

2024 年度 応用プログラミング実験
デジタル信号処理
レポート

学修番号: 22140025

氏名: 稲村怜於奈

第 1 回レポート提出日 (修正あり) : 2024/06/13

第 2 回レポート提出日 (修正あり) : 2024/06/20

第 3 回レポート提出日 : 2024/06/27

はじめに

実験の概要

(本実験の概要を書く。) 第1回の実験では1次元信号のフーリエ変換を行う。MATLAB上でアナログ正弦波 $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ を定義し、 $x_{T_0}(t)$ から標本間隔 T_s を $1/8[\text{sec}]$ として $n = 0, 1, \dots, 7$ まで8点標本化した有限な離散時間信号 $x[n]$ を生成する。この方法で生成した離散時間信号 $x[n]$ は8点と粗い間隔で標本化を行っている。そこで次に、細かい標本間隔 ($T_{sa} = 1/1000$) を用い、アナログ正弦波 $x_{T_0}(t)$ を疑似的に生成した $x(t)$ を扱う。その上で $x(t)$ と $x[n]$ とを $0 \leq t < 1, 0 \leq n < 8$ の範囲でグラフに重ねてプロットし、 $x[n]$ の点の位置と $x(t)$ の点の位置とが一致していることを確認する。離散時間信号 $x[n]$ を $N = 8$ 点 DFT し、離散フーリエスペクトル $X[k]$ を求める。ただし第1回の実験ではDFTを行う際にFFTを用いる。求めた $X[k]$ の振幅スペクトル $|X[k]|$ および位相スペクトル $\angle X[k]$ [rad] をそれぞれ $k = 0, 1, \dots, N-1$ の範囲でグラフにプロットする。そのとき振幅スペクトルの横軸を周波数インデックス k に対応する $F[\text{Hz}]$ とし、位相スペクトルの横軸を周波数インデックス k に対応する $\Omega[\text{rad/sec}]$ とする。FFT で使った周波数インデックス k に対応する $\omega[\text{rad}]$, f , $\Omega[\text{rad/sec}]$, $F[\text{Hz}]$ の値を表にしてまとめる。この手順で課題1-1から1-5は A, T_0, θ, D の値を変えて行い、課題1-6は基本周期 $T_0 = 1[\text{sec}]$ の周期アナログ信号が $a_{T_0}(t) = 2 \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t + \pi)$ を同じように標本化する。課題1-7では課題1-1の手順を基本周期 $T_0 = 0.8$ とした離散時間信号を $x[n]$ として実行する。追加課題では $N = 20$ とし、 $0 \leq t \leq N/2$ の時 $y(t) = 1$, $t > N/2$ の時 $y(t) = 0$ の矩形波 $y(t)$ を N 点 FFT する。

第2回の実験ではMATLAB上で2種類の和音を重ねた二和音を作成し、その二和音に対して様々なデジタルフィルタをかける。課題2-1では正弦波 $x(t) = \sin(2\pi F_a t)$ から標本化した離散時間信号を使って、MATLAB上で和音を表現する。第1回の実験で行ったように正弦波 $x(t) = \sin(2\pi F_a t)$ からサンプリングされた離散時間信号 $x_1[n], (n = 0, 1, \dots, N-1)$ を生成する。そのとき(ラ) $F_a = 440[\text{Hz}]$ とする。また、以降は標本化周波数は $F_s = 2000[\text{Hz}]$, すなわち時刻 $t = n/2000[\text{sec}]$ で標本化されるとき、サンプリングの点数 N は1秒間に該当する $N = F_s$ とする。次に F_a の値を先ほどと異なる周波数のものにして新たな単音 $x_2[n]$ を生成する。今回は(ド) $F_a = 261.626$ とする。 $x_1[n]$ と $x_2[n]$ の和信号 $x_{add}[n]$ を生成し、MATLAB上で再生して和音を確認する。生成した離散時間信号 $x_1[n], x_2[n], x_{add}[n]$ の冒頭の20点分のみを1つのグラフに重ねてプロットする。

課題2-2では2-1で生成した離散時間信号 $x_1[n], x_2[n], x_{add}[n]$ の周波数成分を解析するために、各信号に $N = 2000$ のFFTをかけ、得られた振幅スペクトル $|X[k]|$ を信号毎に分けて図示する。横軸は非正規化周波数 $F = kF_s/N[\text{Hz}]$ とする。

課題2-3では課題2-2で生成した離散時間信号 $x_{add}[n]$ にローパスフィルタをかけていく。周波数仕様の F_s を2000とし、振幅仕様の単位を線形に、ローパスフィルタの遮断周波数 $F_{cut} = 400[\text{Hz}]$ となるようにする。通過域端周波数 F_{pass} を阻止域端周波数 F_{stop} を非正規周波数で設定する。生成したローパスフィルタ $h_{lpf}[n]$ を $N = 2000$ 点FFTし、振幅スペクトル $|H_{lpf}[k]|$ をグラフにする。ローパスフィルタ $h_{lpf}[n]$ に合成和音 $x_{add}[n]$ を畳み込み、畳み込み和 $y[n]$ を得る。この畳み込み和

$y[n]$ の音を出力し、 $N = 2000$ 点 FFT し、振幅スペクトル $|Y[k]|$ を確認する。振幅スペクトルを示す場合横軸を非正規周波数 $F = kF_s/N$ [Hz] で示す。

課題 2-4 では課題 2-3 と同じようにローパスフィルタだけでなく、ハイパスフィルタやバンドパスフィルタなど様々なデジタルフィルタを生成する。任意の合成和音を生成し、任意のフィルタを用いて畳み込み和の信号を生成する。

追加課題 2-A では `dps2_org.wav` にノイズが加わった `dps2_noise.wav` のノイズ除去をする。FFT をして振幅スペクトルを求め、ノイズがどのようなものか分析する。そしてそれに合うデジタルフィルタを設計してノイズを除去する。

第 3 回の実験では標本化定理と窓関数について実験していく。課題 3-1 では 4Hz の正弦波を 32 点で標本化した離散時間信号 $x_{32}[n]$, ($n = 0, 1, \dots, 31$) を図示し、その離散フーリエスペクトル $X_{32}[k]$ を求めて、その振幅スペクトル $|X_{32}[k]|$ を確認する。次に標本化点数を 6 点とした離散時間信号 $x_6[n]$ ($n = 0, 1, \dots, 5$) に対し、その離散フーリエスペクトル $X_6[k]$ を求めて、その振幅スペクトル $|X_6[k]|$ を確認する。

課題 3-2 では逆フーリエ変換を行うことで DFT が変換対であることを確認する。そのために、課題 3-1 で求めた離散時間フーリエスペクトル $X_{32}[k]$ および $X_6[k]$ を用いてそれぞれの時間信号を求め図示する。

課題 3-3 では窓関数の使い方とその効果を確認する。まず、4Hz の正弦波と 6Hz の正弦波を合成し、32 点で標本化した離散時間信号 $x_{add}[n]$, ($n = 0, 1, \dots, 31$) を生成し、32 点 DFT の結果の振幅スペクトルを図示する。次に合成した離散時間信号 $x_{add}[n]$ から $n = 7, \dots, 29$ までの 23 点を切り出した信号を離散時間信号 $x_{cut}[n]$ とし、23 点 DFT の結果の振幅スペクトルを図示する。その次に切り出した離散時間信号 $x_{cut}[n]$ に長さ 23 のハニング窓をかけた離散信号 $x_w[n]$ の 23 点 DFT の結果の振幅スペクトルを図示する。ハニング窓とは $x_n[n] = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$ で表される窓関数のことである。

追加課題 3-A では第 1 回の追加課題 1-A で用いた矩形波 $y(t)$ を $N = 200$ にして FFT を実行し、そのまま逆フーリエ変換で戻した結果と、第 2 回のときと同じ手順でローパスフィルタ（設計は自由）を適用してから逆フーリエ変換を行って戻した結果を比較する。

実験環境

(使用したプログラミング言語など、本実験に用いた環境を書く。)

本実験は matlab^{*1} を使ってデジタル信号処理の実験を行う。

11th Gen Intel (R) Core (TM) i5-1135G7 ^{*2} @ 2.40 GHz 2.42 GHz

主記憶：Double Data Rate 4 Synchronous Dynamic Random-Access Memory ^{*3}, 3200 MHz, 8 GB

