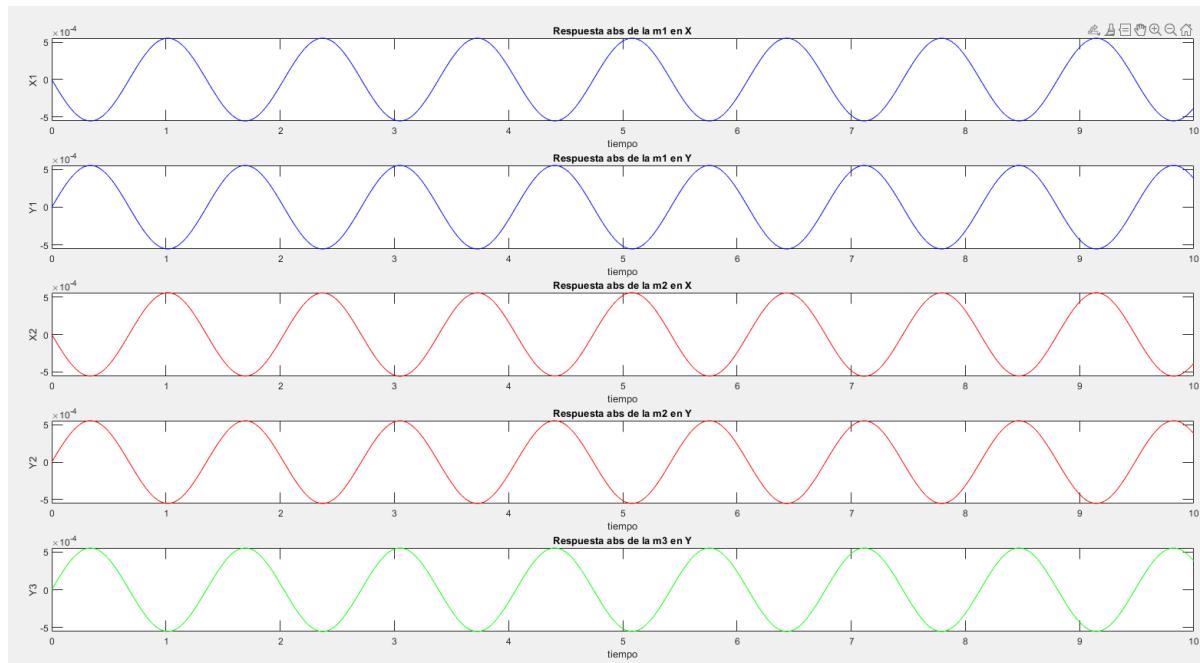
	Caso 2
k1 [N/m]	10
k2 [N/m]	10
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,36E+07
c1 [Ns/m]	0
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0



En el caso que tenemos unos tacos con rigidez mucho menor, podemos observar que el movimiento relativo es mucho menor, en este caso va a ser en x de 0.00025cm y en y de 0.00005cm



La frecuencia también disminuyó considerablemente.

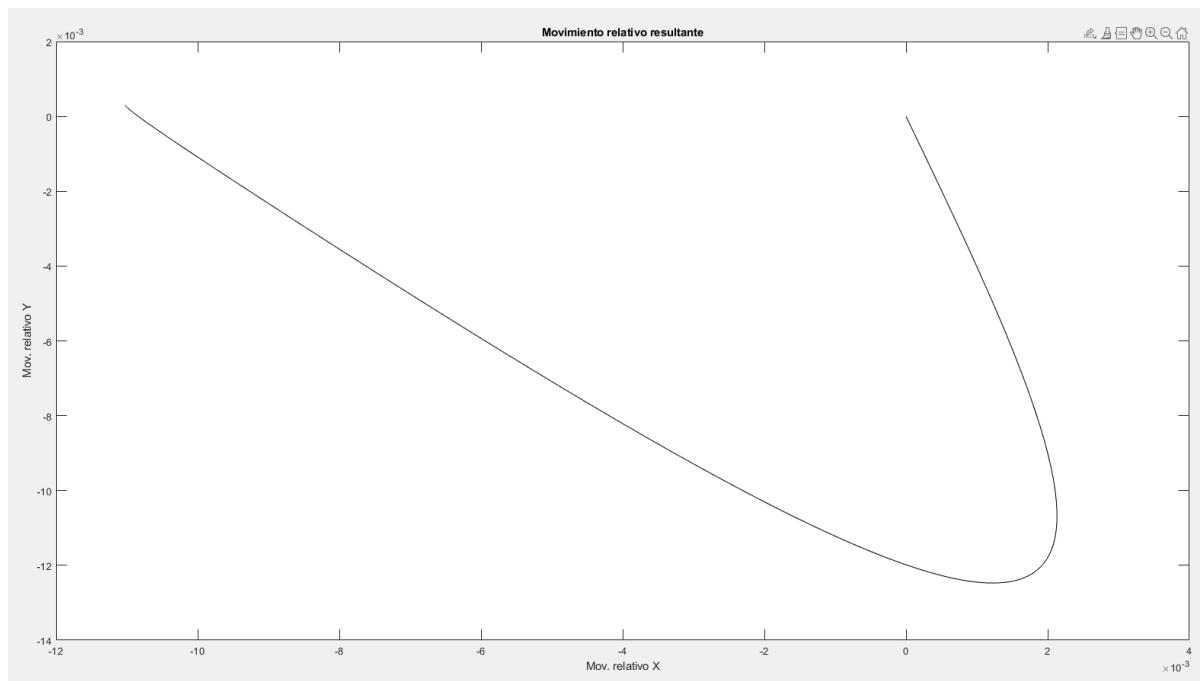


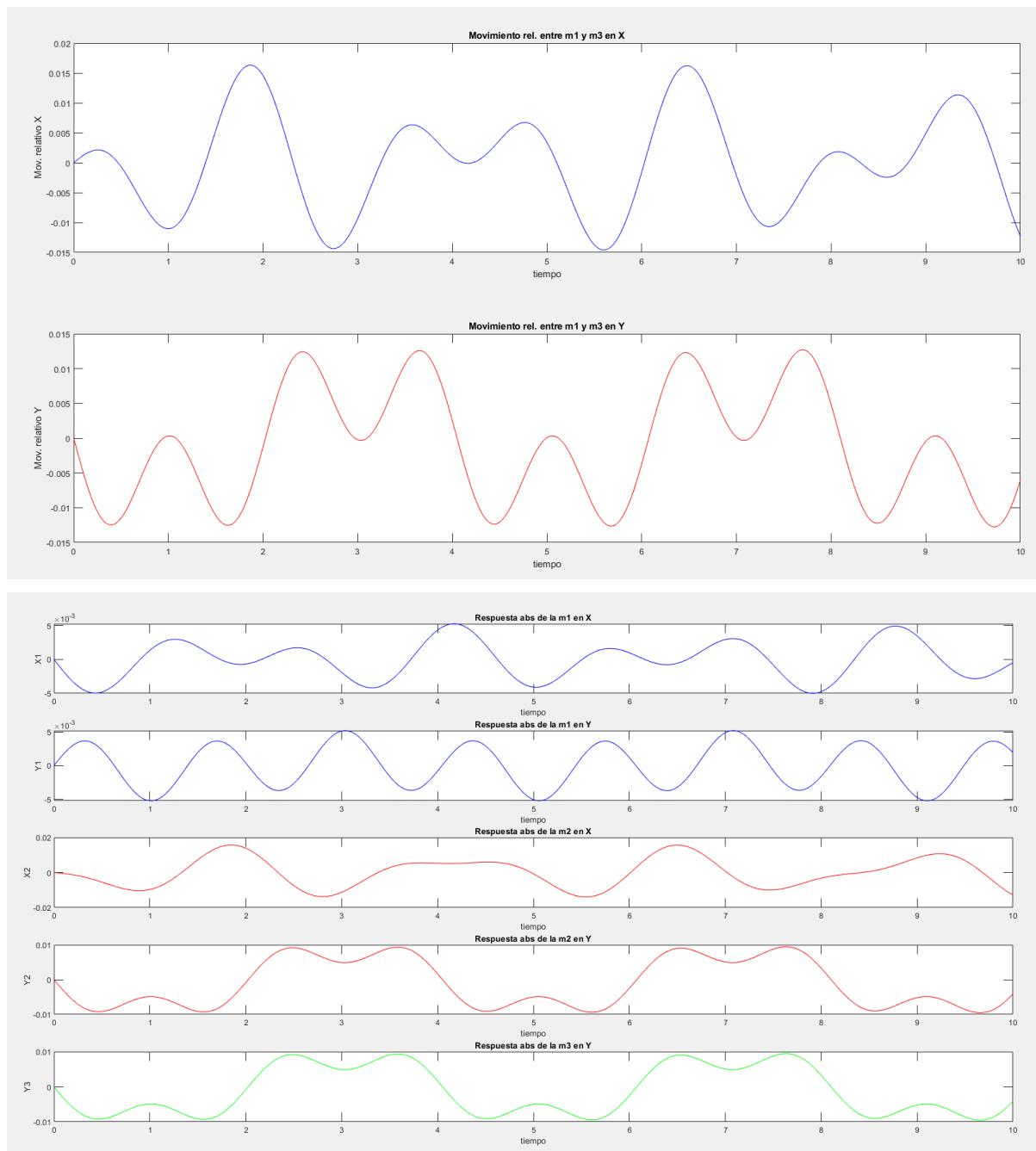
En términos absolutos podemos observar que las masas se mueven con la misma forma del movimiento de la base.

