

EMP 전략

Building Block을 활용한 멀티에셋 전략



▶EMP 전략 권병재 | byeongjae.kwon@hanwha.com | 3772-7624

“ 블랙 리터만 모델을 활용한 EMP(ETF Managed Portfolio) 전략을 제안합니다. Building Block 접근 방법을 통해 기대수익률에 영향을 줄 수 있는 요인들을 분리했습니다. 변동성 대비 기대 수익률이 높은 하이일드 회사채 중심의 포트폴리오를 권고합니다. ”

| C o n t e n t s |

I. 핵심 요약.....	03
II. EMP 프레임.....	04
III. 블랙 리터만 모델.....	05
IV. 기대수익률.....	07
1. 내재수익률.....	07
2. 투자자 전망 - 주식.....	08
3. 투자자 전망 - 채권.....	09
4. 기대수익률.....	11
V. 성과 분석.....	12
VI. Appendix.....	15

I. 핵심 요약

현대 포트폴리오 이론은 Markowitz(1952)가 제안한 평균-분산 최적화 모형에 근간을 두고 있다. 이를 보완하는 여러 모형들이 제안됐는데, 방법이 상이할 뿐 주요 과제는 기대수익률, 변동성 추정에서 크게 벗어나지 않는다. 본 자료에서는 샤프비율(변동성 대비 초과수익률) 최대화를 목적으로, 블랙 리터만(Black-Litterman) 모델을 활용한 포트폴리오를 제안한다[표1].

기대수익률 추정은 Building Block 접근 방법을 사용했다. 주식의 경우 배당할인모형을, 채권의 경우 만기수익률에 roll down 수익률과 크레딧 스프레드(회사채 한정)를 더했다.

편입 자산은 크게는 주식, 채권이며 작게는 전세계 주식, 국내 주식, 선진국 투자등급 회사채, 선진국 하이일드 회사채, 미국 국채, 국내 국채다. 상품(Commodities) 수익률은 전통 자산과 상관성이 낮아 포트폴리오 다변화에 용이하나 기대수익률 추정에 다소 어려운 점이 있기 때문에 편입 자산에서 제외했다.

8년(2014년 11월~2022년 11월) 동안의 성과를 분석한 결과, 본 자료에서 제시하는 포트폴리오의 성과는 벤치마크를 상회했다[표1]. 수익률은 벤치마크와 큰 차이가 나지 않았으나 변동성은 더 낮았다. 3개 포트폴리오(위험 회피, 위험 중립, 위험 선호) 모두 회사채 비중이 높는데, 회사채의 변동성 대비 기대수익률이 높기 때문이다[그림11].

[표1] 벤치마크 vs 포트폴리오

구분	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호
연간수익률(무위험대비, %)	1.14	1.26	1.30	1.22
표준편차(연율화, %)	8.36	7.54	7.59	7.63
샤프비율	0.14	0.17	0.17	0.16

주: 분석에 사용된 데이터의 총 기간은 2011년 11월~2022년 11월. 성과 측정은 2014년 12월~2022년 11월

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[표2] 포트폴리오 비중 제안

구분	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호
전세계 주식	14.3	0.0	3.2	3.9
국내주식	23.8	4.7	22.3	26.3
선진국 투자등급(IG) 회사채	13.2	3.7	0.0	0.0
선진국 하이일드(HY) 회사채	13.2	90.2	72.7	56.5
미국 국채	1.3	1.5	0.0	0.0
국내 국채	34.2	0.0	1.7	13.3

주: 2022년 11월 말 기준

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

II. EMP 프레임

EMP(ETF Manged Portfolio) 프레임은 다음과 같다.

- 1) 투자 자산군 선택
- 2) 해당 자산군을 대변할 수 있는 지수와 이를 추종하는 ETF 선정
- 3) 목적(여기서는 변동성 대비 수익률)을 최대한으로 하는 모델 선정
- 4) 기대수익률, 변동성 추정
- 5) 각 자산 ETF별 비중 결정

자산 유니버스를 구성할 때에는 1) 전세계 시장에서 거래 가능한 자산들을 대변할 수 있어야 하고, 2) 이를 추종하는 지수와 ETF가 존재해야 하며, 3) 포트폴리오 다변화를 위해 상관성이 낮은 자산을 고루 선택해야 한다.

본 자료에서는 2개의 자산군(주식, 채권)을 선정하고 그 안에서 세부자산군(전세계 주식, 국내 주식, 선진국 투자등급 회사채, 선진국 하이일드 회사채, 미국 국채, 국내 국채)을 선택했다. 국내 회사채를 대변할 수 있는 적절한 ETF가 없어 국내 회사채는 선진국 회사채로 대신하였다. 상품(Commodities) 수익률은 전통 자산과 상관성이 낮아 포트폴리오 다변화에 용이하나 기대수익률 추정에 다소 어려운 점이 있기 때문에 편입 자산에서 제외했다.

[표3] 투자 자산군 및 지수, ETF 선정

자산	지수	ETF(괄호는 티커)	순자산총액 (백만달러)
전세계 주식	MSCI All Country World Index	iShares MSCI ACWI ETF(ACWI)	18,539
국내 주식	KOSPI200 Index	KODEX 200 ETF(069500)	4,336
선진국 투자등급(IG) 회사채	Markit iBoxx USD Liquid Investment Grade Index	iShares iBoxx \$ Investment Grade Corporate Bond ETF(LQD)	36,968
선진국 하이일드(HY) 회사채	Markit iBoxx USD Liquid High Yield Index	iShares iBoxx High Yield Corporate Bond ETF(HYG)	18,380
미국 국채	ICE US Treasury 7-10 Year Index	iShares 7-10 Year Treasury Bond ETF(IEF)	22,013
국내 국채	KIS 10Y KTB Index	KOSEF 국고채 10년 ETF(148070)	327

주1: 성과 분석시 각 ETF의 순수익지수(Net Total Return) 사용

주2: 순자산총액은 2022년 11월 30일 기준

자료: Bloomberg, Blackrock, 삼성자산운용, 키움투자자산운용, 한화투자증권 리서치센터

III. 블랙 리터만 모델

현대 포트폴리오 이론은 Markowitz(1952)가 제안한 평균-분산 최적화 모형에 근간을 두고 있다. 평균-분산 최적화 모형은 기대수익률과 위험을 추정하여 위험 대비 수익률을 극대화한다. 오차에 취약하다는 단점이 있어 이를 보완하는 여러 모형들이 제안되었는데, 방법이 상이할 뿐 주요 과제는 기대수익률, 위험(변동성) 추정에서 크게 벗어나지 않는다.

