

Preuve d'une annuité

On cherche à prouver la formule d'annuité:

t	0	1	2	3	4	5
\$		X	X	X	X	X

On cherche à déterminer la valeur présente (à $t=0$)
des montants déposés.

$$\therefore PV = Xv + Xv^2 + Xv^3 + Xv^4 + Xv^5 \quad \left| \quad v = (1+i)^{-1} \right.$$

$$= Xv (1 + v + v^2 + v^3 + v^4)$$

$$= Xv \times \sum_{k=0}^4 v^k$$

$$= Xv \left(\frac{1 - v^5}{1 - v} \right)$$

$$= Xv \left(\frac{1 - v^5}{1 - 1/(1+i)} \right)$$

$$= Xv \left(\frac{1 - v^5}{\frac{1+i-1}{1+i}} \right)$$

$$= Xv \left(\frac{1 - v^5}{i} \right) (1+i)$$

$$= X \left(\frac{1 - v^5}{i} \right) = X a_{\overline{5}|i}$$

On procède de manière similaire pour prouver les
autres formules ($\ddot{a}_{\overline{n}|i}$, $s_{\overline{n}|i}$, $\ddot{s}_{\overline{n}|i}$)

Milroy