# Robotkinematik

**Skrevet af**

Jesper Roager

**Afleveret den**

21. december 2022

**Vejledt af**

Søren Præstegaard

Marit Hvalsøe Schou

# Resumé

Robotkinematik opdeles i to dele fremadrettet kinematik og invers kinematik. For at regne med fremadrettet kinematik bruges der matricer til at lave homogene transformationer. Homogene transformationer opbevares i en 4 gange 4 matrix, og den indeholder både rotation og translation. For at lave disse transformationsmatricer bruges Denavit-Hartenberg parametrene. Disse beskriver hvert led på robotten med fire værdier. Med seks af disse matricer kan en Dobot Magician Lite's fremadrettede kinematik beskrives. Matricerne ganges samme for at få en matrix, der beskriver positionen af dobottens værktøj ud fra vinklerne på motorerne. Efter dette udledes der en invers kinematik-model ved at betragte de to midterste led på dobotten som en plan robot og de andre to led betragtes gennem et andet plan. På denne måde bliver problemet til to simple analytiske plangeometriproblemer. Dette resulterer i 9 ligninger, som implementeres i et Pythonprogram, så det er muligt at styre dobotten ved at give den et koordinatsæt eller en matrix med position og rotation. For at Pythonprogrammet kan regne med matricer bruges et Pythonbibliotek, der laver en matrix-klasse, som kan lave de fleste standardoperationer med matricer. Både biblioteket og programmet til styring af dobotten analyseres for at forstå deres funktion. Til sidst diskuteres vigtigheden af matematik i programmering af robotter. Hvor meget fokus, der er på matematikken, skal afhænge af, hvad formålet med programmeringsprojektet er, så nogle gange er matematikken nødvendig, og andre gange kan den med fordel skjules i biblioteker.

# Indholdsfortegnelse

# Indledning

Robotter er over det hele i verden, og de kommer nærmere på os, så vi møder dem oftere og oftere i vores hverdag. Mest af alt er de uundværlige i produktionen af alle de ting vi bruger til daglig; fra mobiltelefoner til sæbe og alt derimellem. Disse tusindvis af robotter laver atter tusindvis af bevægelser dagen lang, og det er vigtigt, at de udfører bevægelserne korrekt. For at robotter kan lave bevægelserne rigtigt, skal de vide, hvordan leddene skal stå for at nå en given position. For at gøre det lettere at arbejde med position og rotation, bruges der matricer. Hvordan bruges matricer til at udregne position af leddene i dobotten for at nå en given position inden for robottens rækkevidde? Dette problem kan inddeles i to problemer. Det ene et fremadrettet kinematikproblem. Problemet består af at kunne regne, ud hvor robottens værktøj, ender når vinklen på leddene er kendt, dette kaldes også forward kinematik. Det andet problem hedder invers kinematik. Her kendes der en ønsket position og rotation af robottens værktøj, og så skal vinklerne, der opnår den ønskede position findes. For at forstå denne proces med fremadrettet kinematik og invers kinematik, starter opgaven med en redegørelse for matricer og homogene transformationer med matricer. Så beskrives den fremadrettet kinematik for en Dobot Magician Lite og med hjælp fra fremadrettede kinematik, udvikles der en invers kinematik-model for dobotten. Derefter analyseres et Pythonbibliotek til matrixregning, og et program der styrer dobotten med den fremadrettede- og inverse- kinematikmodel. Til sidst diskuteres hvor stor nødvendigheden af matematisk viden er, når der skal programmeres robotter.

# Redegørelse for lineære transformationer med matricer

## Matricer

En vektor er en liste af tal, som for det meste repræsenterer et punkt i rummet, for eksempel:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$\vec{v}$ er en vektor i rummet. Den har tre dimensioner, og mængden af denne vektor er $\mathbb{R}^3$, og hvis vektoren havde n tal ville den tilhøre denne mængde $\mathbb{R}^n$ .

En matrix er så en samling af vektorer, som står ved siden af hinanden. Den består af en mængde tal, der er organiseret i rækker og kolonner.

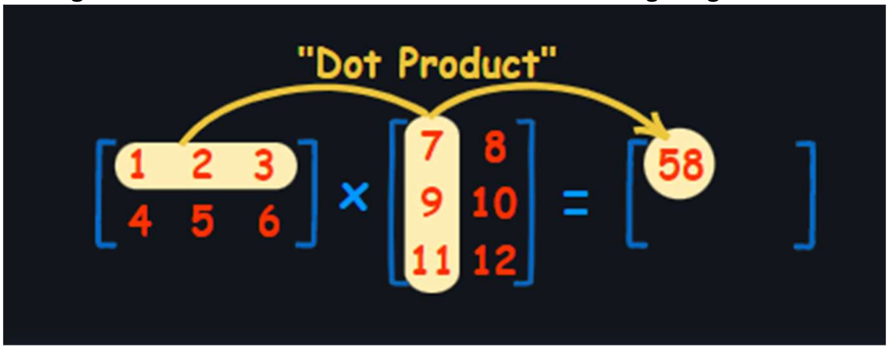
$$A = [\vec{v}_1 \quad \vec{v}_2 \quad \cdots \quad \vec{v}_m] = \left[\begin{pmatrix} v_{1,1} \\ v_{2,1} \\ \vdots \\ v_{n,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1,2} \\ v_{2,2} \\ \vdots \\ v_{n,2} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} v_{1,m} \\ v_{2,m} \\ \vdots \\ v_{n,m} \end{pmatrix}\right] = \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \cdots & v_{1,m} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \cdots & v_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n,1} & v_{n,2} & \cdots & v_{n,m} \end{bmatrix}$$

Mængden af n x m matricer betegnes med $\mathbb{R}^{n \times m}$[1]

## Matrixmultiplikation

Der defineres, hvordan man ganger to matricer sammen. For at kunne gange to matricer sammen, skal den første matrix have det samme antal kolonner, som den anden matrix har rækker, ellers er multiplikation ikke defineret. For dette gør det muligt at tage prikproduktet mellem hver række i den første matrix og hver kolonne i den anden matrix, og så sættes det givne produkt ind på rækkenummeret fra den første matrix og kolonnenummeret fra den andet matrix. På Figur 1 ses der et eksempel, hvor det er illustreret, hvilke vektorer der skal prikkes.

[1] (Undervisningsministeriet, 2014)




*Figur 1 Illustration af matrixmultiplikation, billede fra (Pierce R. , 25)*

Dette betyder, at hvis $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ og $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ og C er givet ved $C = A \cdot B$, så er $C \in \mathbb{R}^{n\times k}$.

Det betyder, at den resulterende matrix ved multiplikation mellem to matricer giver en matrix med samme antal rækker som den første matrix og det samme antal kolonner som den andet matrix.

Her er et eksempel på matrixmultiplikation:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 4 & 3 \cdot 5 - 2 \cdot 1 & 3 \cdot 3 - 2 \cdot 6 \\ 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 4 & 2 \cdot 5 + 4 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \\ 1 \cdot (-2) - 3 \cdot 4 & 1 \cdot 5 - 3 \cdot 1 & 1 \cdot 3 - 3 \cdot 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -14 & 13 & 0 \\ 12 & 14 & 30 \\ -14 & 2 & -15 \end{bmatrix}$$

## Identitetsmatricer

Der findes identitetsmatricer, og de har den samme effekt, som når man ganger med et 1-tal i de reelle tal. Det vil sige, at når man ganger med en identitetsmatrix, giver det den oprindelige matrix tilbage. Identitetsmatricer er kvadratiske, og har 1-taller på hoveddiagonalen og resten er nul. Det kaldes $I$.[2] Et eksempel på en identitetsmatrix:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De kan komme i alle størrelser, så længe de er kvadratiske.

At gange med en identitets matrix giver altid den oprindelige matrix, lad $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ og $I$ være et identitet matrix i den rigtige størrelse

$$A \cdot I = A$$

[2] (Pierce R. , 19)

$$I \cdot A = A$$

Her ses at når der ganges med en identitets matrix for man de oprindelige matricer bagefter.

Dette kan også vises med et taleksempel.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

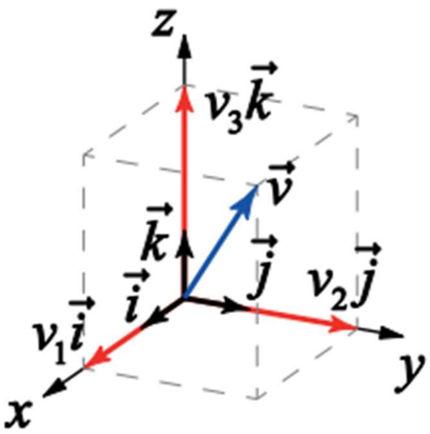
$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot I = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 & 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 - 3 \cdot 0 & 1 \cdot 0 - 3 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Det er vigtigt, at identitetsmatricen har den rigtige størrelse, så det er muligt at finde matrix-matrixproduktet.

## Transformationer

Matricer kan bruges til at rykke rundt på punkter, det kaldes en transformation. Det gøres ved, at en matrix beskriver de nye basisvektorer ud fra de gamle basisvektorer. Enhver vektor kan beskrives ud fra basisvektorerne, de har en længde på 1 og står ortogonalt på hinanden. I rummet kaldes de $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ og $\vec{k}$. De har som standard størrelserne $\vec{\imath} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{\jmath} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ og $\vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Og en vektor i rummet $\vec{v}$ kan beskrives på denne måde $\vec{v} = v_1 \cdot \vec{\imath} + v_2 \cdot \vec{\jmath} + v_3 \cdot \vec{k}$ ud fra $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ og $\vec{k}$. Dette kan ses på Figur 2.




