Resume

Indholdsfortegnelse

Indledning

Redegørelse for lineære transformationer med matricer

Matricer

Vi kender koncept vektor, men dette kan også ses på som en matrix med en koloner og et antal rækker. Vi bruger dette til at repræsentere et punkt i rummet, som for eksempel

$$^{A}P = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

Dette er repræsenter i for hold til koordinatsystemet A. Det er en 3 x 1 matrice, eller bare en helt normal vektor. På denne måde kan et specifikt punkt i rummet beskrives, men det har igen rotation så vi skal også beskrive en rotation. Rotation beskrives ved at beskrive enhedsvektorene i det nye punkt i forhold til det oprindlige kordinatsystem, så hver at det tre enhedsvektorene $\hat{x}_b, \hat{y}_b, \hat{z}_b$ beskrives ud fra kordinat system A. Hatten over x, y og z viser at en enhedsvektor. Dette kan sættes sammen til en komplet matrice. Med rotation fra koordinatsystem A til system B

$$^{A}_{B}R = \begin{bmatrix} ^{A}\hat{x}_B & ^{A}\hat{y}_B & ^{A}\hat{z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_B \cdot \hat{x}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{x}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{x}_A \\ \hat{x}_B \cdot \hat{y}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{y}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{y}_A \\ \hat{x}_B \cdot \hat{z}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{z}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{z}_A \end{bmatrix}$$

Så er kolonne beskriver den nye enhedsvektor i ude fra det gamle koordinatsystem.

For at flytte et punkt fra et koordinatsystem til andet kortsystem som har samme rotation, lægges de to vektorer sammen. Dette ændre kun hvi

Kommenterede [JR1]: Basis vektor??

Kommenterede [JR2]: Overgang fra frame til transformation???

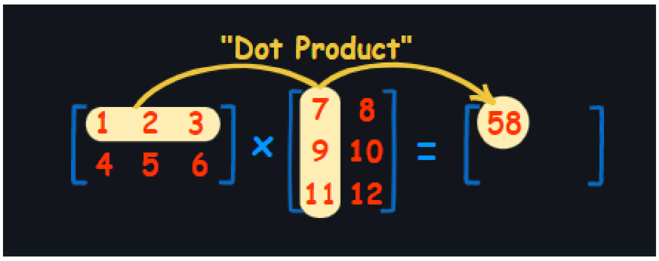
Det er muligt at opbevare både rotation og position i et 4 x 4 matrice.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_B \cdot \hat{x}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{x}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{x}_A & p_x \\ \hat{x}_B \cdot \hat{y}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{y}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{y}_A & p_y \\ \hat{x}_B \cdot \hat{z}_A & \hat{y}_B \cdot \hat{z}_A & \hat{z}_B \cdot \hat{z}_A & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Den første 3 x 3 gange felt er rotation i forhold til den oprindlelige roation og den fjerde kolonne indeholder postionen, den 4 rækker tilføjes for få en kvadratisk matrice. Med denne matrice kan man lave komplet Homogene transformation, det vil sige en rotation og en lineær transformation. Denne homogene transformation matrice kalder vi T.

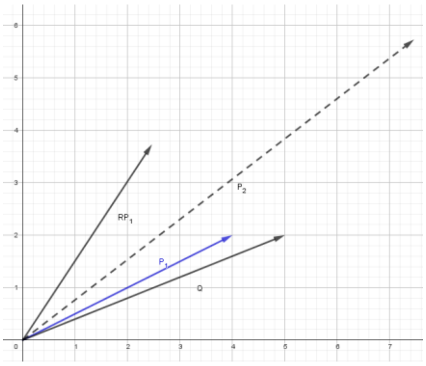
$$P_2 = T \cdot P_1$$

Så denne transformation kan give os et nyt punkt udfra transformation som består af en translation og en rotation. Så hvordan regnes der med matricer? For at kunne gange to matricer sammen skal den første have det samme at antal kolonner som den anden har række. For det gør det muligt at tage prik produktet af hver række i den første og hver kolonne i den anden matrice, også sættes det givne produkt ind på række nummert fra det første matrice og kolonne nummert fra den andet matrice. På Figur 1 ses der et eksempel hvor det ilustretet hvilke der skal ganges sammen.



