TÜRKİYE CUMHURİYETİ

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ

BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

ALGORİTMALAR ÖDEV RAPORU

CORDIC ALGORİTMASI ve KELİME TAHMİN OYUNU

BAHAR DÖNEMİ

Hazırlayanlar

330121 Emre Melih ÇELİK
348264 Mustafa FİLİZ
348266 Yusuf KOÇ
348284 Reşat KARAKAYA
348293 Tugay SARICI
348306 Recep Tayyip ERGİN
348315 Fatma Betül AKSU

Danışman

Prof. Dr. Vasif Vagifoğlu NABİYEV

Trabzon

2019

CORDIC (COordinate Rotation DIgital Computer) ALGORİTMASI

I. Giriş

İlk olarak 1959'da Jack E. Volder tarafından tanımlanan Cordic, trigonometrik fonksiyonları değerlendirecek çok yönlü bir çözüm için tarif edilmiştir. B-58 bombardıman uçaklarında yüksek performans ve doğruluk istendiğinden dolayı analog navigasyon bilgisayarlarının yerine geçirilmek için geliştirildi. 1971'de John Walther, Cordic algoritmasını hiperbolik fonksiyonlara genişletti ve bu günlerde sayısal sinyal işleme, matris hesaplama, sayısal görüntü işleme, grafik, robotik ve iletişim gibi birçok uygulamada bulundu.

Mevcut algoritmaların en önemli genel fikri; dairesel, hiperbolik ve doğrusal koordinat sistemleriyle iki boyutlu bir vektörün döndürücüsünde kurulmasıydı. John Walther birkaç parametre gösterince Cordic daha kullanışlı bir hale geldi: logaritma, üstel ve karekök ile ilgili çok çeşitli temel soyut fonksiyonların tümleşik uygulaması için tek bir algoritma şeklinde gerçekleştirilmesi. Ayrıca Cochravn, Cordic tekniğinin özellikle bilimsel hesaplama uygulamaları için daha iyi olduğunu ortaya koyuyor. Ünlü uygulamalardan bazıları: sayısal modülasyon, doğrudan sayısal frekans sentezi, robot işlemesi için ters ve doğrudan kinematik hesaplama ve animasyon ve grafik için 3 boyutlu döndürme. Cordic bu işlemleri gerçekleştiren en hızlı yöntem olmamasına rağmen donanım uygulamasının basitliği sebebiyle oldukça caziptir.

II. Cordic Algoritması

Seri açılım, hesap makinelerinde kullanılan bir yöntemdir. Çarp ve topla yöntemi ile serinin yeterince elemanı hesaplamalara katılırsa oldukça doğru sonuçlara ulaşılır. Ancak daha hızlı sonuç veren Cordic (COordinate Rotation DIgital Computer) yöntemi de HP ve TI hesap makinelerinde ve de bazı matematik işlemcilerde kullanılmaktadır. Yapısında çarpma ya da bölme barındırmadığından seri açılımdan daha hızlı şekilde sonuca ulaşır.

$-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$ sınır aralığında tanımlı CORDIC algoritmasının genel ifadesi:

$$x_{i+1} = x_i - \mu\, d^i\, y_i\, 2^{-i}$$
$$y_{i+1} = y_i + \mu\, d^i\, x_i\, 2^{-i}$$
$$z_{i+1} = z^i - d^i\, e_i$$

$$d_i = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ -1, & z \leq 0 \end{cases}$$

$e_i = \tan^{-1}(2^{-i})$ → Dairesel ise
$e_i = 2^{-i}$ → Doğrusal ise
$e_i = \tanh^{-1}(2^{-i})$ → Hiperbolik ise

Dönüşüm Türü	μ
Dairesel	1
Doğrusal	0
Hiperbolik	-1

θ°	tan(θ°)
45°	1
26,565°	1/2
14,036°	1/4
7,125°	1/8
3,576°	1/16
1,790°	1/32
0,895°	1/64
0,448°	1/128
0,224°	1/256
0,112°	1/512
0,056°	1/1024
0,028°	1/2048

