4.Проста експонента

Розглянемо тенденцію виду: $y = ab^t$. Логарифмуємо це співвідношення:

$$\ln y_t = \ln a + t \ln b$$

Отримали лінійну функцію відносно t. Параметри a і b розраховуємо так, як і у випадку лінійного тренду. Для спрощеного розрахунку інтервалу можна скористатися параметром k^* для лінійного тренду.

Тоді прогнозний інтервал матиме вигляд:

$$H.M. : ant\, ln(ln\, \hat{y}_{n+L} - S_y k^*),$$

$$B.M. : ant\, ln(ln\, \hat{y}_{n+L} + S_y k^*),$$

де $S_y = \sqrt{\frac{(ln\, y_t - ln\, \hat{y}_t)^2}{n-2}}$

5.Логарифмична парабола

Розглядається тенденція виду $y_t = a\, b^t\, c^{t^2}$. Логарифмуємо цей вираз: $ln\, y_t = ln\, a + t\, ln\, b + t^2\, ln\, c$. Це квадратична функція відносно параметра t. Оцінку параметрів a, b, c і прогнозний інтервал знаходимо так, як для многочлена другого ступеня.

Прогнозний інтервал буде таким:

$$H.M. : ant\, ln(ln\, \hat{y}_{n+L} - S_y k^*),$$

$$B.M. : ant\, ln(ln\, \hat{y}_{n+L} - S_y k^*),$$

де k^* - табульовані значення для многочлена другого ступеня, а $S_y = \sqrt{\frac{(ln\, y_t - ln\, \hat{y}_t)^2}{n-3}}$.

6.Модифікована експонента

Тенднція має вигляд: $y_t = c - a\, b^t$. Вважаємо, ща параметр $a > 0$. Вираз зведемо до лінійного виду: $ln\, (c - y_t) = ln\, a + t\, ln\, b$. Позначемо $z_t = ln\, (c^* - y_t)$. Вважаємо, що $c = c^*$ - відоме, тобто, відома асимптота. Отримаємо такий вираз для прогнозного інтервалу:

$$H.M. : z_{n+L} - S_z\, k^*,$$

$$H.M. : z_{n+L} + S_z\, k^*,$$

де S_z - середньоквадратичне віждхилення від тренду $z_t = ln\, a + t\, ln\, b$. Тоді прогнозний інтервал для y_{n+L} має вигляд:

$$H.M. : c^* - ant\, ln(z_{n+L} - S_z\, k^*),$$

$$B.M.: c^* - ant\, ln(z_{n+L} + S_z\, k^*),$$

Якщо параметр c невідомий, то можна оцінити параметри модифікованної експоненти $y = c{+}a\, b^t$ методом трьох сум. Згідно з цим методом часовий ряд розбиваємо на три однакових відрізка і позначимо через $\sum_1 y_t, \sum_2 y_t, \sum_3 y_t$ суми рівнів кожного з відрізків, n -кількість рівнів у кожному з відрізків. Вікростовуючи алгоритм методу трьох сум отримаємо такі оцінки параметрів c, a і b:

$$b = \sqrt[n]{\frac{\sum_3 y_t - \sum_2 y_t}{\sum_2 y_t - \sum_1 y_t}},\; a = (\sum\nolimits_2 y_t - \sum\nolimits_1 y_t)\frac{b-q}{(b^n-1)^2},$$

$$c = \frac{1}{n}\left[\frac{\sum_1 y_t \cdot \sum_3 y_t - (\sum_2 y_t)^2}{\sum_1 y_t + \sum_3 y_t - 2\sum_2 y_t}\right].$$

Зауважимо, що метод трьох сум працює, якщо коливанняряду досить малі і результати не дуже чутливі до похибок. Тому перед оцінкою ряд необхідно згладити за допомогою ковзної середньої, якщо у ряді досить сильні коливання, або усунути досить великі викиди і замінити їх на усереднені.