^{*1} <https://jp.mathworks.com/products/matlab.html>

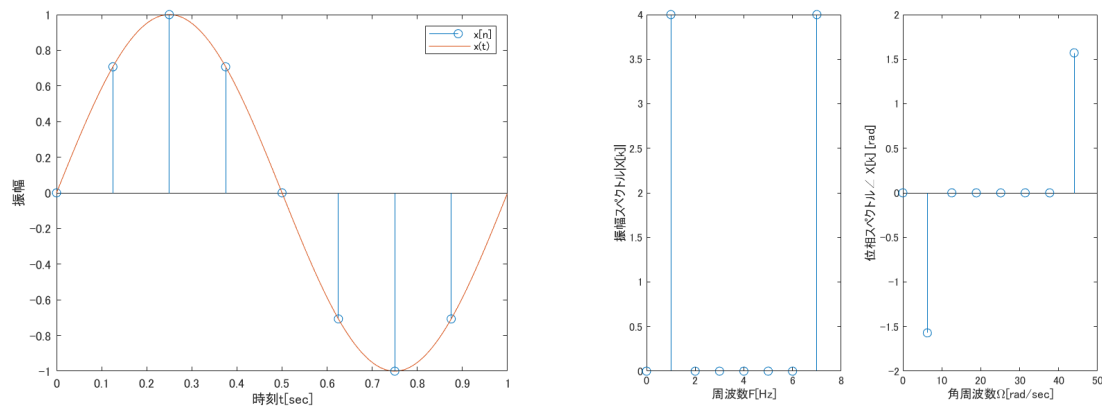
^{*2} <https://www.intel.co.jp/content/www/jp/ja/products/sku/208658/intel-core-i51135g7-processor-8m-cache-up-to-4-20-ghz/specifications.html>

^{*3} <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd79-4a>

課題 1-1

実験結果

図 1a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 1, T_0 = 1, \theta = 0, D = 0$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 1b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す. 表 1 は FFT 時で使った周波数インデックス k に対応する $\omega[\text{rad}], f, \Omega[\text{rad/sec}], F[\text{Hz}]$ の値である.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 1: 課題 1-1 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = \sin(2\pi t)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

表 1: 周波数インデックスと各変数の対応表

k	0	1	2	3	4	5	6	7
ω [rad]	0	0.7854	1.5708	2.3562	3.1416	3.9270	4.7124	5.4978
f	0	0.1250	0.2500	0.3750	0.5000	0.6250	0.7500	0.8750
Ω [rad/sec]	0	6.2832	12.5664	18.8496	25.1327	31.4159	37.6991	43.9823
F [Hz]	0	1	2	3	4	5	6	7

考察

図 1a より, 標本化した $x[n]$ の点の位置とアナログ信号の $x(t)$ の点の位置が一致している. これは $x[n]$ が $x(t)$ を標本化して作られたためである. したがって標本化するとアナログ信号上から標本点の分だけ取り出すということができるとわかる. また, 図 1b を見ると $F = 1, F = 7$ のところで振幅スペクトルが非 0 になっている. N 点離散フーリエ変数は次式で表される.

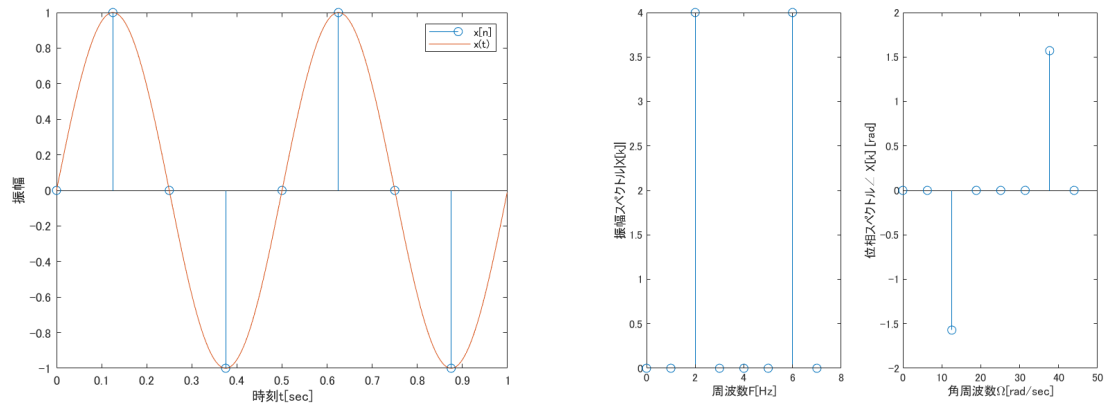
$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-\frac{j2\pi nk}{N}\right), k = 0, 1, \dots, N-1$$

この式の複素数 $X[k]$ は離散フーリエスペクトルと呼ばれ、信号 $x[n]$ に含まれる正規化角周波数 $2\pi k/N$ [rad] の複素指数信号の振幅 $|X[k]|$ や位相 $\angle X[k]$ などの情報を与える。なお、 $X[k]$ は $\omega = 2\pi k/N$ [rad] の離散時間フーリエスペクトル $X(e^{j\omega})$ と等しい。また、 $\exp(-j2\pi nk/N) = \exp j2\pi n(k-N)/N$ より、 $X[k] = X[(k-N)]$ である。 $F=1, F=7$ のところで振れ幅スペクトルが同じになったのは今回 $N=8$ で $X[k] = X[(k-8)]$ なので $X[7] = X[7-8] = X[-1]$ となり、振幅スペクトルは偶対称であるためである。同様に位相スペクトルが $X[1], X[7]$ で逆位相になっているのは位相スペクトルが奇対称であるためである。 $F=1$ のところにあるのは $T_0=1$ で $F_0=1$ となり、周波数が1になっているからである。

課題 1-2

実験結果

図 2a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 1, T_0 = 1/2, \theta = 0, D = 0$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 2b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 2: 課題 1-2 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = \sin(2\pi 2t)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

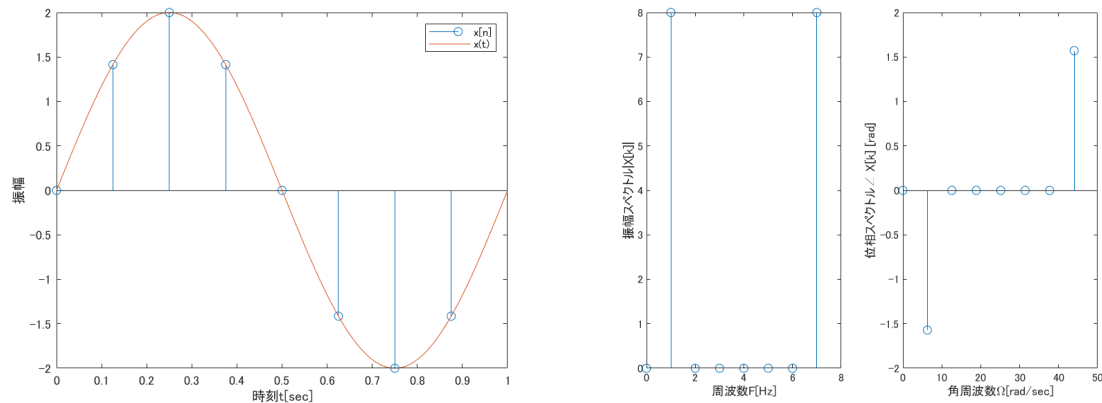
考察

図 1a と図 2a を比較すると, 実験 1-2 は周期が $1/2$ 倍になっている. 図 1b と図 2b を比較すると, 図 1b は $F = 1$ の位置に, 図 2b は $F = 2$ の位置に, それぞれスペクトルが存在している. これはそれぞれの信号の周波数が, 1Hz と 2Hz と異なっているためである. したがって振幅スペクトルのスペクトルが存在する周波数が, 信号に含まれている周波数を示していることがわかる.

課題 1-3

実験結果

図 3a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 2, T_0 = 1, \theta = 0, D = 0$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 3b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 3: 課題 1-3 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = 2 \sin(2\pi t)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

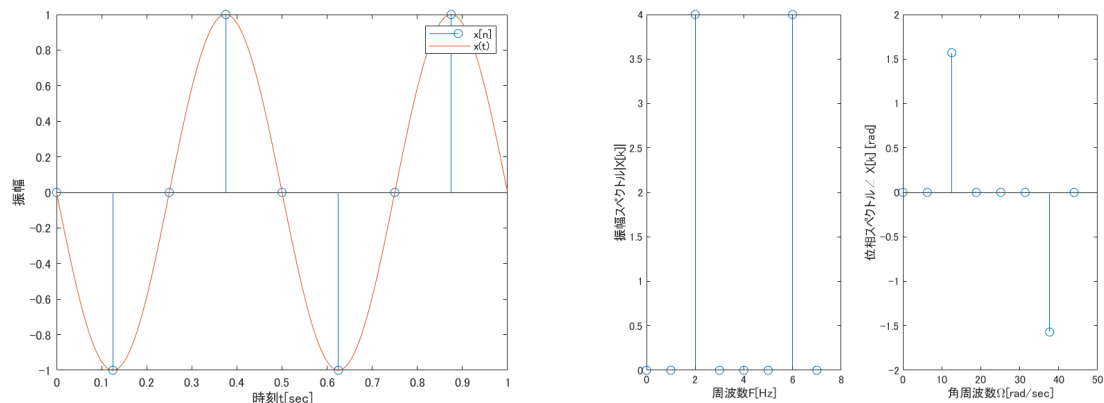
考察

図 1a と図 3a を比較すると振幅が 2 倍になっている. 図 1b と図 3b を比較すると, 図 1b は振幅スペクトル $|X[k]|$ の値が 4 に, 図 3b は振幅スペクトル $|X[k]|$ の値が 8 になっている. これはそれぞれの信号の振幅が, 1 と 2 と異なっているためである. したがって振幅スペクトルのスペクトルの値が, 信号に含まれている振幅を示していることがわかる. 図 2b と図 3b を比較すると, 振幅スペクトルの値や位置が異なっているためである. したがって振幅スペクトルのスペクトルの値や存在する周波数が信号に含まれている振幅や周波数を示していることがわかる