Figur 1 Ilustration af matrice multiplikation, billede fra (Pierce, 25)

Eksempel på homogentransformations matrix



Figur 2 Illustration af homogen transformation

Her er et eksempel en transformation med en transformation matrice

$$T = \begin{bmatrix} 0,866 & -0,500 & 0 & 5 \\ 0,500 & 0,866 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dette transformation matrice forskyder et punkt med 5 på x aksen og 2 på y aksen, og ikke noget z aksen, og den roterer 30 grader om z, aksen. Punktet som der transformeres er $P_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ det sidste 1 tal til føjes for at de for de rigtige størrelser og det resulterer punkt kalder vi P_2.

$$P_2 = T \cdot P_1 = \begin{bmatrix} 0,866 & -0,500 & 0 & 5 \\ 0,500 & 0,866 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,866 \cdot 4 - 0,5 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 5 \\ 0,5 \cdot 4 + 0,866 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,464 \\ 5,732 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dette eksempel kan ses på **Fejl! Henvisningskilde ikke fundet.** hvor den er delt i rotation af det oprinde lige punkt, og translation. Og den resultaterne vektor er mærket ved at være stiplet.

For at forstå hvorfor det virker at tage prikprodukt mellem to matricer på denne måde, isoler vi det først at se hvordan en translation fungere. Et transformations matrice der kun laver en translation, ser så da her ud.

$$D_Q(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_x \\ 0 & 1 & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Og en transformation med $P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & q_x\\0 & 1 & 0 & q_y\\0 & 0 & 1 & q_z\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\cdot P_x+0\cdot P_y+0\cdot P_z+q_x\cdot 1\\0\cdot P_x+1\cdot P_y+0\cdot P_z+q_y\cdot 1\\0\cdot P_x+0\cdot P_y+1\cdot P_z+q_z\cdot 1\\0\cdot P_x+0\cdot P_y+0\cdot P_z+1\cdot 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P_x+q_x\\P_z+q_z\\P_z+q_z\\1\end{bmatrix}$$

Når der uden lukkende ses på en translation, er det tydeligt at denne måde at gange dem sammen på giver det samme som at lægge to vektor normalt sammen. Det samme kan gøres med rotation, hvor transformations matricer ser sådan her ud for en rotation om z aksen, med vinkel θ

$$R_z(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Og en transformation med $P=\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}P_x\\P_y\\P_z\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta\cdot P_x-\sin\theta\cdot P_y+0\cdot P_z+0\cdot 1\\\sin\theta\cdot P_x+\cos\theta\cdot P_y+0\cdot P_z+0\cdot 1\\0\cdot P_x+0\cdot P_y+1\cdot P_z+0\cdot 1\\0\cdot P_x+0\cdot P_y+0\cdot P_z+1\cdot 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta\cdot P_x-\sin\theta\cdot P_y\\\sin\theta\cdot P_x+\cos\theta\cdot P_y\\P_z\\1\end{bmatrix}$$

Det mangler en god forklaring her

Beskrivelse af den kinematiske struktur i en Dobot

Når den kinematikse struktur af en robot skal beskrive, skal leddenes indbyrdes potion beskrives. En Dobot som ses på Figur 4 har 4 led der er drevet og 2 der mekanisk, som mekanisk holder en vinkel. For at beskrive robotten bruges Denavit-Hartenberg notation, som beskriver to frames indbyrdes postions og rotation. Til at beskrive den næste frame bruges dens for hold til den forrige frame. Så der startes med en stationer frame 0, denne frame står stille i bunden af robotten og den flytter sig aldrig, efter denne frame tælles der op ad så frame 1, 2 og 3 ind til alle led er beskrevet. I starten og slutning kan det være nødevendigt med en en forskydning for der hvor ledene starter ikker i bunden af robotten og eller at tool i robot armens ende punkt ikke er lige i slutning af det sidste led. Denavit-Hartenberg notation beskrives hvert led med 4 parameter a_{i-1} α_{i-1} d_i θ_i. Først roteter man med α_{i-1} grader rundt om den er oprindelige x akse, så forskydes med a_{i-1} langs den samme x akse, nu roteres denne nye frame med θ_i og den nye z akse, det efter en forskydning med d_i hen langs z aksen. Normalt bruges disse to sidste parametere de er led variable, det vil sige at det dem der ændres på når robotten ændrer postion, hvis

Figur 4 Dobot Magician Lite, billed fra (STEM EDUCATION WORKS, n.d.)

ledet er et rotations led bruges led variablen θ_i til at beksrive rotation, d_i sættes til nul og bliver ikke brugt. Det er omvendt ved led som bevæger sig med linær forskydning. På denne måde kan to frames indbyrdes placering beskrives.

