Trabajo práctico Nº 2

Cátedra: Robótica 1

Profesora responsable de cátedra: CAROLINA DIAZ BACA
Jefe de trabajos prácticos: ERIC SANCHEZ FERREYRA

Integrantes del grupo y legajo:

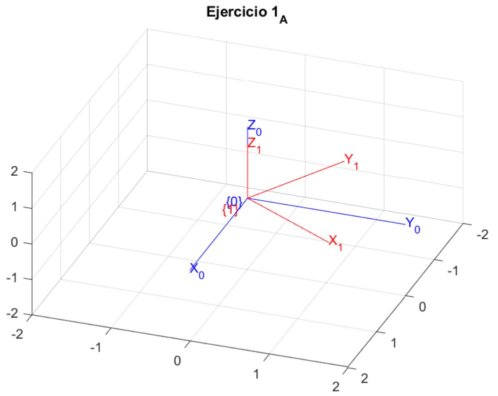
- Casarotto Mauricio 12341
- Tassara Renzo 12299

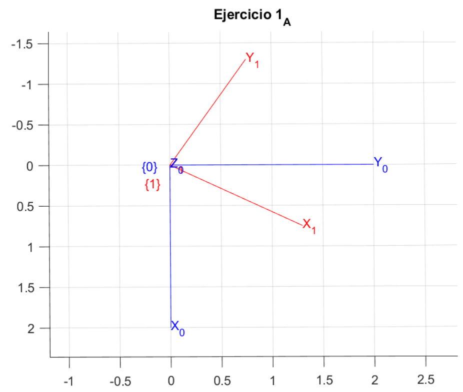
ROBOTICA I

Trabajo Práctico N°2

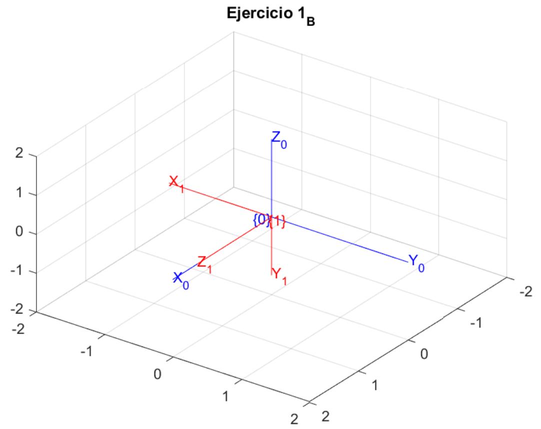
Ejercicio 1: Grafique el sistema {M} respecto de {O} para cada una de las siguientes matrices de rotación:

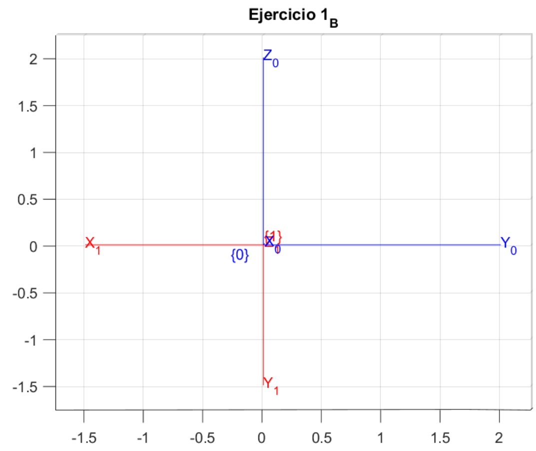
a. $^{O}Rot_{M}$ = [0.500, −0,866;
0,866, 0,500]



