**Appunti logica**

**Logica proposizionale**

Ogni enunciato è un atomo non ulteriormente analizzabile

“Caino è fratello di Abele” è rappresentato da un atomo → p

“A ogni paziente piace qualche dottore” è rappresentato da un atomo →q

Gli enunciati semplici ( atomi o variabili proposizionali ) possono essere usati per formare enunciati complessi (formule proposizionali), mediante operatori logici (connettivi proposizionali).

**Connettivi di base**

And = ∩

Or = v

Not = ¬

**Ordine di interpretazione connettivi**

1. ¬

2. ∩

3. v

4. →

**Frasi controfattuali**

Frasi ipotetiche che non possono essere rappresentate da connettivi vero-funzionali.

Es. Se avessi studiato, avrei passato l'esame.

**Interpretazione**

È una funzione che assegna ad ogni FBF un valore di verità ( v : FBF → {T;F})

e soddisfa delle condizioni:

1. v(┴) = F

2. v(P∩Q) = T sse v(P) e v(Q) = T

3. v(PvQ) = T sse v(P) o v(Q) = T

4. v(¬P) = T sse v(P) = F

5. v(P→Q) = T sse v(p) = F o v(Q) = T

**Soddisfacibilità, tautologie (validità) e contraddizioni**

Soddisfacibilità: una formula è detta soddisfacibile se almeno una delle sue interpretazioni risulta vera.

Es. P∩Q

Tautologia: una formula è detta valida se tutte le sue interpretazioni sono vere. (Valida)

Es. P v¬P

Contraddizione: una funzione è detta contraddittoria se tutte le sue interpretazioni sono false. (Non soddisfacibile)

Es. ¬(P v¬P)

NB. Se P è una tautologia, allora ¬P sarà una formula contraddittoria, al contrario se P è una formula non soddisfacibile, ¬P sarà una tautologia.

**Equivalenza semantica**

Due FBF P e Q sono (semanticamente) equivalenti se per ogni interpretazione V, V(P) = V(Q).

In altre parole due FBF sono semanticamente equivalenti se le loro tabelle della verità sono uguali.

Es. P∩Q = ¬(¬P v¬Q)

**Conseguenza logica**

una funzione (Q) è detta conseguenza logica di un insieme di funzioni (gamma), se per ogni interpretazione (v) che rende vere tutte le formule di gamma, rende vera anche Q. Ossia se per ogni interpretazione di Q vera, rende vera anche tutto l'insieme gamma.

Un insieme di formule gamma è detto soddisfacibile se esiste almeno un’interpretazione di v che che sodddisfa gamma. (es. Г = { A ; ¬ A} esempio di Г insoddisfacibile )

NB. Svolgere una conseguenza logica è uguale a porre un “and” tra tutte le formule dell'insieme e la formula da testare.

Casi particolari:

- Se l’insieme gamma non è soddisfacibile, qualsiasi funzione Q sarà conseguenza logica di gamma.

- Se gamma è vuoto, allora tutte le tautologie saranno conseguenza logica di gamma.

- Se Г ha un solo elemento allora Г conseguenza logica di Q equivale a verificare Г → Q.