1990년 골드만삭스의 피셔 블랙(Fischer Black)과 로버트 리터만(Robert Litterman)은 평균-분산 모형을 보완한 ‘블랙 리터만 모델(Black-Litterman Model)’을 제시했다. 블랙 리터만 모델을 베이지안(Bayesian) 관점에서 해석하면, 내재수익률(사전확률)과 투자자 전망 수익률(조건부 확률)을 전망에 대한 확신 정도로 가중평균하여 기대수익률(사후확률)을 도출한다[그림1].

$$P(A|B) \propto P(A)P(B|A)$$

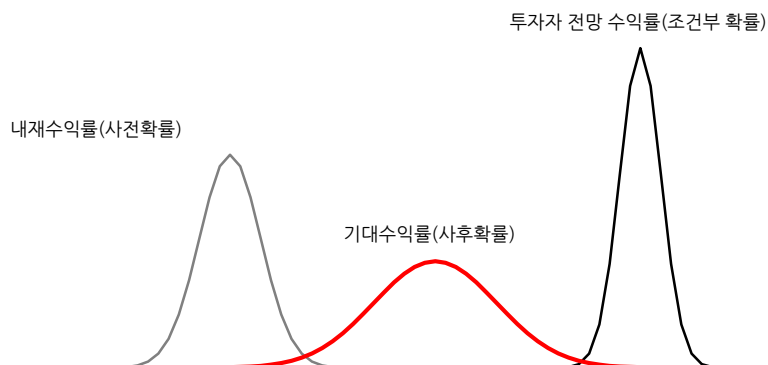
$P(A|B)$: 기대수익률(사후확률)

$P(A)$: 내재수익률(사전확률)

$P(B|A)$: 투자자 전망 수익률(조건부 확률)

모델에 사용되는 내재수익률, 투자자 전망 수익률, 기대수익률, 수익률 분산-공분산은 모두 무위험수익률 대비 초과수익률(로그)을 기준으로 한다. 무위험수익률은 CD금리 91일물로 사용했다.

[그림1] 블랙 리터만 모델 기대수익률 도출 과정



자료: 한화투자증권 리서치센터

블랙 리터만 모델에 따른 자산배분 과정은 크게 4가지로 나뉘어진다.

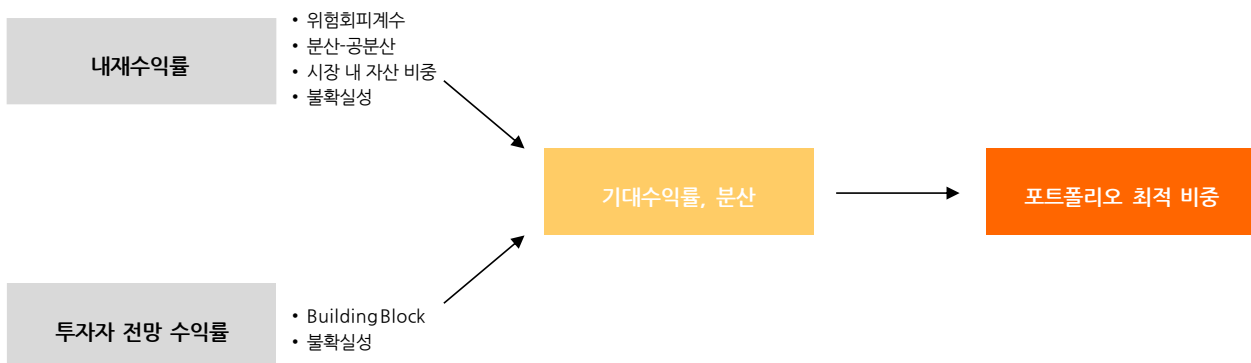
- 1) 각 자산의 내재수익률 도출
- 2) 투자자 전망 수익률 산출
- 3) 베이지안(Bayesian) 확률 관점에서 내재수익률을 사전확률로 하여 투자자 전망을 결합한 기대수익률 산출
- 4) 위 3)에서 산출한 기대수익률을 바탕으로 각 자산별 비중 산출. 각 자산별 비중에 제한을 둘 경우, 주어진 비중 범위에서 샤프 비율을 최대화하는 비중으로 산출

내재수익률은 자본자산가격결정모형(CAPM)에 따라 시장 내 자산 비중과 수익률 분산-공분산 행렬을 통해 도출했다.

투자자 전망 수익률은 모든 자산의 절대적인 수익률을 ‘Building Block’ 관점에서 산출했다. Ibbotson, Sinquefeld(1976)는 주식 수익률을 물가상승률, 실질 무위험수익률, 리스크 프리미엄으로 분해한 바 있다. 필자는 주식의 경우 Gordon(1962)의 배당할인모형을 이용하되 성장률에서 물가상승분을 분리했고 기대 인플레이션을 다시 더했다. 채권의 경우 국채 수익률에 수익률 곡선으로부터 얻어지는 roll down 스프레드, 크레딧 스프레드(회사채 한정)를 더했다.

각 자산별 비중은 공매도가 없다는 전제 하에 0~100%로 제한했다. 비중에 제한을 둘 경우 샤프비율이라는 목적함수를 위한 닫힌 해가 존재하지 않기 때문에 수치적 방법 Sequential Least Squares Programming을 사용했다(Python, scipy 패키지).

[그림2] 블랙리터만 평균-분산 최적화 과정



자료: 한화투자증권 리서치센터

IV. 기대수익률

1. 내재수익률

기대수익률과 공분산으로 비중을 산출할 수 있다면, 역으로 비중과 공분산을 통해 내재수익률을 산출할 수 있다. 시장이 균형(equilibrium) 상태에 있고 모든 투자자가 위험 대비 수익률을 극대화한다는 가정 아래, 내재수익률은 다음과 같다[Appendix 참고]. 내재수익률을 하나의 값이 아닌 정규분포를 따르는 하나의 확률 변수로 보았다.

$$\text{내재수익률} = \lambda \Sigma w^T + \varepsilon_A, \quad \varepsilon_A \sim N(0, \tau \Sigma)$$

λ : 위험회피계수

Σ : n개 자산 초과수익률의 분산-공분산 행렬(n x n)

w^T : 시장 내 n개 자산의 비중을 나타내는 벡터(길이 n). 각 원소의 합은 1(100%)

위험회피계수는 무위험수익률 대비 기대수익률을 수익률 분산으로 나누어 계산했다. 투자자마다 위험선호도가 다른 점을 고려하여 위험 회피/중립/선호별로 내재수익률을 각각 산출했다[표2].