課題 1-4

実験結果

図 4a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 1, T_0 = 1/2, \theta = \pi, D = 0$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 4b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 4: 課題 1-4 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = \sin(2\pi 2t + \pi)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

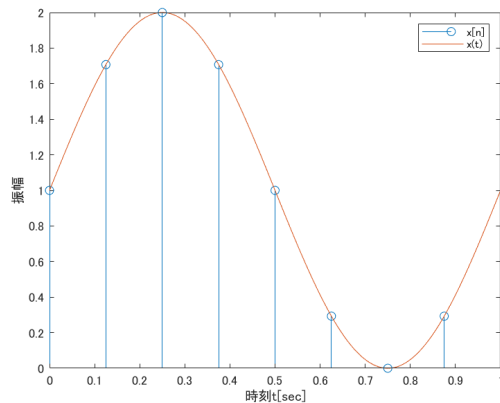
考察

図 2a と図 4a を比較すると逆位相になっている. 図 2b と図 4b を比較すると, 図 2b は位相スペクトル $\angle X[k]$ の値が 1.5 に, 図 4b は位相スペクトル $\angle X[k]$ の値が -1.5 になっている. これはそれぞれの信号の初期位相が, 0 と π と異なっているためである. したがって位相スペクトルの値が, 信号に含まれている初期位相を示していることがわかる. 図 1b と図 4b を比較すると, 図 1b は位相スペクトルの値や位置が異なっている. これはそれぞれの信号の初期位相や周波数が異なっているためである. したがって位相スペクトルの値, 位置が, 信号に含まれている初期位相, 周波数を示していることがわかる. 図 3b と図 4b を比較すると, 図 3b は位相スペクトルの値, 振幅スペクトルの値や位置が異なっている. これはそれぞれの信号の初期位相や振幅, 周波数が異なっているためである. したがって位相スペクトルの値, 振幅スペクトルの値や位置が, 信号に含まれている初期位相, 振幅, 周波数を示していることがわかる.

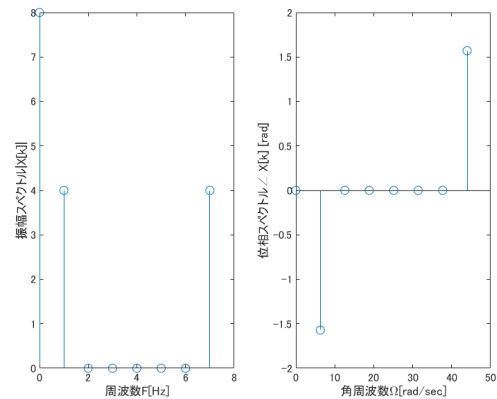
課題 1-5

実験結果

図 5a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 1, T_0 = 1, \theta = 0, D = 1$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 5b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$



(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 5: 課題 1-5 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = \sin(2\pi t) + 1$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

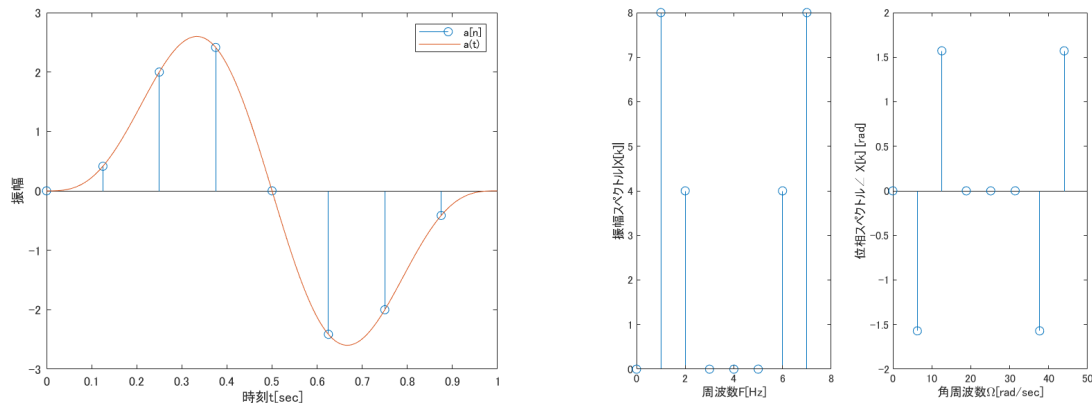
考察

図 1a と図 5a を比較すると, 実験 1-2 の値は実験 1-1 の値の全ての箇所で 1 足されている. 図 1b と図 5b を比較すると, 図 1b は振幅スペクトル $|X[k]|$ が 8 に, 図 5b は振幅スペクトル $|X[k]|$ が 0 に $F = 0$ のときになっている. これはそれぞれの信号の直流成分が, 0 と 1 と異なっているためである. したがって $F = 0$ のときの振幅スペクトルの値が, 信号に含まれている直流成分を示していることがわかる.

課題 1-6

実験結果

図 6a に基本周期 T_0 のアナログ信号 $a_{T_0}(t) = 2 \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t + \pi)$ とそれを標本化した標本値信号 $a[n]$ の結果を, 図 6b に $a[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $a_{T_0}(t)$ (グラフ中では $a(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $a[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 6: 課題 1-6 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = 2 \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t + \pi)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

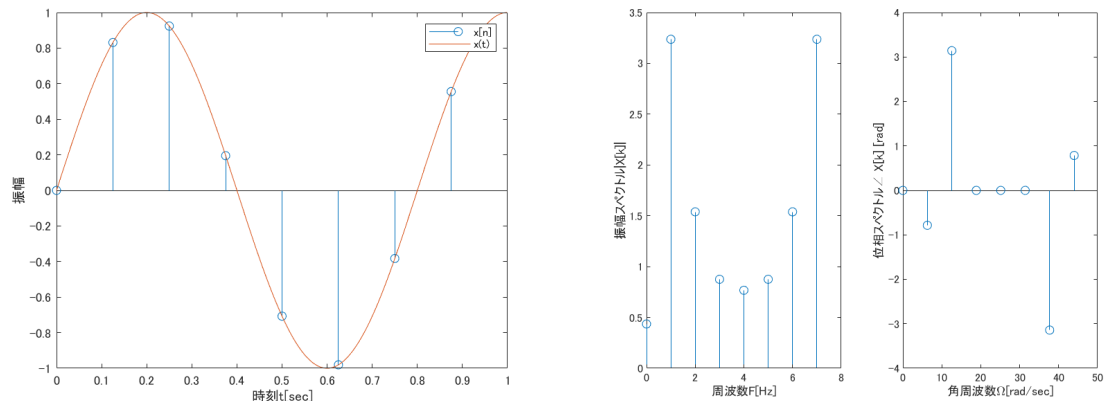
考察

図 3a と図 4a と図 6a を比較するとよく分らないが, 図 3b と図 4b と図 6b を比較すると実験 1-6 の離散フーリエスペクトルは実験 1-3 と実験 1-4 を足し合わせて出来ている. これは実験 1-6 のアナログ信号が $a_{T_0}(t) = 2 \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t + \pi)$ であり, これは実験 1-3, 1-4 の $2 \sin(2\pi t)$, $\sin(4\pi t + \pi)$ を足すと出来上がるためである. したがって離散フーリエスペクトルは複数の正弦波が足されている信号でも正弦波ごとに分離してその信号がどんなものか理解しやすいことがわかる. 図 2b と図 4b と図 6b を比較すると実験 1-6 の離散フーリエスペクトルには実験 1-3 が含まれて実験 1-2 の逆位相を足し合わせて出来ている. これは前述のに加えて実験 1-2 は実験 1-4 の位相より π ずれているためである.