**Caso 3**

	Caso 3
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	100
k4 [N/m]	100
kt [Nm/rad]	5,36E+07
c1 [Ns/m]	0
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0

Ahora restaurando la rigidez de los tacos a la original, y reduciendo la rigidez del perfil vertical (esto se daría en caso de usar otro tipo de material para el perfil de la impresora), podemos observar que los movimientos relativos aumentan considerablemente. En x vamos a tener 1.5cm y en y 1.2cm aproximadamente.

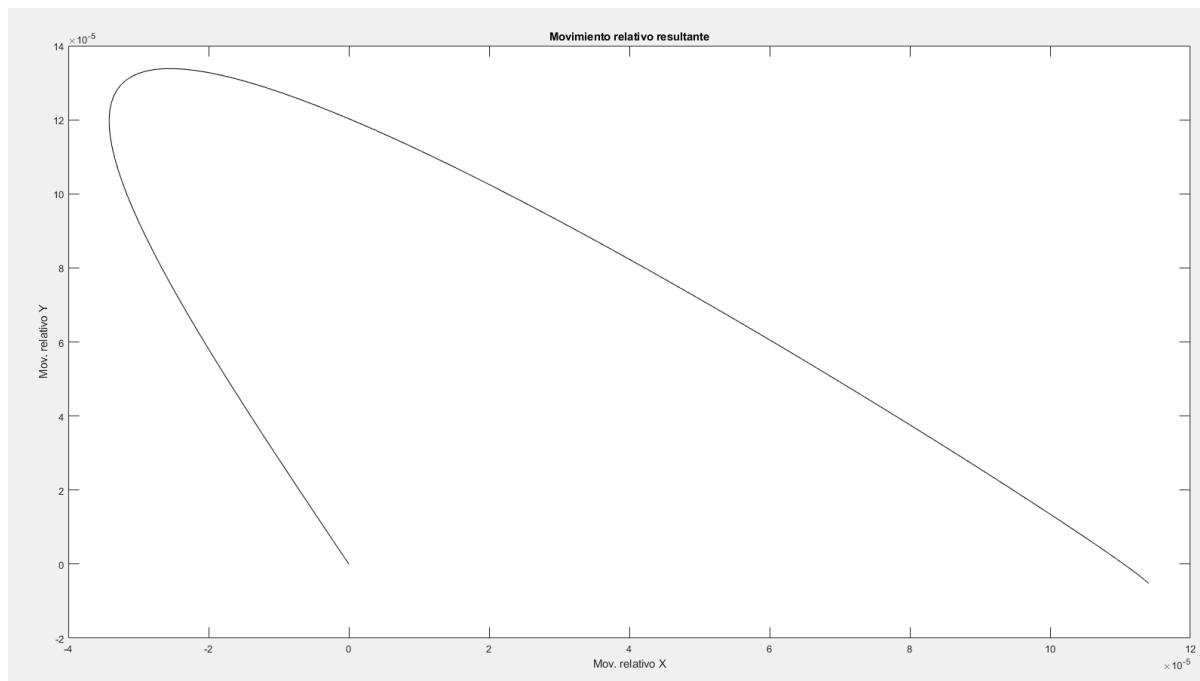


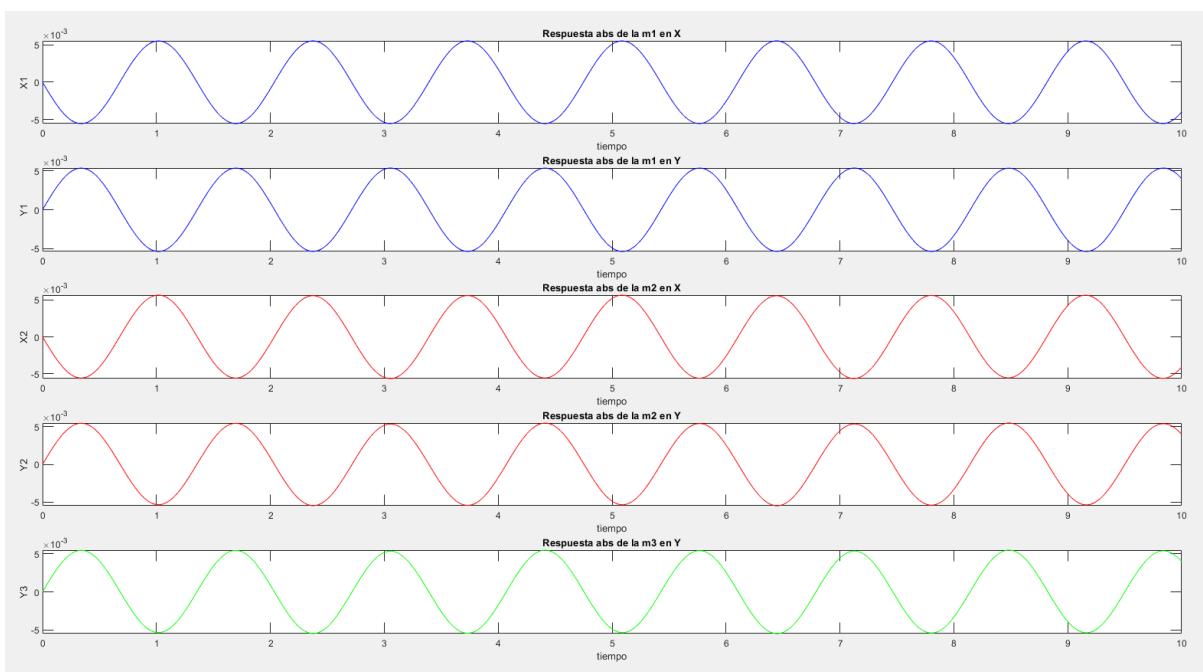
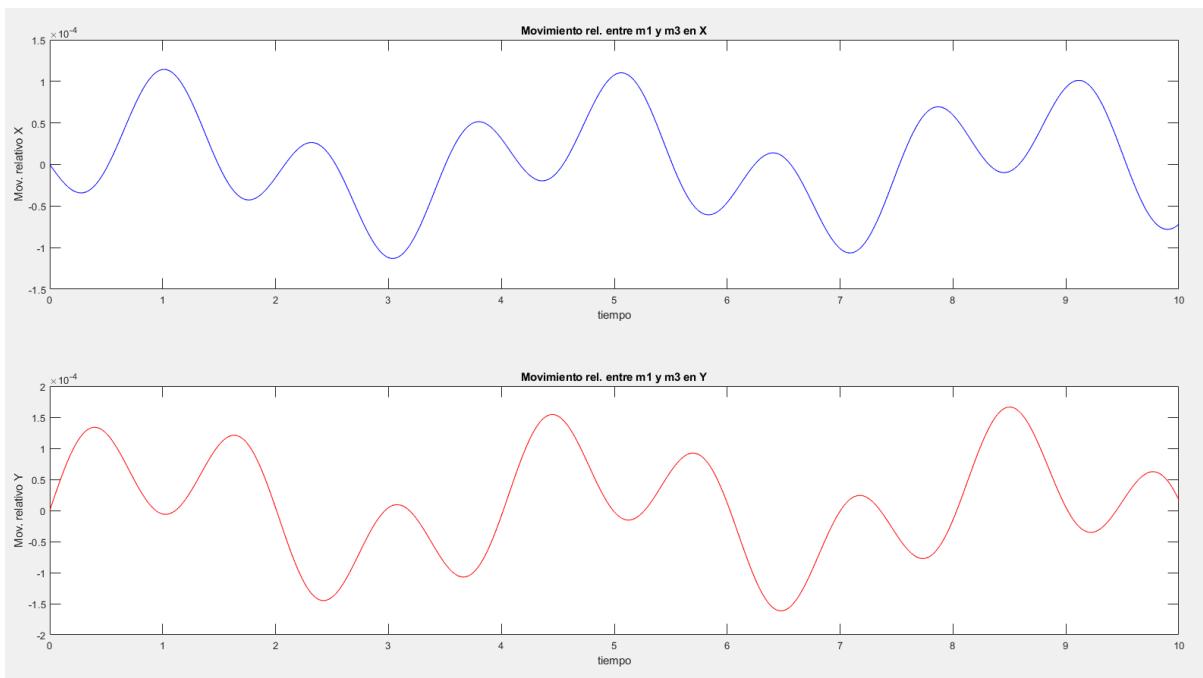


**Caso 4**

	Caso 4
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	10000
k4 [N/m]	10000
kt [Nm/rad]	5,36E+07
c1 [Ns/m]	0
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0

En el caso n°4, se aumentó la rigidez del perfil vertical de la impresora. En este caso, la impresora en la parte desde la base hasta el pico, se comportaría de una forma más rígida, como si fuese todo un solo cuerpo. Los movimientos relativos en este caso van a ser en X= 0.01cm; Y= 0.016cm

