Table 1. Розрахунок вирівених значень T і похибок ϵ. Таблиця...

t	y_t	S_t	$T \cdot \epsilon = y : S$	T	$T \cdot S$	$\epsilon = y : (T \cdot S)$	$\epsilon^1 = y - (T \cdot S)$	$(\epsilon^1)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	72	0.913	78.86	87.80	80.16	0.898	-8.16	66.66
2	100	1.202	83.19	85.03	102.20	0.978	-2.20	4.86
3	90	1.082	83.18	82.25	89.00	1.011	1.00	1.00
4	64	0.803	79.70	79.48	63.82	1.003	0.18	0.03
5	70	0.913	76.67	76.70	70.03	1.00	-0.03	0.00
6	92	1.202	76.54	73.93	88.86	1.035	3.14	9.85
7	80	1.082	73.94	71.15	16.99	1.039	3.01	9.08
8	58	0.803	72.23	68.38	4.91	1.056	3.09	9.57
9	62	0.913	67.91	65.60	59.90	1.035	2.10	4.43
10	80	1.202	66.56	62.83	75.52	1.059	4.48	20.08
11	68	1.082	62.85	60.05	64.98	1.047	3.02	9.14
12	48	0.803	59.78	57.28	45.99	1.044	2.01	4.03
13	52	0.913	56.96	54.50	49.76	1.045	2.24	5.02
14	60	1.202	49.92	51.73	62.18	0.965	-2.18	4.73
15	50	1.082	46.21	48.95	52.97	0.944	-2.97	8.79
16	30	0.803	37.36	46.18	37.08	0.809	-7.08	50.12

4. Розрахуємо компоненту T. Для цього розрахуємо параметри лінійного тренду, використовуючи рівні $(T \cdot \epsilon)/$.

Метод найменших квадратів дає таку модель:

$$T = 90.59 - 2.773t.$$

В отримане рівняння підкладем $t = \overline{1.16}$ і отримаємо рівні T для всіх моментів часу (графа 5).

5. Розрахуємо значення $T \cdot S$ (графа 6)

6. Далі визначаємо похибку в мультиплікативній моделі: $\epsilon = y : (T \cdot S)$ (графа 7)

Для порівняння мультиплікативної моделі з іншими моделями часового ряду, по анології з адитивною моделлю використовують суму квадратів абсолютних похибок.

Застосування фіктивних змінних для моделювання сезонних коливань

Моделювати часовий ряд з сезонними коливаннями можна за допомогою побудови регресії з включенням фактора часу і фіктивних змінних. Кількість фіктивних змінних в такій моделі повинна бути на одиницю меньше кількості періодів часу всередині одного циклу коливань. Наприклад, якщо моделюємо поквартальні дані, то модель включатиме фактор часу і три фіктивні змінні. Кожна фіктивна змінна відображає сезонну (циклічну) компонентучасового ряду для якогось одного періоду. Вона дорівнює одиниці для одного періоду і нулеві для інших.

Якщо розглядається часовий рід з циклічними коливаннями з періодичністю K, то модель з фіктивними змінними матиме вигляд:

$$y_t = a + bt + c_1x_1 + \cdots + c_{k-1}x_{k-1} + \epsilon_t,$$

де $x_j = \begin{cases} 1, & \texttt{для кожного } j \texttt{ всередині кожного циклу} \\ 0, & \texttt{в інших випадках} \end{cases}$

Наприклад, якщо моделювати сезонні коливання на основі поквартальних даних за декілька років,кількість кварталів в одному році $k = 4$, а модель матиме вигляд:

$$y_t = a + bt + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \epsilon_t$$

Тоді рівняння тренду для кожного квартала матиме такий вигляд:

для 1 квартала: $y_t = a + bt + c_1 + \epsilon_t$

для 2 квартала: $y_t = a + bt + c_2 + \epsilon_t$

для 3 квартала: $y_t = a + bt + c_3 + \epsilon_t$

для 4 квартала: $y_t = a + bt + \epsilon_t$

Це рівняння є аналог адитивної моделі часового ряду, так як фактичний рівень часового ряду є сума трендової, сезонної і випадкової компоненти.

Приклад

Побудова моделі регресії часового ряду з фіктивними змінними.

По даним прикладу про споживання електроенергії побудуємо модель регресії з фіктивними змінними.

Модель матиме вигляд: $y_t = a + bt + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \epsilon_t$

Матриця початкових даних матиме вигляд:

y	t	x_1	x_2	x_3
6.0	1	1	0	0
4.4	2	0	1	0
5.0	3	0	0	1
9.0	4	0	0	0
7.2	5	1	0	0
4.8	6	0	1	0
6.0	7	0	0	1
10.0	8	0	0	0
8.0	9	1	0	0
5.6	10	0	1	0
6.4	11	0	0	1
11.0	12	0	0	0
9.0	13	1	0	0
6.6	14	0	1	0
7.0	15	0	0	1
10.8	16	0	0	0

Методом найменьших квадратів отримаємо таку регресію: $\hat{y}_t = 8.3250 + 0.1875t - 2.0875x_1 - 404750x_2 - 3.9125x_3$

Проаналізуємо отримані результати

Коєфіцієнт детермінації моделі $R^2 = 0.985$ досить високий, близький доодиниці. Параметр $a = 8.3250$ є сумапочаткового рівня ряду і сезонної компоненти в IV кварталі (так як для четвертого кварталу $x_1 = x_2 = x_3 = 0$). Сезонні коливання в I, II, III кварталах зменьшують цю величину (від'ємні знаки при x_1, x_2, x_3). Зазначимо, що ці параметри при x_i не дорівнюють значенням сезонної компоненти, так як вони характеризують не сезонні зміни рівнів ряду, а їх відхилення від рівнів, що враховують сезонні впливи в IV кварталі. Додатна величина $b = 0.1875$ вказує про присутність зростаючого тренду.

Основний недолік моделіз фіктивними змінними той, що до моделі може вводитися велика кількість фіктивних зміних, а тому довжину ряду необхідно брати досить великою.

Моделювання тенденції часового ряду при наявності структурних змін

Розглянемо випадок лінійної тенденції. Існують одночасні зміни характеру тенденції часового ряду, що викликані структурними змінами в аналізуємому процесі. Тобто, починаючи з деякого моменту часу я t^* відбувається зміна характеру динаміки ряду.

У момент t^* відбуваються значні зміни факторів, зо входять до часового ряду. Тому виникає питання, чи значимо впливають зміни факторів на характер тенденції.

Якщо вплив цей значимий, то для моделювання тенденції даного часового ряду необхідно використати кусочно-??? моделі регресії. Це означає, що ряд розбиваємо на дві частини: одна до моменту t^*, а друга - після.

???