

Вопросы при защите лабораторной работы

1. Будет ли работать программа при степени полинома

Ньютона $n=0$?

Да, работать программа с такой степенью будет, как расчет интерполяции с помощью полинома Ньютона, так и с помощью полинома Эрмита. Функция вернет значение из таблицы в точке, которая находится ближе к заданному аргументу. Но точность при такой конфигурации будет низкой.

Расчет корня с помощью обратной интерполяции тоже будет работать - это значение аргумента из данной таблицы, в которой функция принимает значение ближе к нулю.

2. Как практически оценить погрешность интерполяции?

Почему сложно применить для этих целей теоретическую оценку?

Практически оценить погрешность интерполяции можно при помощи оценки первого отброшенного члена в полиноме Ньютона. При этом в полиноме остаются члены, которые больше заданной погрешности расчетов.

Теоретическую погрешность многочлена Ньютона можно оценить с помощью формулы (где используются производные данной функции):

$$|y(x) - P_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |\varpi_n(x)|, \quad \text{где } M_{n+1} = \max |y^{(n+1)}(\xi)|, \quad - \text{максимальное}$$

значение производной интерполируемой функции, а также $\varpi_n(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i)$

Именно поэтому теоретическую погрешность сложно оценить.

3. Если в двух точках заданы значения функции и ее первых производных, то полином какой минимальной степени может быть построен на этих точках?

При данном условии можно построить полиномы Эрмита 0, 1, 2 и 3 степени а полиномы Ньютона - 0 и 1 степени.

Минимальная степень равна 0.

***4. В каком месте алгоритма построения полинома
существенна информация об упорядоченности аргумента
функции (возрастает, убывает)?***

Информация об упорядоченности аргумента функции существенна при выборе приближенного интервала значений (из $(n+1)$ узлов, которые по возможности расположены симметрично относительно заданного аргумента).

Если аргумент будет неупорядоченным, то значение функции получится с низкой точностью или совсем неверным.

***5. Что такое выравнивающие переменные и как их применить
для повышения точности интерполяции?***

Если функция, а точнее ее разделенные разности, значительно меняются на нескольких интервалах, то интерполяция обобщенным многочленом обычно не будет точной для дифференцирования данной функции. Поэтому для таких функций используется квазилинейная интерполяция, которая производится при помощи выравнивающих переменных. То есть выравнивающие переменные используются для того, чтобы повысить точность вычисления производной функции.

***6. Будет ли работать ваша программа при произвольном
неупорядоченном расположении узлов в исходной таблице?***

Да, однако точность вычислений будет снижена, поскольку не удастся найти интервал, элементы которого наиболее приближенны к аргументу на входе. В большинстве случаев, будут взяты n первых или последних элементов

***7. Принципиально ли для корректной работы вашего
алгоритма, чтобы узлы были расположены по возрастанию?***

Нет, поскольку интервал ищется исходя из того, находится ли аргумент между двумя соседними элементами или нет

8. Что будет происходить с точностью интерполяции по мере продвижения от центра к краям таблицы?

Точность будет расти, поскольку будет расти выборка значений для интерполирования

9. Можно ли использовать для обратной интерполяции полином Эрмита?

Можно, но поскольку в вычислениях используется производная функции, то необходимо найти обратную производную для данных значений.