

# 硕士学位论文

双足机器人上楼梯步态规划研究

**RESEARCH ON THE GAIT PLANNING FOR  
BIPEDAL ROBOT CLIMBING STAIRS**

叶煜东

哈尔滨工业大学

2019 年 12 月

国内图书分类号：TM46  
国际图书分类号：621.3

学校代码：10213  
密级：公开

## 工学硕士学位论文

# 双足机器人上楼梯步态规划研究

硕 士 研 究 生：叶煜东

导 师：王宏 副教授

申 请 学 位：工学硕士

学 科：电气工程

所 在 单 位：哈尔滨工业大学（深圳）

答 辩 日 期：2019 年 12 月

授予学位单位：哈尔滨工业大学

Classified Index: TM46

U.D.C: 621.3

A dissertation submitted in partial fulfillment of  
the requirements for the academic degree of  
Master of Engineering

## **RESEARCH ON THE GAIT PLANNING FOR BIPEDAL ROBOT CLIMBING STAIRS**

<b>Candidate:</b>	Ye Yudong
<b>Supervisor:</b>	Asso. Professor Wang Hong
<b>Academic Degree Applied for:</b>	Master of Engineering
<b>Speciality:</b>	Electrical Engineering
<b>Affiliation:</b>	Harbin Institute of Technology, Shenzhen
<b>Date of Defence:</b>	December, 2019
<b>Degree-Conferring-Institution:</b>	Harbin Institute of Technology

## 摘 要

双足机器人比轮式机器人有更好的移动性和灵活性，特别是在不平整地面、狭窄过道、楼梯和障碍物环境下，双足机器人成为研究热点。本文针对主动行走的双足机器人，对机器人数学模型、步行稳定性、步态规划、楼梯步态等问题进行研究，提出适合楼梯步态的步态规划算法，对楼梯步态作具体分析，并进行动力学仿真实验。

双足机器人结构复杂，建立数学模型首先要对机器人进行模型分解。本文应用旋量方法推导机器人正运动学，简化了 D-H 法的坐标系设定和运动学推导过程，并根据球腕关节的特殊性推导逆运动学的解析解。通过数学模型实现运动学仿真和在线零力矩点计算，对机器人动态步行时的稳定性进行分析。研究基于简化模型的步态规划原理，建立双足机器人行走时的动力学方程，用于步态规划算法的提出。

步态规划涉及的内容丰富灵活，本文主要研究基于机器人简化模型的步态规划算法。根据机器人行走时动力学方程由数值解算法求出质心的运动轨迹，提出机器人沿给定路径全方向行走的避障行走方法。为了在行走时保证步行稳定性，通过 ZMP 反馈闭环和引入未来的参考 ZMP 信息设计预观控制器。对上述算法进行机器人行走仿真，分析机器人的动态稳定性并在理论上说明预观控制算法适合楼梯步态。

双足机器人上楼梯是一项重要能力，本文对楼梯步态的重难点进行具体分析。通过预观控制器生成质心的前向运动，该方法可以避免机器人上楼梯时身体往后栽的问题。为改善双足机器人上楼梯常发生腿长不够的情况，提出了踝关节位置补偿器算法，在行走时加入对脚掌俯仰的控制。本文通过搭建 ADAMS-MATLAB 动力学仿真平台，进行双足机器人上楼梯仿真实验，对步态规划算法进行验证，并为将来的实体样机设计打下基础。

**关键词：**双足机器人；步态规划；零力矩点；预观控制；楼梯步态

## Abstract

Biped robots have better mobility than conventional wheeled robots, especially for moving on rough terrain, steep stairs and obstacle environments. The study of biped robots has aroused the interest of a number of researchers. The stair gait planning and feedback control algorithm are mainly focused in this dissertation. The model for dynamic-walking is established and the robot can walk in all directions. A walking pattern generator can be considered as a ZMP(zero-moment-point) tracking control system. The preview controller with ZMP feedback is used to improve the dynamic-stability of robot.

The robot kinetics model is expressed as exponent product using screw theory. The coordinates are set neatly with less parameters compared with the conventional D-H method. The analytical solution of the inverse kinematics is presented according to the geometric features of human legs. Considering the contact between the supporting foot and the ground, the ZMP criterion for dynamic-stability is introduced. The principle of gait planning is studied by the linear inverted pendulum model. The kinematics simulation analysis is given and can be used for online calculation of ZMP.