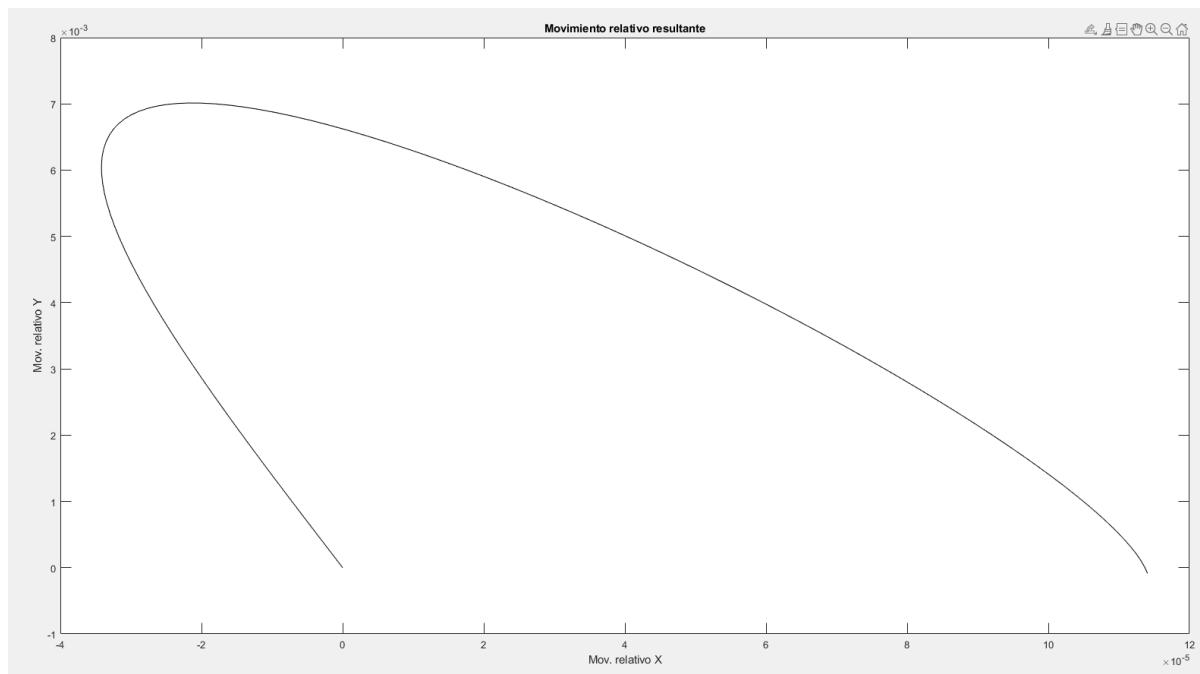


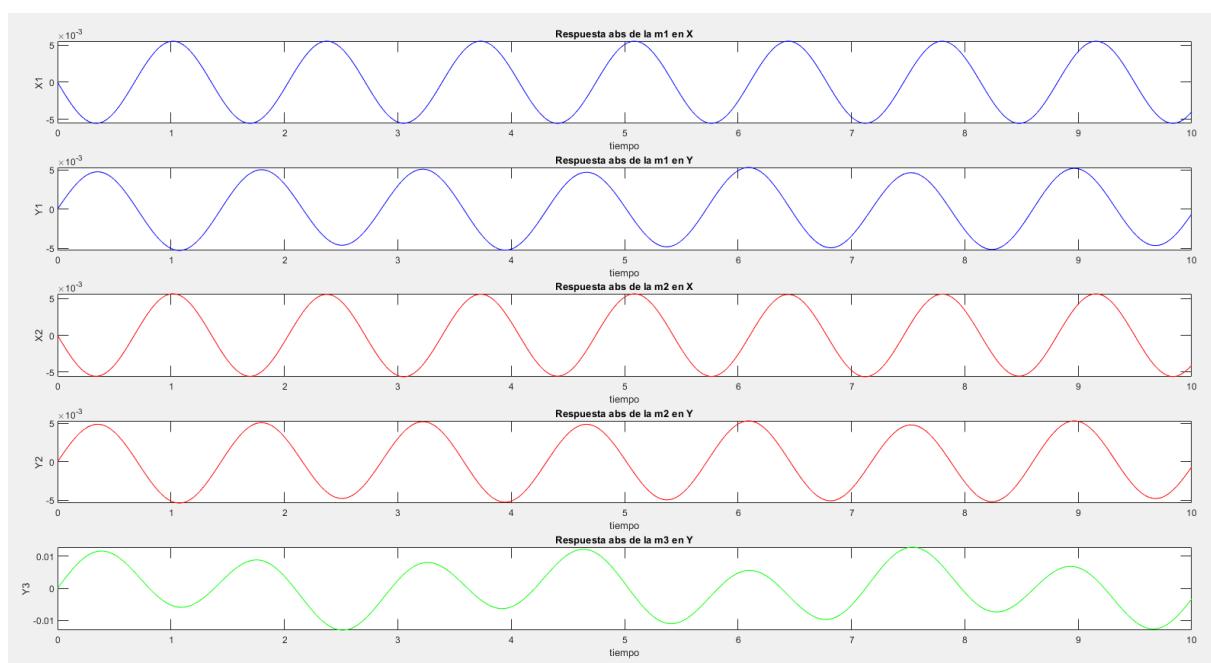
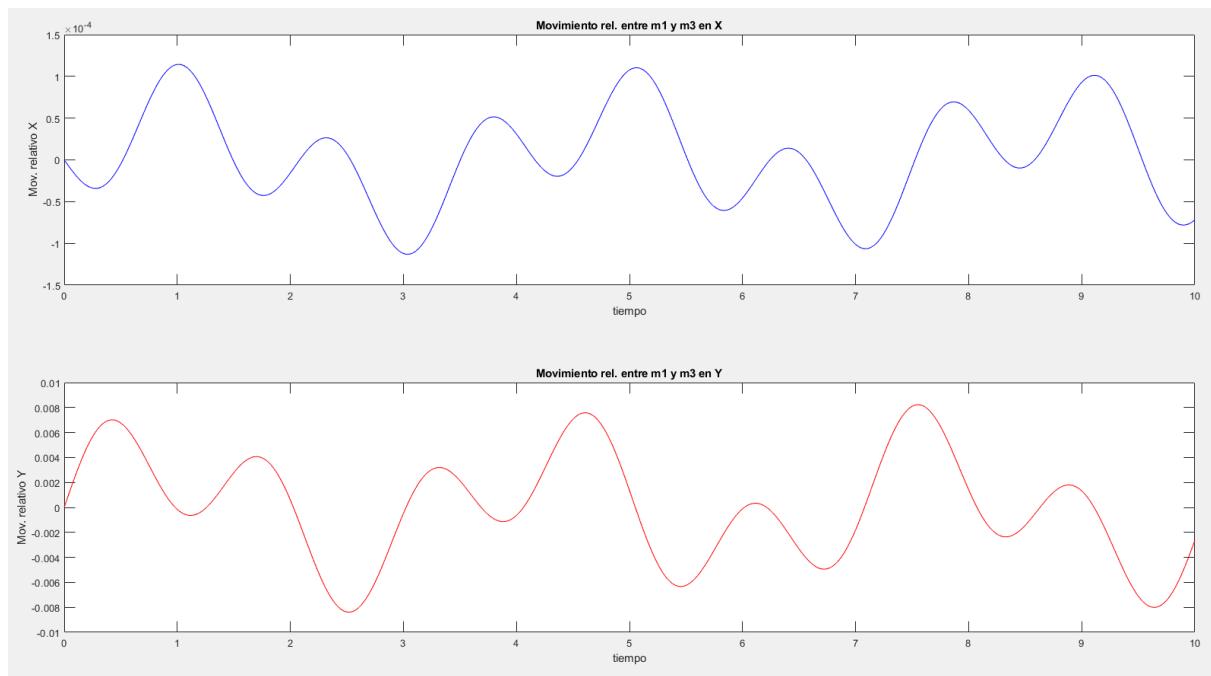


## Caso 5

	Caso 5
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	10
c1 [Ns/m]	0
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0

En este caso disminuimos lo que es la rigidez torsional del perfil vertical. El movimiento relativo en x es muy similar al al caso anterior un kt real al de la impresora. Pero en el caso de y, si varía en forma apreciable, en este se van a presentar movimientos relativos de 0.8cm

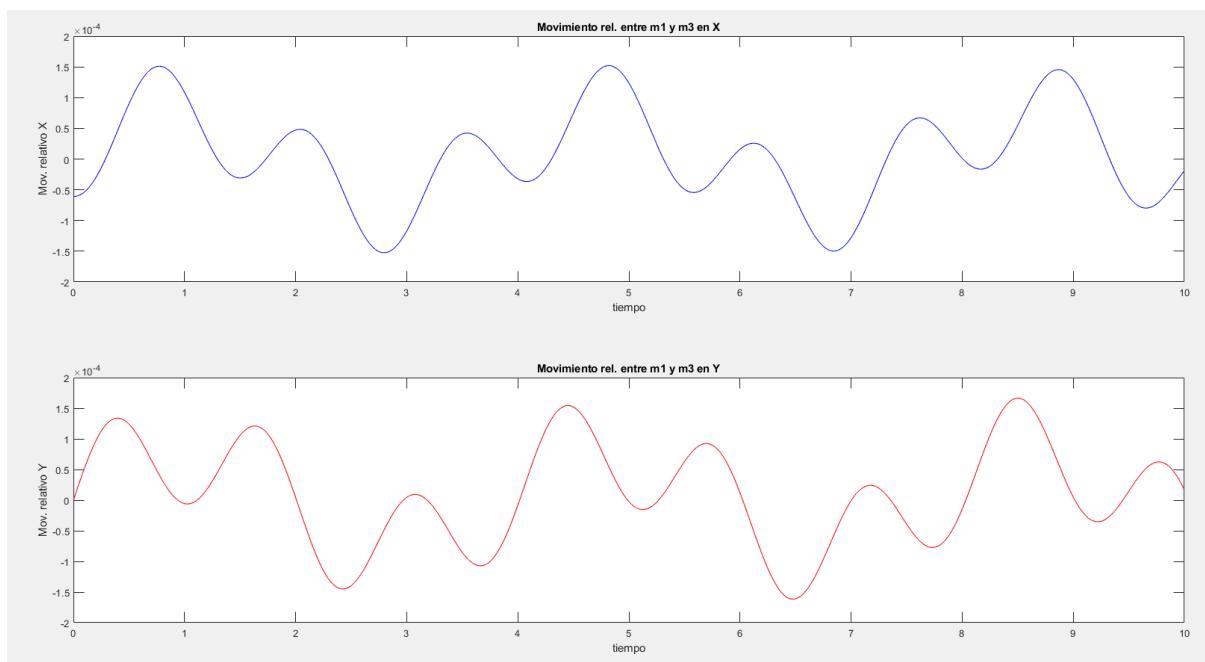
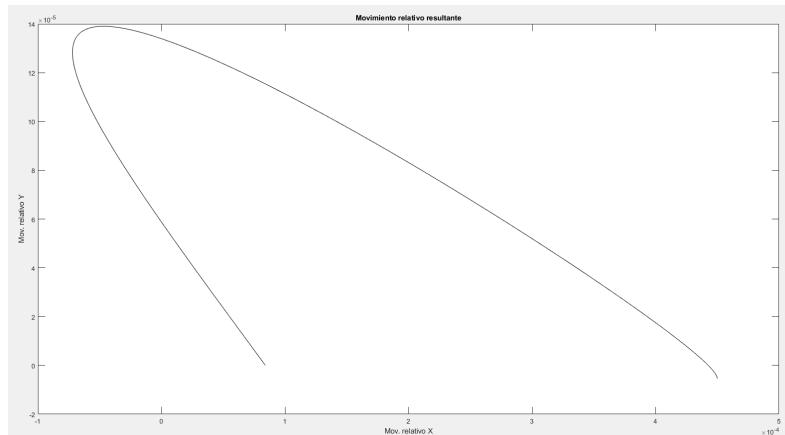