*Figur 2 Illustration af basisvektor figur fra (Undervisningsministeriet, 2014)*

Så hvis man vil transformere et punkt til et andet punkt, kan man nøjes med ændre beskrivelsen af basisvektorerne. De kan både ændre retning og skaleres. På denne måde kan man lave en lineær afbildning af et punkt ved hjælp af en matrix. Så i rummet ser en afbildningsmatrix sådan ud:

$$A = [\vec{v_\imath} \quad \vec{v_\jmath} \quad \vec{v_k}] = [f(\vec{\imath}) \quad f(\vec{\jmath}) \quad f(\vec{k})]$$

hvor $f$ er en lineær funktion.

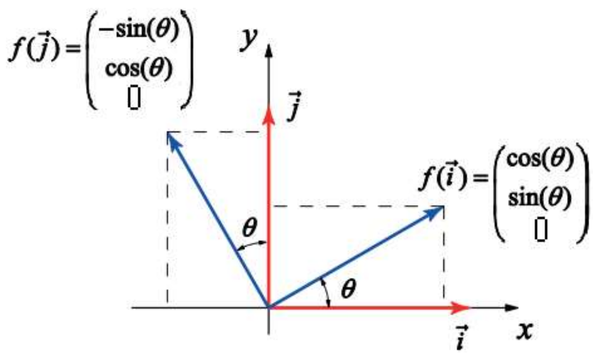
### Rotation

På denne måde kan en rotation beskrives ved hjælp af en matrix, for eksempel her en rotation om z-aksen.

$$A = [f(\vec{\imath}) \quad f(\vec{\jmath}) \quad f(\vec{k})] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Det ses, at $\vec{k}$ ikke ændrer sig, da der roteres om z-aksen. Se Figur 3. På denne måde kan man beskrive rotation om enhver akse. Senere i opgaven skal der bruges en matrix, som først roterer om x-aksen, så y-aksen og til sidst z-aksen. Denne findes ved at gange hver enkelt af disse rotationsmatricer sammen.

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$




*Figur 3 Illustration af rotation om z-aksen. Figur fra (Undervisningsministeriet, 2014)*

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

$$R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix}$$

$${}^A_BR_{xyz}(\gamma,\beta,\alpha) = R_z(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_x(\gamma)$$
$$= \begin{bmatrix} cos(\alpha)\cos(\beta) & cos(\alpha)sin(\beta)sin(\gamma) - sin(\alpha)\cos(\gamma) & cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) & sin(\alpha)sin(\beta)sin(\gamma) + cos(\alpha)cos(\gamma) & sin(\alpha)sin(\beta)cos(\gamma) - cos(\alpha)sin(\gamma) \\ -sin(\beta) & cos(\beta)sin(\gamma) & cos(\beta)cos(\gamma) \end{bmatrix}$$ [3]

## Translation

For at kunne lave translationer er det ikke nødvendigt med matricer, da en translation er at flytte en vektor med en anden vektor, så derfor kan to vektorer lægges sammen for at lave en translation. Så hvis punkt $P_1$ skal flyttes med en vektor $\vec{v}$ lægges disse sammen for at få det nye punkt $P_2$.

$$P_2 = P_1 + \vec{v}$$

## Homogene transformationer

For at forsimple operationer, som både har en rotation og en translation, kan disse sættes sammen til en enkel 4×4 matrix. På denne måde:

$$\begin{bmatrix} & R & & P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

hvor R, den øverste venstre del, er en 3×3 rotationsmatrix, og kolonne 4 er en translation givet ved P. Række 4 i denne matrix er $[0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$ for at gøre det kvadratisk og det er taget fra en 4×4 identitetsmatrix så de påvirker ikke resultatet.

For at kunne gange punkter med denne matrix, tilføjes der et ettal i slutningen af punktet, så de har en størrelse, der passer med at gange med et 4×4 matrix, og dette ettal ændrer ikke på resultatet, så det skal der ses bort fra, når resultatet aflæses. Først sker en rotation og så en translation i en og samme operation.

For at forstå det ses først, hvordan en translation fungerer. En transformationsmatrix, der kun laver en translation, ser sådan her ud:

$$D_Q(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_x \\ 0 & 1 & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Og en transformation med $P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_x \\ 0 & 1 & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot P_x + 0 \cdot P_y + 0 \cdot P_z + q_x \cdot 1 \\ 0 \cdot P_x + 1 \cdot P_y + 0 \cdot P_z + q_y \cdot 1 \\ 0 \cdot P_x + 0 \cdot P_y + 1 \cdot P_z + q_z \cdot 1 \\ 0 \cdot P_x + 0 \cdot P_y + 0 \cdot P_z + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x + q_x \\ P_z + q_z \\ P_z + q_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Når der udelukkende ses på en translation, viser det sig, at denne måde at gange dem sammen på, giver det samme som at lægge to vektorer sammen. Da der i resultat ses bort fra det nederste ettal.

[3] (Craig, 2005, p. 42)

På samme måde kan rotation undersøges. En transformationsmatrix, der kun laver en rotation om z-aksen, ser sådan her ud:

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} cos\,\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & cos\,\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Og en transformation med $P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$

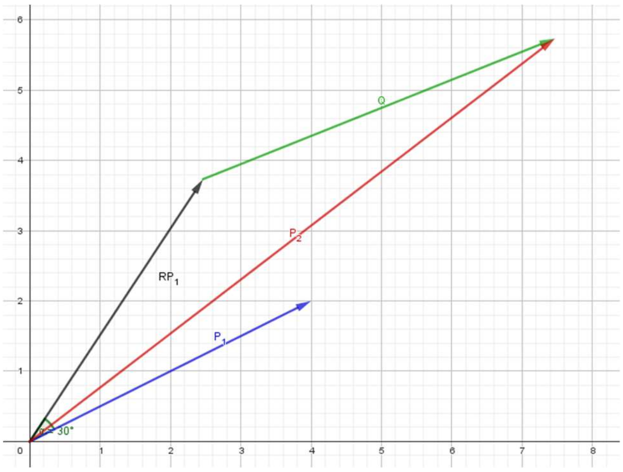
$$\begin{bmatrix} cos\,\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & cos\,\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot P_x - \sin\theta \cdot P_y + 0 \cdot P_z + 0 \cdot 1 \\ \sin\theta \cdot P_x + \cos\theta \cdot P_y + 0 \cdot P_z + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot P_x + 0 \cdot P_y + 1 \cdot P_z + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot P_x + 0 \cdot P_y + 0 \cdot P_z + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot P_x - \sin\theta \cdot P_y \\ \sin\theta \cdot P_x + \cos\theta \cdot P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dette kan sammenlignes med, hvis der ganges med den rotationsmatrix, der roterer om z-aksen. Som blev fundet i afsnittet Rotation.

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \cdot \cos(\theta) - P_y \cdot \sin(\theta) \\ P_x \cdot \sin(\theta) + P_y \cdot \cos(\theta) \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_y \cdot \sin(\theta) + P_x \cdot \cos(\theta) \\ P_x \cdot \sin(\theta) + P_y \cdot \cos(\theta) \\ P_z \end{bmatrix}$$

Så ses det, at det giver det samme. Derfor kan en homogen transformation beskrives på den ovenstående måde.

## Eksempel på homogen transformationsmatrix




*Figur 4 Eksempel homogentransformation*

Her er et eksempel på en transformation med en transformationsmatrix

$$T = \begin{bmatrix} 0{,}866 & -0{,}500 & 0 & 5 \\ 0{,}500 & 0{,}866 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Denne transformationsmatrix forskyder et punkt med 5 på x-aksen, 2 på y-aksen, og den forskydes ikke på z-aksen, og den roterer 30 grader om z-aksen. Punktet, der transformeres, er:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Det sidste 1-tal tilføjes for, at det får den rigtige størrelse, så det er muligt at gange det med transformationsmatricen. Det resulterer i punktet $P_2$.

$$P_2 = T \cdot P_1 = \begin{bmatrix} 0{,}866 & -0{,}500 & 0 & 5 \\ 0{,}500 & 0{,}866 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}866 \cdot 4 - 0{,}5 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 5 \\ 0{,}5 \cdot 4 + 0{,}866 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7{,}464 \\ 5{,}732 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

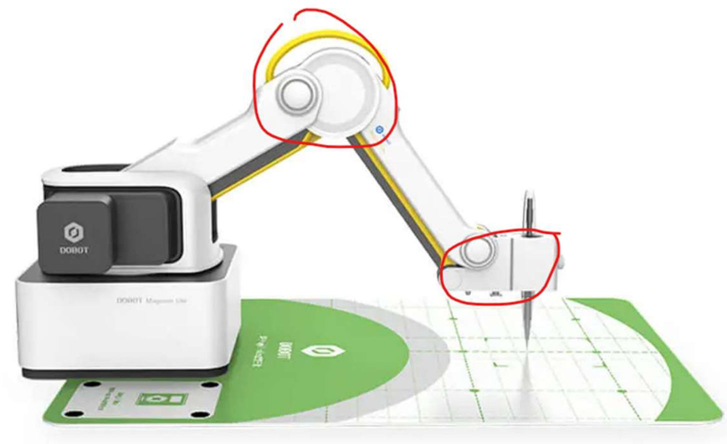
Dette eksempel kan ses på Figur 4, $P_1$ er blå, $P_1$ roteret kaldes $RP_1$ og er sort, forskydningsvektoren kaldes Q og er grøn, og $P_2$ er rød.