A set of time series of joint angles for desired walking is called a walking pattern. The linear inverted pendulum is extended to 3D and a 3D walking pattern generation is described. Walking pattern can be figured out by numerical solution of ZMP equation. For obstacle avoidance, a method of biped robots walking in all directions is proposed. Moreover, a preview controller with feedback-loop is designed to improve the tracking effect of ZMP.

The gait planning and study on stability of biped robot climbing stairs are the foundation and key to solve biped robots walking in complex environment. An algorithm for calculating position compensation for ankle joint is used in order to improve walking efficiency. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation examples. Simulation experiments of flat ground walking and stair climbing are carried out respectively, which lays a foundation for physical prototype experiments in the future.

**Keywords:** biped robot, gait planning, zero-moment-point, preview control, climbing stairs

# 目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	I
目 录 .....	II
第 1 章 绪 论.....	1
1.1 课题研究背景及意义.....	1
1.2 双足机器人研究概述.....	1
1.2.1 国外双足机器人研究历程 .....	1
1.2.2 国内双足机器人研究历程 .....	4
1.3 双足机器人步态规划与控制研究现状 .....	5
1.3.1 稳定性理论概述.....	5
1.3.2 步态规划理论概述 .....	6
1.4 本文的主要研究内容.....	8
第 2 章 双足机器人运动学和步行稳定性 .....	1
2.1 引言 .....	1
2.2 坐标变换和三维空间中的速度 .....	1
2.2.1 位姿描述与坐标变换 .....	1
2.2.2 角速度矢量与旋转矩阵 .....	3
2.2.3 物体在三维空间的速度 .....	4
2.3 双足机器人的运动学.....	5
2.3.1 模型的建立 .....	5
2.3.3 由关节角求连杆的位姿：正运动学 .....	7
2.3.3 由末端位姿求关节角：逆运动学 .....	8
2.3.4 雅可比矩阵 .....	11
2.3.5 双足机器人运动学仿真 .....	12
2.4 步行稳定性判定 .....	13
2.4.1 ZMP 的概念与计算.....	13
2.4.2 从 ZMP 到线性倒立摆模型 .....	15
2.4.3 ZMP 在线计算 .....	17
2.5 本章小结 .....	18
第 3 章 双足机器人的步态规划.....	19
3.1 引言 .....	19

3.2 基于三维线性倒立摆模型的步态规划 .....	19
3.2.1 三维线性倒立摆模型 .....	19
3.2.2 步行参数和三维步行单元 .....	21
3.3 基于倒立摆模型数值解的步态规划 .....	24
3.3.1 ZMP 方程和数值解法 .....	24
3.3.2 机器人的全方向行走 .....	25
3.4 预观控制步行模式生成 .....	27
3.4.1 ZMP 跟踪控制 .....	28
3.4.2 预观控制步行模式生成 .....	29
3.4.3 预观控制合理性分析 .....	31
3.4.4 机器人行走稳定性分析 .....	33
3.5 本章小结 .....	35
第 4 章 楼梯步态与动力学仿真 .....	36
4.1 引言 .....	36
4.2 仿真环境搭建 .....	36
4.2.1 仿真系统的总体设计 .....	36
4.2.2 ADAMS 机器人虚拟样机 .....	37
4.2.3 MATLAB 联合仿真 .....	37
4.2.4 Simulink 控制系统 .....	38
4.3 动态行走仿真实验 .....	39
4.3.1 起步和止步阶段运动规划 .....	39
4.3.2 平地行走仿真实验 .....	40
4.3.3 脚掌俯仰角的优化 .....	40
4.4 楼梯步态仿真实验 .....	42
4.4.1 摆动脚轨迹规划 .....	42
4.4.2 质心高度规划和脚掌俯仰的优化 .....	44
4.4.3 双足机器人上楼梯仿真 .....	45
4.5 本章小结 .....	47
结 论 .....	48
参考文献 .....	49
致 谢 .....	55

## 第1章 绪论

### 1.1 课题研究背景及意义

谈到机器人,出现在很多人脑海的是形状像人的机器人,在科幻小说和电影中的机器人也大多是人的形状。实际上,工业中使用到的机器人与人的形状相差甚远,机器人形态应该取决于对它的功能需求和环境需要。但仿人机器人适应人类未来发展的需求,前景广阔,对它的研究也代表了机器人学的尖端水平。