課題 1-7

実験結果

図 1a に $x_{T_0}(t) = A \sin(2\pi F_0 t + \theta) + D$ に $A = 1, T_0 = 0.8, \theta = 0, D = 0$ を代入したアナログ信号とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$ の結果を, 図 1b に $x[n]$ を DFT した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $x_{T_0}(t)$ (グラフ中では $x(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $x[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 7: 課題 1-7 で得られたグラフ $x_{T_0}(t) = \sin(2\pi 1.25t)$ を 8 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

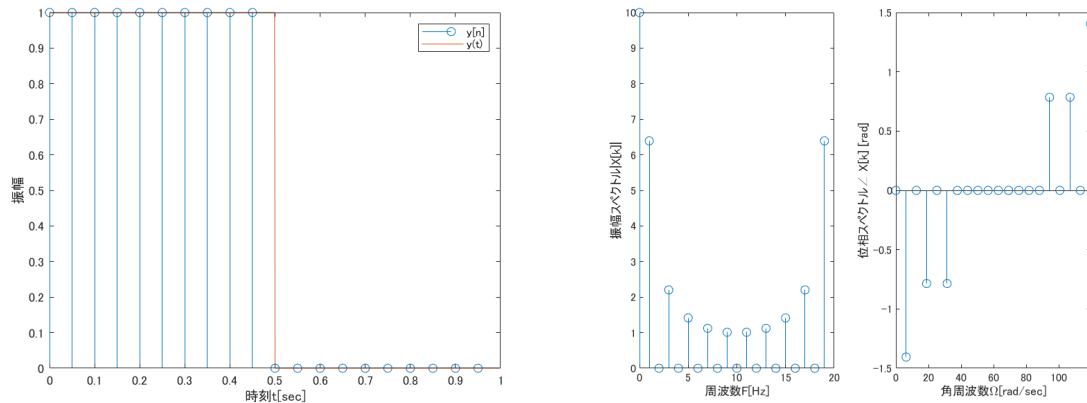
考察

図 1b と図 7b を比較すると, 図 1b は, 同じ k に対して二つ存在するが, 図 7b は振幅スペクトルがたくさんあってその数に位相スペクトルの数があってない. これは図 1a と図 7a を比較してわかるように実験 1-7 では基本周期 T_0 が 0.8 で $x[n]$ が長さ $N = 8$ を周期とした周期離散時間信号でないためである. したがって DFT は周期離散時間信号の時にしか使えないことがわかる.

課題 1-A

実験結果

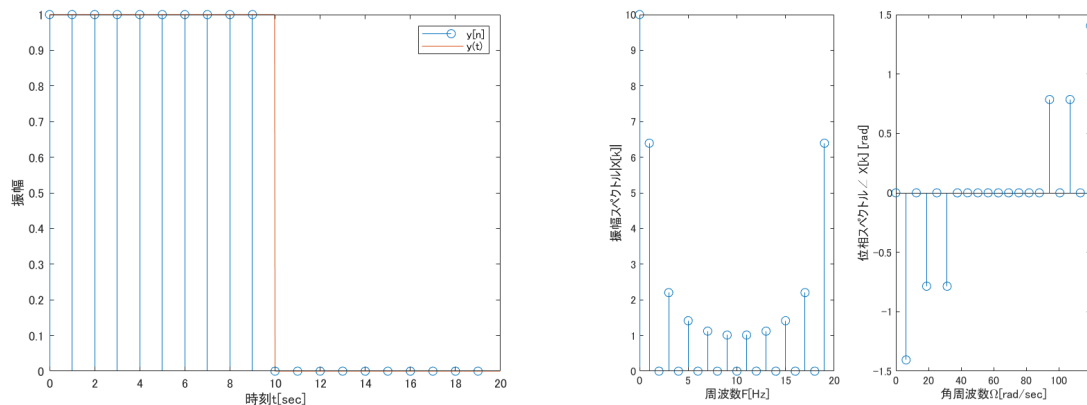
図8a9a に $N = 20$ とし, $0 \leq t \leq N/2$ の時 $y(t) = 1$, $t > N/2$ の時 $y(t) = 0$ の矩形波 $y(t)$ とそれを標本化した標本値信号 $y[n]$ の結果を, 図 9b に $y[n]$ を N 点 FFT する, した離散フーリエスペクトル $X[k]$ の結果を示す.



(a) 周期アナログ信号 $y_{T_0}(t)$ (グラフ中では $y(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $y[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 8: 課題 1-A で得られたグラフ



(a) 周期アナログ信号 $y_{T_0}(t)$ (グラフ中では $y(t)$) とそれを標本化した標本値信号 $y[n]$

(b) 離散フーリエスペクトル $X[k]$

図 9: $N = 20$ とし, $0 \leq t \leq N/2$ の時 $y(t) = 1$, $t > N/2$ の時 $y(t) = 0$ の矩形波 $y(t)$ を 20 点で標本化した信号とそれを DFT した離散フーリエスペクトル

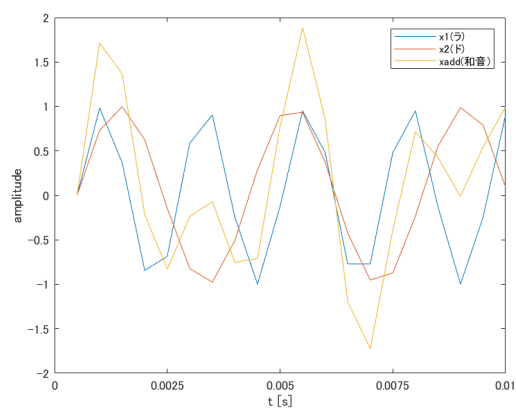
考察 (追記あり)

図 1a と図 8a9a を比較すると、形が違う。図 1b と図 9b を比較すると、図 1b は、同じ k に対して二つ存在するが、図 9b は振幅スペクトルがたくさんあってその数に位相スペクトルの数があってない。実験 1-A の $y(t)$ の範囲では正弦波のように周期的になっていないためである。したがって DFT は周期離散時間信号の時にしか使えないことがわかる。また、振幅スペクトルが多く存在している。(特に低い周波数成分が多く高周波数成分は少なくなっている。) これは $y(t)$ のような波形を作るには正弦波をたくさん足さなくては作れないためである。

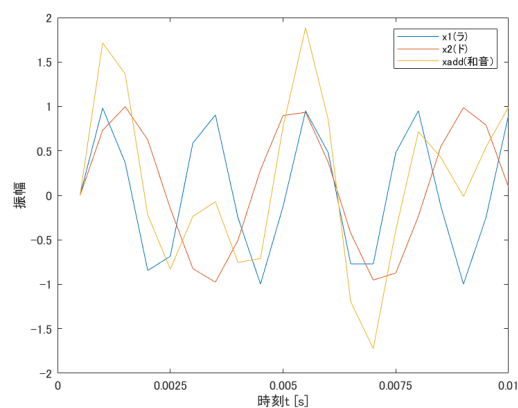
課題 2-1

実験結果

今回は $x_1[n]$ をラの $F_a = 440.00[\text{Hz}]$ $x_2[n]$ をドの $F_a = 261.626[\text{Hz}]$ として生成し、和信号 $x_{add}[n]$ を生成した。離散時間信号 $x_1[n], x_2[n], x_{add}[n]$ の冒頭の 20 点分を図10a 10b にプロットして示す。本来の信号は離散信号だが、見やすさの観点から連続値として扱った。



(a) 課題 2-1 で得られたグラフ



(b) (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz を合成した和音 x_{add} の離散時間信号

図 10: 図の修正

課題 2-2

実験結果

課題 2-1 で生成した離散時間信号 $x_1[n]$, $x_2[n]$, $x_{add}[n]$ の周波数成分を解析するために, 各信号に $N = 2000$ 点の FFT をかけて得られた振幅スペクトル $|X[k]|$ を図 11 に示す. そのとき横軸を非正規周波数 $F = kF_s/N$ [Hz] とする.

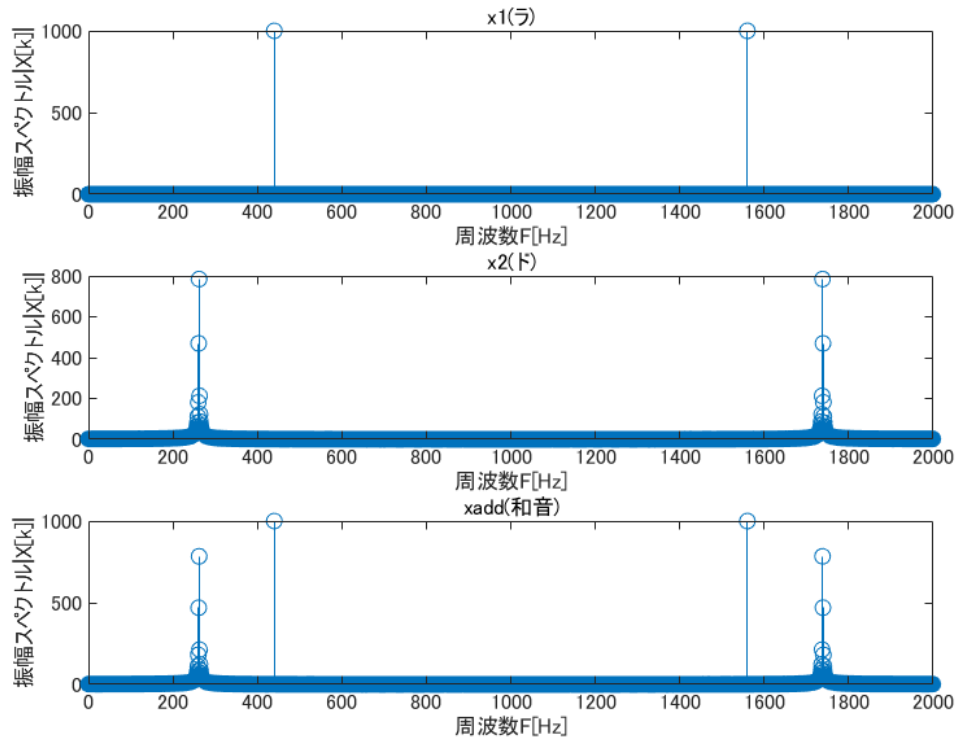


図 11: 課題 2-2 で得られた **グラフ** (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz とそれらを合成した和音 x_{add} の振幅スペクトル