Verilen herhangi bir β açısının tanjantını bulalım ve buradan da sinüs, cosinüs ve kotanjantını bulabiliriz. 45°lik üçgenimizde x = 1 ve y = 1 değerini alır. Başlangıç değerleri olarak:

$x_n = 1$
$y_n = 1$

Örnek 1:

Tablodaki ilk açımız 45°dir. Bir başka deyişle Tablodaki ilk terimin sıra numarasının arctanjant değeri 45°dir. β = 19°yi ele alalım; dairesel dönüşüm yapılacağı için değerler ona göre seçilir.

45° > 19°. Bir sonraki açı değerimiz 26.565°. O halde Δθ=26.565°. Bunun tanjant değeri de 1/2 dir.

$y_{n+1} = 1 – 1 * 1/2 = 0,5$
$x_{n+1} = 1 + 1* 1/2 = 1,5$

bulunduktan sonra iterasyonlara bu şekilde devam edilir.

→ 45° - 26,565° = 18,435° < 19°
Y_{n+1} = 0,5 + 1,5 * 1/4 = 0,875
X_{n+1} = 1,5 - 0,5 * 1/4 = 1,375

→ 18,435° + 14,036° = 32,471° > 19°
Y_{n+1} = 0,875 - 1,375 * 1/8 = 0,703
X_{n+1} = 1,375 + 0,875 * 1/8 = 1,484

→ 32,471° - 7,125° = 25,346° > 19°
Y_{n+1} = 0,703 - 1,484 * 1/16 = 0,610
X_{n+1} = 1,484 + 0,703 * 1/16 = 1,527

→ 25,346° - 3,576° = 21,77° > 19°
Y_{n+1} = 0,610 - 1,527 * 1/32 = 0,562
X_{n+1} = 1,527 + 1/32 * 0,610 = 1,546

→ 21,77° - 1,790° = 19,98° > 19°
Y_{n+1} = 0,562 - 1,546 * 1/64 = 0,537
X_{n+1} = 1,546 + 0,562 * 1/64 = 1,554

→ 19,98° - 0,895° = 19,085° > 19°
Y_{n+1} = 0,537 - 1,554 * 1/128 = 0,524
X_{n+1} = 1,554 + 0,537 * 1/128 = 1,5587

→ 19,085° - 0,448° = 18,637° < 19°
Y_{n+1} = 0,524 + 1,558 * 1/256 = 0,530
X_{n+1} = 1,558 - 0,524 * 1/256 = 1,555

→ 18,637° + 0,224° = 18,861° < 19°
Y_{n+1} = 0,530 + 1,555 * 1/512 = 0,533
X_{n+1} = 1,555 - 0,530 * 1/512 = 1,553

→ 18,861° + 0,112° = 18,973° < 19°
Y_{n+1} = 0,553 + 1,553 * 1/1024 = 0,534
X_{n+1} = 1,553 - 0,533 * 1/1024 = 1,552

tan(β) = y_{n+1} / x_{n+1} formülünden 19°'nin tanjant değerinin yaklaşık olarak 0,344 değerine eşit olduğu bulunur ve buradan da diğer trigonometrik değerler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

sin(19°) = 0,534 * 0,607 = 0,324

cos(19°) = 1,552 * 0,607 = 0,942

cot(19°) = 0,942 / 0,324 = 2,907

Örnek 2:

β = 54°yi ele alalım. Örnek 1'de olduğu gibi ilk açımız 45°dir.