人类根据自己的需要设计了现代社会的环境,我们常见的房屋、桌子、过道、楼梯、汽车和工具等无数事物都要符合人的需要和运动方式。仿人机器人具有人的形态并像人一样活动时,对人类环境的适应性最强。而对于其他移动方式的机器人,灵活性就差了很多,这意味着很多时候是要改变环境来符合机器人了。2015年美国国防部高等研究计划署(DARPA)机器人挑战赛夺冠的韩国仿人机器人 DRC-HUBO<sup>[1]</sup>,它可以使用标准电动工具在墙上切割孔洞、连接消防栓、旋转打开阀门,完成拆卸安装任务,甚至于能够驾驶汽车,场景是为了处理核泄漏突发情况,这类工作对于很多机器人是难以胜任的。仿人机器人可以直接使用人类各式各样的工具,能使用工具完成各式各样的现实任务,这一点意义重大。同时由于仿人机器人看起来像人,就很容易增加亲切感,能更好地与人共处,更好地服务于人类。

仿人机器人适应未来社会的发展,是多学科的交叉与融合,机器人学与人工智能技术结合的最佳体现。国际上对仿人机器人的研究百花争鸣,很多国家包括中国也对仿人机器人的研究展现出高度的重视<sup>[2]</sup>。

### 1.2 双足机器人研究概述

从20世纪六七十年代世界各地的科研工作者们就开始研究、设计和制作双足机器人,其中以日本、美国和欧洲诸国的研究较为领先,同时推出了很多震动学术界的著名实体机器人。我国对双足机器人的研究起步较晚,但在国家大力支持下和高校引领下,取得了较大成果。

#### 1.2.1 国外双足机器人研究历程

国外对仿人自动机械装置的思考和研究从十五世纪就开始了,但直到上世纪六七十年代,双足步行理论和仿人机器人实体样机才取得突破性进展。1969年,前南斯拉夫著名学者 Vukobratovic 等人提出了具有里程碑意义的零力矩点(Zero Moment Point, ZMP)步行稳定性判据,研究了双足机器人躯干姿态稳定性和 ZMP 的关系,并提出双足协调控制的方法对双足机器人进行控制<sup>[3]</sup>。1971年,世界上首台能稳定行走的双足机器人 WL-5 由日本早稻田大学学者 Kato 等人率先研制成功,



该机器人共有 11 个自由度,能够实现 15cm 步长的静态行走。Kato 等人在两年后推出了世界上第一台仿人机器人 WABOT-1,它相比于 WL-5 多了双臂、视觉、听觉等感知元件和执行元件。如图 1-1 所示,该机器人身高约 2 米,体重约 160kg。WABOT-1 机器人不但能稳定地静态行走,还能操作人类的工具,甚至能通过视觉识别物体和利用语音功能与人进行简单的交流,智能化水平大大提升。1977 年 Hemami 等人将双足步行运动看成周期性运动过程,分析了机器人稳定和轨迹周期性过渡的关系,并将倒立摆模型作为双足机器人的最简动力学模型,提出了著名的倒立摆模型理论<sup>[4]</sup>。1984 年日本学者 Takanishi 等人成功研制了能在平地直行、侧行和转向的双足机器人 WL-10RD,该机器人是以 ZMP 理论作为步行稳定性判据,实现了以步行周期 1.3 秒、步幅 0.4m 的动态行走<sup>[5]</sup>;1985 年 WL-10RD 机器人已成功上下楼梯和斜坡行走。1986 年华人学者郑元芳成功研制了美国的第一台双足机器人 SD-2,该机器人采用静态和动态结合的方式<sup>[6]</sup>,能够在多种环境下行走,郑元芳也由此获得 1987 年美国总统一颁发的“总统青年学者奖”。