Når der arbejdes med transformationer på robotter, placeres der frames, et andet ord for koordinatsystem, på alle omdrejningspunkter på robotten. Hver enkelt frames position beskrives ud fra den forrige frame ved hjælp af en transformationsmatrix. Så frame B beskrevet ud fra frame A skrives med transformationsmatricen ${}^{A}_{B}T$. Det, at A står øverst, viser, at synspunktet flyttes fra koordinatsystem A til B, der står nederst. På denne måde kan man beskrive værktøjets position ud fra en lang liste af transformationsmatricer.[4]

# Beskrivelse af den kinematiske struktur i en Dobot

## Fremadrettet kinematik

Når den kinematiske struktur af en robot skal beskrives, skal leddenes indbyrdes position beskrives. En Dobot, som ses på Figur 6, har 4 led, der er motoriserede, og 2 der er mekanisk styrede. De mekaniske led sørger for, at nogle dele af robotarmen er vandret. På Figur 5 ses de to led der altid er vandret, mærkeret med en rød cirkel. For at beskrive robotten bruges Denavit-Hartenberg notation, som beskriver to frames' indbyrdes position og rotation. Så der startes med en stationær frame 0. Denne frame står stille i bunden af robotten, og den flytter sig aldrig. Efter frame 0 placeres der frames i hvert led, de navngives ved at tælle op fra 0. I starten og slutningen kan det være nødvendigt med en forskydning, fordi leddene ikke starter præcis i bunden af robotten og/eller at værktøjet i robotarmens endepunkt ikke er lige i slutningen af det sidste led. Denavit-Hartenberg notation beskriver hvert led med 4 parametre $a_{i-1}$ $\alpha_{i-1}$ $d_i$ $\theta_i$. Først roteter man med $\alpha_{i-1}$ grader rundt om den oprindelige x-akse, så forskydes med $a_{i-1}$ langs den samme x-akse, derefter roteres denne nye frame med $\theta_i$ om den nye z-akse, derefter forskydes med $d_i$ hen langs z-aksen. Normalt bruges disse to sidste parametre til ledvariable, det vil sige, at det er dem, der ændres på, når robotten ændrer position, hvis leddet er et rotationsled, bruges ledvariablen $\theta_i$ til at beksrive rotationen, og $d_i$ sættes til nul og bliver ikke brugt. Det er omvendt ved led, som bevæger sig med en lineær forskydning, men dem er der ikke nogen af på dobotten. På denne måde kan to frames' indbyrdes placering beskrives.[5]



*Figur 5 Dobot med mekaniske låste led mærket. Billede fra (STEM EDUCATION WORKS, n.d.)*

*Figur 6 Dobot Magician Lite. Billede fra (STEM EDUCATION WORKS, n.d.)*

Denne proces består af en rotation om den oprindelige x-akse så en translation langs x-aksen og så ny rotation om den nye z-akse og til sidst en translation langs den nye z-akse, dette kan beskrives med disse matricer:

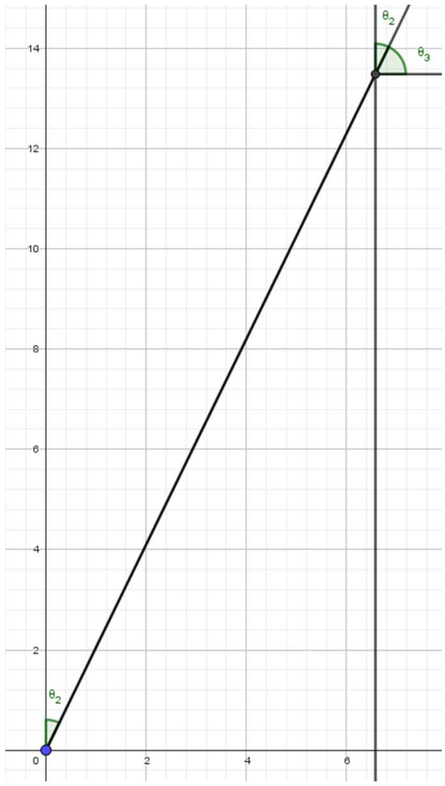
$$T = R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1})R_z(\theta_i)D_z(d_i)$$

Når disse matricer multipliceres, får vi en transformation fra den tidligere frame til den nye frame i en komplet matrix:

[4] (Craig, 2005, pp. 28-29)
[5] (Craig, 2005, pp. 67-69)

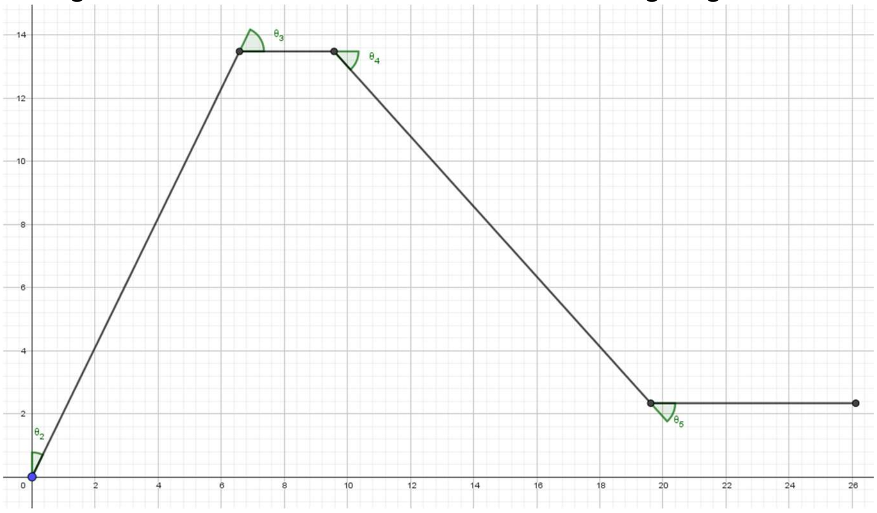
$$ {}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cdot\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cdot\cos(\alpha_{\mathrm{i-1}}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{1-1})\cdot d_i \\ \sin(\theta_i)\cdot\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cdot\sin(\alpha_{i-a}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})\cdot d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

På denne måde kan der laves en fremadrettet kinematikmodel for en robot, hvis man kender alle Denavit-Hartenberg parametrene. Ved at gange hver matrix med den forrige, fås den komplette fremadrettede kinematikmodel.



*Figur 7 Udsnit af planmodel af dobot*

For at beskrive dobotten placeres frame 0, der ikke rykker sig. Frame 0 placeres inde i robotten med positiv x lige ud af robotten, og positiv y lige ud mod højre (når robotten ses lige på fra forsiden), og dermed er z-aksen positiv opad på grund af der bruges højrehåndet koordinatsystem. Frame 0 placeres i en højde, så den ligger på højde med det første leds rotationspunkt. På denne måde kan den første frame beskrives med $\theta_1$, som beskriver rotation af hele robotten om z-aksen. For at beskrive den næste frame (frame 2) skal der bruges en rotation om frame 1's x-akse. Frame 2 roteres med $-90°$ . Det vil sige, at for frame 2 er $\alpha_{2-1} = -90°$. Den er negativ for at sørge for at de næste $\theta_i$ ikke kommer til at dreje den forkerte vej, da de altid drejer i positiv omløbsretning om rotationsaksen. Når denne rotation er fundet sted, kan de næste led betragtes som en plan robot, da de kan beskrives fuldstændigt i et plan. Dette plan kan ses på Figur 8. Ved undersøgelse af dobotten fandt jeg ud af, at når det andet led stod i nul stod robotarmen lodret op. Og den vinkel, der forventes af transformationsmatricen, er fra x-aksen i positiv omløbsretning. Derfor beskrives ledvariablen til frame 2 som $90° - \theta_2$. På denne måde giver det 90°, når $\theta_2$ er 0, så $\theta_2$ er vinklen mellem y-aksen og den første armdel af robotten. Dette kan også ses på Figur 8. Frame 3 er først en forskydning langs x-aksen. Dette er selve længden af leddet så $a_{3-1}$ er 150 mm for dobotten. Rotationen af denne frame er fastlagt mekanisk i robotten, det vil sige, at den kun afhænger af $\theta_2$, og mekanikken sørger for, at den altid er vandret. Derfor skal der findes en vinkel, der simulerer denne opførsel med Denavit-Hartenberg parametrene. For at bestemme hvad $\theta_3$ skal være ud fra $\theta_2$, for at næste del af robotten skal være parallel med x-aksen, tegnes der en linje der er parallel med y-aksen, og da linjen og y-aksen er parallelle, kan vinkel $\theta_2$ overføres til skæring med robotarmen og linjen ifølge Euklid. Og for at den næste del af robotten er parallel med x-aksen, skal den stå 90° på y-aksen. Ud fra Figur 7 kan det ses, at $\theta_3 = 90° - \theta_2$. På denne måde kan frame 3 beskrives ud fra frame 2 ved hjælp af $\theta_2$. Frame 4 er helt normal, ved at den kun har en forskydning på $a_{4-1} = 30$ og vinklen $\theta_4$ vender naturligt den rigtige retning. Frame 5 skal forskydes 150 mm på grund af længden af armen, derfor er $a_{5-1} = 150$. Da frame 5 på samme måde som frame 3 skal være parallel med x-aksen, så skal vinklen være modsat den rotation, som blev lavet i frame 4, så derfor $\theta_5 = -\theta_4$. Dette kan ses på Figur 8. Den sidste frame er ikke, lige som de 4 forrige, i planet, så derfor skal den roteres om x-aksen, så den kommer til at stå som den oprindelige frame, det gøres ved at sætte $\alpha_{6-1} = 90°$, det er den modsatte rotation af $\alpha_{2-1}$. Og så har den en helt normal $\theta_6$, som beskriver rotationen af spidsen af robotten. De komplette Denavit-Hartenberg parametre ses i Tabel 1.