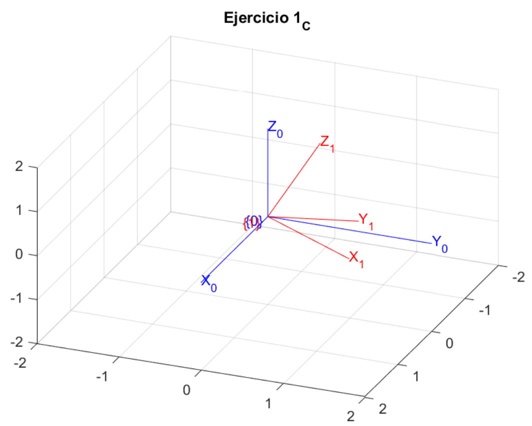


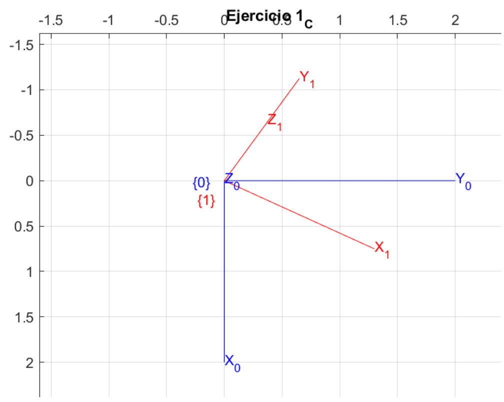
b. $^{O}Rot_{M}$ = [0, 0, 1;
−1, 0, 0;
0, −1, 0]





c. $^{O}Rot_{M}$ = [0.500, −0.750, −0.433;
0.866, 0.433, 0.250;
0, −0.500, 0.866]





Ejercicio 2 (obligatorio): Exprese cada uno de los siguientes vectores en el sistema de referencia $\{O\}$ sabiendo que sus coordenadas son respecto al sistema $\{M\}$, el cual sufrió la rotación indicada. Realice un gráfico donde se aprecie el vector y sus coordenadas en ambos sistemas.

a. ${}^{M}a = (1 \quad 0{,}5)$; $\{M\}$ rotó de $-17°$ en Z_O
${}^{O}a =$

b. ${}^{M}b = (0 \quad 0 \quad 1)$; $\{M\}$ rotó de $35°$ en X_O
${}^{O}b =$

c. ${}^{M}c = (1 \quad 0{,}5 \quad 0{,}3)$; $\{M\}$ rotó de $90°$ en Y_O
${}^{O}c =$

Resolución:

Los calculos fueron realizados manualmente y por codigo de Matlab. A continuación se muestran los cálculos realizados manualmente:

A. $$ {}^{O}a = \begin{bmatrix} ax \\ ay \\ az \\ 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} cos\alpha & -sin\alpha & 0 & 0 \\ sin\alpha & cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{X} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} cos(-17) & -sin(-17) & 0 & 0 \\ sin(-17) & cos(-17) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{X} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} 1.103 \\ 0.1857 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} $$

B. $^{O}b = \begin{bmatrix} bx \\ by \\ bz \\ 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha & -sin\alpha & 0 \\ 0 & sin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos(35) & -sin(35) & 0 \\ 0 & sin(35) & cos(35) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.5736 \\ 0.8191 \\ 1 \end{bmatrix}$$

C. $^{O}c = \begin{bmatrix} cx \\ cy \\ cz \\ 1 \end{bmatrix}$

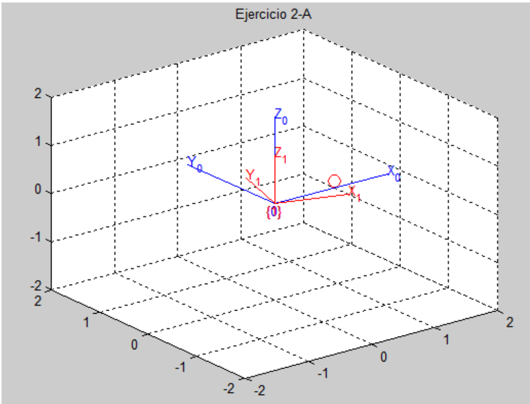
$$= \begin{bmatrix} cos\beta & 0 & sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin\beta & 0 & cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} cos(90)) & 0 & sin(90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin(90) & 0 & cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