45° < 54° olduğundan dolayı:

$y_{n+1} = 1 + 1 * 1/2 = 1,5$

$x_{n+1} = 1 - 1* 1/2 = 0,5$

şeklinde başlanarak iterasyon aşağıda verilen tablodaki gibi devam ettirilir:

→ 45° + 26,565° = 71,565° > 54°
Y_{n+1} = 1,5 – 0,5 * 1/4 = 1,375
X_{n+1} = 0,5 + 1,5 * 1/4 = 0,875

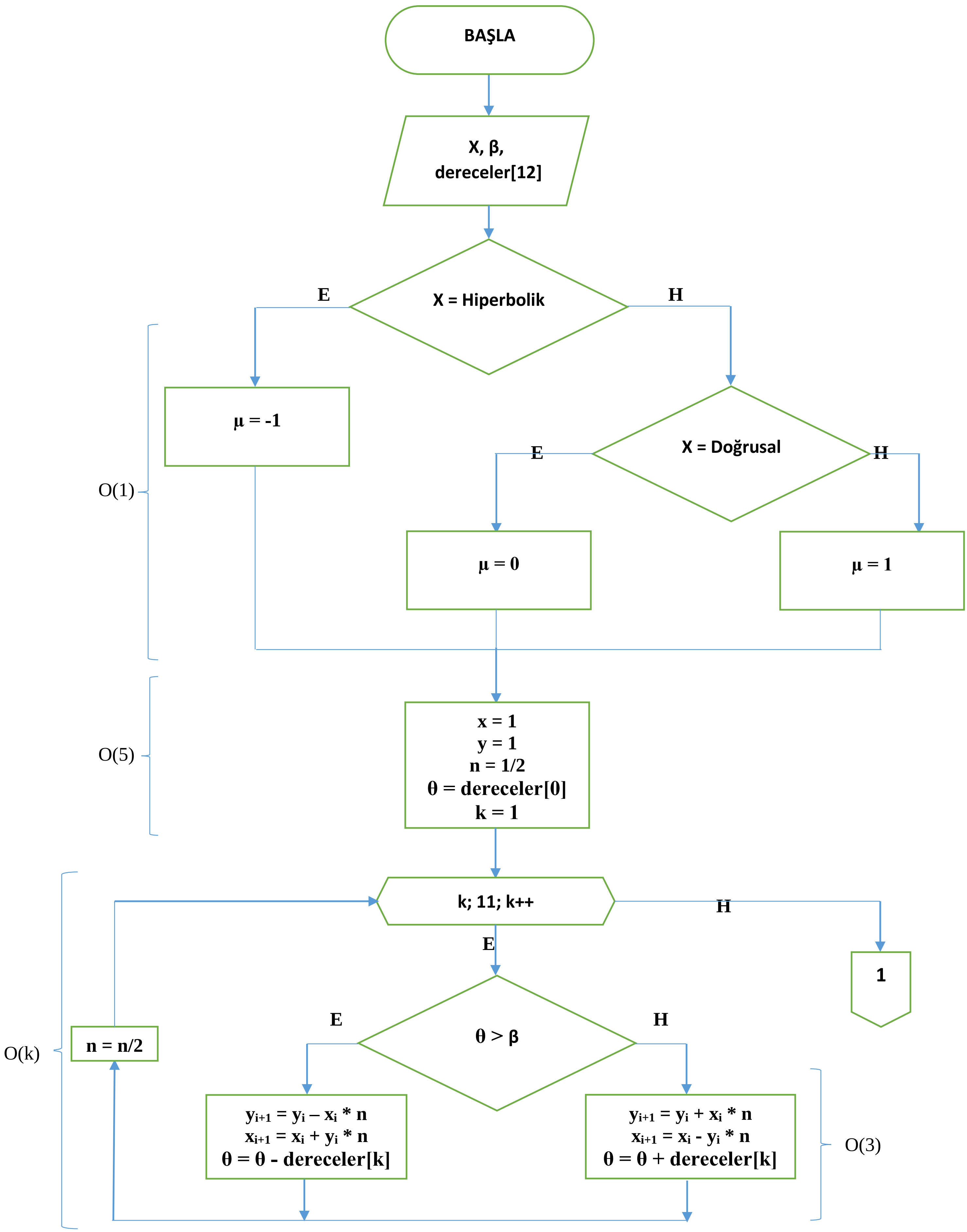
→ 71,565° – 14,036° = 57,529° > 54°
Y_{n+1} = 1,375 – 0,875 * 1/8 = 1,266
X_{n+1} = 0,875 + 1,375 * 1/8 = 1,047