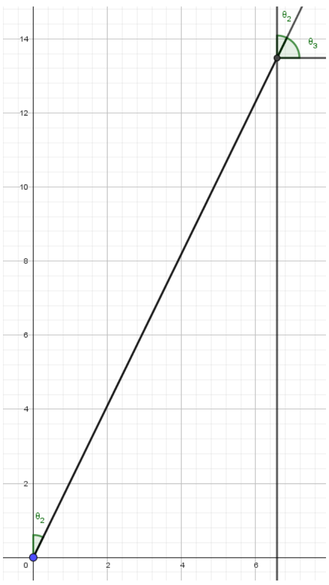
Denne proces består af en rotation om den opridnelige x akse så en translation langs x aksen og så ny rotation om den nye z akse og til sidst en translation langs den nye z akse

$$T = R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1})R_z(\theta_i)D_z(d_i)$$

Og når disse matricer ganges sammen, får vi en transformation fra den tidligere frame til det nye matrixe i et komplet matrix. Denne transformation kan beskrives med denne matrix

$$ {}^{i-1}_{\ \ i}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cdot\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cdot\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{1-1})\cdot d_i \\ \sin(\theta_i)\cdot\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cdot\sin(\alpha_{i-a}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})\cdot d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

På denne måde kan der laves en forward kinematik model for en robot hvis man kender alle Denavit-hartenberg paramenterne, ved at gange hvert matrix med det forige fås den komplete forward kinematik model. For at beskrive dobotten, startes der med at placeres frame 0 det vil sige den der ikke rykker sig. Jeg placer frame 0 inde i robbotten med postiv lige ud af robbotten, og postiv y lige ud mod venstre, og dermed er z aksen postiv op, og den placere i en højde så det ligger på højde med det første leds rotation punkt. På denne måde kan den første frame bare beskrives med θ_1 som beskriver rotation af hele robotten om z-aksen. For at beskrive den næste frame (frame 2), skal deres bruges en rotation om frames 1's x-akse. Den rotateres med $-90°$ det vil sige at for frame 2 er $\alpha_{2-1} = -90°$, det er negativ for at sørger for at de næste θ_i ikke kommer til at dreje den forkerte vej, da de altid drejer i positiv omløbsretning om rotationsaksen. Når denne rotations er fundet afsted kan den næste led betrages som en planar robbot da de kan beskreves fuldstændigt i et plan. Dette plan kan ses på Figur 6. Ved undersøgelse fandt jeg ud af at når det andet led stod i nul stod den lodret op. Og den vinkel der forventes af transformations matrix, er fra x aksen i postiv omløbsretning. Der for beskrives led variable til den frame 2 som $90° - \theta_2$. På denne måde giver det 90 når θ_2 er 0, så θ_2 er vinklen mellem y aksen og den først armdel af robotten, dette kan også ses på Figur 6. Frame 3 er først en forskydning langs x aksen dette er selve længden af ledet så af a_{3-1} er 150 mm. Rotation af dette frame er fast langt mekanisk i robotten, det vil sige at den kun afhænger af θ_2, og den sørger for at den altid er vandret. Dette opnået med at lave et parallelogram af 2 pinde op til dette punkt. For at finde en vinkel der simulerer denne med dennavit-hartberg parameterne. Ved at bestemme hvad vinkel θ_3 skal være ud fra θ_2, skal være så stor at nye linje skal være parrall med x-aksen. Der tegnes en linje der er parralel med y aksen, og da de er parraller kan vinkel θ_2 overføreres til skæring med robbot arm og linjen. Og for at den nye linje er parralle med x aksen, skal den stå 90 grader på y aksen. Udfra figur ? kan det ses det at $\theta_3 = 90° - \theta_2$. På denne måde kan frame 3 beskrives ud fra frame 2 ved hjælp af θ_2. Frame 4 er helt normal ved at det kun har en forskydning på $a_{4-1} = 30$ og vinklen θ_4 vender naturligt den rigtige retning.

