

Отчет по лабораторной работе 1

Кузнецова Я.Е. Б19-511 вариант 8

Исходное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{x} + x - \frac{a}{1-x} = 0, \quad x < 1$$

было преобразовано к системе из двух уравнений:

$$(1) \quad x' = y$$

$$(2) \quad y' = a/(1-x) - x, \quad x < 1$$

Приравняв правые части уравнений системы к нулю, найдены точки покоя вида:

$$Y = 0,$$

$$X = 0.5 \pm 0.5(1-4a)^2$$

Чтобы найти собственные значения система линеаризуется:

$$f(x,y) = y$$

$$g(x,y) = a/(1-x) - x$$

$$df/dx = 0 \quad dg/dx = -4a - 1$$

$$df/dy = 1 \quad dg/dy = 0$$

новые переменные:

$$U' = df/dx * U + df/dy * V$$

$$V' = dg/dx * U + dg/dy * V, \quad \text{где производные взяты в точке покоя.}$$

Так как предполагается, что a – любое выбранное число, зададим его равным $a = 1/4$. Точка покоя $(0.5, 0)$.

Тогда система примет вид:

$$(1') \quad U' = V$$

$$(2') \quad V' = -2U$$

Матрица Якоби выглядит следующим образом:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}$$

Собственные числа: $\lambda = \pm i\sqrt{2}$

Отсюда следует, что фазовым портретом будет центр и точка покоя $(0.5, 0)$ неустойчивая.

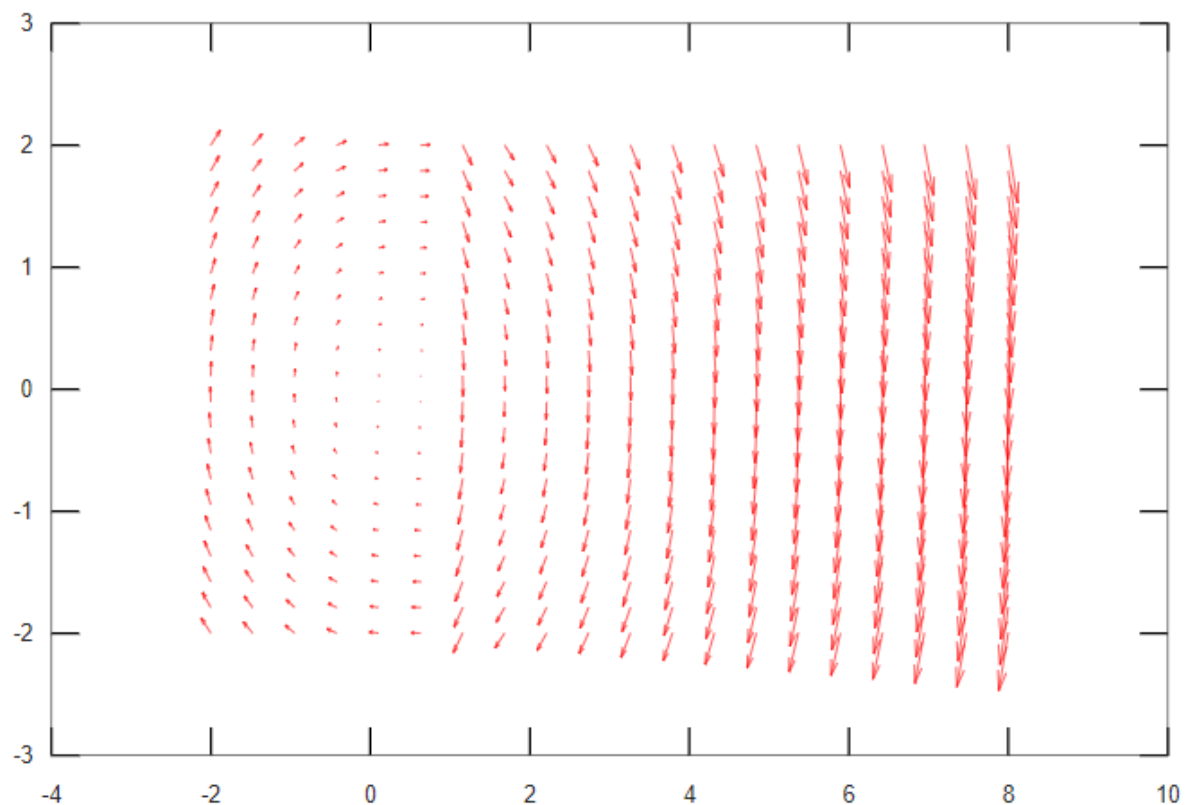


Рис.1

Также система была проанализирована при $\lambda = 0$. Фазовым портретом также является центр в неустойчивой точке покоя $(0, 0)$:

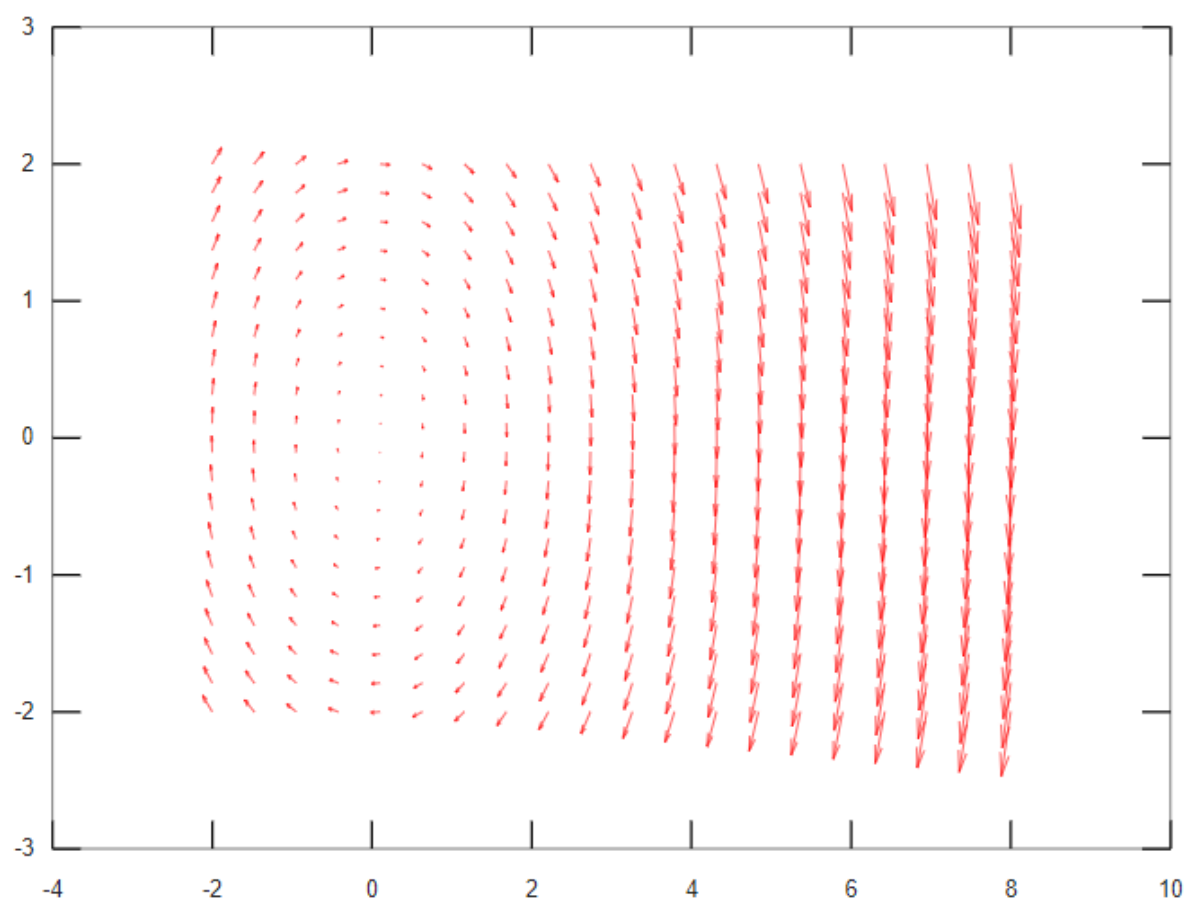


Рис. 2