进入 90 年代,计算机技术、电气和电子技术、材料技术等飞速发展,得益于此,双足机器人也进入蓬勃发展期。1996 年,本田公司推出双足机器人 P2,身上集成了计算机和电池,它的设计并不是针对特殊任务,而是要让它作为家用服务机器人在布满家具的房间中自由行走<sup>[7]</sup>。P2 机器人两个踝关节均装有六维力传感器,身上装有惯性测量仪并搭载独立电池,具有全身姿态调节功能,采用了三重控制策略,分别是地面反作用力控制、模型 ZMP 控制和行走时落脚点控制,具有强大的自平衡能力和能真正稳定步行,它的诞生给业内带来了新希望,仿人机器人研究如雨后春笋般在世界各地展开。此后,本田公司在本世纪初又推出高度仅 120cm、重量仅 43kg 的“明星”机器人 ASIMO,见图 1-2。ASIMO 机器人小巧灵活,智能化水平高,第一代 ASIMO 就已经可以完成接待任务了<sup>[8]</sup>。它能够在行走时突然加减速,自由上下楼梯,完成单脚跳跃、踢球等动作<sup>[9]</sup>;它还具有灵活的上肢,能握手和开瓶倒水等;再加上它的视觉系统、语音系统和在线知识库,能与人进行手势互动和简单的语音交流。

韩国也较早开始了双足机器人的研究,并大力推动服务机器人产业化。韩国把发展重点放在家用和个人服务机器人上,并于 2002 年成功研制了 KHR-1 机器人。KHR-1 在脚踝位置安装了力和力矩传感器,提出倒立摆加柔顺关节的等效模型,增大系统阻尼,实现了机器人平衡控制;另外通过反馈控制调平脚掌,降低摆动脚落地时与地面的冲击<sup>[10]</sup>。2015 年,韩国推出了仿人机器人 DRC-HUBO,如图 1-3 所示。该机器人在 DARPA 机器人挑战赛中大放异彩,与其他各国的 22 台顶级双足机器人同台竞技最终斩获冠军。该机器人在膝盖和踝关节处都装有轮子,可以在双足步行和轮式移动中切换移动方式。

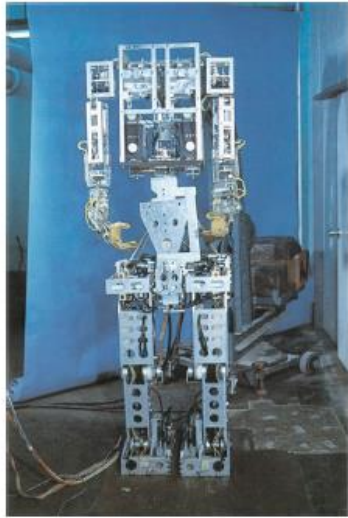


图1-1 最早的WABOT-1机器人



图1-2 本田公司ASIMO机器人

机器人技术是多技术的集成，它的进步很大程度上依赖其他领域的发展，特别是计算机、信息处理、传感器、驱动器、通信和网络技术等，甚至和生物学科也有很大关系。美国在机器人研究中积累了巨大优势，也是开始双足机器人研究的最早国家之一，开发了多种双足机器人，例如 **Valkyrie** 机器人，由德克萨斯大学开发，**CHARLI-2** 消防机器人，由弗吉尼亚理工学院设计等。2011 年美国波士顿动力公司推出了 **PETMAN** 机器人，该机器人能做俯卧撑、下蹲身体弯曲、匍匐前进等困难动作。之后波士顿动力公司发布了号称“机器人中的体操冠军”大名鼎鼎的 **Atlas** 人形机器人，见图 1-4。新一代 **Atlas** 高 1.75 米，重 82 千克，驱动关节采用液压驱动系统，这给它带来了强大的驱动能力和快速的响应速度；同时它平衡能力很强，能够负重情况下在不平整地面行走，甚至于在雪地中行走。



图1-3 韩国DRC-HUBO人形机器人



图1-4 美国Atlas机器人

欧洲各国对双足机器人的研究也在深入进行。俄罗斯开发的太空机器人 Fyodor 不仅能步行、举重和做俯卧撑,还能使用工具完成装配、修理工作,它以后会成为“机器人宇航员”在国际空间站执行任务。除此之外,世界各地科研工作者们研发了各具特色的双足机器人,比如慕尼黑工业大学的仿人机器人 Johnnie<sup>[11]</sup>、竞赛时常见的由法国 Aldebaran Robotics 公司生产的 Nao 机器人<sup>[12]</sup>、比利时气动仿生肌肉控制机器人 Lucy<sup>[13]</sup>等,它们都功能丰富且极具学术研究价值。