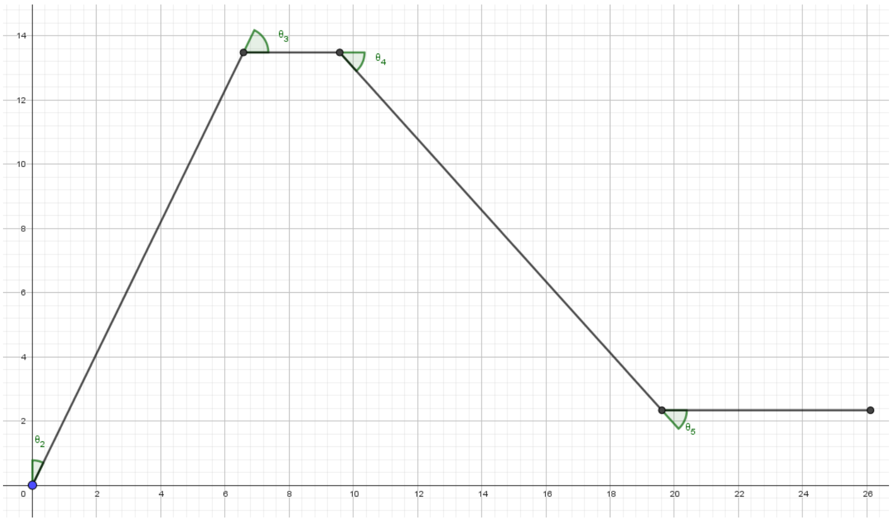


Figur 5 Udsnit af planar model af dobot

Kommenterede [JR3]: https://en.wikipedia.org/wiki/Transversal_(geometry)

Kommenterede [JR4]: Firgur ??

Frame 5 skal forskydes 150 mm på grund af længden af armenen, og da denne frame på samme mådes som frame 3 skal være parallelt med x-aksen, men her skal den bare være modsat den rotation som blev lavet i frame 4, så derfor $\theta_5 = -\theta_4$. Den sidste frame er ikke, lige som de 4 forrige, en planar så derfor skal roters den så den kommer til at stå som den oprindlige frame, det gøres ved at sætte $\alpha_{6-1} = 90°$. Og så har den en helt normal θ_6 som beskriver rotation af helt spidsen af roboten. De komplete dennavit-hartberg ses i Tabel 1



Figur 6 Model af planar del af dobot

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	$-90°$	0	0	$\theta_2 - 90°$
3	0	150	0	$90° - \theta_2$
4	0	30	0	θ_4
5	0	150	0	$-\theta_4$
6	$90°$	65	0	θ_6

Tabel 1 Denavit-Hartenberg parameter for en dobot

Nu opstilles der en transformationsmatrix fra være frame til den næste ud Denavit-Hartenberg parameterne og det matrix som beskriver transformation fra et frame til en anden. Så transformation fra frame 0(basen) til frame 1 ser sådan her ud

$$ {}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

På samme måde kan man få resten

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 150 \\ \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 30 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 & 150 \\ -\sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{5}_{6}T = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & -sin(\theta_6) & 0 & 60 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

For at få den komplette transformation fra bunden af robotten til værktøjet på robotten, ganges disse matricer samme for at for en matrix der beskriver

$$ {}^{0}_{6}T = {}^{0}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{3}T\,{}^{3}_{4}T\,{}^{4}_{5}T\,{}^{5}_{6}T $$

$$ {}^{0}_{6}T = \begin{bmatrix} -sin(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + cos(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & -cos(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) - sin(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & 0 & (90 + 150\cdot cos(\theta_4) + 150\cdot sin(\theta_2))\cdot cos(\theta_1) \\ cos(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + sin(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & -sin(\theta_1)\cdot sin(\theta_6) + cos(\theta_1)\cdot cos(\theta_6) & 0 & sin(\theta_1)\cdot(90 + 150\cdot cos(\theta_4) + 150\cdot sin(\theta_2)) \\ 0 & 0 & 1 & -150\cdot sin(\theta_4) + 150\cdot cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Med denne matrix kan positionen af værktøjet på robotten beregnes hvis alle vinklerne kendes, det vil sige at dette er den fremadrettede kinematek beskrevet.

