Question 1

a) Pour ce genre de questions, il s'avère très utile de faire un schéma

Schéma

| Mois | S18 | O18 | N18 | D18 | J19 | F19 | M19 | A19 | M19 | J19 | J19 | A19 | S19 | O19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ | | B | | | A | | | 442,26$ | | | 442,26$ | | | 442,26$ |

Note: comme les séjours sont à la fin du mois, j'ai décidé de les placer au début du mois suivant.

En étudiant la situation, on remarque être en présence d'une annuité immédiate.

$$A = 442{,}26 \; a_{\overline{3}|\, i^{(4)}/4}$$

$$= 442{,}26 \; a_{\overline{3}|\, 0{,}0025}$$

$$= 442{,}26 \left[ \frac{1 - v^3}{0{,}0025} \right]$$

$$= 1320{,}173638$$

b) Il faut maintenant seulement actualiser le montant trouvé en a à un taux nominal composé 4 fois l'an de 2%.

$$B = Av = (1320{,}173638)\left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^{-1} = 1313{,}60561$$

Question 2

Commençons par tracer le schéma de la situation.

Schéma

$\ddot{a}$

| Mois | S18 | O18 | N18 | D18 | J19 | F19 | M19 | A19 | M19 | J19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ | | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | | | | | | | | | -2000 | |

Note : Comme les dépôts sont à la fin du mois, j'ai décidé de les placer au début du mois suivant.

En étudiant la situation, on remarque que les dépôts se rapprochent d'une annuité due. En effet, pour avoir une annuité due, il faudrait accumuler le 2000 $ pour un mois supplémentaire.

$$2000\left(1 + \frac{i^{(12)}}{12}\right) = X\,\ddot{s}_{\overline{8}|\,i^{(12)}/12}$$

$$2000\,(1 + 0{,}0015) = X\,\ddot{s}_{\overline{8}|\,0{,}0015}$$

$$2003 = X\left((1{,}0015)\left[\frac{1{,}0015^{8}-1}{0{,}0015}\right]\right)$$

$$248{,}6904509 = X$$

Question 3

On peut tracer un schéma pour s'aider dans la résolution de ce problème.

Schéma

| t | S18 | O18 | N18 | D18 | J19 | F19 | M19 | A19 | M19 | J19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ | | X | X | X | X | X | 1,5X | 1,5X | 1,5X | |
| $ | | | | | | | | | -2000 | |

**NOTE**
Comme les dépots sont à la fin du mois, j'ai décidé de les placer au début du mois suivant.

On est ici en présence de 2 annuités immédiates.

$$2000 = (X\, s_{\overline{5}|i})(1+i)^3 + (1{,}5X)\, s_{\overline{3}|i} \qquad \text{où } i = \frac{0{,}018}{12}$$

$$2000 = X(5{,}0150225 17)(1{,}004506753) + 1{,}5X(3{,}00450225)$$

$$209{,}5474565 = X$$

Question 4

Traçons le schéma de la situation

Schéma

| t | S18 | O18 | N18 | D18 | J19 | F19 | M19 | A19 | M19 | J19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| i | 1,8% | | | 1,2% | | | | | | |
| $ | | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| $ | | | | | | | | | -2000 | |

**NOTE**
Comme les dépôts sont à la fin du mois, j'ai décidé de les placer au début du mois suivant.

On est ici en présence de 2 annuités immédiates

$$2000 = (X\, s_{\overline{3}|i})(1+j)^5 + X\, s_{\overline{5}|j} \qquad \text{où } i = 0{,}018/12 = 0{,}0015$$

$$j = 0{,}012/12 = 0{,}001$$

$$2000 = X(3{,}0198548 36) + X(5{,}01001)$$

$$249{,}0795 = X$$

Remarque

On peut remarquer que les versements sont plus grands qu'à la question 2, en raison de la baisse du taux d'intérêt pour les 3 derniers versements

Question 5

On peut s'aider d'un schéma pour résoudre le problème.

Schéma

| t | 6/12 | 12/12 | 6/13 | 12/13 | 6/14 | 12/14 | 6/15 | 12/15 | 6/16 | 12/16 | 6/17 | 12/17 | 6/18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ | | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| $ | | | | | | X | | | | | | | |

On cherche à savoir la valeur des versements en décembre 2014.

$$X = 150\, s_{\overline{5}|0,03} + 150\, a_{\overline{7}|0,03}$$

$$X = 150\left( s_{\overline{5}|0,03} + a_{\overline{7}|0,03} \right)$$

$$X = 150\,(5,30913581 + 6,230282955)$$

$$X = 1730,912815$$

La valeur des 12 versements au 31 décembre 2014 est donc de 1730,912815 $.