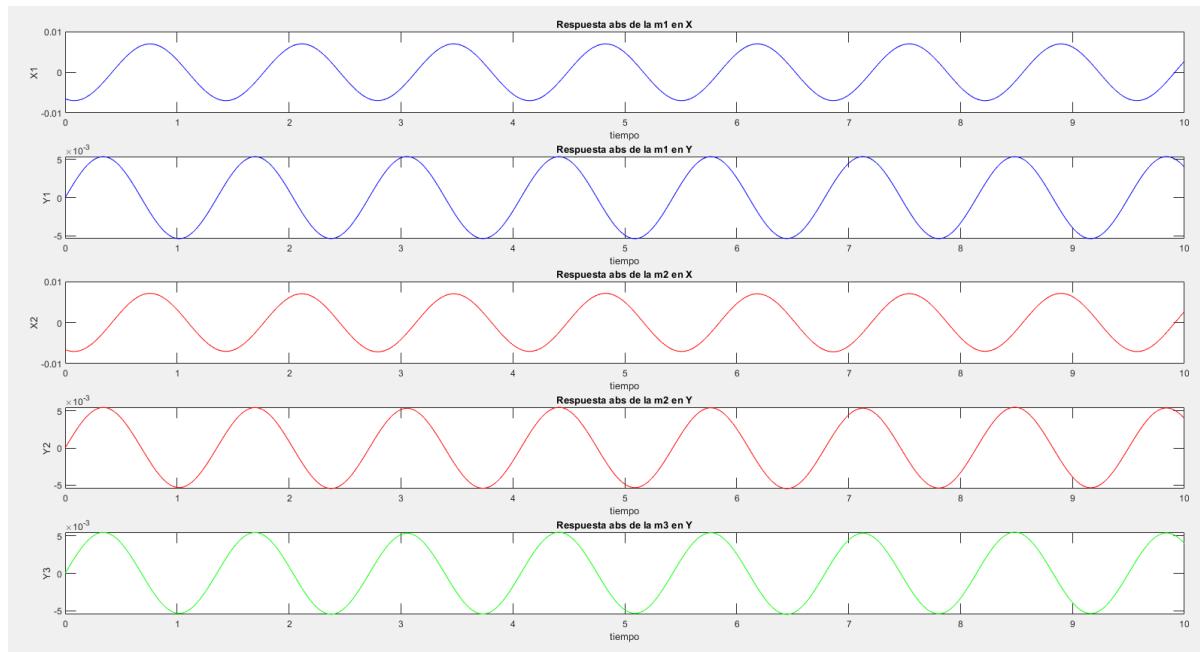


**Caso 6**

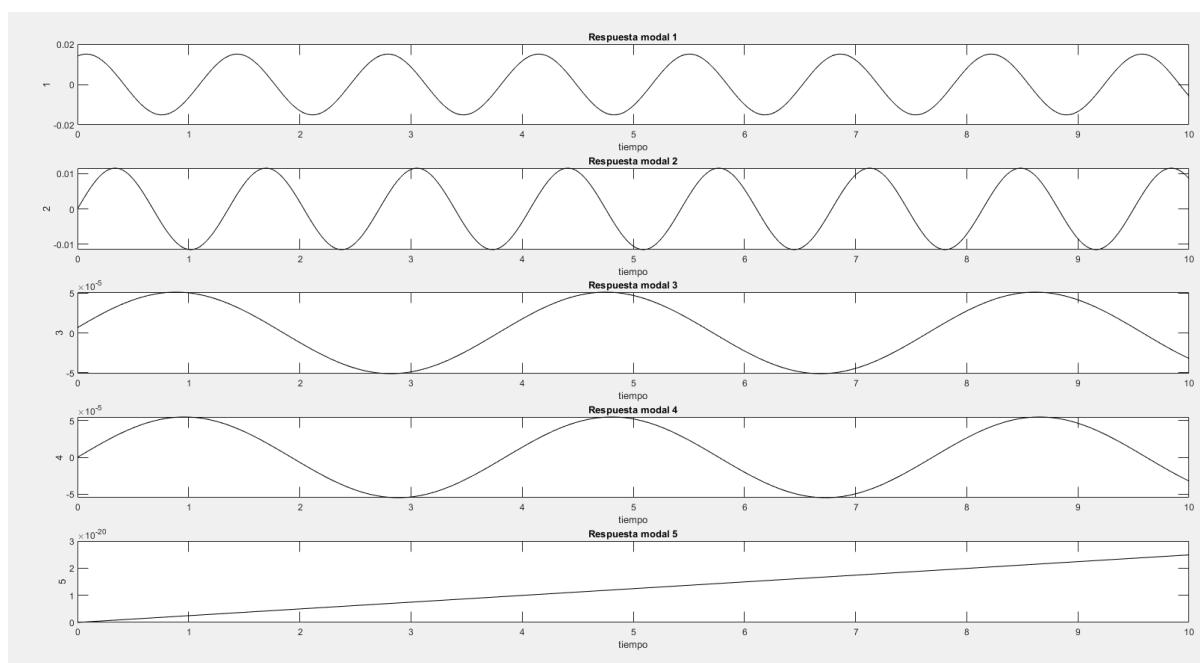
	Caso 6
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,36E+10
c1 [Ns/m]	100
c 2 [Ns/m]	0
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0

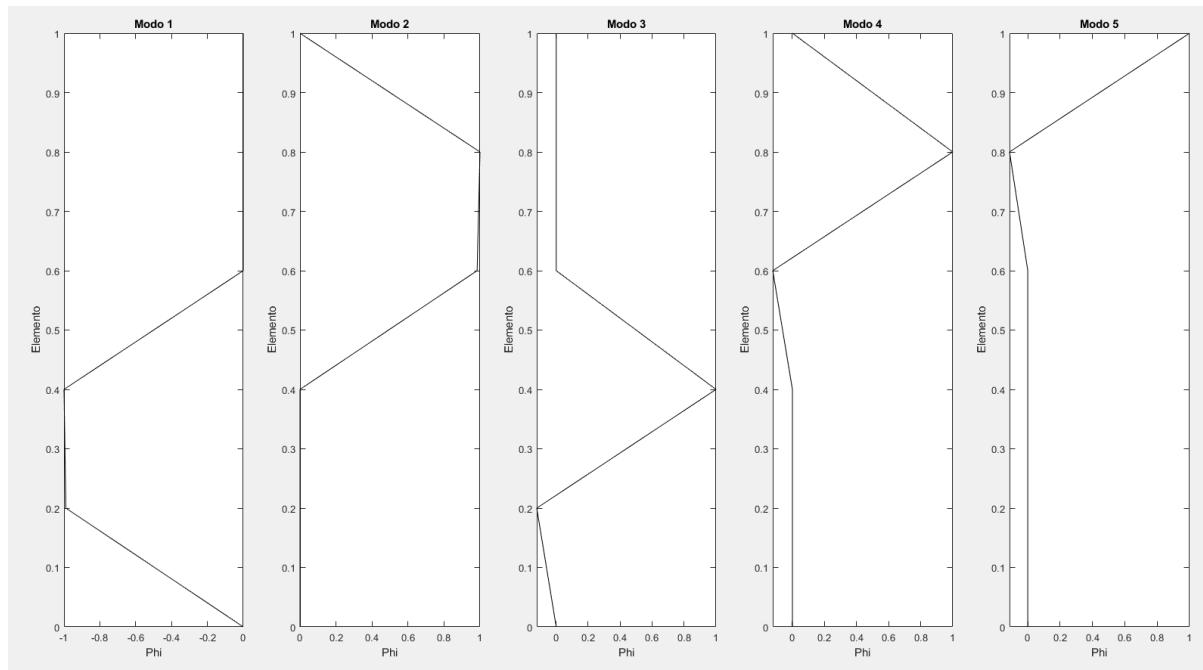
Ahora introducimos un amortiguamiento, primero vemos cómo se comporta si solo ponemos amortiguamiento en una dirección de los tacos, específicamente en la dirección X. Ahora vamos a tener un movimiento relativo en x de  $0.015\text{cm}$ , que en el caso 1 sin amortiguamiento era de  $0.05\text{cm}$ . En Y se va a mantener igual debido a que no hay amortiguamiento en esa dirección aún. También el movimiento en x empieza desfasado respecto de la fuerza aplicada por la base al sistema.