*Figur 8 Model af plan del af dobot*

| $i$ | $\alpha_{i-1}$ | $a_{i-1}$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | $\theta_1$ |
| 2 | $-90°$ | 0 | 0 | $\theta_2 - 90°$ |
| 3 | 0 | 150 | 0 | $90° - \theta_2$ |
| 4 | 0 | 30 | 0 | $\theta_4$ |
| 5 | 0 | 150 | 0 | $-\theta_4$ |
| 6 | 90° | 65 | 0 | $\theta_6$ |

*Tabel 1 Denavit-Hartenberg parametre for en dobot*

Nu opstilles der en transformationsmatrix for hver frame på dobotten ud fra Denavit-Hartenberg parametrene. Denne matrix beskriver transformationen fra en frame til en anden. Så transformationen fra frame 0 (basen) til frame 1 ser sådan her ud

$$ {}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

På samme måde med resten

$$ {}^1_2T = \begin{bmatrix} \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^2_3T = \begin{bmatrix} \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 150 \\ \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 30 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 & 150 \\ -\sin(\theta_4\,) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{5}_{6}T = \begin{bmatrix} \cos\,(\theta_6) & -sin(\theta_6) & 0 & 60 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ sin(\theta_6) & \cos\,(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

For at få den komplette transformation fra bunden af robotten til værktøjet på robotten multipliceres disse matricer for at få en matrix, der beskriver hele transformationen

$$ {}^{0}_{6}T = {}^{0}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{3}T\,{}^{3}_{4}T\,{}^{4}_{5}T\,{}^{5}_{6}T $$

$$ {}^{0}_{6}T = \begin{bmatrix} -sin(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + cos(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & -cos(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) - sin(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & 0 & \big(90 + 150\cdot cos(\theta_4) + 150\cdot sin(\theta_2)\big)\cdot cos(\theta_1) \\ cos(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + sin(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & -sin(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + cos(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & 0 & sin(\theta_1)\cdot(90 + 150\cdot cos(\theta_4) + 150\cdot sin(\theta_2)) \\ 0 & 0 & 1 & -150\cdot sin(\theta_4) + 150\cdot cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Med denne matrix kan positionen af værktøjet på robotten beregnes, hvis alle vinklerne kendes, det vil sige, at med denne er den fremadrettede kinematik for dobotten beskrevet.

## Invers kinematik

Nu kendes den fremadrettede kinematik for dobotten, men for at kunne sige til robotten, at den skal bevæge sig et bestemt sted hen i rummet ud fra et koordinatsæt og en rotation af værktøjet, er det nødvendigt at kunne gå den modsatte vej, det vil sige fra en positionsmatrix til 4 vinkler til de 4 led. Dette er også kaldet invers kinematik. Lad os sige, at vi gerne vil til position P.

$$ P = \begin{bmatrix} \cos\,(\phi) & -\sin\,(\phi) & 0 & P_x \\ \sin\,(\phi) & \cos\,(\phi) & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Grunden, til at denne matrix ikke har særlig mange rotationsmuligheder, er, at dobotten kun kan rotere om z-aksen, da den er mekanisk låst på alle andre akser. Rotationen af værktøjet er beskrevet med $\phi$. For at komme fra P til de 4 vinkler vil jeg bruge geometrisk argumentation. Det er også muligt at løse inverse kinematikproblemer med algebra, men i dobottens tilfælde er det simplere at løse det med geometrisk argumentation.

$\theta_1$ er relativ simpel, da den ikke afhænger af andet end positionen af slutpunktet. Der kan tegnes en trekant, hvor den ene katete er $P_x$ og den anden katete er $P_y$. Det kan ses på Figur 9. På denne måde kan vi tage den inverse tangens, så derfor kan $\theta_1$ beskrives på denne måde

$$ \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) $$

$\theta_6$ er kun afhængig af den ønskede vinkel $\phi$ og $\theta_1$ fordi $\theta_2$ og $\theta_4$ ikke har nogen betydning for vinklen på værktøjet. For at beregnere $\theta_6$ opstilles denne ligning, som beskriver vinklen $\phi$ ud fra $\theta_1$ og $\theta_6$, hvor $\phi$ er vinklen på værktøjet på robotten. Det kan ses på Figur 9, at de to lagt sammen giver den endelige rotation af værktøjet på robotten.

$$ \phi = \theta_1 + \theta_6 $$

For at finde $\theta_6$ trækkes $\theta_1$ fra på begge sider.

$$ \theta_6 = \phi - \theta_1 $$

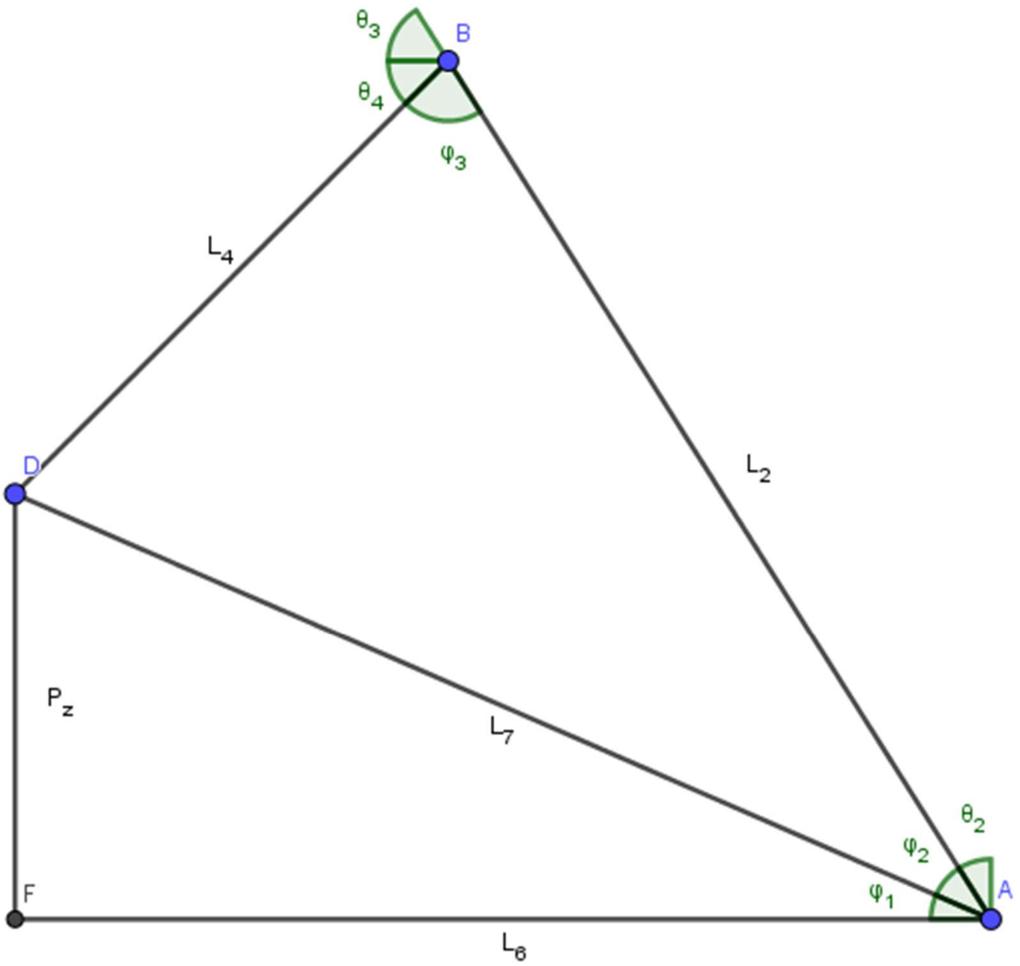

Figur 9 Visualisering af $\theta_1$ og $\theta_6$

For at finde de sidste to vinkler ud fra den ønskede position, skal vi betragte armen i planet for at forsimple problemet. Dette kan lade sig gøre fordi $\theta_2$ og $\theta_4$ kun bevæger sig om én akse. På Figur 10 er der sat punkter ind i alle frames' positioner i planet. $L_2$, $L_3$, $L_4$ og $L_5$ er længder, der er kendt ud fra udformningen af robotten. Længden $L_1$ er afstanden fra frame 0 til robottens værktøjsposition projekteret ned på xy-planet. Det vil sige, at hvis $P_y$ er 0 så er $L_1 = P_x$. For at finde $L_1$ til alle positioner kan Pythagoras' læresætning om retvinklede trekanter bruges. Trekanten hvor $L_1$ er hypotenusen og $P_x$ og $P_y$ er kateter, kan ses på Figur 9. Så $L_1$ findes ved

$$L_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$


Figur 10 Planmodel for dobot

Den form, der ses på Figur 10, er ret kompliceret, derfor forsimpler jeg den, så det kommer til at ligne en helt almindelig planrobot med 2 rotationsled. For at gøre dette trækker jeg $L_3$ og $L_5$ fra modellen, det vil sige, at jeg samler det til én trekant. Med andre ord fjerner jeg de flade mekaniske låste vandrette sektioner, mellem punkt B og C, og mellem D og E. Når jeg fjerner disse sektioner, samler jeg det hele for, at jeg ikke får nogen huller i figuren. Denne figur ses på Figur 11. Jeg har også tilføjet et linjestykke fra A til D. Den gør, at jeg har en lukket trekant ABD.