Solution alternative

On aurait aussi pu trouver la valeur présente des versements et accumuler ce montant jusqu'à la date désirée. On aurait eu le développement suivant :

$$X = 150\, a_{\overline{12}|i}\, (1+i)^5$$

$$= 150\, a_{\overline{12}|0,03}\, (1,03^5)$$

$$= 1730,912815$$

Question 6

a) On peut facilement trouver le taux effectif par mois :

$$(1+i)^{12} = 1,05$$
$$i = 0,004074124$$

On sait que la valeur présente de la rente est de 50 000. Elle veut retirer à chaque fin du mois pendant 5 ans (60 mois). On se retrouve donc avec l'équation suivante :

$$50\,000 = X\, a_{\overline{60}|i}$$

941.019924 = X

Question 7

Trouvons d'abord la valeur équivalente d'un taux d'intérêt nominal composé 365 fois l'an.

$$\therefore \quad e^{\delta} = (1+i) = \left(1 + \frac{i^{(365)}}{365}\right)^{365} \qquad 0{,}018\ 243\ 631$$

$$e^{0{,}08} = \left(1 + \frac{i^{(365)}}{365}\right)^{365}$$

$$i^{(365)} = 0{,}080\ 008\ 768$$

D'une part, on a l'annuité qui se compose 365 fois l'an! D'autre part, on a une annuité qui se compose continûment. On a 50 périodes de 1 an, donc on doit travailler avec des montants annuels [ 365(25) = 9125 ]

$$\therefore \quad 9125\, a^{(365)}_{\overline{50}|} = 9125 \left[ \frac{1 - v^{50}}{i^{(365)}} \right]$$

$$= 9125 \left[ \frac{1 - e^{-50(0{,}08)}}{i^{(365)}} \right]$$

$$= 111\ 961{,}10$$

$$\therefore \quad 9125\, \bar{a}_{\overline{50}|} = 9125 \left[ \frac{1 - v^{50}}{\delta} \right]$$

$$= 9125 \left[ \frac{1 - e^{-50(0{,}08)}}{0{,}08} \right]$$

$$= 111\ 973{,}37$$

La valeur de l'annuité continue est supérieure de

$$111\ 973{,}37 - 111\ 961{,}10 = 12{,}27.$$

Question 8

a) Trouvons d'abord le nombre n de fois où Claire est allé au cinéma.

$$2000 = 25\, a_{\overline{n}|0,5\%}$$

$$2000 = 25\left[\frac{1-v^n}{0,005}\right]$$

$$2/5 = 1-v^n$$

$$3/5 = v^n$$

$$n = -\frac{\ln(3/5)}{\ln(1,005)} = 102,4203253$$

Ainsi, le nombre entier de sorties que Claire peut se permettre est 102

b) On a l'équation suivante :

$$2000 = 25\, a_{\overline{102}|0,5\%} + X v^{102}$$

$$6,295\ 765\ 800 = X v^{102}$$

$$10,470\ 968\ 740 = X$$

Elle pourra dépenser 10,47 \$ de plus lors de sa dernière sortie.

c) On se retrouve avec l'équation suivante :

$$10,470\,968\,740\,(1+i)^n = 25$$

$$(1,005)^n = 25/10,470\,968\,740$$

$$n = 174,488\,628\,700$$

Il faudrait attendre 174,488 628 700 mois avant de retourner au cinéma.

Question 9 (pas le genre de question de Thomas)

On aurait l'équation suivante :

$$25\,a_{\overline{102}|i} = 2000$$

$$a_{\overline{102}|i} = 80$$

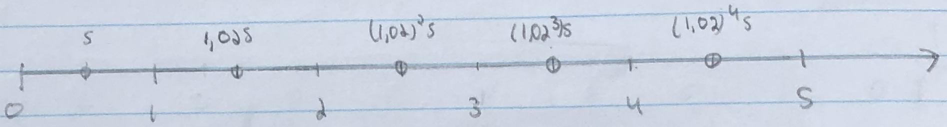
$$\frac{1-v^{102}}{i} = 80$$

$$i = 0,4933$$ (réponse trouvée avec la BA II+)

Pour ce genre de question, Thomas donne des choix de réponse. On n'a qu'à tester tous les choix de réponse dans l'équation.