En el caso de la respuesta absoluta, en la dirección y se mantiene igual pero en la dirección x va a tener una mayor amplitud.

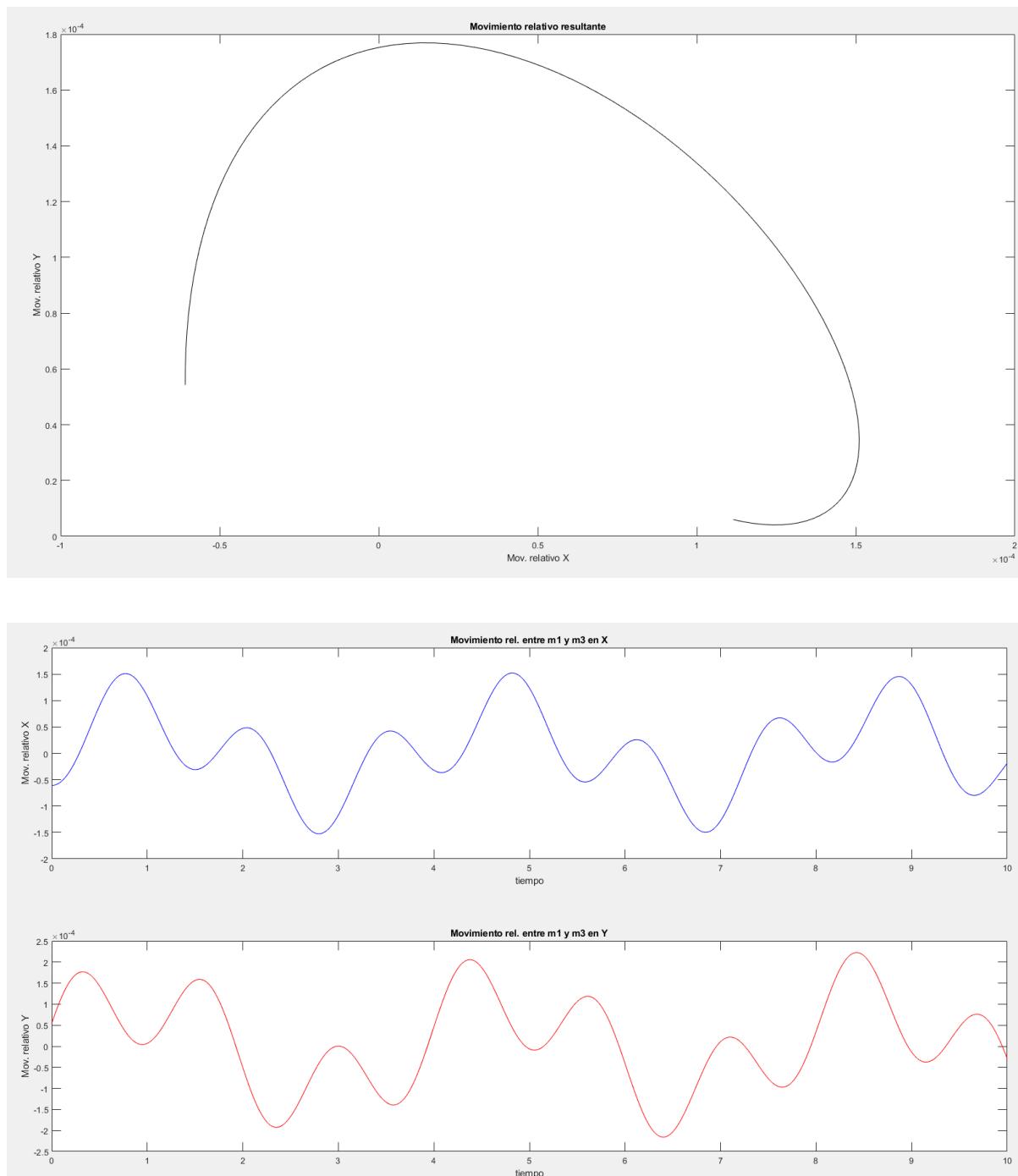


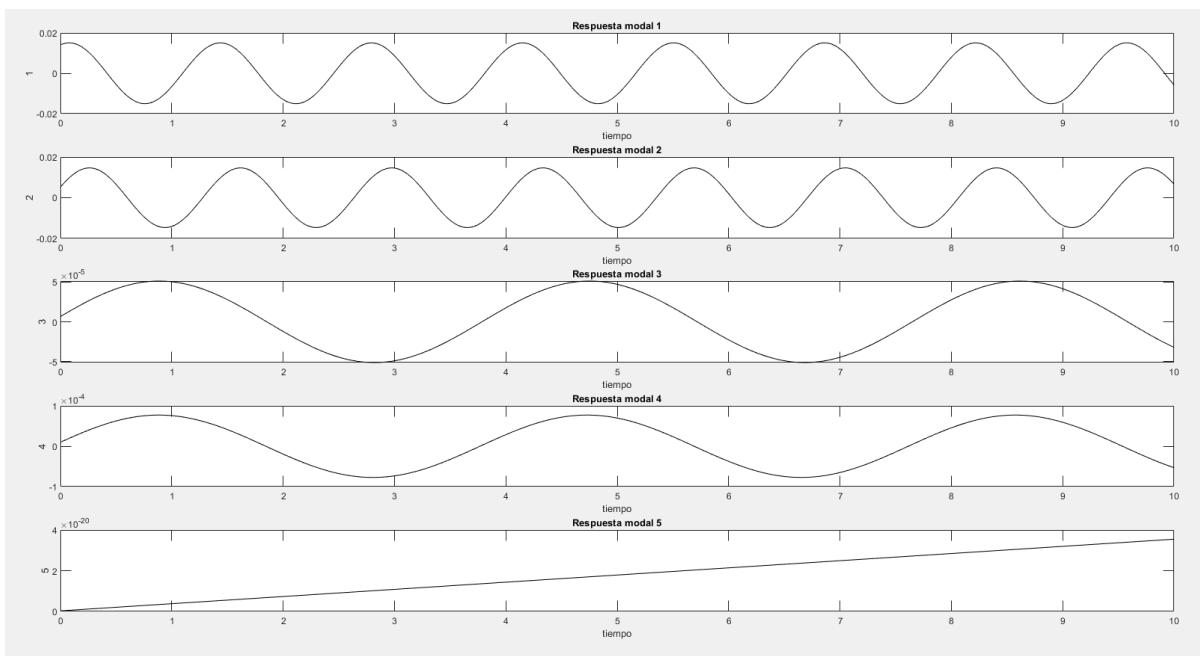
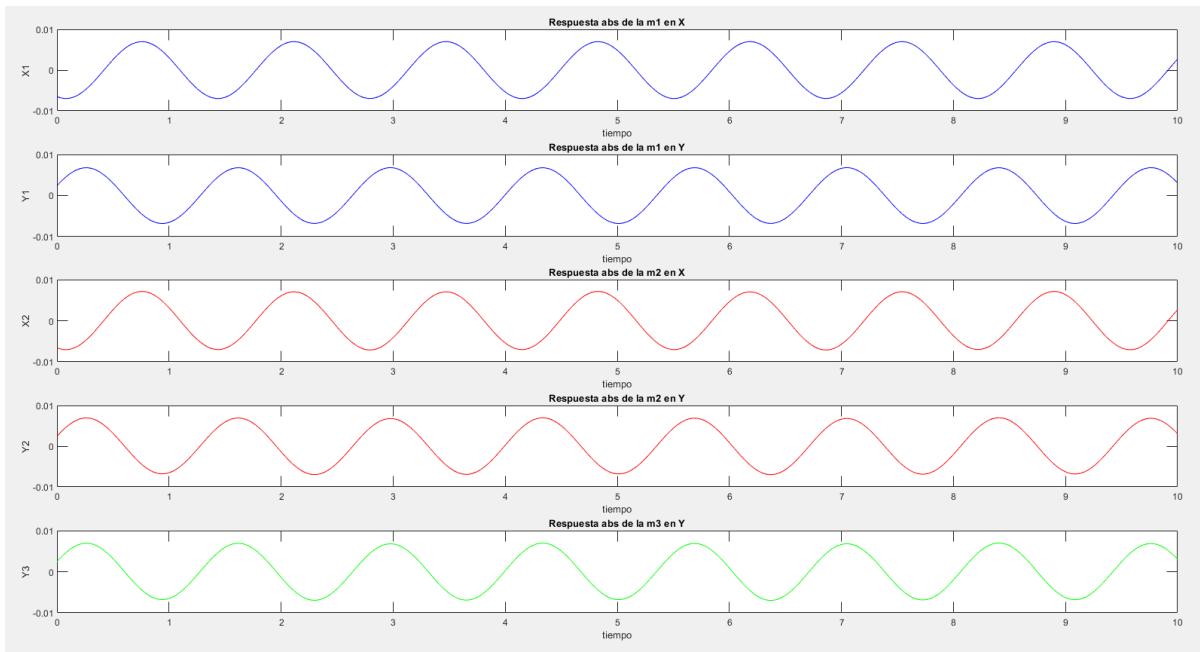