### 1.2.2 国内双足机器人研究历程

上世纪八十年代,我国对双足机器人的研究也逐渐展开,哈尔滨工业大学应该是国内最早系统性研究双足机器人的高校,并陆续推出了 HIT-I、HIT-II 和 HIT-III 实体双足机器人。文献[14]指出双足机器人是没有固定基座的,实现行走的前提是要保证其稳定性,HIT-III 使用重心和 ZMP 反应其静态和动态稳定性指标,并研究了一种新的步态规划方法,利用人类行走的统计数据来控制机器人行走和按照人类运动方式进行运动。新一代的 HIT-III 功能比较强大,能够上下楼梯,左右转弯等,步行周期为 2.3 秒、步幅约为 24cm。在 1988 年,国防科技大学研制出了 12 个自由度的双足机器人 KDW-1,能够稳定直线行走,也可以转弯。国防科技大学经过多年的经验和技术积累,在 2000 年的时候,“先行者”机器人诞生<sup>[15]</sup>。“先行者”机器人高 1.4 米,具备了一定的语言功能,从之前的只能平地静态行走快速动态行走,堪称我国第一台独立研制的仿人机器人。

北京理工大学在归国博士黄强教授的带领下,高起点地进行仿人机器人研究,并于 2002 年研制出了仿人机器人 BHR-1。黄强教授等通过模仿人类行走时的真实 ZMP 变化特点,设计了更加优化的用于双足机器人中的 ZMP 轨迹<sup>[16]</sup>,得到的步行模式可以使机器人在单脚支撑期的 ZMP 变化更加合理,从而提高机器人行走速度。文献[17]研究了 BHR 机器人上下平面障碍物如何提高稳定性和摆动脚轨迹规划的问题。文献[18]等研究了双足机器人在未知环境下稳定行走的问题,采用了基于反馈的平衡控制加在线轨迹补偿的方式提高机器人稳定性,分析了关节力矩与机器人物理性能的关系,从而根据机器人行走速度对关节力矩施加约束,通过感知机器人自身的平衡状态和地面高度的变化最终实现了不确定地形的稳定行走。文献[19]通过分析仿人机器人的全身动力学模型和稳定性条件,得到了仿人机器人奔跑的步行模式,包括足部和躯干两髋关节中心的轨迹规划,并在仿真中进行了验证。2005 年,北京理工大学又研制了仿人机器人“汇童”,见图 1-5。该机器人会打太极拳,能耍大刀表演,可以完成一系列复杂动作,具有十分强大的全身协调性和稳定性。2013 年山东大学结合学科优势,研制出了国内第一台液压驱动的双足机器人,该机器人共有 10 个自由度,包括 8 个主动驱动关节自由度和 2 个没有主动力的被动自由度,能够负重 91 千克,性能强大。

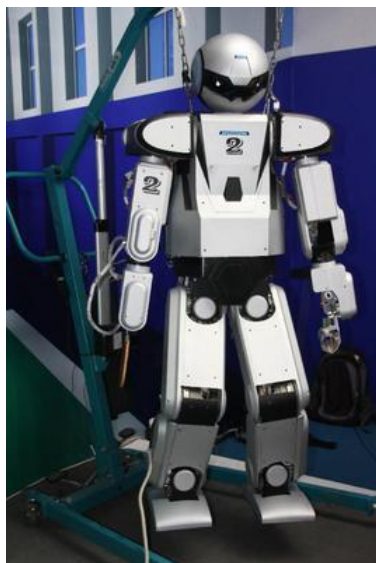


图1-5 汇童机器人



图1-6 优必选Walker机器人

在 2018 年国际消费类电子产品展览会中亮相的 Walker 机器人，由深圳优必选公司独立研发，它的灵活性和功能丰富多样性顿时吸引了世界关注的目光，见图 1-6。Walker 机器人全身一共 36 个自由度，结构精巧，对它的定义同样是作为家用服务机器人，它的自由运动能力和智能化水平就显得尤为重要了。Walker 机器人还具有自动导航避障、语音交互、打手语等功能，轻松完成倒水、开门、写字和接待任务，填补了国内消费服务类双足机器人的空白。