*Figur 11 Forsimplet planmodel for en Dobot*

$L_6$ er den tidligere $L_1$ men jeg har fjernet nogle stykker fra den, så længden af den er nu givet ved:

$$L_6 = L_1 - L_3 - L_5$$

For at jeg kan begynde at regne på ABD-trekanten, skal jeg først kende tre værdier i trekanten. Jeg kender $L_2$ og $L_4$, da de er konstante og begge to givet ud fra robottens fysiske dimensioner. På denne specifikke robot er de begge $150\ mm$, men jeg fortsætter med at arbejde med dem generelt. Den eneste ukendte sidelængde i trekanten ABD er $L_7$. Den er hypotenusen i den retvinklede trekant ADF, hvor begge kateter er kendte. Derved kan $L_7$ findes ved hjælp af Pythagoras.

$$L_7 = \sqrt{P_z^2 + L_6^2}$$

Vinklen $\phi_1$ kan findes ved hjælp af den inverse tangens

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_z}{L_6}\right)$$

For at finde $\phi_2$ bruger jeg cosinusrelationerne, da jeg kender alle sidelængderne i trekanten.

$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_7^2 + L_2^2 - L_4^2}{2 \cdot L_7 \cdot L_2}\right)$$

På samme måde kan jeg finde $\phi_3$.

$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + L_2^2 - L_7^2}{2 \cdot L_4 \cdot L_2}\right)$$

Nu er alle værdierne, der skal bruges til at finde $\theta_2$ og $\theta_4$, kendte. På Figur 11 ses, at $\theta_2$, $\phi_1$og $\phi_2$ sammenlagt giver en ret vinkel. Derfor kan $\theta_2$ udtrykkes sådan:

$$\theta_2 = 90 - \phi_1 - \phi_2$$

Og for at finde $\theta_4$ skal jeg bruge $\theta_3$, og da jeg lavede den fremadrettede kinematik, fandt jeg, at

$$\theta_3 = 90° - \theta_2$$

Ud fra Figur 11 ses det, at

$$180° = \theta_4 + \theta_3 + \phi_3$$

Jeg isolerer $\theta_4$

$$\theta_4 = 180° - \theta_3 - \phi_3$$

Og indsætter definitionen af $\theta_3$ ud fra $\theta_2$

$$\theta_4 = 180° - (90° - \theta_2) - \phi_3$$

Så hæver jeg minusparentesen ved at vende alle fortegnene i parentesen

$$\theta_4 = 180° - 90° + \theta_2 - \phi_3$$

Til sidst reducerer jeg

$$\theta_4 = 90° + \theta_2 - \phi_3$$

Ved at trække nogle få af ligningerne ovenfor sammen findes disse 9 ligninger, som beskriver den inverse kinematik i dobotten:

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$
$$L_6 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} - L_3 - L_5$$
$$L_7 = \sqrt{P_z^2 + L_6^2}$$
$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_z}{L_6}\right)$$
$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_7^2 + L_2^2 - L_4^2}{2 \cdot L_7 \cdot L_2}\right)$$
$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{\mathrm{L}_4^2 + \mathrm{L}_2^2 - \mathrm{L}_7^2}{2 \cdot \mathrm{L}_4 \cdot \mathrm{L}_2}\right)$$
$$\theta_2 = 90 - \phi_1 - \phi_2$$
$$\theta_4 = 180° - \theta_3 - \phi_3$$
$$\theta_6 = \phi - \theta_1$$

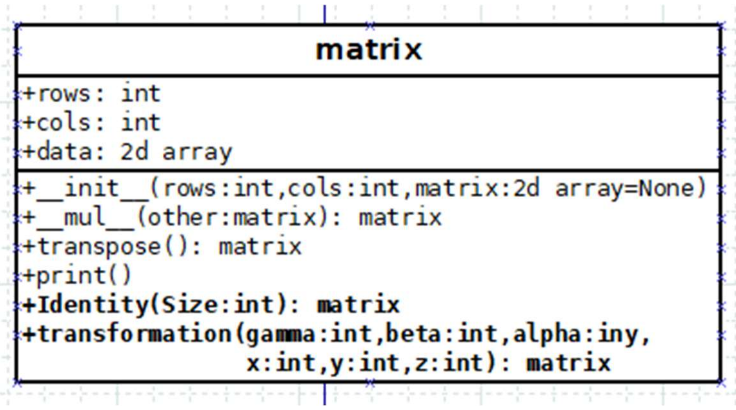
Hvor

$$P = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 & P_x \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Analyse af Pythonprogrammer

## Analyse af Pythonbibliotek til regning med matricer

For at lave et bibliotek til at regne med matricer, skal biblioteket have en klasse med data om matricen. Den skal kende størrelsen af matricen, det vil sige antallet af rækker og kolonner. Og den skal også opbevare dataene i matricen, det vil sige de tal, der er i matricen. Det er alt klassen opbevarer, dette kan ses på klassediagrammet på Figur 12. Datavariablen er en todimensionel liste, det betyder, at det er en liste af lister. Dette stemmer godt overens med, at man kan se en matrix som en vektor af vektorer. Ud fra klassediagrammet på Figur 12, kan det ses, at klassen har 3 normale funktioner, der kun kan kaldes af et instans af klassen nemlig funktionerne __mul__, transpose og print. Jeg har valgt at skrive instans på dansk, det kommer fra det engelske instance. Ud over det har den en konstruktørfunktion, som laver objektet kaldet __init__. Til sidst er der de to funktioner, der er markeret med fed; identity og transformation. De er klassemetoder, det betyder, at det ikke er nødvendigt med et instans af klassen til at kalde disse funktioner, men i stedet skal de kaldes direkte på klassen. Grunden, til at de er implementeret på denne måde, er, at de er fabriksmetoder. Det betyder, at de bruges til at lave nogle specifikke matricer, som man ofte har brug for. På denne måde bliver det lettere for dem, som skal bruge biblioteket.




*Figur 12 Klassediagram over matrixklassen*

```
 4 class matrix:
 5     def __init__(self, rows, cols, matrix=None):
 6         self.rows = rows
 7         self.cols = cols
 8         if matrix is None:
 9             self.data = [[0 for _ in range(cols)]for _ in range(rows)]
10         else:
11             if not isinstance(matrix, list) or not isinstance(matrix[0], list):
12                 raise Exception("Matrix must be a 2d list")
13             self.data = matrix
14             self.rows = len(matrix)
15             self.cols = len(matrix[0])
```

*Figur 13 Konstruktøren*

Lad os starte med at kigge på konstruktøren i klassen, det ses på linje 5 i Figur 13, at init metoden kan tage op til 3 parametre ud over self. Den skal have antallet af rækker og kolonner, men behøver ikke at have en matrix, fordi den har en standardværdi, som er None. Det betyder, at den er tom. I andre programmeringssprog end Python har man mulighed for at lave flere konstruktører til samme klasse. Så kan man lave en konstruktør, som tager et antal rækker og kolonner og med dem lave en tom matrix i rette størrelse, og så lave en anden konstruktør, der kun tager en 2d-liste, og så selv regner antal af rækker og kolonner ud. I Python er det nødvendigt at lave det i én konstruktør, som har nogle standardværdier. På linje 8 tjekkes der, om den har fået en matrix. Hvis den ikke har, initialiserer den bare data til at være en 2d-liste fyldt med nuller. Men hvis den har fået en matrix tjekker den på linje 11, om det er en 2d-liste, hvis ikke rejser den en exception for at fortælle programmøren, at vedkommende har gjort noget forkert ved ikke at sende en 2d-liste til matrixargumentet. Men hvis det er en 2d-liste, så sætter den datavariablen til at være den matrix, der er blevet sendt med til konstruktøren. Til sidst på linje 14 og 15 sætter den rows og cols til at være antallet af rækker og kolonner af matricen.

```python
17    def __mul__(self, other):
18        if self.cols != other.rows:
19            raise Exception(
20                "The first matrix must have the same numbers of coloms as the other has rows")
21        m = matrix(self.rows, other.cols)
22        for row in range(self.rows):
23            for col in range(other.cols):
24                vec1 = self.data[row]
25                vec2 = [other.data[i][col] for i in range(other.rows)]
26                dotproduct = sum(vec1[i] * vec2[i] for i in range(self.cols))
27                m.data[row][col] = dotproduct
28
29        return m
```