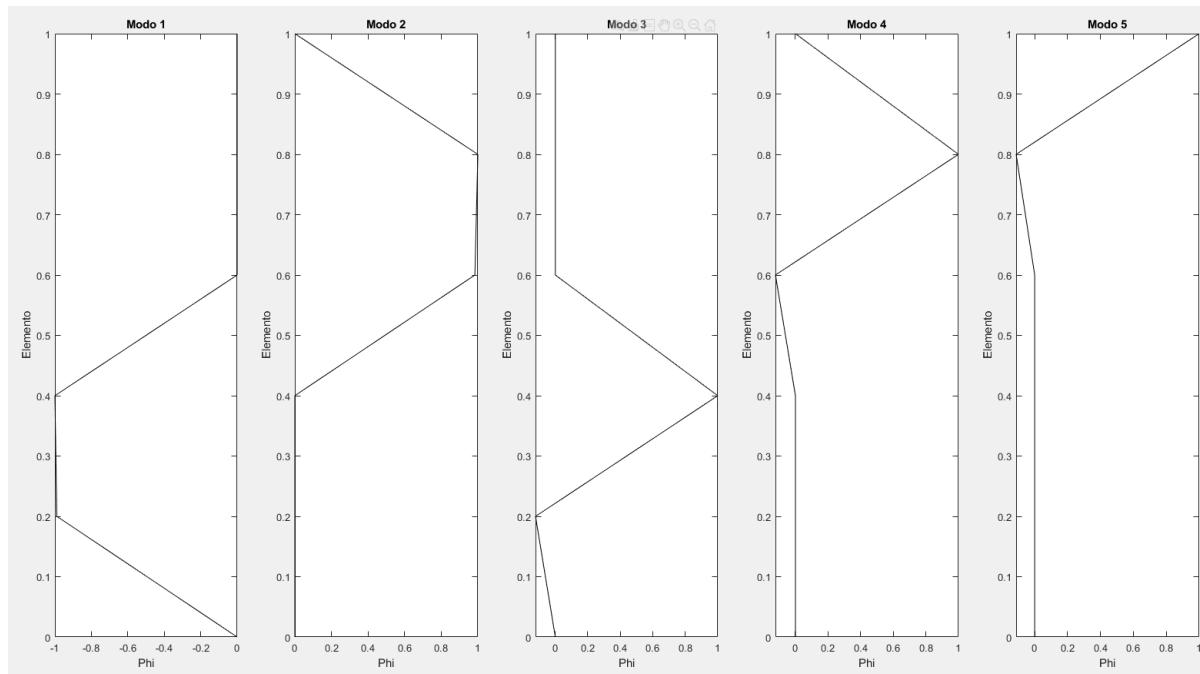
### Caso 7

	Caso 7
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,36E+07
c1 [Ns/m]	100
c 2 [Ns/m]	150
c 3 [Ns/m]	0
c 4 [Ns/m]	0
c t [Ns/m]	0

Agregando amortiguamiento en ambas direcciones sobre los tacos, vamos a tener una menor amplitud en cuanto a los movimientos relativos entre m1 y m4 en ambas direcciones. En el caso de la amplitud de las respuestas absolutas, estas van a ser mayores.



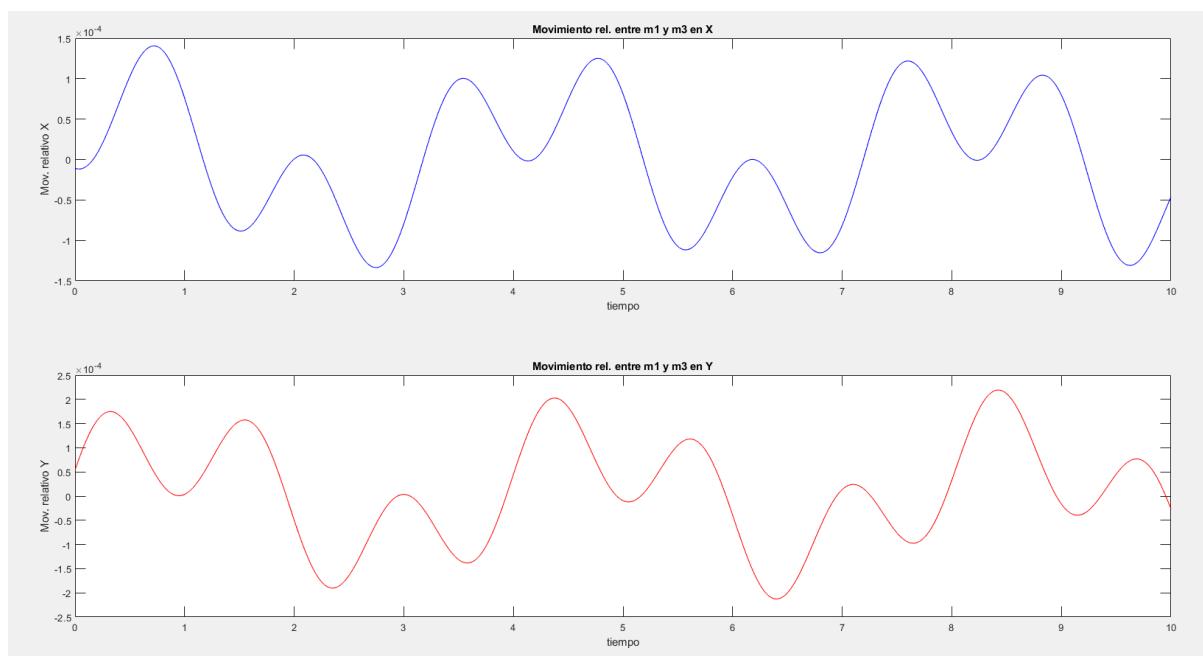
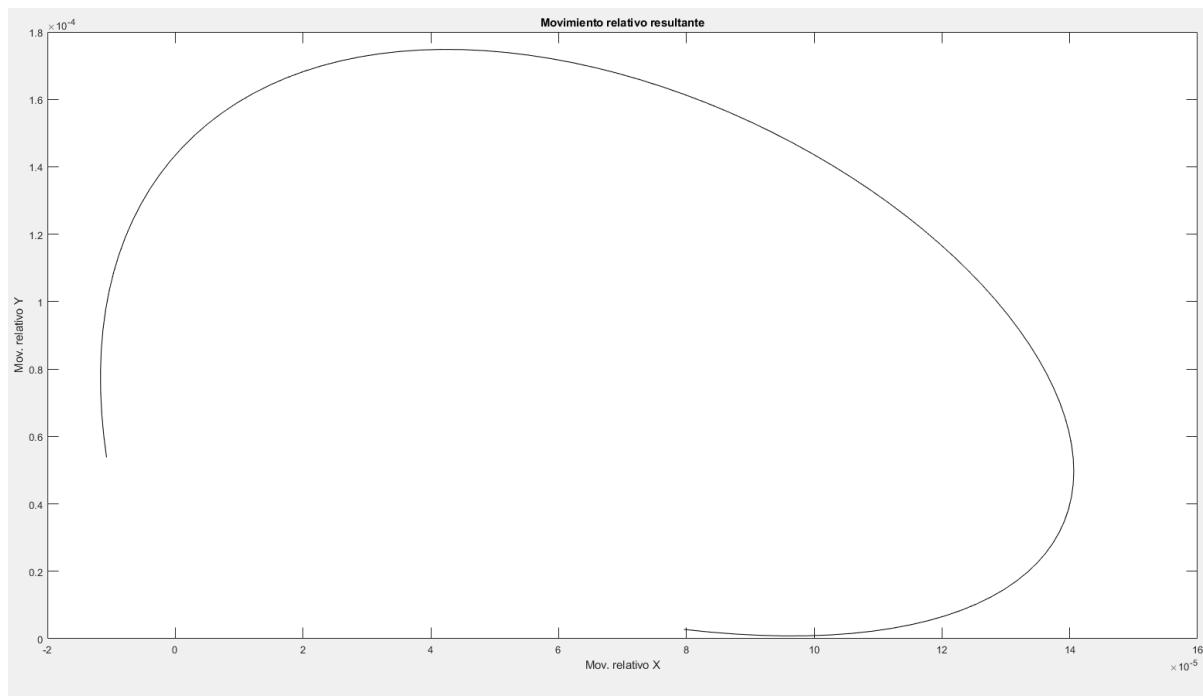