자산별 비중은 국내 펀드 자산별 비중의 평균을 추정하여 사용했다. 내재수익률은 자본 자산가격결정모형(CAPM)을 전제로 하기 때문에, 자산 비중 선정시 각 자산의 시가총액 비중을 고려하는 것이 일반적이다. 그러나 이 자료에서는 국내 투자에서 비롯되는 정보 우위, 편의성을 고려하여 국내 펀드들이 일반적으로 갖고 있는 자산 비중을 시장 균형(equilibrium)으로 보았다.

수익률 분산-공분산 행렬은 과거 수익률의 분산-공분산 행렬로 대체했다.

[표4] 자산군별 내재수익률

자산	비중 (%)	수익률(%) 분산-공분산 행렬						균형내재수익률(%)		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	위험회피	위험중립	위험선호
전세계 주식(1)	14.3	200.5						-3.3	0.2	3.7
국내 주식(2)	25.7	172.3	245.9					-3.8	0.3	4.3
선진국 투자등급(IG) 회사채(3)	12.8	53.8	52.5	51.9				-1.4	0.1	1.6
선진국 하이일드(HY) 회사채(4)	12.8	86.6	76.7	38.5	57.7			-1.7	0.1	2.0
미국 국채(5)	1.2	-4.2	0.8	29.2	7.3	35.5		-0.4	0.02	0.4
국내 국채(6)	33.2	6.1	8.0	22.9	12.3	20.7	25.6	-0.5	0.03	0.6

주1: 비중 기준은 2022년 11월 30일. 분산-공분산 행렬, 위험회피계수 산출시 데이터 기간은 2011년 11월~2022년 11월

주2: 위험선호(회피)의 경우 위험중립에 적용되었던 기대수익률에 1표준편차만큼 더하여(감하여) 산출

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

2. 투자자 전망 - 주식

주식의 가치 평가로 여러 방법이 알려져 있는데, Gordon(1962)의 배당성장모형은 주식의 가치가 향후 발생하는 배당금에 의존한다고 가정한다. 배당성장모형에 근거한 주식 기대수익률은 배당수익률과 배당성장률의 합이다(Appendix 참고).

$$\text{주식 수익률} = \frac{D}{P} + g + \text{향후 1년 기대인플레이션율} - r_f$$

D : 배당금

P : 주가

g : (실질)배당성장률

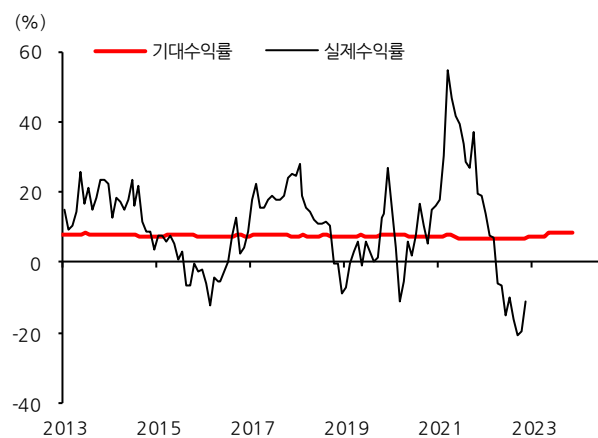
r_f : 무위험수익률

필자는 과거 5년 평균배당금을 주가로 나누어 기대배당수익률을 대체했다. 2013년에 노벨경제학상을 수상한 Robert J. Shiller는 소비자물가를 감안한 P/E를 제안한 바 있다. 필자는 같은 방법으로 평균배당금 계산시 물가상승률을 제거하여 실질 배당수익률을 계산했다. 물가 상승률을 제거하면 배당금에서 기업 본연의 이익 발생에 더 집중할 수 있다.

배당성장률은 1994년부터 기준 시점까지의 기하평균 수익률로 대체했다. 마찬가지로 물가 상승분을 제거하여 실질 배당성장률을 계산했다.

향후 1년 기대인플레이션율은 전세계 주식의 경우 Philadelphia 연방준비은행의 향후 1년 미국 소비자물가 상승률 예상치(전문가), 국내 주식의 경우 한국은행의 향후 1년 한국 소비자물가 상승률 예상치(전문가)다.

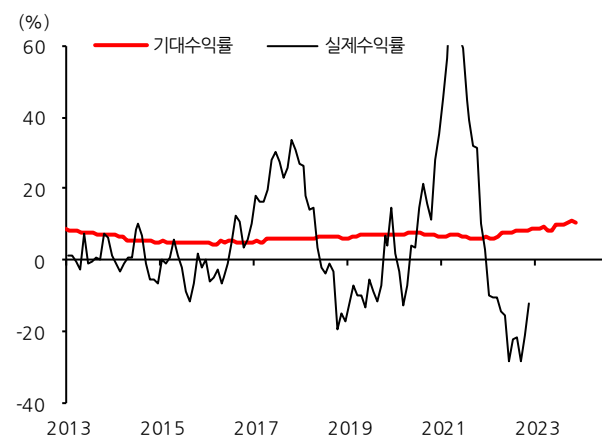
[그림3] 전세계 주식 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, FRB of Philadelphia, 한화투자증권 리서치센터

[그림4] 국내 주식 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, 한국은행, WISEfn, 한화투자증권 리서치센터

3. 투자자 전망 - 채권

국채 기대수익률은 현 만기수익률에 roll down 수익률을 더하여 산출한다. roll down 스프레드는 채권 수익률 곡선의 기울기에서 얻어지는 프리미엄 성격의 수익률이다. 수익률 곡선이 우상향이면 만기가 짧을수록 채권 가격이 높기 때문에, 채권 보유시 이자 외에도 만기가 줄어드는 것에 대한 초과수익을 얻을 수 있다.

채권 수익률 = 만기수익률 + roll down 스프레드 + 크레딧 스프레드 - 무위험수익률

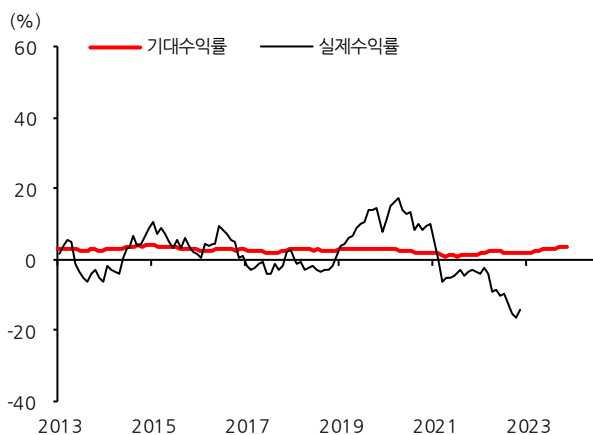
$$\text{roll down spread} = \left(\frac{P_{n-k}}{P_n} \right)^{\frac{1}{k}} - 1$$

P_i : 만기가 i 년인 국채 가격

이자(coupon)를 액면가에 현재 금리를 곱한 값이라고 가정하면, 채권 가격은 액면가와 일치한다. roll down 수익률 계산시 편의를 위해 1)보유 채권의 가격이 액면가와 일치하고, 2)k년 후에도 수익률 곡선이 현재와 일치한다고 가정했다.