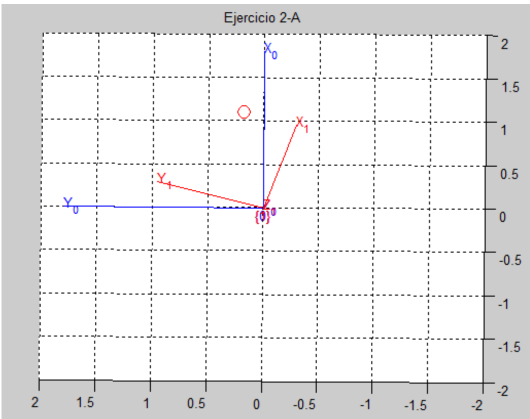
El código en Matlab se encuentra adjunto con el nombre "TP2_ejercicio2_Casarotto_Tassara.m". A continuación se muestran los resultados obtenidos:

A.

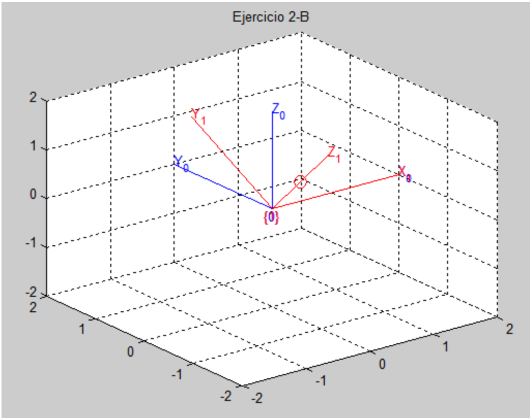


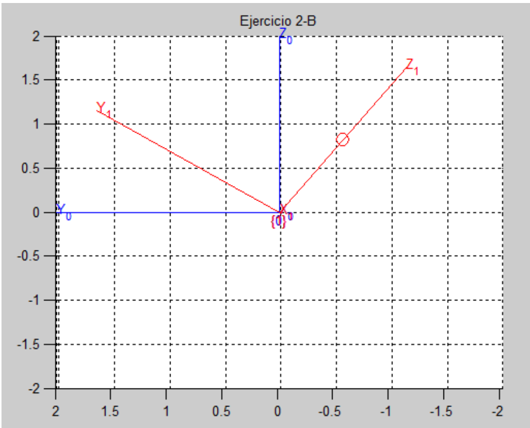

```
oa =

    1.1025
    0.1858
         0
    1.0000
```



B.

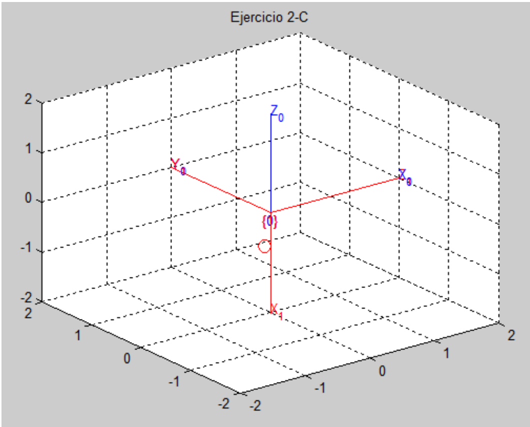


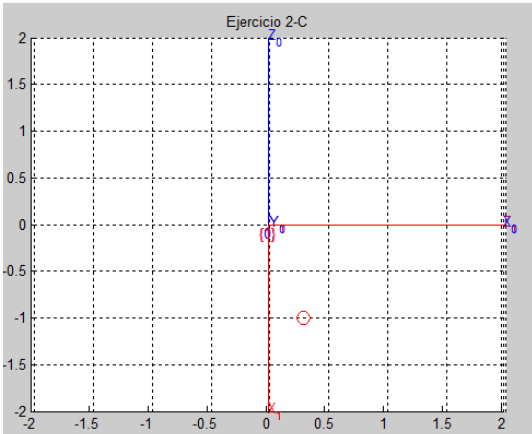



```
oa =

         0
   -0.5736
    0.8192
    1.0000
```