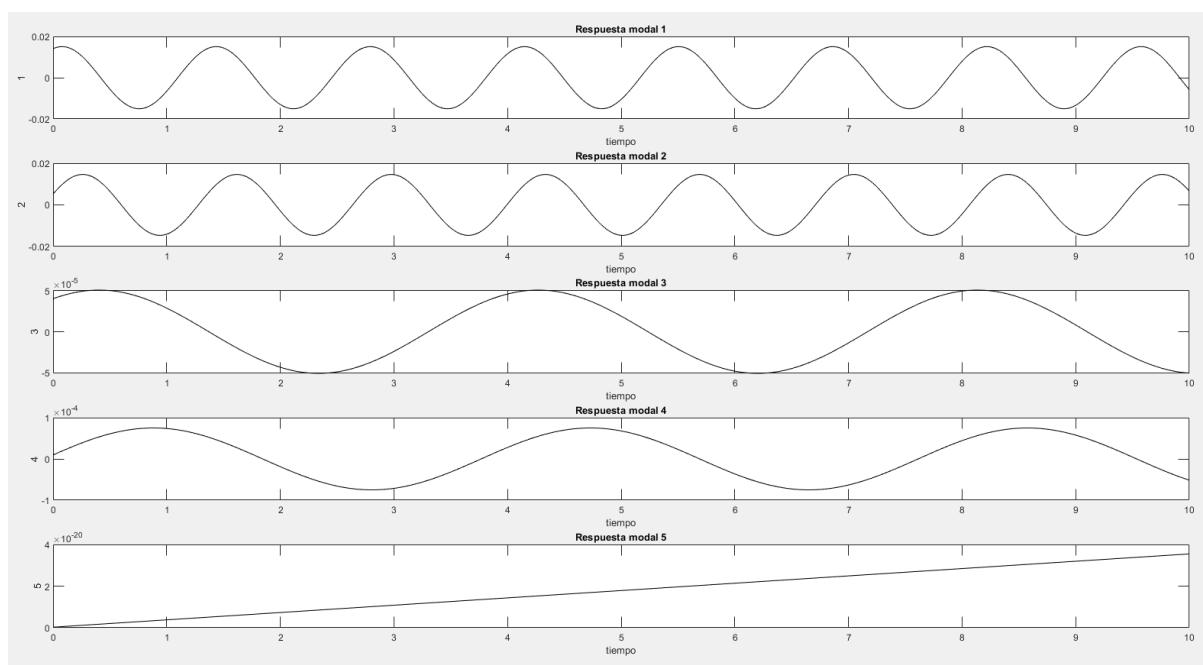
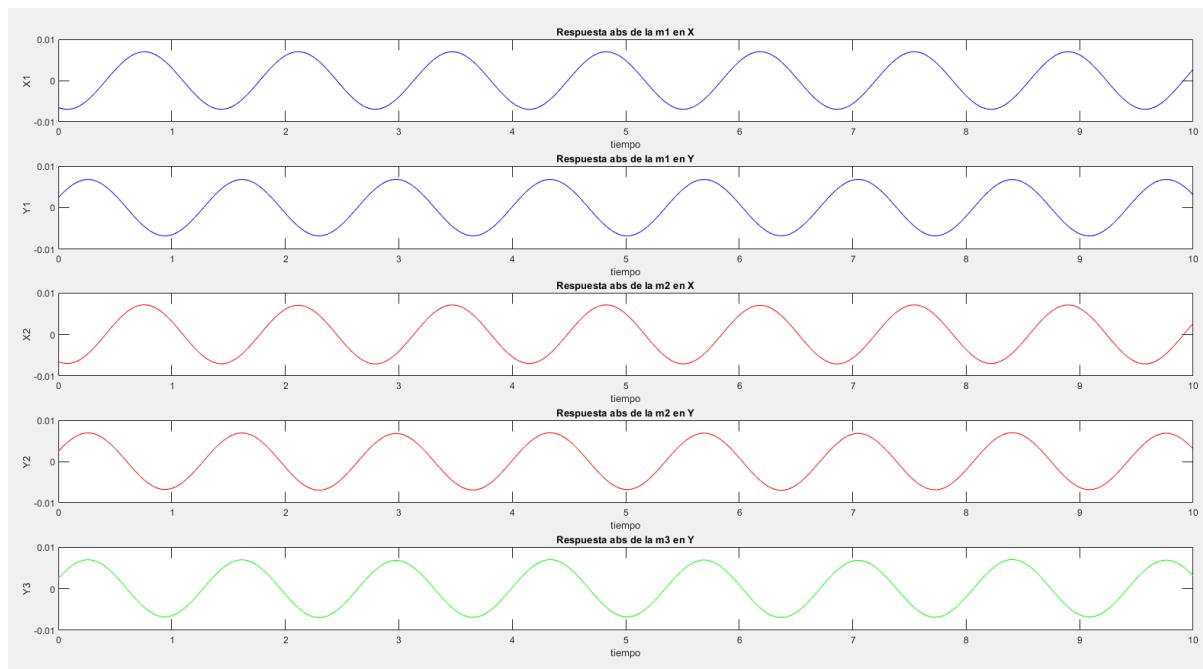


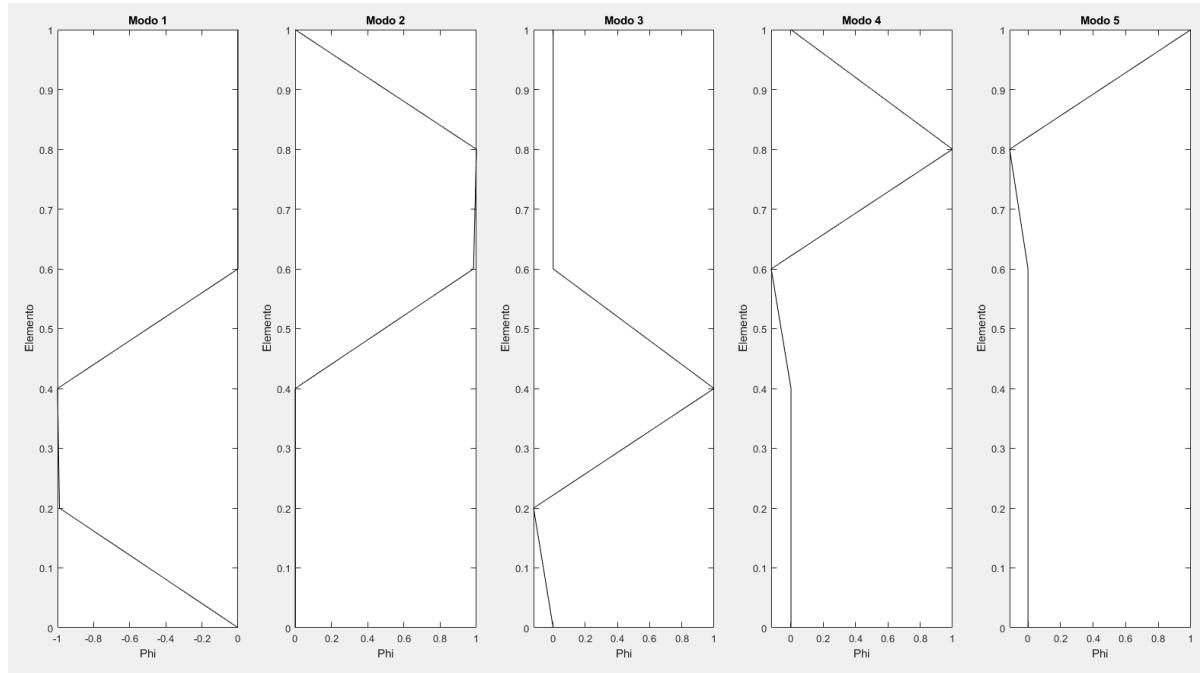
### Caso 8

	Caso 8 (Real - Con C)
k1 [N/m]	1000
k2 [N/m]	1500
k3 [N/m]	2461
k4 [N/m]	9632,6
kt [Nm/rad]	5,30E+07
c1 [Ns/m]	100
c 2 [Ns/m]	150
c 3 [Ns/m]	1000
c 4 [Ns/m]	1500
c t [Ns/m]	1200

Por último se analiza el caso más real del sistema. En este caso cada componente tiene su rigidez real, y amortiguamiento real. Los movimientos relativos van a disminuir pero los movimientos en las respuestas absolutas van a aumentar en ambas direcciones.







## Constante de rigidez crítica de los tacos

Como se pudo apreciar en gráficos anteriores para los casos en donde la base tiene movimiento, es mejor variar las rigideces de los tacos para que la transmisibilidad de la mesa hacia el sistema sea lo menor posible, sin embargo esto no quiere decir que cuanto mayor sea el  $K$  de los tacos, menor será la transmisibilidad.

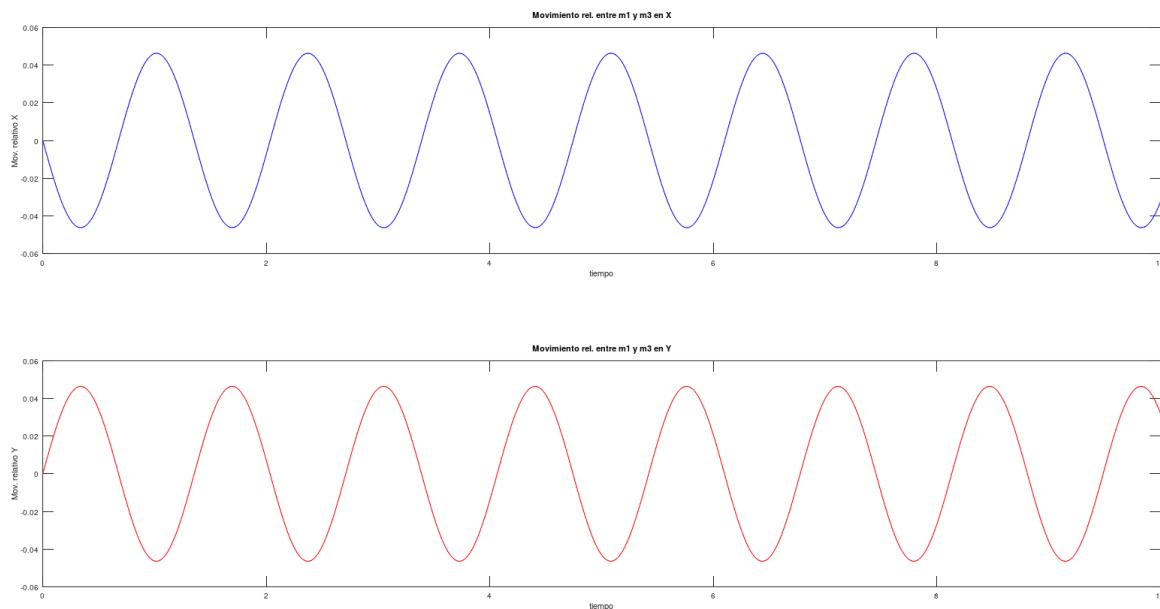
Para analizar esto esto se supuso lo siguiente:

- $X_0 = [0, 0, 0, 0, 0]$  m → CI de posiciones
- $X_{0p} = [0, 0, 0, 0, 0]$  m/s → CI de velocidades
- $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = 0$  → amortiguamientos
- $k_1 = 100$  → Rigidez del taco en X
- $k_2 = 100$  → Rigidez del taco en Y
- $k_3, k_4$  y  $k_5$  no fueron modificados
- Amplitud de movimiento de la base en X y en Y = 0.005m
- Frecuencia de movimiento de la base en X y en Y = 10rad/s

y se obtuvo la siguiente transmisibilidad

- $T_{dx} = 2109$
- $T_{dy} = 8303$

esto se debe a que el sistema está por entrar en resonancia, generando amplitudes muy altas en las masas y ocasionando mucha variación en la posición relativa entre el pico y la cama caliente (aproximadamente de 0.05m = 5cm), provocando una pérdida de calidad enorme en la pieza final.