*Figur 14 Matrix multiplikationsmetode*

For at implementere en metode til at multiplicere to matricer bruges nøgleordet __mul__ på linje 17 på Figur 14. Ved at kalde metoden dette fortæller det Python, at denne metode skal kaldes, når der sættes gangetegn mellem to matrixobjekter. Det første, der bliver tjekket på linje 18, er om det er muligt at gange de to matricer sammen, da matrix-matrixproduktet kun er defineret, når antallet af kolonner i den første matrix er det samme som antal rækker i den anden matrix. Hvis-sætningen spørger, om de ikke er det samme, og hvis de ikke er det samme, rejser den en exception for at fortælle programmøren, at de matricer vedkommende forsøgte at gange sammen ikke har den rigtige størrelse. Nu ved programmet, at det er muligt at finde et produkt mellem de to matricer, så det fortsætter ved at gå igennem to for-løkker, og på denne måde regne et resultat ud for hver position i den resulterende matrix. På linje 24 og 25 lægger den de to vektorer, der skal prikkes ud i variablerne vec1 og vec2. På linje 26 findes prikproduktet ved at gå igennem hver værdi i vektorerne og gange dem sammen og til sidst tage summen. Dette gøres ved alle tal i den resulterende matrix, og til sidst returnerer metoden den nye matrix.

```python
34    def transpose(self):
35        return matrix(self.cols, self.rows, [[self.data[row][col] for row in range(self.rows)] for col in range(self.cols)])
```

*Figur 15 Transponer metode*

Metoden, der transponerer, bruger 2 inline for-løkker til at spejle matricen over hoveddiagonalen, dette kan ses på Figur 15 på linje 35.

```python
def invert(self):
    pass
```

*Figur 16 Manglende inversmetode*

Metoden til at finde det inverse matrix på Figur 16 er ikke implementeret i dette bibliotek, da det ikke er helt simpelt at gøre, men det er den første metode, der skulle tilføjes, hvis biblioteket skulle udvides. Og da det ikke er nødvendigt i demonstrationsprogrammet der arbejder med dobotten, har jeg valgt at udlade den forholdsvis væsentlige metode fra biblioteket.

```python
def print(self):
    for row in range(self.rows):
        string = ""
        for col in range(self.cols):
            string += f'{self.data[row][col]} '
        print(string)
```

*Figur 17 Printmetode*

Matrixklassen har en printmetode, som printer matricen til konsollen. Dette gøres for lettere at kunne debugge koden. Metoden fungerer ved at for hver række, laver den en streng, som består af dataene fra denne række, og så printes denne streng. For at udvide den streng, der arbejdes på, bruges += operatøren, som tilføjer den nye streng til enden af variablen string. Dette ses på Figur 17 på linje 41. Når der printes til konsollen, laver den et linjeskifte. På denne måde kommer hver række på hver sin linje. På Figur 18 er der et eksempel på, hvordan det kan se ud, når den printer en matrix til konsollen. I dette tilfælde er det en 3×2 matrix.

```
D:\Files\Documents\jesper\skole\GYM\SOP\Dobot>python matrix.py
1 3
1 5
2 -3
```

*Figur 18 Eksempel på print af matrix*

De sidste to metoder i klassen er klassemetoder betydende, at de ikke kræver et instans af klassen for at kalde metoden. Det kan ses ved, at der står @classmethod før begge metoder, se Figur 19 på linje 44 og 53. Når det er en klassemetode, skal den altid modtage en reference til selve klassen som det første parameter i metoden. Dette er i modsætning til normale metoder i et objekt i Python, som skal have et parameter til en reference til sig selv, dette kan ses på Figur 17 på linje 37. I disse fabriksmetoder bruges klassereferencen ikke, men de skal have den alligevel, fordi Python sender den med uanset hvad. Identity-funktionen laver en identitetsmatrix i størrelsen, den modtager i size-parameteret. På linje 46 laver den en tom kvadratisk matrix, da den siger, at den skal have det samme antal rækker som antal kolonner. For at lave dette om til en identitetsmatrix sætter den 1-taller ind på hoveddiagonalen, ved hjælp af for-løkken på linje 47 og 48.

```
44      @classmethod
45      def Identity(cls, size):
46          m = matrix(size, size)
47          for i in range(size):
48              m.data[i][i] = 1
49
50          return m
51
52      # fixed angels X-Y-Z in degrees, alpha around z, beta around y, gamma around x
53      @classmethod
54      def tranformation(cls, gamma, beta, alpha, x, y, z):
55          gamma = radians(gamma)
56          beta = radians(beta)
57          alpha = radians(alpha)
58          data = [[cos(alpha)*cos(beta), cos(alpha)*sin(beta)*sin(gamma)-
   sin(alpha)*cos(gamma), cos(alpha)*sin(beta)*cos(gamma)+sin(alpha)*sin(gamma), x],
                  [sin(alpha)*cos(beta),
59 sin(alpha)*sin(beta)*sin(gamma)+cos(alpha)*cos(gamma),
   sin(alpha)*sin(beta)*cos(gamma)-cos(alpha)*sin(gamma), y],
60                [-sin(beta), cos(beta)*sin(gamma), cos(beta)*cos(gamma), z],
61                [0, 0, 0, 1]
62                ]
63          return matrix(4, 4, [[round(data[x][y], 4) for y in range(4)] for x in
   range(4)])
```

*Figur 19 Fabriksmetoder til at lave identitesmatricer og transformationsmatricer*

Transformationsmetoden laver en homogen transformationsmatrix ud fra 3 vinkler, der beskriver rotationen om 3 fastlåste akser, først en rotation om x-aksen så y-aksen til sidst z-aksen, og en translation med x, y, z. Jeg bruger matricen fundet i afsnittet Rotation. På linje 55 til 57 som ses på Figur 19, laves vinklerne fra grader til radianer, fordi Pythons math-bibliotek regner med radianer i de trigonometriske funktioner. På linje 63 laves denne 2d-liste om til en matrix og samtidigt bliver der rundet af til 4 decimaler.

```python
66 if __name__ == "__main__":
67     m1 = matrix(3, 2, [[1, 3], [1, 5], [2, -3]])
68     m1.print()
69     print("")
70 
71     m2 = matrix.Identity(2)
72     m2.print()
73     print("")
74 
75     ans = m1 * m2
76     ans.print()
77     matrix.Identity(10)
78     matrix.tranformation(-90, 0, 0, 10, 15, 20).print()
```

*Figur 20 Test af Python bibliotek*

For at teste et bibliotek i Python kan der laves en hvis-sætning som på linje 66 på Figur 20 til at tjekke, om Python-filen bliver kørt selvstændigt, eller om det er blevet inkluderet af et andet Python-program. Linjerne 67 til 78 bliver kørt, hvis programmet bliver kørt selvstændigt. På denne måde kan man teste, om biblioteket gør, som det forventes. I dette bibliotek er det ikke implementeret, så programmet selv ved om testresultatet er rigtigt. Det skal programmøren tjekke. Dette kunne udvides med unit testning, hvor man tester hver enkelt metode med kendt input, så man også kender resultatet.

## Analyse af program til styring af dobot

```python
1 import pydobot
2 from serial.tools import list_ports
3 from math import atan2, sqrt, acos, sin, degrees, cos, radians
4 from matrix import matrix
5 
6 ports = [p.device for p in list_ports.comports()]
7 
8 for i, port in enumerate(ports):
9     print(f"{i}: {port}")
10 
11 port = ports[int(input("Vælg en port: "))]
12 
13 try:
14     dobot = pydobot.Dobot(port=port)
15 except:
16     print("Fejl, kunne ikke forbinde til robotten")
17 print("Forbindelse oprettet")
18 
19 L2 = 150
20 L3 = 30
21 L4 = 150
22 L5 = 60
23 mode = pydobot.enums.PTPMode.MOVJ_ANGLE
```

*Figur 21 Opsætning af program til styring af dobot*

For at kunne styre en robot gennem et Python program, skal der først oprettes kontakt til robotten. Computeren og robotten snakker sammen gennem en seriel port. Kontakten oprettes som det første i programmet fra linje 6 til 17 på Figur 21. Inden da importerer programmet alle biblioteker, det skal bruge på linje 1 til 4. Læg særlig mærke til at matrix-klassen fra biblioteket importeres på linje 4.