Inverse kinematik

Nu kendes den fremadrettede kinematik for dobotten, men for at kunne sige til robotten at den skal bevæge sig et bestem sted hen i rummet ud fra et koordinater sæt og en rotation af værktøjet. Er det nødvendigt at kunne gå den anden vej, det vil sige fra et positions matrix til 4 vinkler de 4 led, dette er også kaldet inverse kinematik. Lad os sige at vi gerne vil til position P.

$$ P = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 & P_x \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Grunden til at denne matrix er ikke særlig mange rotationsmuligheder, fordi dobotten kun kan roter om z aksen, da den mekanisk låst på alle andre akser, rotation af værktøjet er beskrevet med ϕ. For at komme fra P til de 4 vinkler vil jeg bruge geometrisk argumentation. Det er også muligt at løse inverse kinematik problemer med algebra men i dobottens tilfælde er der det simplere at gøre det ved med geometrisk argumentation. Vinkel θ_1 er relativ simple da den ikke afhænger af andet en position af slutpunktet. Der kan tegnes en trekant hvor den en katete er P_x og den anden katete er P_y. Det kan ses på **Fejl!**

Henvisningskilde ikke fundet.. På denne måde kan vi tage den inverse tangens, så derfor kan θ_1 beskrives på denne måde

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

θ_6 er kun afhængig den ønskede vinkel og θ_1 fordi θ_2 og θ_3 ikke har nogle betydning for vinkel på værktøjet. Da der er mekanisk lavet så dele kommer til at være vandret ret. For at beregnere θ_6, opstilles denne ligning som beskriver vinklen ϕ ud fra θ_1 og θ_6, hvor ϕ er vinkel af værktøjet på robotten. Det kan ses på Figur 7 at de to langt sammen giver den endelige rotation af værktøjet på robotten.

$$\phi = \theta_1 + \theta_6$$

For at finde θ_6 trækkes θ_1 fra på begge sider.

$$\theta_6 = \phi - \theta_1$$

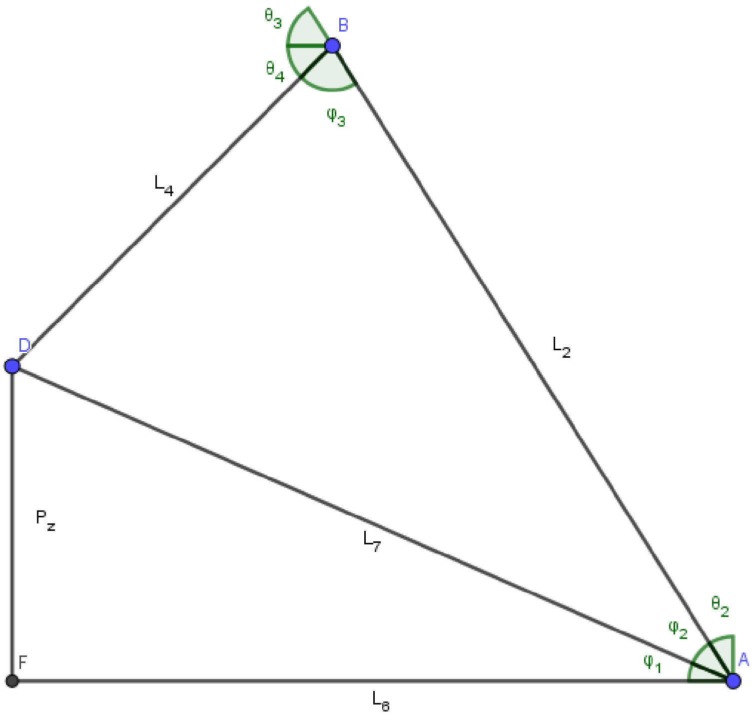
Figur 7 Visualisering af θ_1 *og* θ_6

For at finde de sidste to vinkler ud fra den ønskede position, skal vi betragte den arm i planet for at forsimple det. Dette kan lade sig gøre fordi at θ_2 og θ_4 kun bevæger sig om en akse. På Figur 8 er der sat punkter ind i alle frames position i planet. L_2 til L_5 er længder der er kendt ud fra udformning af robotten. Længden L_1 er afstanden fra frame 0 til robottens værktøj position, projekteret ned på xy-planet. Det vil sige at hvis P_y er 0 så er $L_1 = P_x$, og for at finde L_1 til alle positioner kan Pythagoras læresætning om retvinklede trekanter bruges, hvor L_1 er hypotenusen og P_x og P_y er kateter, denne trekant ses på Figur 7. Så L_1 findes ved

$$L_1 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

Figur 8 Plan model for dobot

Den form der ses på Figur 8 er ret kompliceret, derfor forsimpler jeg den så det kommer til at ligne en helt almindelige plan robot med 2 rotationsled. For at gøre dette trækker jeg L_3 og L_5 fra trekanten, det vil sige at jeg samler det til én trekant. Med andre ord fjerner jeg den flade runde sektion, mellem punkt B og C, og sektion mellem D og E, når jeg fjerne disse sektioner, samler det hele sig for at jeg ikke for nogen huler i figuren. Denne ses på Figur 9. Jeg har også tilføjet et linjestykke fra A til D. Den gør at jeg har en lukket trekant ABD.



