Dépannage 4

Thierry Paré

Section 2.2 : Généralisations des annuités

Attention : dans une annuité, la période de composition de l'intérêt doit correspondre à la période de paiement!

Les annuités continues

La valeur accumulée d'une annuité continue de \$1 par unité de temps payable sur [t,t +h] est donnée par

$$\int_t^{t+h} a(x,t+h)\mathrm{dx} = \int_t^{t+h} \mathrm{e}^{\int_x^{t+h}\delta(u)\mathrm{du}}\mathrm{dx}$$

La valeur actualiseé d'une annuité continue de \$1 par unité de temps payable sur [t,t +h] est quant à elle donnée par

$$\int_t^{t+h} \frac{1}{a(t,x)}\mathrm{dx} = \int_t^{t+h} \mathrm{e}^{-\int_t^{x}\delta(u)\mathrm{du}}\mathrm{dx}$$

Résumé des définitions et des formules vues en classe

Concentrons nous d'abord sur les différentes façons d'accumuler de l'intérêt :

	Taux d'intérêt	Taux d'escompte
Simple	$1 + ni$	$(1 - nd)^{-1}$
Composé	$(1 + i)^n$	$(1 - d)^{-n}$

La définition d'un taux d'intérêt (composé) est la suivante :

$$i = \frac{A(t+h) - A(t)}{A(t)}$$

Celle d'un taux d'escompte est plutôt

$$d = \frac{A(t+h) - A(t)}{A(t+h)}$$

La lettre v est très souvent utilisée :

$$v = \frac{1}{1+i} = 1 - d$$

La relation suivante est très importante :

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = (1-d)^{-1} = \left(1 - \frac{d^{(k)}}{k}\right)^{-k} = e^{\delta}$$

La définition d'une force d'intérêt est

$$\delta(t) = \frac{A'(t)}{A(t)} = \frac{a'(t)}{a(t)}$$

La fonction d'accumulation en utilisant la force d'intérêt est la suivante

$$a(t, t+h) = \mathrm{e}^{\int_t^{t+h} \delta(u) \mathrm{du}}$$

ATTENTION : Cette formule est seulement valide pour l'intérêt composé

$$d = 1 - v = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

Finalement, nous avons les formules pour les différentes annuités

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{d} = (1 + i) \times a_{\overline{n}|}$$

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = (1 + i)^n \times a_{\overline{n}|}$$

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = \frac{(1 + i)^n - 1}{d} = (1 + i) \times s_{\overline{n}|} = (1 + i)^n \times \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

Vous pouvez consulter les pages précédentes pour connaître les différentes formules à employer pour traiter les annuités continues.

Finalement, la dernière formule est celle de la série géométrique :

$$\sum_{k=0}^{n} v^k = \frac{1 - v^{n+1}}{1 - v}$$