만기수익률은 10년물 금리를 사용했다. 크레딧 스프레드는 선진국 투자등급 회사채의 경우 ICE BofA US Corporate Index OAS를, 선진국 하이일드 회사채의 경우 ICE BofA US High Yield Index OAS를 사용했다.

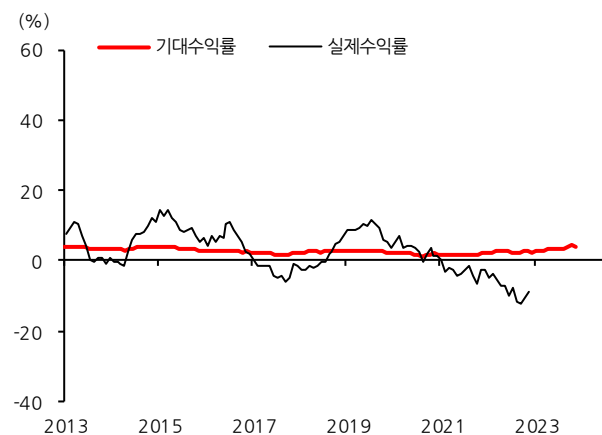
[그림5] 미국 국채 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한화투자증권 리서치센터

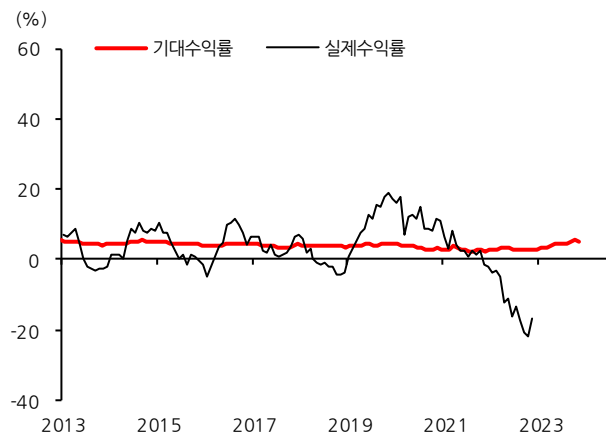
[그림6] 국내 국채 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, 한국은행, 한화투자증권 리서치센터

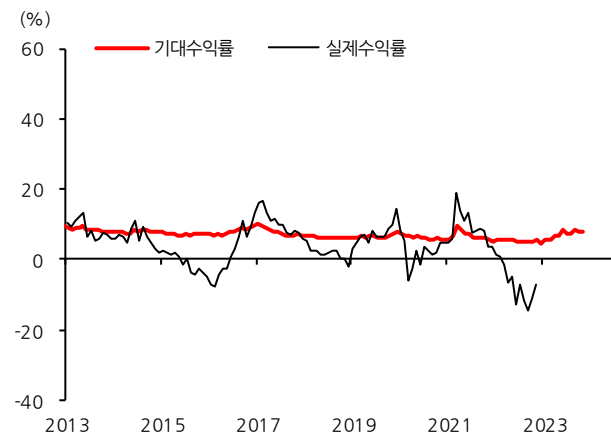
[그림7] 선진국 투자등급 회사채 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한화투자증권 리서치센터

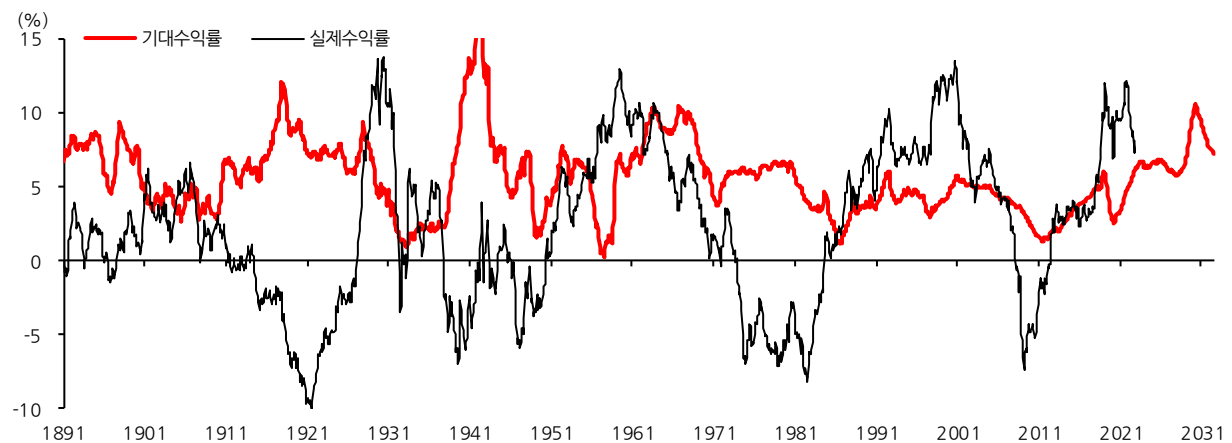
[그림8] 선진국 하이일드 회사채 기대수익률과 실제수익률 비교



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 1년 전에 산출한 향후 1년 기대수익률. 실제수익률은 해당 자산 ETF의 최근 1년 수익률. 모두 로그수익률

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한화투자증권 리서치센터

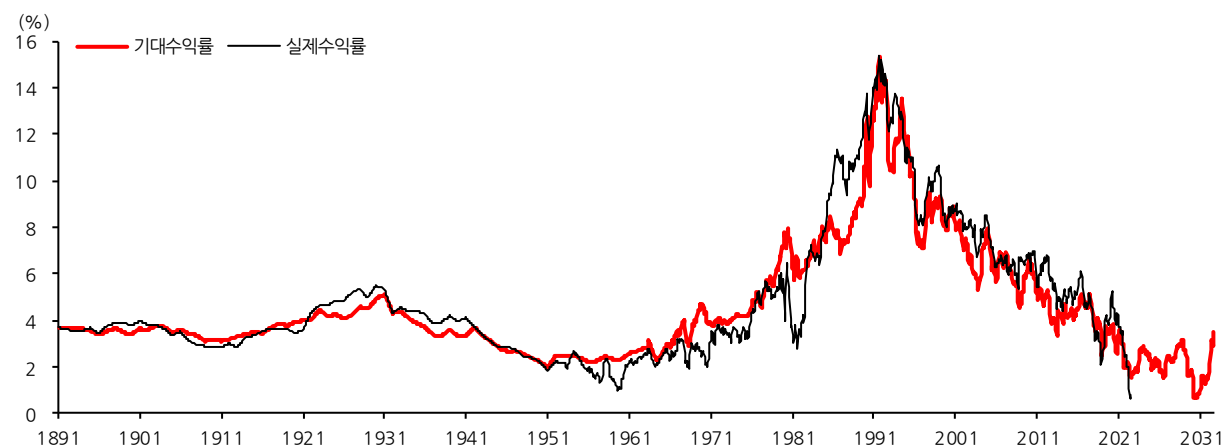
[그림9] [참고] S&P500 기대(실질)수익률 추이



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 10년 전에 산출한 향후 10년 기대수익률. 실제수익률은 S&P500의 최근 10년 수익률(배당 포함)