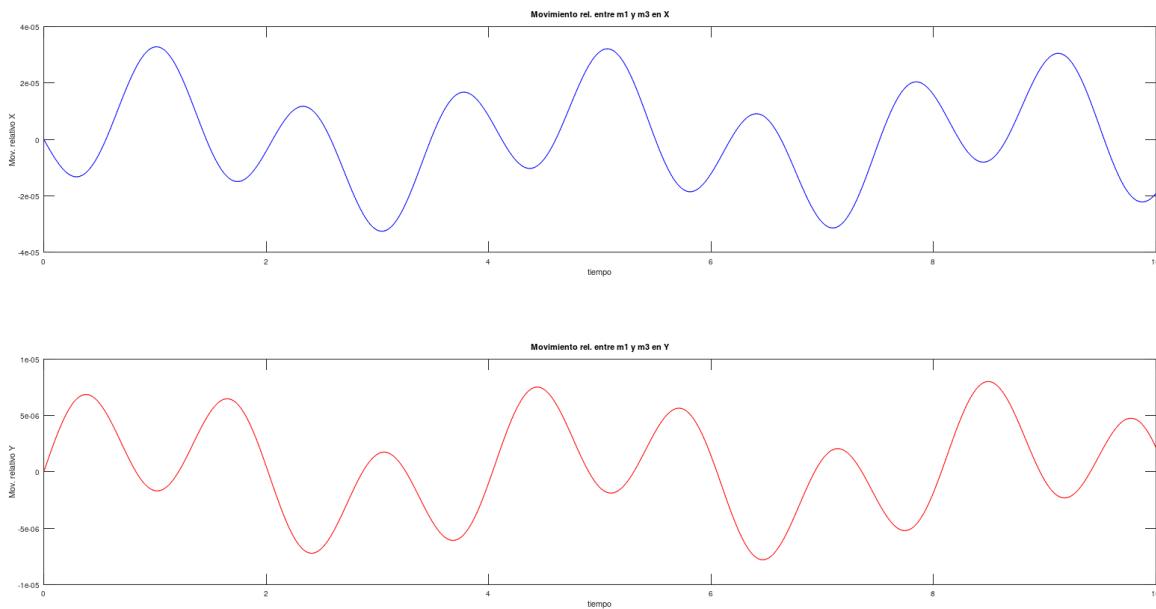
Para evitar esto,  $k_1$  y  $k_2$  deben ser mayores o menores a 100. A continuación se mostraran dos casos en los cuales solo se modificaron  $k_1$  y  $k_2$ :

#### Caso 1:

- $k_1 = 299.2 \text{ N/m}$
- $k_2 = 299.8 \text{ N/m}$ 
  - $T_{dx} = 1.5$
  - $T_{dy} = 1.5$

#### Caso 2:

- $k_1 = 59.985 \text{ N/m}$
- $k_2 = 59.999 \text{ N/m}$ 
  - $T_{dx} = 1.5$
  - $T_{dy} = 1.5$



Para ambos casos es el mismo gráfico ya que la transmisibilidad es la misma. Esto ocasiona una disminución en el movimiento relativo entre el pico y la cama caliente (aproximadamente de  $5e-5m = 0.005\text{mm}$  como máximo), por lo que las imperfecciones de la pieza causadas por el movimiento de la base en dichas condiciones son imperceptibles a la vista.

#### **4. Discusión y Conclusiones**

Para el caso de **sistemas libres sin amortiguamiento**, se observó que al aumentar la constante de rigidez del perfil vertical ( $k_3$ ) conduce a una disminución en la amplitud del movimiento relativo en la dirección x. De igual forma, para el eje Y, aumentando la constante de rigidez del perfil vertical ( $k_4$ ) produce la disminución de la amplitud del movimiento relativo para la dirección Y. Si dichas rigideces tienen valores muy grandes (tendiendo a infinito), todo el sistema se comportaría como un cuerpo rígido ( $m_1, m_2$  y  $m_3$  tendería a ser un cuerpo rígido) y el movimiento relativo tiende a disminuir.

El desplazamiento traslacional en Y ocasionado por el ángulo  $\theta$  se aproxima a cero, esto se puede observar si comparamos el gráfico del movimiento absoluto  $Y_2$  con el  $Y_3$ , ya que no hay mucha diferencia entre estos ( $Y_3 = Y_2 + \theta^*L$ ). Los desplazamiento ocasionados en Y por  $\theta$  son del orden de  $4*10^{-8}\text{ m}$ . Por lo tanto no hace falta aumentar el coeficiente de rigidez torsional de fábrica, ya que este no tiene mucha influencia en la calidad de la pieza a imprimir.

Una constante de rigidez del taco ( $k_1$  y  $k_2$ ) utilizado en la base de la impresora 3D (también conocido como aislador) muy alta, aumenta la frecuencia y la amplitud del movimiento de la base absoluta, pero no varía mucho la respuesta relativa entre el pico y la base, por lo que esta variación de  $k$  no afectará mucho a la calidad de impresión para un sistema libre.

Para el caso de **sistemas libres con amortiguamiento**, cuando las constantes de amortiguamiento  $c_1$  y  $c_2$  varían, se observan cambios significativos en el movimiento relativo, y de igual modo los absolutos de  $m_1$  y  $m_2$ . Sin embargo, al variar  $c_3$  y  $c_4$  se puede ver que hay mayor velocidad en el amortiguamiento respecto del movimiento relativo del pico y la cama. Al variar  $c_5$ , no se observan cambios significativos en la respuesta antes mencionada.

En el caso de **sistemas forzados**, se encontró que aumentar la amplitud de la del movimiento de la base, conduce a un aumento en la amplitud del movimiento en la respuesta.

También se observó que para ciertos valores de  $k_1$  y  $k_2$ , la transmisibilidad del movimiento es muy alta, por lo que hay que optar por valores menores o mayores a los que generan esas transmisividades tan altas. Dicha transmisibilidad perjudica al movimiento relativo entre el pico y la cama caliente

Al aumentar los coeficientes de amortiguamientos  $c$ , en el caso de los tacos, van a transmitir mayor el movimiento hacia las masas de la impresora cuando se aumente el valor de  $c$ , pero dicha variación de amortiguamiento no afecta tanto como una variación en las rigideces de los tacos.

En conclusión, las mejoras más óptimas son:

- Variar los coeficientes de rigidez de la columna vertical ( $k_3$  y  $k_4$ ): Esto disminuye el movimiento relativo entre el pico y la cama caliente, el cual genera una gran diferencia en el acabado de la pieza final impresa. Esto se puede lograr de las siguientes formas:
  - Cambiando el material del perfil a uno con mayor módulo elástico, ya que esto aumentará el  $k$
  - Agregar resortes en los laterales de la columna (no recomendado)
- Variar el  $k$  de los tacos de tal forma de evitar la resonancia, esto ayudaría a absorber los movimientos que transmite la base a la cama caliente, por lo tanto va haber un menor movimiento relativo entre el pico de la impresora y la cama caliente. Si los  $k$  son menores a los  $k$  que generan resonancia, entonces se evita la zona crítica donde la transmisibilidad puede ser muy alta. Sin embargo, si los  $k$  necesarios son demasiado pequeños que resulta casi imposible encontrar un material que cumpla con dicha condición, entonces si se puede optar por un  $k$  mayor al que genera resonancia y se puede agregar amortiguadores ( $C_1$  y  $C_2$ ) de tal forma que al pasar por la zona critica, la transmisibilidad sea lo menor posible

## **5. Reconocimiento y Agradecimientos**

Quisiéramos expresar nuestro agradecimiento al profesor Dr. Ing. Oscar Curadelli y al ayudante de cátedra Joaquín Lage Tejo por su contribución y dedicación en la enseñanza de los conocimientos necesarios para la realización de este proyecto.

Durante el desarrollo de este trabajo, la guía y el apoyo brindados de parte de ambos fueron fundamentales para el logro de nuestros objetivos. Además se tomaron el tiempo necesario para responder nuestras inquietudes, brindar valiosas sugerencias y orientarnos en la dirección adecuada.

Asimismo, su disposición para revisar y proporcionar comentarios constructivos sobre los avances y resultados preliminares de nuestro trabajo ha sido de gran ayuda para mejorar la calidad y la rigurosidad del mismo.

De igual forma, queremos brindar nuestro agradecimiento a la institución Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo por brindarnos el espacio y la posibilidad de obtener la educación adecuada para nuestro desarrollo personal.

## **6. Referencias o Bibliografías**

- Apuntes proporcionados por la cátedra, Prof. Oscar Curadelli
- Manual de usuario impresora Ender 3 Pro. (Enero 2023), sitio web:  
<https://manuals.plus/es/ender/2-pro-3d-printer-manual>
- Catálogo de perfiles de aluminio (Enero 2020), sitio web:  
[https://naylampmechatronics.com/img/cms/catalogo\\_v-slot.pdf](https://naylampmechatronics.com/img/cms/catalogo_v-slot.pdf)