Der laves på linje 14 et dobot-objekt, som håndterer al kommunikation med dobotten fra computeren. Der fortsættes med opsætning af programmet, når der på linje 19 til 22 bliver oprettet variabler, som beskriver den fysiske størrelse af robotten. Disse variable har de samme navne, som blev brugt, da den invers kinematikmodel blev fundet. Det gør det let at overføre matematikken til programmet. Den sidste opsætning, der skal til, er at vælge, hvilken mode dobotten skal bevæge sig med. Dette sker på linje 23. MOVJ_ANGLE betyder, at den får koordinaterne til positionerne i jointrummet, det vil sige, at de 4 værdier, der sendes til dobotten, svarer til vinklerne til hver af de 4 led på robotten. J'et betyder, at den skal bevæge sig fra et punkt til et andet bare ved at gå fra den gamle vinkel til den nye vinkel for hver af motorerne. Det betyder, man ikke kender, hvilken vej robotten bevæger sig hen til det nye punkt. Modsat kunne man sætte et L i stedet for J'et, og så ville den bevæge sig i en lige linje hen til det nye punkt, men for at den kan gøre det, skal dobotten lave invers kinematik, og så giver det ikke mening, at jeg selv har implementeret det.[6]

[6] (luismesas, et al., 2020)

```
26 def moveToCord(px, py, pz, vinkel):
27     theta1 = atan2(py, px)
28     L6 = sqrt(px*px+py*py)-L3-L5
29     L7 = sqrt(pz*pz+L6*L6)
30     phi1 = atan2(pz, L6)
31     phi2 = acos((L7*L7+L2*L2-L4*L4)/(2*L7*L2))
32     phi3 = acos((L4*L4+L2*L2-L7*L7)/(2*L2*L4))
33     theta1 = degrees(theta1)
34     theta2 = 90 - degrees(phi1) - degrees(phi2)
35     theta4 = 90 + theta2 - degrees(phi3)
36     theta6 = vinkel - theta1
37
38     dobot._set_ptp_cmd(round(theta1, 5), round(theta2, 5), round(theta4, 5), round(theta6, 5), mode=mode, wait=True)
39
40
41 def movetomatrix(m):
42     moveToCord(m.data[0][3], m.data[1][3], m.data[2][3], degrees(acos(m.data[0][0])))
```

*Figur 22 Funktion der gør brug af den inverse kinematikmodel*

På Figur 22 ses funktionen moveToCord, som får dobotten til at bevæge sig hen til et givent punkt. Parametrene er et koordinatsæt og en vinkel, der beskriver værktøjets rotation. Linjerne 27 til 36 på Figur 22 svarer en til en med de ligninger, jeg fandt i afsnit Invers kinematik. De står i samme rækkefølge som i afslutningen af dette afsnit. Den eneste ting, som er tilføjet, er, at der bruges funktionen degrees til at omregne fra radianer til grader på linjerne 33 til 36. Her ses det, at når formlerne er fundet, er det helt simpelt at skrive dem ind i et program og køre efter dem. På linje 38 sendes kommandoen til dobotten, der får den til at bevæge sig hen til de udregnede vinkler, så værktøjet på robotten kommer til at være på punktet, der blev sendt i parametrene til funktionen. Alle vinkelværdierne bliver afrundet til 5 decimaler, da jeg har oplevet, at robotten gik i fejl, hvis den fik for mange decimaler. Her bruges den mode, der blev valgt på linje 23.

```
45 def get_pose(t1, t2, t4, t6):
46     t1 = radians(t1)
47     t2 = radians(t2)
48     t4 = radians(t4)
49     t6 = radians(t6)
50     data = [[-sin(t1)*sin(t6)+cos(t1)*cos(t6), -cos(t1)*sin(t6)-sin(t1)*cos(t6), 0, (90+L4*cos(t4)+L2*cos(t2-radians(90)))*cos(t1)],
51             [cos(t1)*sin(t6)+sin(t1)*cos(t6), -sin(t1)*sin(t6)+cos(t1)*cos(t6), 0, sin(t1)*(90+L3*cos(t4)+L2*cos(t2-radians(90)))],
52             [0, 0, 1, -L3*sin(t4)-L2*sin(t2-radians(90))],
53             [0, 0, 0, 1]]
54     data = [[round(data[x][y], 4) for y in range(4)] for x in range(4)]
55     postioin = matrix(4, 4, data)
56     return postioin
57
58
59 def get_dobot_pos():
60     (_, _, _, _, j1, j2, j3, j4) = dobot.pose()
61     return get_pose(j1, j2, j3, j4)
```

*Figur 23 Fremadrettet kinematik funktion*

Funktionen get_pose, der ses på Figur 23, får 4 vinkler fra robotten, og så omregnes det til en matrix, der beskriver positionen af robotten. Funktionen bruger den fremadrettede kinematikmatrix, jeg fandt i afsnittet Fremadrettet kinematik. Denne matrix er skrevet direkte ind på linjerne 50 til 53. For at kunne bruge de trigonometriske funktioner, omregnes der inden til radianer på linjerne 46 til 49.

Der er en hjælpefunktion til hver af de to ovenstående funktioner, der gør dem lettere at bruge. På Figur 22 på linje 41 og 42 er funktionen movetomatrix, som har en matrix som parameter, og den finder de relevante data fra matricen og sender dem videre til moveToCord-funktionen. Og på Figur 23 på linje 59 til 61 ses funktionen get_dobot_pos, som bruger dobot-bibliotekets positions-funktion til at aflæse vinklerne på motorerne i øjeblikket. Disse vinkler sender den videre til funktionen get_pose, som laver fremadrettet kinematik på dem. Dette er alle funktioner, der skal bruges til at kommandere dobotten til at gøre, hvad man vil have den til.

```
64 moveToCord(300, -100, 0, 50)
65
66 m = get_dobot_pos()
67 m.print()
68 transformation = matrix.tranformation(0, 0, 0, -100, 40, 40)
69
70 reslut = m * transformation
71 print("")
72 reslut.print()
73
74 movetomatrix(reslut)
75
76
77 step_count = 7
78 p1 = (170, 150, 110)
79 p2 = (290, -150, -30)
80 step = ((p2[0]-p1[0])/step_count, (p2[1]-p1[1]) / step_count, (p2[2]-p1[2])/step_count)
81 while(True):
82     for i in list(range(step_count+1))+list(reversed(range(step_count+1))):
83         moveToCord(p1[0]+step[0]*i, p1[1]+step[1]*i, p1[2]+step[2]*i, 90)
```

*Figur 24 Test af styringen af dobotten*

For at teste disse funktioner afsluttes programmet med en kort test. På Figur 24 på linjerne 64 til 74 testes matrixregningen ved, at den på linje 64 fortæller den, at den skal køre til 300, -100, 0 og en vinkel på 50°. Derefter aflæses positionen af robotten, dette returnerer en matrix. På linje 68 laves en transformationsmatrix med fabriksmetoden. Disse to matricer ganges sammen, og så flyttes robotten hen til det nye punkt på linje 74. Det viser, at det er muligt af flytte dobotten i forhold til dens nuværende position og rotation. Linjerne 77 til 83 får dobotten til at køre frem og tilbage i en lige linje mellem to punkter for at vise, at invers kinematikmodellen virker. Denne testet blev gennemført og det virkede.

## Hvor er den matematiske viden nødvendig for programmørens arbejde med robotter?

Som det ses i den ovenstående del af opgaven, er det et stort arbejde, der ligger i at lave fremadrettet kinematik og invers kinematik for dobotten. Derfor er det relevant at undersøge, hvor stor del af det arbejde, det er nødvendigt, at programmøren laver. Der er flere måder at løse problemet med invers kinematik på. I denne opgave er der brugt en analytisk metode, som finder en lukket form. Med andre ord en funktion som kan regne positionen af leddene ud fra målpositionen. Det er også muligt at bruge numeriske løsninger, hvor man bruger en iterativ metode, hvor man prøver nogle vinkler og ser, hvor tæt robotten er på målpositionen, og ud fra denne information ændrer man på vinklerne for at komme tættere på målpositionen. Der findes forskellige metoder til at lave iterativ invers kinematik, nogle er helt simple andre indeholder mere matematik for at effektivisere optimeringsproblemet. Når man skal arbejde med programmering af robotter, kan man de fleste gange lave al matematikken selv, men det er meget tidskrævende. Men man kan finde biblioteker, der er lavet til at løse invers kinematikproblemer, så skal man beskrive den robot der arbejdes med, og så vil den højst sandsynligt kunne løse problemet for programmøren. Dette gør det meget lettere at komme i gang. Dette er især smart, hvis det er et hobbyprojekt, hvor det ikke er nødvendigt med den matematiske forståelse, som opnås ved selv at lave det hele.[7] Det er også muligt at finde biblioteker, som gør det lettere at arbejde med matematikken, men som ikke direkte er lavet til at løse invers kinematikproblemer. For eksempel kan man brug numPy til at regne med matricer, og på denne måde ikke fokusere på, hvordan lineær algebra virker, men bare på hvordan den bruges.[8] Dobotten er lavet til undervisning, så derfor har den indbygget en invers kinematikmodel, så det er normalt ikke nødvendigt at tænke på den invers kinematiske del. Det gør det muligt at fokusere på andre problemstillinger, som kan løses med robotten. For eksempel vises på dobottens hjemmeside

[7] (The Robotics Back-End, n.d.)

[8] (numpy.otg, n.d.)

en masse projekter, der indeholder AI, og hvis der fokuseres på denne del, er den invers kinematik ikke interessant. Derfor er det smart, at dobotten har løst kinematikproblemet, så der er plads til at fokusere på andre dele af problemløsningen.[9] Hvis der arbejdes i industrien, hvor det handler om hurtigst muligt at få noget, der virker i produktion, er der produkter, som robodk leverer, som er lavet for hurtigst muligt at få en robot til at virke. De har en masse industrirobotter, som kan programmeres let fra computeren, og så kan robotten med det samme gå i gang. De udtaler sig på deres blog, at man ikke skal lave matematikken, hvis det ikke er dig selv der har bygget robotten, for ellers har nogle andre løst problemet, og det er ikke nødvendigt at gøre igen.[10]

# Konklusion

For at beskrive dobottens kinematiske struktur bruges Denavit-Hartenberg notation, og når disse parametre er blevet fundet, kan der opstilles matricer for hvert led i robotten. Disse multipliceres for at få den fremadrettede kinematik for dobotten. For at gange matricer sammen bruges definitionen fra redegørelsen. For at lave den invers kinematikmodel bruges trigonometriske formler og Pythagoras' læresætning. På denne måde kan både den fremadrettede og invers kinematik beskrives. Den invers kinematikmodel er, når den er blevet fundet, meget kort og simpel, da den kan beskrive al matematikken med 9 ligninger. Den implementeres i et Python-program med hjælp fra et Python-bibliotek, der kan regne med matricer. Disse giver mulighed for at styre dobotten. De få ligninger, der blev fundet med matematikken, gør det let at implementere det i Python-programmet. Og det gør også, at det kan køre meget hurtigt, da der ikke skal særlig mange beregninger til at udregne positionen af leddene til en given målposition. Til sidst i diskussionen findes det, at det ikke altid er nødvendigt at udvikle en komplet kinematikmodel, men det skal vurderes, hvad der er relevant for opgaven, der skal løses.