### 1.3 双足机器人步态规划与控制研究现状

#### 1.3.1 稳定性理论概述

双足机器人在行走过程中支撑脚与地面的接触面积相对于身体是很小的，受到干扰后很容易就导致系统发散，出现跌倒的情况，要实现双足机器人可靠行走，稳定性是前提。双足机器人的稳定性分析和机器人驱动模式是密切相关的，大部分双足机器人采用全驱动设计，如 ASIMO、HUBO、ATLAS、Walker 等，它们采用主动行走方式，各关节自由度均装有独立的驱动单元，每个驱动单元都是输出大力矩、带有高增益反馈的闭环控制系统，可以对轨迹进行精确跟踪，换句话说，只要机器人不跌倒，驱动结构就能使机器人实现期望的运动，因此这类机器人一般采用 ZMP 作为步行稳定性判据。而对于欠驱动、采用被动行走方式行走的双足机器人，关节驱动数是少于系统自由度的，如 Rabbit、Flame 机器人，它们往往依靠自身的动力学特性，比如在重力作用下沿斜面行走，来实现相应运动，因此被动双足机器人的稳定性，更多指的是周期性和收敛性，常用庞加莱回归映射分析法。由于本文针对完全驱动的主动行走双足机器人，基于 ZMP 的步行稳定性判据在下一章节会详细阐述，这里暂不展开。

双足步行运动可以看成周期性的运动过程，机器人稳定性和轨迹周期性过渡有很大关系。庞加莱回归映射分析法是进行周期性轨道稳定性分析的有力方法，能分析双足机器人的周期性运动问题。双足步行的稳定步态在相空间表现为稳定的极限环，而极限环与庞加莱截面交点是庞加莱映射上的固定点，将周期轨道的稳定问题转化为对平衡点问题的研究，因此步态稳定性研究可以简化为庞加莱映射固定点的稳定性研究。在极限环附近对机器人状态进入小的扰动，判定方法是如果庞加莱映射的雅可比矩阵在不动点处特征值落在单位圆内，则周期轨道是渐进稳定的。但另一方面，地面环境往往是复杂的，正如人在行走时经常绕开障碍物，会在不平整地面切换步态，造成步态的非周期性；另外庞加莱回归映射实际也是一种近似线性化过程，根据 Grobman-Hartman 定理，原系统与近似线性化系统的稳定性的等效是有范围的。所以庞加莱回归映射理论一般用于没有双脚的双足机器人<sup>[20]</sup>和结构较为简单的被动行走双足机器人<sup>[21]</sup>。

研究发现，人在行走时质心角动量无量纲的值基本在零附近微小波动。步态规划从动力学角度看来，就是以其步行的物理约束条件作为约束函数，以其行走能效或其他性能指标作为目标函数，通过非线性优化方法找到其动力学模型的一组合适解。有些研究者提出了基于质心角动量最小化的双足机器人稳定性方法。Goswami 等学者通过分析机器人的质心角动量变化率与地面反作用力的规律，提出了基于质心角动量变化率为零的平衡控制策略<sup>[22]</sup>。Kajita 等人提出了基于分解动量控制的全身动作生成方法，具体根据仿人机器人的精确动力学模型，通过设定线动量和角动量的变化来计算关节角速度从而实现全身运动<sup>[23]</sup>，在 HRP-2 机器人上实现了踢球等复杂动作。但该方法是有局限和缺陷的，最小化质心角动量并不是双足机器人稳定行走的充要条件，研究数据表明，人在行走时左右摇摆躯干，仍能保持稳定；而机器人摔倒时也可能出现质心角动量为零的情况。还有学者们提出全局稳定性判据 FRI 和胞映射方法等，但也有应用局限性。人运动时的步态是丰富多样的，目前还没有一种步行稳定性判据能囊括所有运动形式。

### 1.3.2 步态规划理论概述

步态规划理论是双足机器人研究的基础领域，双足机器人想要实现连续地步行运动，合适的步态是必要的<sup>[24]</sup>。目前步态规划主要有基于仿生学的步态设计方法、基于双足机器人模型的步态规划、通过分析合成的步行模式生成和基于智能控制算法的步态规划，下面依次对它们进行介绍。

如何将人类的运动方式和能力运用到仿人机器人上，这是一个重要而又富有挑战性的研究工作。为获取人的运动捕获数据（Human Motion Capture Data, HMCD），通常使用运动捕获系统。很自然的一个想法是直接利用 HMCD 去驱动仿人机器人。然而，大量实验表明，HMCD 不能直接用于仿人机器人上，因为两者的