자료: Robert J. Shiller Data Library, 한화투자증권 리서치센터

[그림10] [참고] 미국 국채 10년물 수익률 추이



주: 기대수익률은 기준 시점으로부터 10년 전에 산출한 향후 10년 기대수익률. 실제수익률은 미 국채 10년물의 최근 10년 수익률

자료: Robert J. Shiller Data Library, 한화투자증권 리서치센터

4. 기대수익률

Building Block을 통해 산출한 투자자 전망 수익률은 벡터 Q 로 표현되고, 다음 식을 통해 기대수익률에 반영된다.

$$P \cdot E(r) = Q + \varepsilon_B, \quad \varepsilon_B \sim N(0, \Omega)$$

P : 투자자 전망 행렬

$E(r)$: 기대수익률 벡터

Q : 투자자전망 수익률 벡터

Ω : 투자자전망 불확실성

투자자 전망 행렬 P 는 자산을 어떻게(상대적 혹은 절대적) 전망하는지에 따라 달라진다. 본 자료에서는 모든 자산에 대해 절대적 전망을 하므로, 투자자전망 행렬 P 는 항등행렬 I_n 과 같다. 투자자 전망 불확실성 Ω 가 자산 수익률 변동성에 비례한다고 가정하면,

$$\Omega = \text{diag}(P(\tau\Sigma)P^T)$$

τ : 위험조정상수. 0~1 사이의 값

마지막으로 내재수익률을 사전확률로, 투자자 전망을 조건부 확률로 하여 사후확률인 기대수익률을 산출하면 다음과 같다[Appendix 참고].

$$\text{기대수익률} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q]$$

Π : 내재수익률 벡터

Σ : 분산-공분산 행렬

$$\text{기대 분산} = \text{분산} + \text{사후분포 분산}$$

$$= \Sigma + ((\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P)^{-1}$$

[표5] 위험 회피/중립/선호에 따른 기대수익률(%)

자산	위험 회피			위험 중립			위험 선호		
	내재수익률	투자자 전망	기대수익률	내재수익률	투자자 전망	기대수익률	내재수익률	투자자 전망	기대수익률
글로벌주식	-3.27	4.70	3.67	0.22	4.70	4.54	3.71	4.70	5.41
국내주식	-3.80	7.11	3.68	0.26	7.11	4.92	4.31	7.11	6.15
선진국 투자등급(IG) 회사채	-1.38	1.64	1.38	0.09	1.64	1.67	1.57	1.64	1.97
선진국 하이일드(HY) 회사채	-1.72	4.41	2.24	0.12	4.41	2.63	1.96	4.41	3.02
선진국 국채	-0.36	0.05	0.09	0.02	0.05	0.14	0.41	0.05	0.19
국내 국채	-0.51	0.47	0.28	0.03	0.47	0.42	0.58	0.47	0.56

주: 2022년 11월 30일 기준. 기대수익률은 무위험대비 초과수익률

자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

V. 성과 분석

성과를 분석한 8년(2014년 12월~2022년 11월) 동안 위험 회피, 중립, 선호 포트폴리오 모두 벤치마크를 상회했다[표6].

수익률뿐만 아니라 벤치마크를 이긴 개월수 또한 절반을 넘겼다. 96개월 중 위험 중립 포트폴리오가 벤치마크를 이긴 기간은 50개월이었으며 이는 전체 기간 중 52%다.

자산 비중을 살펴보면 위험 회피, 중립, 선호 포트폴리오 모두 선진국 하이일드 회사채 비중이 가장 높다[표7]. 회사채는 변동성 대비 높은 기대수익률을 보인다[그림12].

환율은 고려하지 않았다. 환노출이 평가 측면에서 더 현실적이나 기대수익률 추정에서는 불확실성으로 작용한다. 다만 환율을 노출해도 샤프비율은 벤치마크를 상회했다.

[표6] 벤치마크 vs 포트폴리오

구분	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호
연간수익률(무위험대비, %)	1.14	1.26	1.30	1.22
표준편차(연율화, %)	8.36	7.54	7.59	7.63
샤프비율	0.14	0.17	0.17	0.16

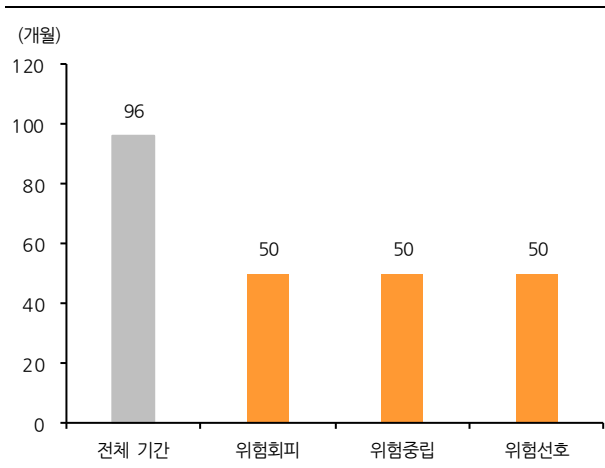
자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[표7] 포트폴리오 비중 제안(2022년 11월 30일 기준)

구분	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호
전세계 주식	14.3	0.0	3.2	3.9
국내주식	23.8	4.7	22.3	26.3
선진국 투자등급(IG) 회사채	13.2	3.7	0.0	0.0
선진국 하이일드(HY) 회사채	13.2	90.2	72.7	56.5
미국 국채	1.3	1.5	0.0	0.0
국내 국채	34.2	0.0	1.7	13.3