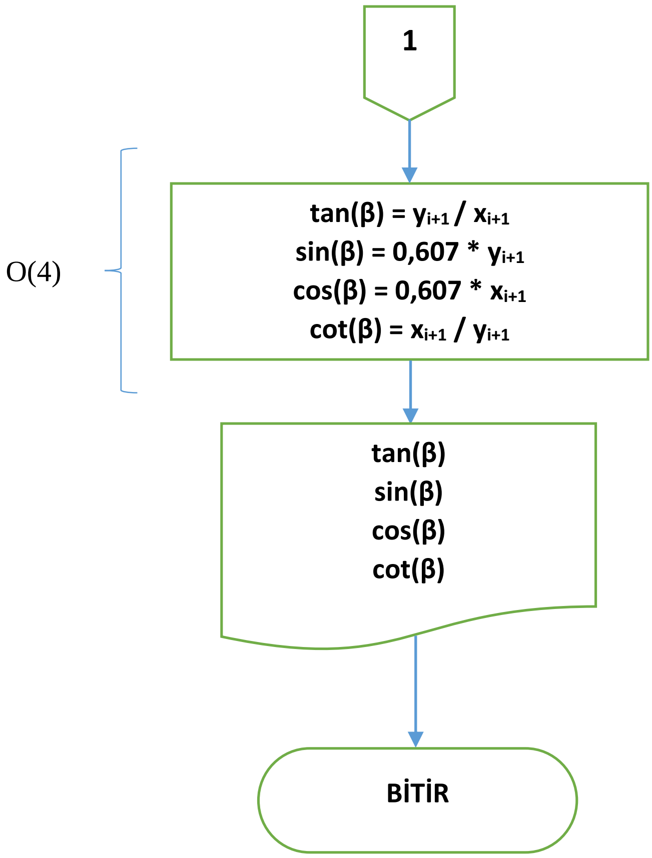
→ 57,529° – 7,125° = 50,404° < 54°
Y_{n+1} = 1,266 + 1,047 * 1/16 = 1,331
X_{n+1} = 1,047 – 1,266 * 1/16 = 0,968

→ 50,404° + 3,576° = 53,980° < 54°
Y_{n+1} = 1,331 + 0,968 * 1/32 = 1,361
X_{n+1} = 0,968 – 1,331 * 1/32 = 0,926

tan(β) = y_{n+1} / x_{n+1} formülünden 54°nin yaklaşık olarak 1,470 değerine eşit olduğu bulunur ve buradan da diğer trigonometrik değerler hesaplanabilir.

III. Akış Diyagramı





IV. Algoritma Karmaşıklığı

$O(1) + O(5) + O(n) + O(4) \approx O(n)$
$O(n) \approx O(k)$

V. Volder ile Cordic Algoritmasının Farkı

Cordic algoritması, Jack E. Volder tarafından tanımlanan Volder algoritmasının John Walther tarafından hiperbolik fonksiyonlara genişletilmiş halidir. Yani Cordic algoritması Volder algoritmasını kapsamaktadır.

VI. Kaynakça

• Jean-Michel Muller , *“Elementary Functions: Algorithms and Implementation”*
• Volder, Jack E. (1959-03-03). *“The CORDIC Computing Technique”*
• Walther, John Stephen (June 2000). *“The Story of Unified CORDIC”*
• R. Andraka, *“A survey of CORDIC algorithms for FPGA based computers”*
• LeenaVachhani, K. Sridharan, P.K. Meher, *“Efficient CORDIC algorithms and architectures for low area and high throughput implementation, IEEE Transactions on Circuits and Systems”*
• Burcu KIR SAVAŞ, Suhap ŞAHİN, *“Jenerik Cordic algoritmasının FPGA’da donanımsal gerçeklenmesi”*
• Ankita Sharma, Neha Sharma, Jitender Chhabra, *“CORDIC Algorithm for Sinusoidal Calculations”*