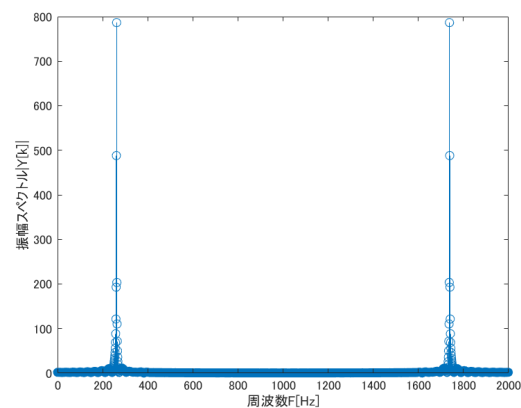
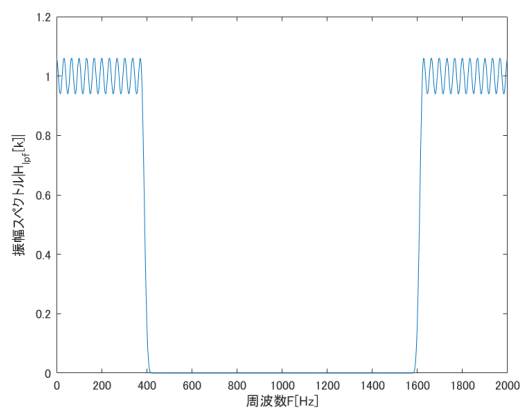
考察

図 11 より振幅スペクトルをみると, $x_1[n]$ と $x_2[n]$ で振幅スペクトルが存在していた周波数のところに, 和音の $x_{add}[n]$ でも同じ大きさで振幅スペクトルが存在している. これは, $x_{add}[n]$ は $x_1[n]$ と $x_2[n]$ の和音だからである. したがって和音の周波数特性は単音の周波数特性の和になっていると考えられる.

課題 2-3

実験結果 (追記あり)

周波数仕様 $F_s = 2000$, 遮断周波数 $F_{cut} = 400$ [Hz] となるよう通過域端周波数 F_{pass} を 380Hz, 阻止域端周波数 F_{stop} を 420Hz に設定してローパスフィルタ $h_{lpf}[n]$ を設計した. 設計したローパスフィルタ $h_{lpf}[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|H_{lpf}[k]|$ を図 12a に示す. 見やすさのために連続値として扱ってローパスフィルタをプロットしている. ローパスフィルタに (追記: 課題 2-1 で生成した) 合成和音 $x_{add}[n]$ を畳み込む. そうして出来た畳み込み和 $y[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|Y[k]|$ を図 12b に示す.



(a) ローパスフィルタ $h_{lpf}[n]$ の振幅スペクトル $|H_{lpf}[k]|$ (b) 畳み込み和 $y[n]$ の振幅スペクトル $|Y[k]|$

図 12: 課題 2-3 で得られたグラフ遮断周波数 400Hz のローパスフィルタを 2000 点 FFT した振幅スペクトルとそのローパスフィルタを (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz を合成した和音 x_{add} に畳み込んでできたものを FFT した振幅スペクトル

考察

図 12a より 400Hz より低い周波数の振幅スペクトルが大きくなっている. 図 12b と図 11 より元の和信号 $x_{add}[n]$ で見られた 440Hz あたりのところにある振幅スペクトルが畳み込み和 $y[n]$ では見られなくなっていて, $x_2[n]$ の信号のようになっている. これは遮断周波数 $F_{cut} = 400$ [Hz] のローパスフィルタの畳み込みをしてローパスフィルタの振幅スペクトルが小さい周波数だったところが畳み込み和でも小さくなっているからである. したがって今回作成したローパスフィルタの働きは 400Hz 以下の周波数だけを通して 400Hz より大きい周波数を除くという働きであることわかる.

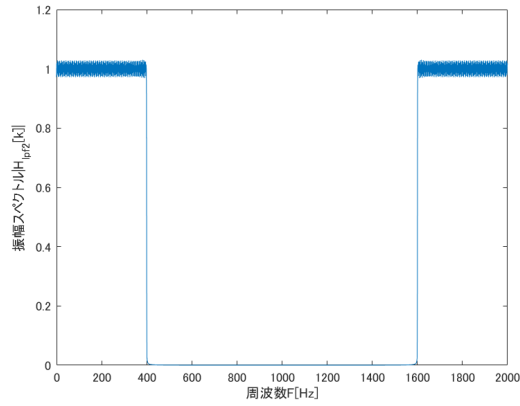
課題 2-4

実験結果 (キャプションに追記あり)

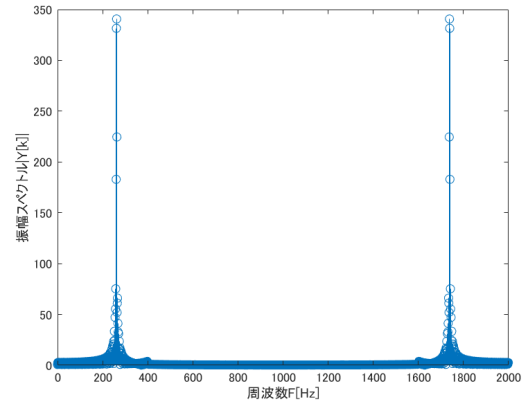
周波数仕様 $F_s = 2000$, 遮断周波数 $F_{cut} = 400[\text{Hz}]$ となるよう通過域端周波数 F_{pass} を 399Hz , 阻止域端周波数 F_{stop} を 401Hz に設定してローパスフィルタ $h_{lpf2}[n]$ を設計した. 設計したローパスフィルタ $h_{lpf2}[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|H_{lpf2}[k]|$ を図 13a に示す. 見やすさのために連続値として扱ってローパスフィルタをプロットしている. ローパスフィルタに合成和音 $x_{add}[n]$ を畳み込む. そうして出来た畳み込み和 $y[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|Y[k]|$ を図 13b に示す.

周波数仕様 $F_s = 2000$, 遮断周波数 $F_{cut} = 400[\text{Hz}]$ となるよう阻止域端周波数 F_{stop} を 390Hz , 通過域端周波数 F_{pass} を 410Hz に設定してハイパスフィルタ $h_{hpf}[n]$ を設計した. 設計したハイパスフィルタ $h_{hpf}[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|H_{hpf}[k]|$ を図 14a に示す. 見やすさのために連続値として扱ってハイパスフィルタをプロットしている. ハイパスフィルタに合成和音 $x_{add}[n]$ を畳み込む. そうして出来た畳み込み和 $y[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|Y[k]|$ を図 14b に示す.

$x(t) = \sin(2\pi F_a t)$ の F_a にドの $261.626[\text{Hz}]$, ファの $349.228[\text{Hz}]$, ラの $440.00[\text{Hz}]$ を入れた単音を合成した合成和音 x_{add} を生成しバンドパスフィルタをかける. 周波数仕様 $F_s = 2000$, 阻止域端周波数 F_{stop1} を 330Hz , 通過域端周波数 F_{pass1} を 331Hz , 通過域端周波数 F_{pass2} を 360Hz , 阻止域端周波数 F_{stop2} を 361Hz , のバンドストップフィルタを設計した. 設計したバンドパスフィルタ $h_{bpf2}[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|H_{bpf2}[k]|$ を図 15a に示す. 見やすさのために連続値として扱ってバンドパスフィルタをプロットしている. バンドパスフィルタに合成和音 $x_{add}[n]$ を畳み込む. そうして出来た畳み込み和 $y[n]$ を $N = 2000$ 点 FFT し, 振幅スペクトル $|Y[k]|$ を図 15b に示す.