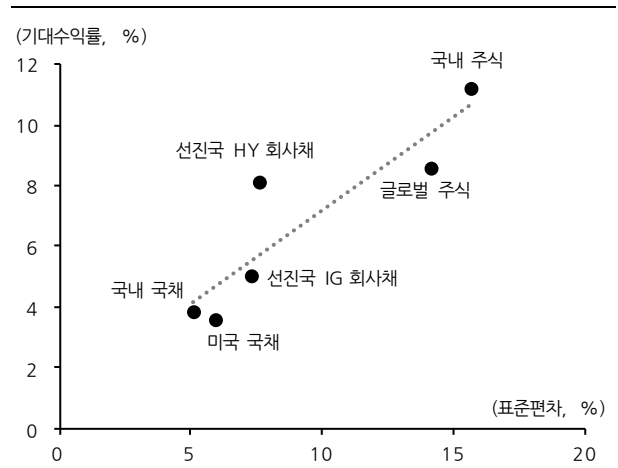
자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[그림11] 포트폴리오가 벤치마크를 이긴 횟수



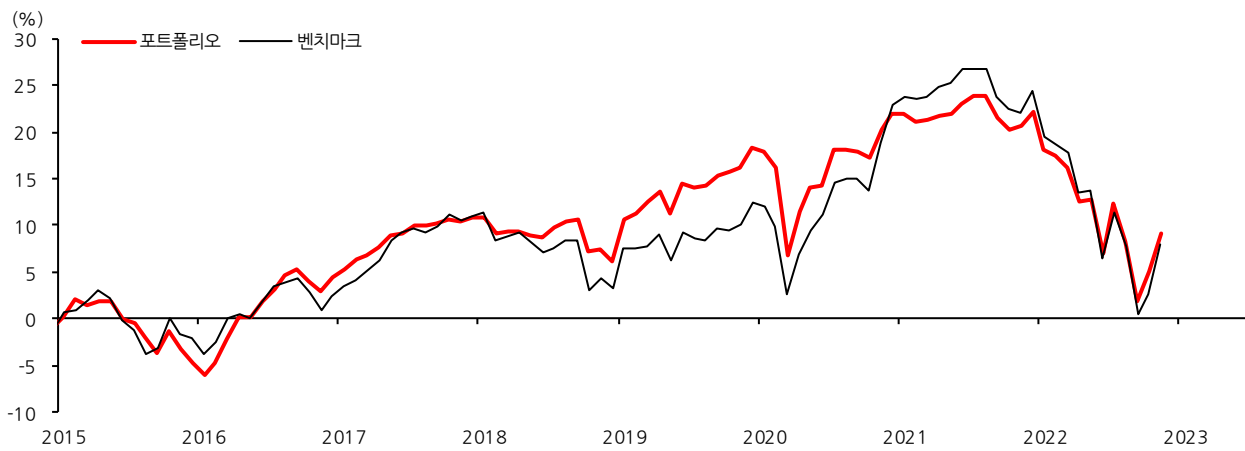
자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[그림12] 자산별 기대수익률 및 변동성



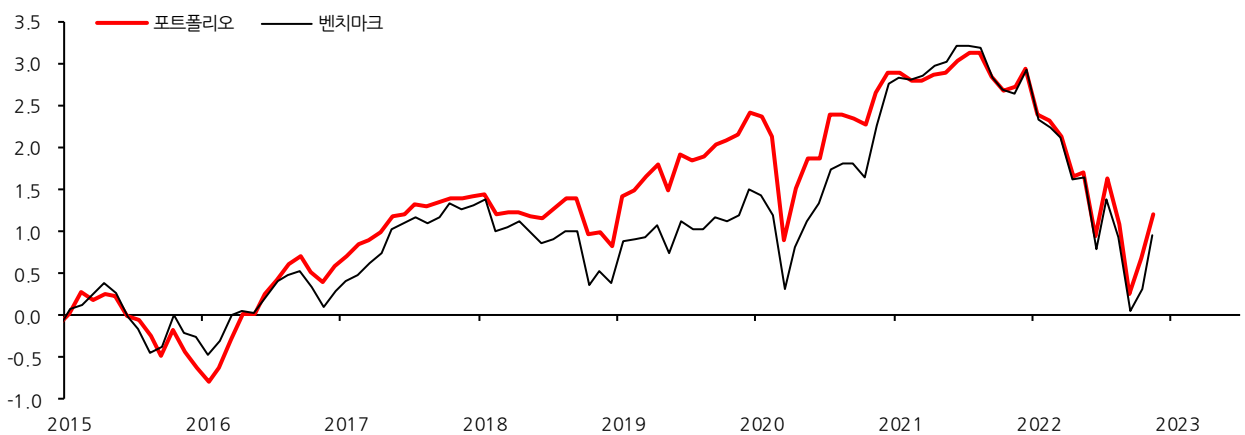
자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[그림13] 누적수익률 비교(위험 중립)



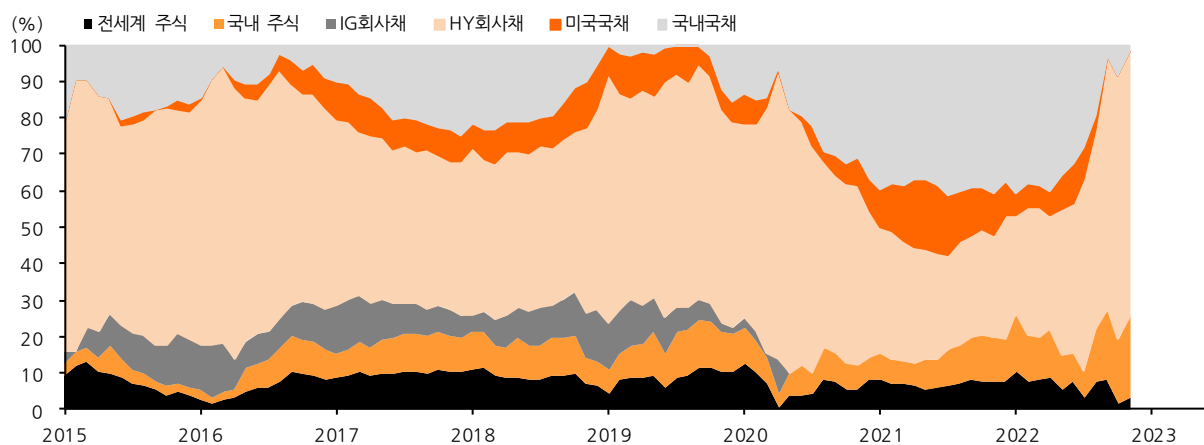
자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[그림14] 위험조정누적수익률 비교(위험 중립)



자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[그림15] 포트폴리오 비중 변화(위험 중립)



자료: Bloomberg, US Treasury, FRED, 한국은행, FRB of Philadelphia, WISEfn, 금융투자협회, 한화투자증권 리서치센터