运动学和动力学特性并不一致。本田公司 P2 仿人机器人的设计很大程度上参考了人的身体特征,比如腿部结构、关节位置、关节角约束和质心位置尽量与人的腿保持一致,但很难满足所有的条件<sup>[25]</sup>。日本学者 A.Dasgupta 等指出运动学上的不一致可以通过修正关节角轨迹得到解决,关键是动力学特性上的差异带来平衡控制问题<sup>[26]</sup>。为此,他们引入 ZMP 稳定性判据,提出由 HMCD 落脚点信息确定参考 ZMP 轨迹,然后周期性地对某些正交的关节进行在线补偿的最优化方法,生成了仿人机器人全身运动模式,并具有平衡效果。包志军等利用基于速度特性的 HMCD 信息寻求一种合适的步态,通过局部特性微调得到双足机器人的步行模式,并对根据人的起步和止步动作设计了完整的步态<sup>[27]</sup>。黄强教授等通过大量实验观察了人类行走时 ZMP 变化规律,对双足机器人中的参考 ZMP 轨迹进行了优化<sup>[19]</sup>,得到的步行模式可以使机器人在单脚支撑期的 ZMP 变化更加合理,提高机器人效率。可以看出根据仿生学的步态设计方法简单高效,与其他控制技术相结合往往会取得较好效果。

在研究机器人的步态规划问题时,很多学者都将双足机器人看作是一种具有明确运动规律的数学模型<sup>[28]</sup>。近似化是处理复杂系统的一种有效方法,1977 年 Hemami 提出了将倒立摆模型作为双足机器人的最简动力学模型,由此后来产生的二维线性倒立摆模型(2DLIPM)和三维线性倒立摆模型(3DLIPM)在众多实体机器人中得到应用。另一方面,倒立摆模型很容易与 ZMP 的概念结合起来,通过周期性运动的方式得到双足机器人的运动过程。根据机器人简化模型可以得到质心运动与 ZMP 的关系,先由步行参数得到参考 ZMP 的轨迹,通过求解机器人动力学方程即可得到质心的运动轨迹,再由落脚点得到摆动脚的轨迹规划,整个步态规划过程很多时候都是基于这个思路产生的。Kagami 等人通过离散质心运动学方程实现了快速生成动态稳定的机器人步行模式的方法,但可能会造成质心轨迹超出约束条件<sup>[47]</sup>。Takanishi 等人利用 ZMP 运动方程,通过快速傅里叶变换在频域内求解倒立摆运动方程,再利用快速傅里叶变换的逆变换得到质心轨迹,这是一种快速求解的方法<sup>[29]</sup>。Harada 等人根据简化模型由解析解求出质心轨迹,单相邻两个单步周期质心轨迹的连接需要考虑下一个落脚点的位置,这会给机器人的质心轨迹在双足支撑期带来速度的不稳定性<sup>[30]</sup>。Kajita 等人针对这个问题提出了先用多项式拟合的方法求出目标 ZMP 轨迹,然后通过倒立摆运动学方程的数值解法得到质心的运动轨迹<sup>[31]</sup>,这样使得即使落脚点发生调整依然能保持稳定,同时为了抑制 ZMP 的波动考虑对时间的调整。文献[32]指出线性倒立摆模型与 ZMP 结合的步态规划方法一般将参考 ZMP 固定在单脚支撑的脚底板中心,这种参考 ZMP 设计方式缺乏自然性,于是提出基于线性倒立摆模型和平滑变化的 ZMP 的步态规划方法,这对提高机器人的稳定性有重要意义。根据 ZMP 和质心的强相关性,提出桌子-小车



模型,某种意义上,该模型与线性倒立摆模型是已知的,只是输入输出正好相反。桌子-小车模型可以写成状态空间的形式,简单明确,更可以结合其他控制技术改善控制系统的性能<sup>[33]</sup>,如神经网络、预见控制、模糊控制<sup>[34]</sup>等。

以上主要是线性倒立摆模型和 ZMP 的结合,为了弥补线性倒立摆无法利用角动量来保持自身平衡的行为,引入了倒立摆飞轮模型(Inverted Pendulum with Flywheel, IPF),发展出来的步态规划理论叫做 DCM(Divergent component of motion)步态理论。Takaneka 等将线性倒立摆模型分解成惯性稳定部分和不稳定部分,在生成轨迹过程中只考虑不稳定部分,DCM 轨迹计算则通过规划的落脚位置,两者的结合使得质心轨迹满足约束和 IPF 运动特性<sup>[35]</sup>。Hof 等利用 DCM 步态理论,进一步分析人体步行时质心的运动特性<sup>[36]</sup>。Englsberger 等通过闭环控制的方法来实时控制质心使得 DCM 跟随规划的轨迹<sup>[37]</sup>。还有针对被动行走分析产生的圆规式双足模型<sup>[38]</sup>,被动行走机器人往往利用自身动力学特性,在无驱动或欠驱动条件下进行运动走,具有极高的能效。但被动行走的步态比较单一并且抗扰动性差,目前全驱动和被动行走相结合的高效率行走方式成为新的研究热点。