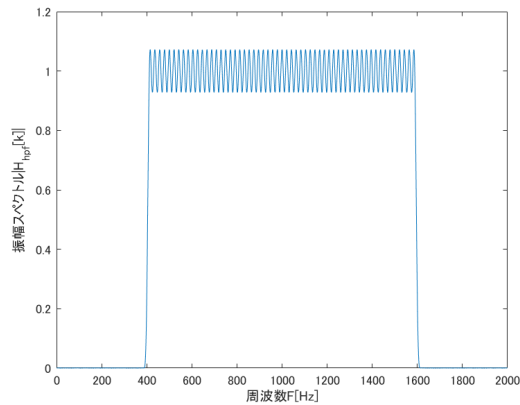


(a) ローパスフィルタ $h_{lpf2}[n]$ の振幅スペクトル $|H_{lpf2}[k]|$

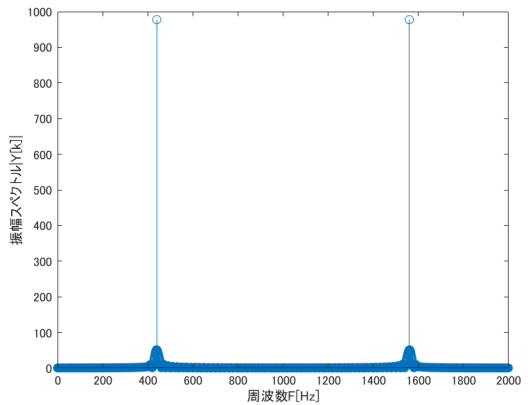


(b) 畳み込み和 $y[n]$ の振幅スペクトル $|Y[k]|$

図 13: (遮断周波数 400Hz の理想に近い) ローパスフィルタ h_{lpf2} で得られたグラフを FFT した振幅スペクトルとそのローパスフィルタを (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz を合成した和音 x_{add} に畳み込んでできたものを FFT した振幅スペクトル

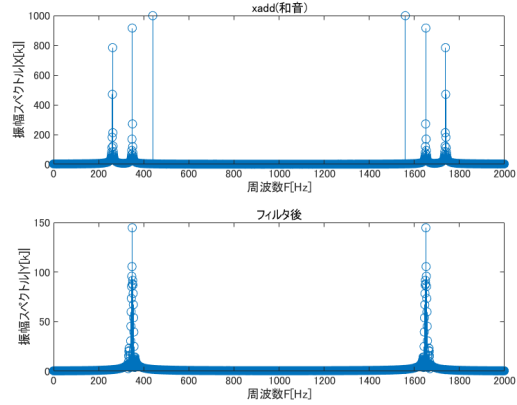
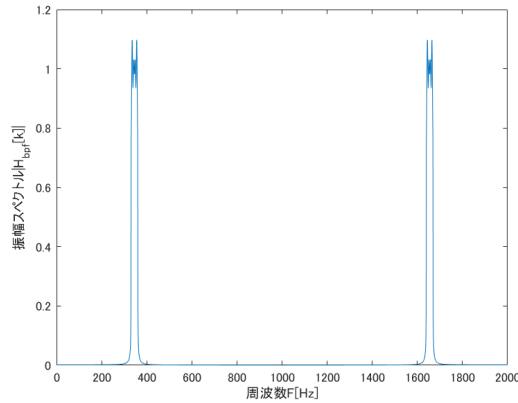


(a) ハイパスフィルタ $h_{hpf}[n]$ の振幅スペクトル $|H_{hpf}[k]|$



(b) 畳み込み和 $y[n]$ の振幅スペクトル $|Y[k]|$

図 14: (遮断周波数 400Hz の) ハイパスフィルタ h_{hpf} で得られたグラフを FFT した振幅スペクトルとそのハイパスフィルタを (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz を合成した和音 x_{add} に畳み込んでできたものを FFT した振幅スペクトル



(a) バンドパスフィルタ $h_{bpf}[n]$ の振幅スペクトル $|H_{bpf}[k]|$ (b) 畳み込み和 $y[n]$ の振幅スペクトル $|Y[k]|$

図 15: 330Hz から 360Hz あたりを通すバンドパスフィルタ h_{bpf} で得られたドラムの FFT した振幅スペクトルとそのバンドパスフィルタを (ラ) の 440Hz と (ド) の 261.626Hz と (ファ) の 349.228Hz を合成した和音 x_{add} に畳み込んでできたものを FFT した振幅スペクトル

考察

図 13a と図 12a より遷移域が小さいローパスフィルタ h_{lpf2} のほうが 400Hz より低い周波数のところでは振幅スペクトルが 1 に近い値に固まっている。これは h_{lpf2} のほうが遷移域が小さく複雑になっているからである。図 13b と図 12b よりローパスフィルタ h_{lpf2} のほうが 261Hz 辺りでの振幅スペクトルがばらついている。これは h_{lpf2} のほうが遷移域が小さく、フィルタが複雑になっているため振幅スペクトルが存在しているところの付近の値も同じくらいの値が畳み込みされているからである。ドの音の周波数は小数のため、261Hz の値の隣の周波数も振幅スペクトルが存在していてそれが遷移域が小さいと畳み込み時に影響をあまり受けずに畳み込み和の値が出てくるからである。したがって遷移域を小さくすると理想のフィルタに近づき、通過する周波数の振幅スペクトルへ与える影響が少なくすることができるとわかる。

図 14a より 400Hz より高い周波数の振幅スペクトルが大きくなっている。図 14b と図 11 より元の和信号 $x_{add}[n]$ で見られた 261Hz 付近にある振幅スペクトルが畳み込み和 $y[n]$ では見られなくなっていて、 $x_1[n]$ の信号のようにになっている。これは遮断周波数 $F_{cut} = 400[\text{Hz}]$ のハイパスフィルタの畳み込みをしてハイパフィルタの振幅スペクトルが小さい周波数だったところが畳み込み和でも小さくなっているからである。したがって今回作成したハイフィルタの働きは 400Hz 以上の周波数だけを通して 400Hz より小さい周波数を除くという働きであることわかる。

図 15a より 330Hz から 360Hz のあたりの周波数の振幅スペクトルが大きくなっている。図 15b より元の和信号 $x_{add}[n]$ で見られた 261Hz 付近にある振幅スペクトルや 440Hz 付近にある振幅スペクトルが畳み込み和 $y[n]$ では見られなくなっている。これはの 330Hz から 360Hz のバンドパスフィルタの畳み込みをしてバンドパフィルタの振幅スペクトルが小さい周波数だったところが畳み込み

和でも小さくなっているからである．したがって今回作成したバンドフィルタの働きは 330Hz から 360Hz の周波数だけを通してそれ以外の周波数を除くという働きであることわかる．

課題 2-A

実験結果

まず、原音声と原音声にノイズを付加したものを $N = 2048$ 点 FFT して振幅スペクトルを確認する。二つの音声を FFT した振幅スペクトルの結果を図 16a に示す。図 16a よりノイズは 640Hz と 768Hz の周波数で発生している。ノイズ除去のため 640Hz から 768Hz までの周波数を通さないバンドストップフィルタを設計するという方針を立てて実行していく。周波数仕様 $F_s = 2048$, 通過域端周波数 F_{pass1} を 630Hz, 阻止域端周波数 F_{stop1} を 632Hz, 阻止域端周波数 F_{stop2} を 770Hz, 通過域端周波数 F_{pass2} を 772Hz, のバンドストップフィルタを設計した。そしてノイズを除去した。ノイズを除去した音声を $N = 2048$ 点 FFT してできた振幅スペクトルは図 16b に示す。

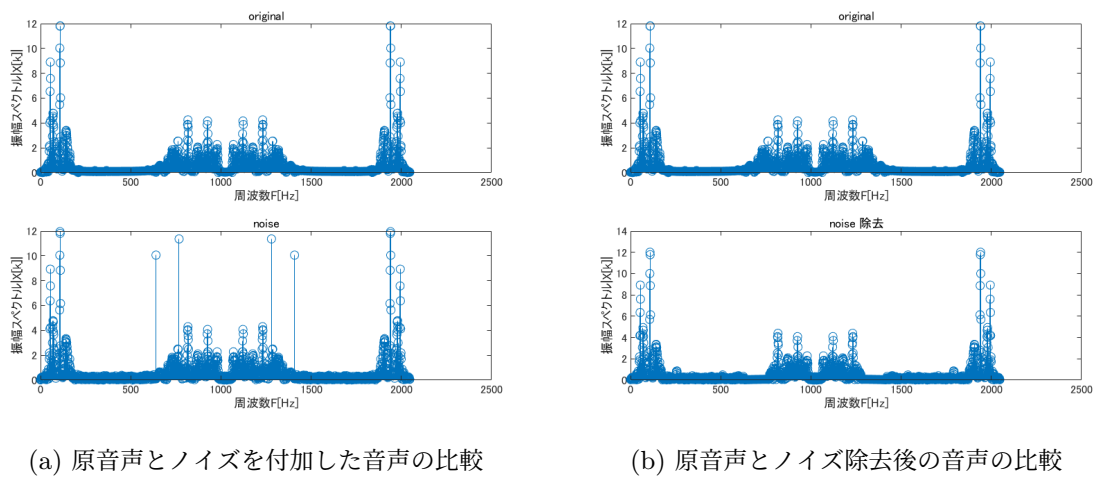


図 16: 課題 2-A の実験結果原音声とノイズとノイズを除去した音声の比較

考察

図 16b より図 16a の noise で見られるようなノイズの振幅スペクトルが無くなり、原音声とあまり変わらない振幅スペクトルを得られた。しかし、640Hz から 768Hz までの間にあった小さな振幅スペクトルも無くなった。音声を聞き比べると dsp2_noise.wav で聞こえたピーのような音が聞こえなくなった。これはバンドストップフィルタがうまく働いたためである。したがってノイズを付加された音声を FFT して振幅スペクトルを確認して見つけた振幅スペクトルをなくすようにフィルタをかけるとノイズ除去ができることがわかる。

課題 3-1

実験結果

図 17a に 4Hz を 32 点で標本化した離散時間信号 $x_{32}[n]$ と $x_{32}[n]$ を 32 点 FFT した振幅スペクトル $|X_{32}[k]|$ の結果を示す. 図 17b に 4Hz を 6 点で標本化した離散時間信号 $x_6[n]$ と $x_6[n]$ を 6 点 FFT した振幅スペクトル $|X_6[k]|$ の結果を示す.