[표8] 월간 수익률(로그, %) 상세

#	날짜	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호	#	날짜	벤치마크	위험 회피	위험 중립	위험 선호
1	2014-12-31	-1.5	-0.8	-0.9	-1.0	49	2018-12-31	-1.2	-1.3	-1.3	-1.2
2	2015-01-30	2.1	0.8	1.0	1.2	50	2019-01-31	4.3	4.3	4.5	4.5
3	2015-02-27	0.3	2.2	2.1	1.7	51	2019-02-28	0.1	0.8	0.6	0.5
4	2015-03-31	1.0	-1.0	-0.7	-0.3	52	2019-03-29	0.3	1.5	1.2	0.9
5	2015-04-30	1.2	0.5	0.5	0.7	53	2019-04-30	1.2	0.9	1.0	1.0
6	2015-05-29	-0.9	0.1	-0.1	-0.3	54	2019-05-31	-2.8	-1.9	-2.2	-2.4
7	2015-06-30	-2.4	-1.9	-1.9	-2.0	55	2019-06-28	3.1	3.1	3.2	3.1
8	2015-07-31	-1.1	-0.2	-0.3	-0.5	56	2019-07-31	-0.7	-0.1	-0.5	-0.6
9	2015-08-31	-2.5	-1.4	-1.5	-1.6	57	2019-08-30	-0.2	0.5	0.4	0.1
10	2015-09-30	0.8	-2.1	-1.8	-1.4	58	2019-09-30	1.2	0.7	1.1	1.2
11	2015-10-30	3.1	2.3	2.4	2.5	59	2019-10-31	-0.3	0.3	0.3	0.0
12	2015-11-30	-1.7	-2.1	-1.9	-2.0	60	2019-11-29	0.6	0.5	0.6	0.6
13	2015-12-31	-0.4	-1.6	-1.4	-1.2	61	2019-12-31	2.5	1.7	1.9	2.1
14	2016-01-29	-1.7	-1.2	-1.3	-1.4	62	2020-01-31	-0.5	-0.2	-0.3	-0.4
15	2016-02-29	1.3	1.3	1.3	1.3	63	2020-02-28	-2.0	-1.7	-1.7	-1.7
16	2016-03-31	2.6	2.5	2.5	2.5	64	2020-03-31	-7.4	-10.1	-9.3	-8.8
17	2016-04-29	0.4	2.7	2.3	2.0	65	2020-04-30	4.3	4.6	4.6	4.4
18	2016-05-31	-0.3	0.0	-0.1	-0.1	66	2020-05-29	2.5	2.8	2.7	2.6
19	2016-06-30	1.6	1.8	1.7	1.7	67	2020-06-30	1.7	-0.4	0.1	0.4
20	2016-07-29	1.7	1.3	1.4	1.4	68	2020-07-31	3.5	4.1	3.9	3.7
21	2016-08-31	0.4	1.4	1.4	1.2	69	2020-08-31	0.4	0.1	0.1	0.1
22	2016-09-30	0.4	0.8	0.7	0.7	70	2020-09-30	0.1	-0.6	-0.4	-0.2
23	2016-10-31	-1.6	-1.3	-1.3	-1.4	71	2020-10-30	-1.4	-0.3	-0.5	-0.7
24	2016-11-30	-1.9	-0.8	-0.9	-1.1	72	2020-11-30	5.2	2.5	2.9	3.2
25	2016-12-30	1.6	1.4	1.5	1.5	73	2020-12-31	4.0	1.2	1.8	2.2
26	2017-01-31	1.0	0.7	0.8	0.8	74	2021-01-29	0.8	-0.4	0.0	0.2
27	2017-02-28	0.6	1.3	1.2	1.0	75	2021-02-26	-0.3	-0.8	-0.8	-0.7
28	2017-03-31	1.2	0.0	0.3	0.5	76	2021-03-31	0.4	0.1	0.1	0.1
29	2017-04-28	1.0	0.8	0.8	0.8	77	2021-04-30	1.0	0.6	0.5	0.5
30	2017-05-31	2.2	1.1	1.4	1.5	78	2021-05-31	0.4	0.1	0.1	0.1
31	2017-06-30	0.7	0.1	0.3	0.4	79	2021-06-30	1.6	1.1	1.2	1.2
32	2017-07-31	0.6	0.9	0.8	0.7	80	2021-07-30	0.0	0.9	0.7	0.6
33	2017-08-31	-0.6	0.1	-0.1	-0.2	81	2021-08-31	-0.1	0.1	0.0	0.0
34	2017-09-29	0.6	0.2	0.3	0.4	82	2021-09-30	-3.0	-2.0	-2.2	-2.5
35	2017-10-31	1.3	0.2	0.4	0.6	83	2021-10-29	-1.2	-1.1	-1.3	-1.5
36	2017-11-30	-0.5	0.0	-0.2	-0.2	84	2021-11-30	-0.4	0.4	0.4	0.4
37	2017-12-29	0.4	0.3	0.3	0.3	85	2021-12-31	2.3	1.4	1.6	1.7
38	2018-01-31	0.5	0.1	0.1	0.2	86	2022-01-31	-5.0	-3.6	-4.0	-4.3
39	2018-02-28	-3.0	-1.5	-1.7	-1.9	87	2022-02-28	-0.8	-0.8	-0.7	-0.6
40	2018-03-30	0.4	0.0	0.1	0.2	88	2022-03-31	-0.9	-1.6	-1.4	-1.3
41	2018-04-30	0.5	-0.2	0.0	0.1	89	2022-04-29	-4.2	-3.8	-3.6	-3.5
42	2018-05-31	-1.2	0.0	-0.3	-0.5	90	2022-05-31	0.2	0.6	0.4	0.3
43	2018-06-29	-1.0	-0.1	-0.2	-0.3	91	2022-06-30	-7.2	-5.6	-5.8	-6.0
44	2018-07-31	0.4	1.1	1.0	0.8	92	2022-07-29	5.0	5.4	5.3	5.2
45	2018-08-31	0.9	0.7	0.8	0.8	93	2022-08-31	-3.8	-4.3	-4.1	-4.0
46	2018-09-28	0.1	0.0	0.1	0.1	94	2022-09-30	-7.2	-5.5	-6.3	-6.7
47	2018-10-31	-5.4	-2.8	-3.3	-3.7	95	2022-10-31	2.1	3.3	3.2	3.0
48	2018-11-30	1.3	0.0	0.2	0.4	96	2022-11-30	5.5	3.6	4.0	4.4

VI. Appendix

$$1. \text{내재수익률} = \lambda \cdot \Sigma w^T + \varepsilon_A, \quad \varepsilon_A \sim N(0, \tau \Sigma)$$