[9] (Dobot, n.d.)
[10] (Owen-Hill, 2021)

# Referencer

Dobot. (u.d.). *Magician Lite*. Hentet 17. December 2022 fra en.dobot.cn: https://en.dobot.cn/products/education/magician-lite.html

luismesas, knutsun, ZdenekM, retospect, ksketo, & remintz. (8. februar 2020). *ptpMode.py*. Hentet 15. December 2022 fra github.com/luismesas/pydobot: https://github.com/luismesas/pydobot/blob/master/pydobot/enums/ptpMode.py

numpy.otg. (u.d.). *Linear algebra (numpy.linalg)*. Hentet 17. December 2022 fra numpy: https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.linalg.html

Owen-Hill, A. (14. Juni 2021). *Inverse Kinematics in Robotics: What You Need to Know*. Hentet fra RoboDK: https://robodk.com/blog/inverse-kinematics-in-robotics-what-you-need-to-know/

Pierce, R. (2020. Maj 19). *Types of Matrix*. Hentet 21. December 2022 fra Math Is Fun: http://www.mathsisfun.com/algebra/matrix-types.html

Pierce, R. (2021. August 25). *How to Multiply Matrices*. Hentet 8. December 2022 fra Math Is Fun: http://www.mathsisfun.com/algebra/matrix-multiplying.htm

STEM EDUCATION WORKS. (u.d.). *DOBOT MAGICIAN LITE*. Hentet 12. December 2022 fra stemeducationworks: https://stemeducationworks.com/product/dobot-magician-lite/

The Robotics Back-End. (u.d.). *Should You Learn Mathematics To Program Robots?* Hentet 17. December 2022 fra The Robotics Back-End: https://roboticsbackend.com/should-you-learn-mathematics-to-program-robots/

Undervisningsministeriet. (27. august 2014). Lineære afbildninger.

# Bilag

## Kode fra matrix.py

```python
from math import radians, cos, sin


class matrix:
    def __init__(self, rows, cols, matrix=None):
        self.rows = rows
        self.cols = cols
        if matrix is None:
            self.data = [[0 for _ in range(cols)]for _ in range(rows)]
        else:
            if not isinstance(matrix, list) or not isinstance(matrix[0], list):
                raise Exception("Matrix must be a 2d list")
            self.data = matrix
            self.rows = len(matrix)
            self.cols = len(matrix[0])

    def __mul__(self, other):
        if self.cols != other.rows:
            raise Exception(
                "The first matrix must have the same numbers of coloms as the other has rows")
        m = matrix(self.rows, other.cols)
        for row in range(self.rows):
            for col in range(other.cols):
                vec1 = self.data[row]
                vec2 = [other.data[i][col] for i in range(other.rows)]
                dotproduct = sum(vec1[i] * vec2[i] for i in range(self.cols))
                m.data[row][col] = dotproduct

        return m

    def invert(self):
        pass

    def transpose(self):
        return matrix(self.cols, self.rows, [[self.data[row][col] for row in range(self.rows)] for col in range(self.cols)])

    def print(self):
        for row in range(self.rows):
            string = ""
            for col in range(self.cols):
                string += f'{self.data[row][col]} '
            print(string)

    @classmethod
    def Identity(cls, size):
        m = matrix(size, size)
        for i in range(size):
            m.data[i][i] = 1

        return m
```

```

    # fixed angels X-Y-Z in degrees, alpha around z, beta around y, gamma around x
    @classmethod
    def tranformation(cls, gamma, beta, alpha, x, y, z):
        gamma = radians(gamma)
        beta = radians(beta)
        alpha = radians(alpha)
        data = [[cos(alpha)*cos(beta), cos(alpha)*sin(beta)*sin(gamma)-
sin(alpha)*cos(gamma), cos(alpha)*sin(beta)*cos(gamma)+sin(alpha)*sin(gamma), x],
                [sin(alpha)*cos(beta),
sin(alpha)*sin(beta)*sin(gamma)+cos(alpha)*cos(gamma),
sin(alpha)*sin(beta)*cos(gamma)-cos(alpha)*sin(gamma), y],
                [-sin(beta), cos(beta)*sin(gamma), cos(beta)*cos(gamma), z],
                [0, 0, 0, 1]
                ]
        return matrix(4, 4, [[round(data[x][y], 4) for y in range(4)] for x in
range(4)])


if __name__ == "__main__":
    m1 = matrix(3, 2, [[1, 3], [1, 5], [2, -3]])
    m1.print()
    print("")

    m2 = matrix.Identity(2)
    m2.print()
    print("")

    ans = m1 * m2
    ans.print()
    matrix.Identity(10)
    matrix.tranformation(-90, 0, 0, 10, 15, 20).print()
```

## Kode fra dobot_controller.py

```
import pydobot
from serial.tools import list_ports
from math import atan2, sqrt, acos, sin, degrees, cos, radians
from matrix import matrix

ports = [p.device for p in list_ports.comports()]

for i, port in enumerate(ports):
    print(f"{i}: {port}")

port = ports[int(input("Vælg en port: "))]

try:
    dobot = pydobot.Dobot(port=port)
except:
    print("Fejl, kunne ikke forbinde til robotten")
print("Forbindelse oprettet")

L2 = 150
L3 = 30
L4 = 150
L5 = 60
mode = pydobot.enums.PTPMode.MOVJ_ANGLE
```

```python
def moveToCord(px, py, pz, vinkel):
    theta1 = atan2(py, px)
    L6 = sqrt(px*px+py*py)-L3-L5
    L7 = sqrt(pz*pz+L6*L6)
    phi1 = atan2(pz, L6)
    phi2 = acos((L7*L7+L2*L2-L4*L4)/(2*L7*L2))
    phi3 = acos((L4*L4+L2*L2-L7*L7)/(2*L2*L4))
    theta1 = degrees(theta1)
    theta2 = 90 - degrees(phi1) - degrees(phi2)
    theta4 = 90 + theta2 - degrees(phi3)
    theta6 = vinkel - theta1
    # print(f'j1:{theta1} j2:{theta2} j3:{theta4} j4:{theta6}')
    dobot._set_ptp_cmd(round(theta1, 5), round(theta2, 5), round(theta4, 5), round(theta6, 5), mode=mode, wait=True)
    (x, y, z, r, j1, j2, j3, j4) = dobot.pose()
    # print(f'x:{x} y:{y} z:{z} r:{r} j1:{j1} j2:{j2} j3:{j3} j4:{j4}')
    print(f'Diff: x: {round(px-x,2)} y: {round(py-y,2)} z: {round(pz-z,2)} r: {round(vinkel-r,2)}')


def movetomatrix(m):
    moveToCord(m.data[0][3], m.data[1][3], m.data[2][3], degrees(acos(m.data[0][0])))


def get_pose(t1, t2, t4, t6):
    t1 = radians(t1)
    t2 = radians(t2)
    t4 = radians(t4)
    t6 = radians(t6)
    data = [[-sin(t1)*sin(t6)+cos(t1)*cos(t6), -cos(t1)*sin(t6)-sin(t1)*cos(t6), 0, (90+L4*cos(t4)+L2*cos(t2-radians(90)))*cos(t1)],
            [cos(t1)*sin(t6)+sin(t1)*cos(t6), -sin(t1)*sin(t6)+cos(t1)*cos(t6), 0, sin(t1)*(90+L3*cos(t4)+L2*cos(t2-radians(90)))],
            [0, 0, 1, -L3*sin(t4)-L2*sin(t2-radians(90))],
            [0, 0, 0, 1]]
    data = [[round(data[x][y], 4) for y in range(4)] for x in range(4)]
    postioin = matrix(4, 4, data)
    return postioin


def get_dobot_pos():
    (_, _, _, _, j1, j2, j3, j4) = dobot.pose()
    return get_pose(j1, j2, j3, j4)


moveToCord(300, -100, 0, 50)

m = get_dobot_pos()
m.print()
transformation = matrix.tranformation(0, 0, 0, -100, 40, 40)

reslut = m * transformation
print("")
reslut.print()
```

```
movetomatrix(reslut)


step_count = 7
p1 = (170, 150, 110)
p2 = (290, -150, -30)
step = ((p2[0]-p1[0])/step_count, (p2[1]-p1[1]) / step_count, (p2[2]-p1[2])/step_count)
while(True):
    for i in list(range(step_count+1))+list(reversed(range(step_count+1))):
        moveToCord(p1[0]+step[0]*i, p1[1]+step[1]*i, p1[2]+step[2]*i, 90)
```