Question 10

Schéma



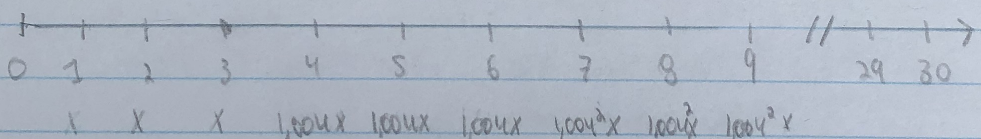

$$VA = S(1,03)^{4,5} + 1,02S(1,03)^{3,5} + (1,02)^2S(1,03)^{2,5} + (1,02)^3S(1,03)^{1,5} + (1,02)^4S(1,03)^{0,5}$$

$$= S(1,03)^{4,5}\left[1 + \frac{1,02}{1,03} + \left(\frac{1,02}{1,03}\right)^2 + \left(\frac{1,02}{1,03}\right)^3 + \left(\frac{1,02}{1,03}\right)^4\right]$$

$$= S(1,03)^{4,5}\left[\frac{1-\left(\frac{1,02}{1,03}\right)^5}{1-\frac{1,02}{1,03}}\right)$$

$$= 252\ 067,735\ 600$$

Question 11




$$VA = X\underbrace{(v + v^2 + v^3)}_{a_{\overline{3}|0,005}} + 1,004X(v+v^2+v^3)v^3 + 1,004^2X(v+v^2+v^3)v^6 + \dots + 1,004^9X(v+v^2+v^3)v^{27}$$

$$= X a_{\overline{3}|0,005}\left(1 + \frac{1,004}{1,005^3} + \left(\frac{1,004}{1,005^3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1,004}{1,005^3}\right)^9\right)$$

$$= X a_{\overline{3}|0,005}\left(\frac{1-\left(\frac{1,004}{1,005^3}\right)^{10}}{1-\frac{1,004}{1,005^3}}\right) = 707,144\ 557\ 600$$

Question 12

Pas à l'examen!

Question 13

| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | // | 16 | 17 | // | 49 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 | 225 | 250 | | 500 | 500 | | 500 |

On peut utiliser la formule P et Q!

$$PV = P a_{\overline{n}|} + Q \frac{a_{\overline{n}|} - n v^n}{i} \qquad AV: P s_{\overline{n}|} + Q \frac{s_{\overline{n}|} - n}{i}$$

où P: montant initial

Q: accroissement

n: nb de périodes

$$pV = \left(100 a_{\overline{17}|} + 25 \frac{a_{\overline{17}|} - n v^n}{i}\right)(1+i) + 500 v^{17} \ddot{a}_{\overline{33}|}$$

$$= \left(100 a_{\overline{17}|} + 25 \frac{a_{\overline{17}|} - 17 v^{17}}{i}\right)(1+i) + 500 v^{17} \ddot{a}_{\overline{33}|}$$

$$= 3208,713799 + 3665,476087$$

$$= 6874,189886$$

Question 14

$$AV = \int_0^{15} h(t)\, e^{\delta(15-t)}$$

$$= \int_0^{10} t^2 e^{\delta(15-t)}\, dt = e^{1,2} \int_0^{10} t^2 e^{-0,08t}\, dt$$

$v = 1-d$

On intègre par parties...

$AV = 615,033\,452$

Question 15

a)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | $-p$ | $-p$ | $-p$ | $-p$ | $-p$ |
| B | | $+p$ | $+p$ | $+p$ | $+p$ | $+p$ |
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Trouvons d'abord la valeur de p!

$\therefore\ 1000 = P a_{\overline{n}|} = P a_{\overline{5}|} = P(3,992\,710\,037)$

$250,456\,455 = P$

Trouvons le taux auquel Suzette peut réinvestir:

$\therefore\ d = 1 - v = 0,04 \Rightarrow i = 1/24$

On a :

$\therefore\ AV = P s_{\overline{5}|i} = 250,456\,455\ s_{\overline{5}|1/24}$

$= 1361,078\,676$

Le taux de rendement de Suzette est donc

$$R = \left(\frac{1361,078\,676}{1000}\right)^{1/5} - 1 = 6,359\,587\,900\%$$

b)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | $-80$ | $-80$ | $-80$ | $-80$ | $1080$ |
| B | | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 |
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Ainsi;

$$AV = 80\, s_{\overline{5}|} + 1000 = 1483,751\ 399$$

$$R = \left(\frac{1483,751\ 399}{1000}\right)^{1/5} - 1 = 0,074\ 868\ 489$$

c) $AV = 1000(1,08)^5 = 1469,328\ 077$

$$R = \left(\frac{1469,328\ 077}{1000}\right)^{1/5} - 1 = 0,08$$

Question 16

**ERREUR DANS LE CORRIGÉ**

Question 17

On a l'équation suivante :

$$(k - P_i)\, s_{\overline{12}|j} = P$$

où $P$ : prix d'achat
$k$ : 1000
$i$ : 1%
$j$ : 0,5%

Ainsi, $$P = \frac{K\, s_{\overline{12}|j}}{1 + i\, s_{\overline{12}|j}}$$

$$= 10\,980,9949$$

Question 18

On aurait l'équation suivante :

$$(1500 - X)\, s_{\overline{8}|j} = 10\,000$$

où $j = (1 + 0,03)^{1/4} - 1 = 0,007\,417\,072$

$$\therefore (1500 - X)\, s_{\overline{8}|0,007417072} = 10\,000$$
$$X = 282,090.002$$