자본자산가격결정모형(CAPM)에 따르면 한 자산의 수익률 E_i 는 다음과 같이 표현된다.

$$E_i = r_f + \beta(E(r_m) - r_f)$$

$$\beta = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2}$$

r_f : 무위험수익률

r_m : 시장수익률

위험회피계수 λ 를 다음과 같이 정의하면, 자산 i 의 내재수익률(초과) Π_i 는 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2},$$

$$\Pi_i = E_i - r_f = \beta(E(r_m) - r_f)$$

$$= \lambda \cdot \text{cov}(r_i, r_m)$$

$$= \lambda \text{cov}(r_i, \sum_{k=1}^n r_k w_k)$$

$$= \lambda \sum_{k=1}^n \text{cov}(r_i, r_k) w_k$$

포트폴리오의 내재수익률 Π 은 다음과 같다.

$$\Pi = (\Pi_1, \dots, \Pi_n) = \lambda \left(\sum_{k=1}^n \text{cov}(r_1, r_k) w_k, \dots, \sum_{k=1}^n \text{cov}(r_n, r_k) w_k \right)$$

$$= \lambda \cdot \Sigma w^T$$

w_k : 자산 k 의 비중

w^T : 비중 벡터

이 자료에서는 내재수익률이 평균이 Π 이고 분산이 $\tau \Sigma$ (자산 수익률 공분산에 비례)인 정규분포를 따른다고 가정했다.

2. 주식 수익률 = $\frac{D}{P} + g + \text{향후 1년 기대인플레이션율} - r_f$

주식 1주의 가격 P 가 미래 배당금을 현재 가치로 할인한 값이라고 가정하면

$$P = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \dots$$

D_i : i 년 후 주당 배당금

r : 요구수익률

배당성장률을 g' 라 하자. g' 이 요구수익률 r 보다 작고 일정하다고(상수) 가정하면 P 는 무한급수이므로

$$\begin{aligned} P &= \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_1(1+g')}{(1+r)^2} + \dots \\ &= \frac{\frac{D_1}{(1+r)}}{1 - \frac{1+g'}{1+r}} \\ &= \frac{D_1}{r - g'} \\ \therefore r &= \frac{D_1}{P} + g' \end{aligned}$$

본 자료에서는 배당성장률 g' 을 실질성장률 g 와 향후 1년 기대인플레이션율로 분리했다.

3 기대수익률 = $[(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q]$

식의 전개에 앞서 역행렬 존재 여부를 확인하는 것이 필요하다. 일반적으로 P 가 정사각 행렬이 아닐 수 있고 full rank를 갖지 않을 수 있어 P 의 역행렬이 존재하지 않을 수 있다. 이에 P 를 확장하여 역행렬을 갖는 새로운 행렬 P^* 를 만들어 이 문제를 해결할 수 있으나, 본 자료에서는 모든 자산에 대해 절대적인 전망을 하기 때문에 P 가 항등행렬 I_n 와 같아, P 의 역행렬 존재성에 대한 설명은 생략한다.

과거 데이터로부터 산출된 분산, 공분산 행렬 Σ 는 positive definite하므로 역행렬을 가지며, $\Omega = P\tau\Sigma P^T$ 또한 역행렬을 갖는다.

$$P(A) \sim N(\Pi, \tau\Sigma)$$

$$P(B|A) \sim N(P^{-1}Q, (P^T\Omega^{-1}P)^{-1})$$

이므로 $P(A|B)$ 는 다음과 같다(하단 ** 참고).

$$P(A|B) \sim N(((\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P)^{-1}((\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q), ((\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P)^{-1})$$

** $P(A) \sim N(\mu_1, S_1)$ 이고 $P(B|A) \sim N(\mu_2, S_2)$ 이면

$$P(A|B) \sim N((S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1}(S_1^{-1}\mu_1 + S_2^{-1}\mu_2), (S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1})$$

각각의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$p_A \propto \exp(-(x - \mu_1)^T S_1^{-1} (x - \mu_1))$$

$$p_{B|A} \propto \exp(-(x - \mu_2)^T S_2^{-1} (x - \mu_2))$$

베이저안 정리에 의해

$$p_{A|B} \propto p_A p_{B|A}$$

$$\propto \exp(-(x - \mu_1)^T S_1^{-1} (x - \mu_1)) \exp(-(x - \mu_2)^T S_2^{-1} (x - \mu_2))$$

$$= \exp(-(x - \mu_1)^T S_1^{-1} (x - \mu_1) + (x - \mu_2)^T S_2^{-1} (x - \mu_2))$$

x 와 독립인 항들을 제외하면

$$\propto \exp\left(x^T(S_1^{-1} + S_2^{-1})x - (\mu_1^T S_1^{-1} + \mu_2^T S_2^{-1})x - x^T(S_1^{-1}\mu_1 + S_2^{-1}\mu_2)\right)$$

$$\propto \exp\left([x - (S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1}(S_1^{-1}\mu_1 + S_2^{-1}\mu_2)]^T [S_1^{-1} + S_2^{-1}][x - (S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1}(S_1^{-1}\mu_1 + S_2^{-1}\mu_2)]\right)$$

$$\therefore P(A|B) \sim N((S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1}(S_1^{-1}\mu_1 + S_2^{-1}\mu_2), (S_1^{-1} + S_2^{-1})^{-1})$$

[Compliance Notice]

이 자료는 투자자의 증권투자를 돕기 위해 당사 고객에 한하여 배포되는 자료로서 저작권이 당사에 있으며 불법 복제 및 배포를 금합니다. 이 자료에 수록된 내용은 당사 리서치센터가 신뢰할 만한 자료나 정보출처로부터 얻은 것이지만, 당사는 그 정확성이나 완전성을 보장할 수 없습니다. 따라서 이 자료는 어떠한 경우에도 고객의 증권투자 결과와 관련된 법적 책임소재에 대한 증빙으로 사용될 수 없습니다.

© MSCI

The MSCI sourced information is the exclusive property of MSCI Inc. (MSCI). Without prior written permission of MSCI, this information and any other MSCI intellectual property may not be reproduced, disseminated or used to create any financial products, including any indices. This information is provided on an "as is" basis. The user assumes the entire risk of any use made of this information. MSCI, its affiliates and any third party involved in, or related to, computing or compiling the information hereby expressly disclaim all warranties of originality, accuracy, completeness, merchantability or fitness for a particular purpose with respect to any of this information. Without limiting any of the foregoing, in no event shall MSCI, any of its affiliates or any third party involved in, or related to, computing or compiling the information have any liability for any damages of any kind. MSCI and the MSCI indexes are services marks of MSCI and its affiliates.