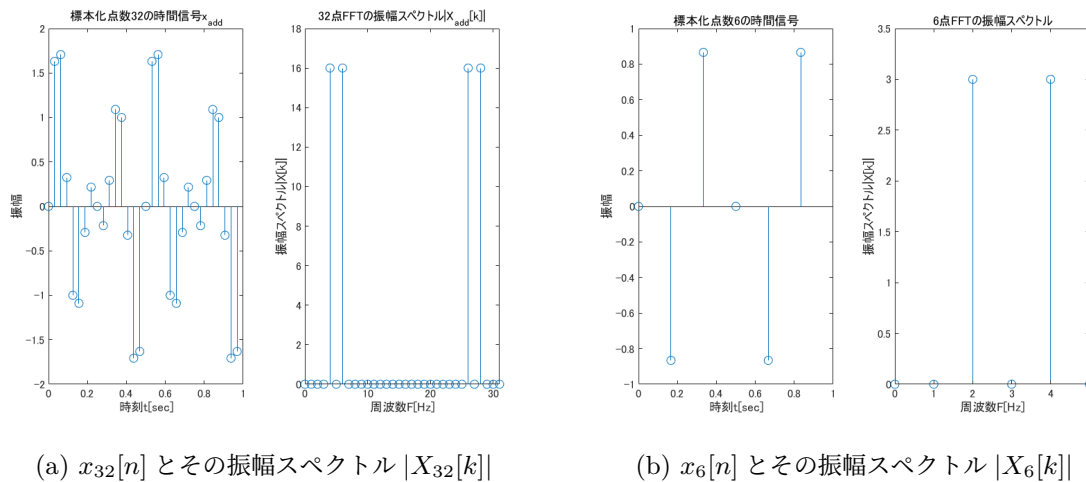


図 17: 4Hz の正弦波を 32 点で標本化した $x_{32}[n]$ と 6 点で標本化した $x_6[n]$

考察

図 17a と図 17b の時間信号を比較すると 32 点で標本化した方は 4Hz の正弦波に見えるが 6 点で標本化した方は 4Hz の正弦波に見えない. また, 図 17b の振幅スペクトルより, 今回の実験では 4Hz の信号を使っているため周波数 $F = 4$ のところではじめて振幅スペクトルが立つはずだが, 2 のところに立っている. これは今回の周波数は 4Hz でナイキスト周波数は $4 \times 2 = 8$ であったため標本化周波数 $F_s = 6$ では足りなかったためである. したがって今回の周波数は 4Hz でナイキスト周波数は $4 \times 2 = 8$ より大きい周波数で標本化しなければ情報が消失してしまうことがわかる.

課題 3-2

実験結果

図 18 に課題 3-1 で求めた離散時間フーリエスペクトル $X_{32}[k]$, $X_6[k]$ を逆フーリエ変換して求めた時間信号を示す.

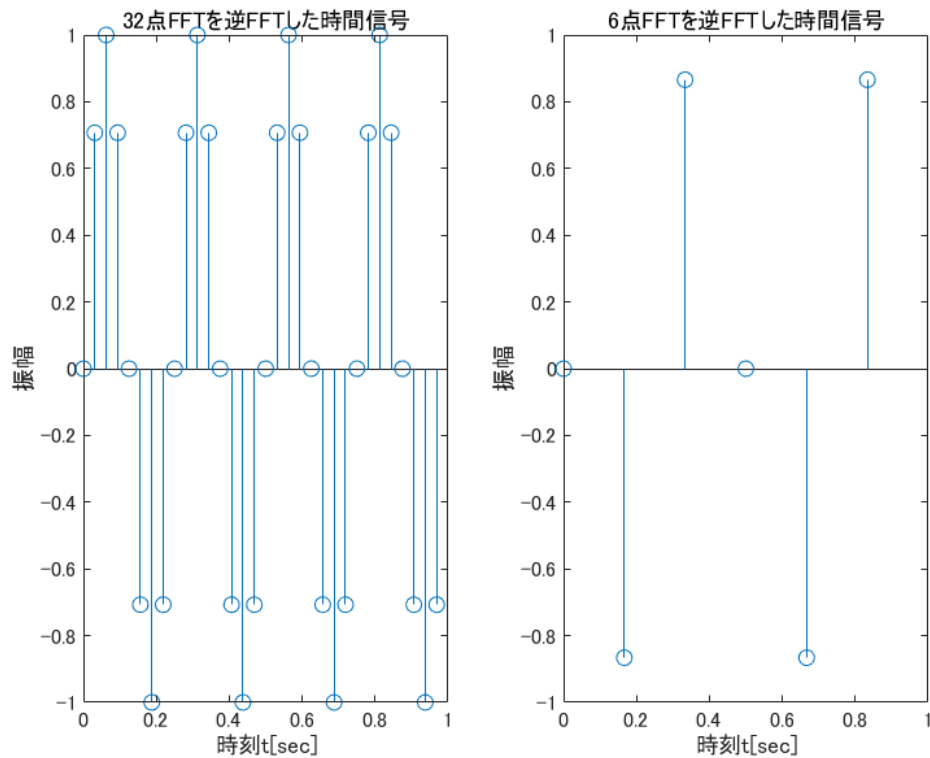


図 18: 4Hz の正弦波を 32 点と 6 点で標本化した離散時間信号をフーリエ変換した離散時間フーリエスペクトル $X_{32}[k]$, $X_6[k]$ を逆フーリエ変換して求めた離散時間信号 $x_{32}[n]$ と $x_6[n]$

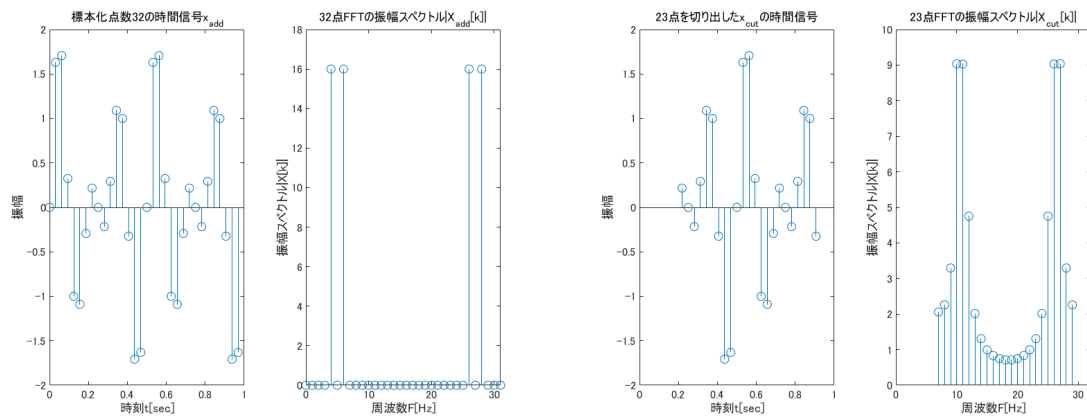
考察

図 18 と図 17a の時間信号を比較すると同じ時間信号が得られている. また図 18 と図 17b の時間信号を比較すると同じ時間信号が得られている. これはフーリエ変換したものに逆フーリエ変換を行ったためである. したがってフーリエ変換と逆フーリエ変換は変換対であることがわかる. 図 18 より標本化点数が 6 の方を逆フーリエ変換しても得られた時間信号は 4Hz の正弦波には見えない. これは標本化するとき情報が消失してしまっているためである. したがって標本化定理を満たした条件で標本化する必要があることがわかる.