Figur 9 Forsimplet model for en plan Dobot

L_6 er den tidligere L_1 men jeg har fjernet nogle stykker fra den, så længden af den er nu givet ved:

$$L_6 = L_1 - L_3 - L_5$$

For at jeg kan begynde at regne på ABD trekanten skal jeg først kende tre værdi i trekanten. Jeg kender L_2 og L_4 da de er konstante begge to givet ud fra robottens fysiske dimensioner, denne spisefikse robot er de begge $150\ mm$, men jeg forsætter med at arbejde med dem generelt. Det eneste ukendte side længde i trekanten ABD er L_7, den er hypotenusen i en ret vinkelret trekant, hvor begge kateter er kendt så L_7 kan findes ved hjælp af Pythagoras.

$$L_7 = \sqrt{P_z^2 + L_6^2}$$

Vinkel ϕ_1 kan findes ved hjælp af den inverse tanges

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_z}{L_6}\right)$$

For at finde ϕ_2 bruger jeg cosinusrelationerne, og jeg kender alle side længderne i trekanten så på denne måde kan jeg finde.

Kommenterede [JR5]: Skal de bevisis?

$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_7^2 + L_2^2 - L_4^2}{2 \cdot L_7 \cdot L_2}\right)$$

På samme måde kan jeg finde ϕ_3

$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + L_2^2 - L_7^2}{2 \cdot L_4 \cdot L_2}\right)$$

Nu er alle værdi kendt der skal bruges til at finde θ_2 og θ_4.

$$\theta_2 = 90 - \phi_1 - \phi_2$$

Og for at finde θ_4 skal jeg bruge θ_3 og da jeg lavede den fremad rettede kinematik fandt jeg at

$$\theta_3 = 90° - \theta_2$$

Ude fra Figur 9 ses det at

$$180° = \theta_4 + \theta_3 + \phi_3$$

Jeg isoler θ_4

$$\theta_4 = 180° - \theta_3 - \phi_3$$

Og indsætter definition af θ_3 ud fra θ_2

$$\theta_4 = 180° - (90° - \theta_2) - \phi_3$$

Så hæver jeg minus parentesen, ved at vende alle fortegnene i parentesen

$$\theta_4 = 180° - 90° + \theta_2 - \phi_3$$

Til sidst reducerer jeg

$$\theta_4 = 90° + \theta_2 - \phi_3$$

Ved at trække nogle få af ligninger oven for sammen får man disse ligninger som beskriver den inverse kinematiken dobotten:

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$
$$L_6 = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} - L_3 - L_5$$
$$L_7 = \sqrt{P_z^2 + L_6^2}$$
$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{P_z}{L_6}\right)$$
$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_7^2 + L_2^2 - L_4^2}{2 \cdot L_7 \cdot L_2}\right)$$
$$\phi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_7^2 + L_2^2 - L_4^2}{2 \cdot L_7 \cdot L_2}\right)$$
$$\theta_4 = 180° - \theta_3 - \phi_3$$
$$\theta_6 = \phi - \theta_1$$

Hvor

Analyse af python program til styring af Dobot

Der mangler inverse, bevist

Hvordan er den matematiske viden nødvendig for programmør?

Interativ iverskinetmatik

Konklusion

Referencer

Craig, J. J. (2005). *Introduction to Robotics mechanics and control* (3 ed.). Upper Saddle River, United States of America: Pearson Prentice Hall.

Pierce, R. (25, August 2021). *How to Multiply Matrices*. Retrieved December 8, 2022, from Math Is Fun: http://www.mathsisfun.com/algebra/matrix-multiplying.htm

STEM EDUCATION WORKS. (n.d.). *DOBOT MAGICIAN LITE*. Retrieved December 12, 2022, from stemeducationworks: https://stemeducationworks.com/product/dobot-magician-lite/

Bilag

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$