

数学练习 (一)

(练习内容：相似证明、解三角形、翻折与旋转，满分 100 分)

一、解答题 ($10' \times 6$)

1. (DGNTD 11.1.22) 正方形 $ABCD$ 的边长是 1. Q 为 BC 延长线上一点, QA 与 CD 、 BD 分别交于点 P 、 E , QO 与 CD 交于 F (O 为 AC 与 BD 交点). 若 $EF \parallel AC$, 求 AP .

2. (DGNTD 11.1.25) $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, D 为 BC 上一点 (D 不是 BC 中点).

$$\frac{2}{AD} = \frac{1}{BD} + \frac{1}{CD}, \quad P \text{ 为 } AD \text{ 中点.}$$

求证: i. $\angle BDA = 2\angle BAD$;

ii. PD 平分 $\angle BPC$.

3. (DGNTD 7.2.25) 平面内有梯形 $ABCD$, $AB > CD$, $AD = BC$. 记 $S_{\text{梯形}ABCD} = S$, $\angle ADC$ 的补角为 θ , 求使 S 最小的 θ .

4. (DGNTD 7.2.14) $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , $DE \perp AC$ 于 E , $DF \perp BC$ 于 F . 求证: $\frac{AE}{BF} = \frac{AC^3}{BC^3}$.
5. (DGNTD 11.2.21) $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, $AB = 6$, $CD = 4$, $BD = 14$. P 在直线 BD 上, 满足 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$, 求 BP .
6. (DGNTD 11.2.30) $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 中点, 直线 CF 垂直于 BC . E 为边 AB 上任一点, ED 延长后交直线 CF 于 F . M 、 N 分别是 ED 、 DF 中点. 求证: AD 平分 $\angle MAN$.

二、填空题 (20'×2)

1. (JDZXP10 T27) P 在 $\square ABCD$ 边 BC 上, 将 $\triangle ABP$ 沿 AP 翻折, B 恰落于边 AD 中垂线上. 若 $AB = 5$, $AD = 8$, $\tan B = \frac{4}{3}$, 则 BP 长为_____.
2. (JDZXP53 T23) $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\tan B = 2$. $AD \perp BC$ 于 D . G 为 $\triangle ABC$ 重心. 将

$\triangle ABC$ 绕 G 旋转，得 $\triangle A_1B_1C_1$ ，且 B_1 在直线 AD 上. 联结 CC_1 ，则 $\tan \angle CC_1B =$ _____.