c.






```
oa =

    0.3000
    0.5000
   -1.0000
    1.0000
```

Ejercicio 3: Escriba en forma general las matrices de transformación homogénea que representan los siguientes casos:

a. **Traslación pura en el espacio**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b. **Rotación en el eje** X

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -sen(\alpha) & 0 \\ 0 & sen(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

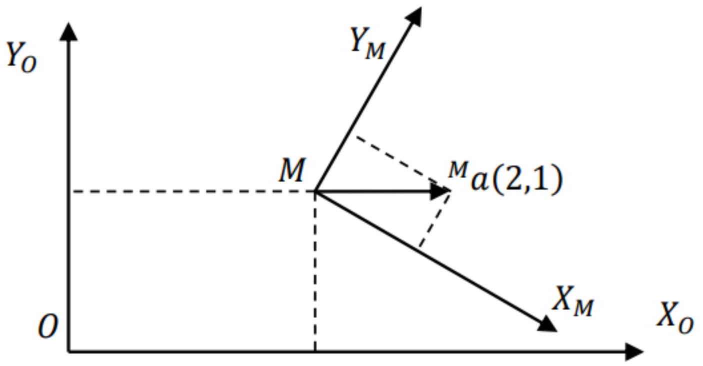
c. **Rotación en el eje Y.**

$$\begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & sen(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sen(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

d. **Rotación en el eje Z.**

$$\begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -sen(\gamma) & 0 & 0 \\ sen(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4 (obligatorio): En la siguiente figura se observa el vector a respecto del sistema $\{M\}$. El punto M respecto de $\{O\}$ es ${}^{O}p_{M}$ = (7,4).



a. **Halle, por el método que elija, el ángulo de rotación del sistema $\{M\}$ respecto de $\{O\}$.**

Planteando matriz de transformación homogénea teniendo en cuenta ${}^{O}p_{M}$ = (7,4) y ${}^{M}a$:

$$\begin{matrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -sen(\gamma) & 0 & 7 \\ sen(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

Si se despeja p_X y p_y:

p_x = 2*cos(γ) –sen(γ)+7

p_y = 2*sen(γ)+cos(γ)+4

Además la observación del grafico parece indicar que ${}^{O}a_x = {}^{O}p_x + |{}^{M}a|$, y además, ${}^{O}a_y = {}^{O}p_y + 0$ por lo que:

p_x = 2*cos(γ) –sen(γ)+7 = 7 + (5^(½))

p_y = 2*sen(γ)+cos(γ)+4 = 4

O bien:

2*cos(γ) –sen(γ) = 2   (1)

2*sen(γ)+cos(γ) = 0   (2)

Resolviendo (2) para γ:

2*sen(γ) = -cos(γ)

2*tg(γ) = -1

tg(γ) = -½

Lo que conduce a γ= -25.56° o γ=153.43°. El angulo correcto es γ=-26.56°

b. Exprese la matriz de transformación homogénea que describe la posición y orientación del sistema {M} respecto de {O}.

$$\begin{bmatrix} \cos(-26.56°) & -sen(-26.56°) & 0 & 7 \\ sen(-26.56°) & \cos(-26.56°) & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8945 & 0.4471 & 0 & 7 \\ -0.4471 & 0.8945 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c. **Use la transformación hallada para representar el vector a respecto del sistema $\{O\}$. Verifique gráficamente el resultado.**

$$\begin{matrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0.8945 & 0.4471 & 0 & 7 \\ -0.4471 & 0.8945 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$