課題 3-3

実験結果

図 19a に 4Hz の正弦波と 6Hz の正弦波を合成し、32 点で標本化した離散時間信号 $x_{add}[n]$, ($n = 0, 1, \dots, 31$) と $x_{add}[n]$ を 32 点 DFT した結果の振幅スペクトルを示す。図 19b に合成した離散時間信号 $x_{add}[n]$ から $n = 7, \dots, 29$ までの 23 点を切り出した信号の離散時間信号 $x_{cut}[n]$ と $x_{cut}[n]$ を 23 点 DFT した結果の振幅スペクトルを示す。図 20 に切り出した離散時間信号 $x_{cut}[n]$ に長さ 23 のハニング窓をかけた離散信号 $x_w[n]$ と $x_{cut}[n]$ を 23 点 DFT した結果の振幅スペクトルを示す。



(a) $x_{add}[n]$ の離散時間信号と $x_{add}[n]$ を 32 点 DFT した振幅スペクトル (b) $x_{add}[n]$ の離散時間信号と $x_{add}[n]$ を 23 点 DFT した振幅スペクトル

図 19: 4Hz と 6Hz の正弦波を合成した信号の 32 点で標本化した $x_{add}[n]$ とその $n = 7, \dots, 29$ を切り出した $x_{cut}[n]$

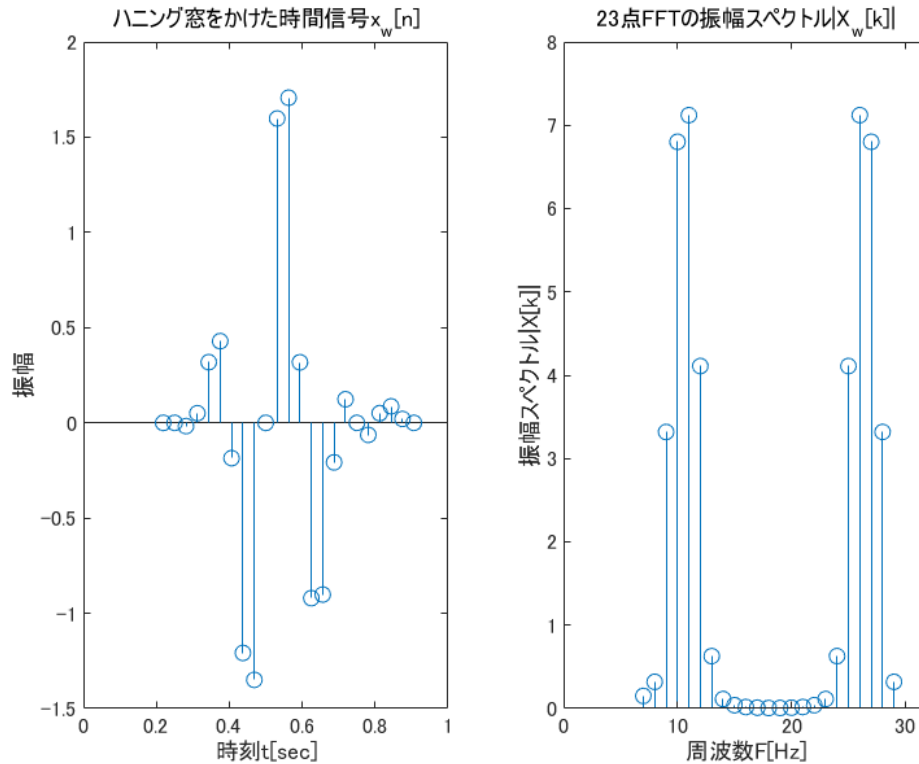


図 20: 切り出した離散時間信号 $x_{cut}[n]$ に長さ 23 のハニング窓をかけた離散信号 $x_w[n]$ と $x_w[n]$ の 23 点 DFT した振幅スペクトル

考察

図 19a と図 19b を比較すると切り出す前は 4Hz と 6Hz のところに振幅スペクトルが立っているが切り出した後は全てのところに振幅スペクトルが立っていて複雑になっている。これは DFT というものは周期性を仮定できることを前提としているため、中途半端に切り出すと周期性が崩れてしまったためである。したがって DFT は非周期信号に使うことはできないという問題があることがわかる。図 19b と図 20 を比較すると時間領域ではハニング窓をかけると信号の端が 0 になっている。また周波数領域ではハニング窓をかけると高周波数成分がなくなっている。これはハニング窓をかけて無理やり端を 0 にして周期性を持たせたためである。したがって窓関数は非周期信号に信号を持たせて、いびつな形を表現するための高周波数成分を不要にさせるという影響を与えているということがわかる。

課題 3-A

実験結果

追加課題 1-A で作成した矩形波を $N = 200$ にして作成した矩形波を $N = 200$ にして FFT し、そのまま逆フーリエ変換で戻した結果と第 2 回の実験でしたように遮断周波数 50Hz のローパスフィルタを作成し、それを作成した矩形波にかけてから逆フーリエ変換して戻した結果を図 21 に示す。

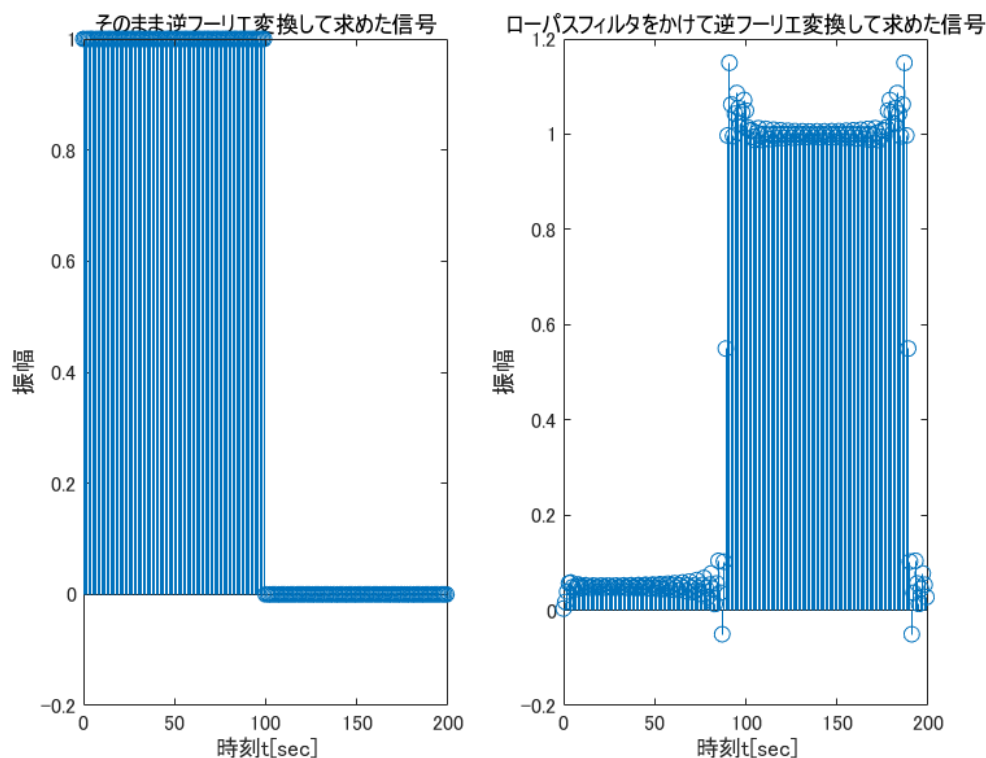


図 21: $N = 200$ とし, $0 \leq t \leq N/2$ の時 $y(t) = 1$, $t > N/2$ の時 $y(t) = 0$ の矩形波 $y(t)$ を FFT して逆 FFT した時間信号と遮断周波数 50Hz のローパスフィルタをかけて FFT して逆 FFT した時間信号

考察

図 21 よりそのまま逆フーリエ変換した方はもとの矩形波が出てくるのに対してローパスフィルタをかけた方は 0 と 1 が逆になっている. また周期が少し短くなっている. これはローパスフィルタをかけたためである. したがってローパスフィルタは高周波数成分を除くので矩形波にある高周波数成分がいつ 0 になるのか 1 になるのかに影響を与えていて高周波数成分をなくすとこのような違いになると考えられる.

おわりに

信号処理の部分を深く理解していないため何をやっているか全く分からないままやっていて大変だった。

第1回の時よりは理解が深まって何しているか部分的には分かっているつもりになっているが、難しかった。今回気づいたがレポートの名前を APL_DSP_学修番号_名前にしなければならないのに LaTeX のテンプレートが apl_dsp_xxxxxxxx_name.tex になっているのは許せない。

離散時間信号と離散信号の文字がたくさんあってなにがなんだか分からなくなってしまった。レポートの書き方をたくさん学べて良かった。最後の追加課題でもっと意味が分からなくなってしまった。特に追加課題とかもう少し詳しく書いてほしいとおもった。第2回の実験ではもとの信号にローパスフィルタをかけているが第3回では FFT したあとにかけているふうにも取れる気がします。

参考文献

- [1] 参考にした書籍，サイト，文献を記載せよ