通过分析合成的步行模式生成与基于仿生学的步态设计有些类似,通过对步行机理进行分析,对步行周期的每个阶段分别讨论,但它更注重对环境的适应性和机器人的稳定性设计。Takanishi 等提出了一种基于 ZMP 的步行模式合成方法,一般分为两步进行,先根据环境因素和步行参数设计参考的 ZMP 轨迹,再求出对应参考 ZMP 的质心运动轨迹<sup>[40]</sup>。该方法在早期的仿人机器人 WL-10RD 上得到重大应用。黄强教授等指出躯干质心的运动对 ZMP 的调整是有限的,而且为了调整 ZMP 有时候会出现躯干调整过大的情况,超出质心约束<sup>[41]</sup>。由此黄强教授对步行周期分阶段进行讨论,根据环境和步行参数的约束,并同时考虑 ZMP 稳定性判据,提出了基于三次样条和三次周期样条插值的步行模式合成方法,方法直观有效。Chilong Shih 等人通过对步行周期不同阶段分别展开讨论,根据一组步行参数和速度信息确定髋关节和踝关节轨迹,然后对 ZMP 轨迹进行分析,最后得到可行的步态设计并使机器人有较好的稳定性<sup>[42]</sup>。基于智能控制算法的步行模式生成方法结合神经网络、模糊控制、深度学习等人工智能算法,也有较为广泛的应用,但与本文相关性不强,不展开叙述。

## 1.4 本文的主要研究内容

本文对主动行走双足机器人的动态步行问题展开研究,主要研究内容为:

(1) 建立机器人的数学模型。第二章先介绍了坐标变换的基础内容,应用旋量方法得到角速度矢量与旋转矩阵的关系。采用简洁的坐标系设置建模方法,快速建立起正运动学,根据双腿几何构型推导逆运动学解析解,同时在 MATLAB 中实现机器人运动学仿真。

(2) 引入零力矩点概念, 通过分析 ZMP 与支撑区域关系, 得出双足机器人稳定步行的条件。然后通过多刚体动力学模型计算零力矩点, 得到质心运动的线性倒立摆模型, 并基于运动学仿真在线计算 ZMP, 分析机器人的步行稳定性。

(3) 对步态规划理论进行研究。求出三维线性倒立摆模型步行单元, 分析其有效性。采用基于 ZMP 的步态规划方法, 对 ZMP 方程求离散数值解, 并考虑带转向的步行参数, 提出了给定路径设置落脚点的方法, 实现了机器人按指定路径全方向行走, 能够用于避障。

(4) 基于预观控制的步行模式生成。由于落脚点的规划是离散的, 给质心跟踪 ZMP 轨迹带来困难, 这里利用未来目标的 ZMP 信息, 通过预观控制器生成双足机器人的步行模式。在用 MATLAB 实现算法时分析比较了预观寻优参数的不同对性能造成的影响, 为了更好地对 ZMP 轨迹的跟踪, 对预观控制器进行改进, 加入带反馈的 ZMP 误差项。

(5) 研究楼梯步态和进行仿真实验。搭建 ADAMS-MATLAB 联合仿真环境, 进行平地行走仿真, 验证基于模型的步行模式生成方法的有效性。重点分析了楼梯步态, 对上楼梯时质心高度的变化、摆动脚的轨迹规划做了分析和讨论。实现双足机器人上楼梯步态仿真, 并提出脚掌俯仰的优化方法。



## 第 2 章 双足机器人运动学和步行稳定性

### 2.1 引言

双足机器人复杂性显著,对其进行研究的第一步是对模型进行分解,分解成统一的关节连杆模型。在机器人初始状态下将各个连杆局部坐标系的姿态设为与世界坐标系相同,原点设在转动轴的交点处,完成坐标系的配置。接下来研究如何由机器人关节角得到连杆的位姿即正运动学,应用角速度矢量和旋转矩阵的关系,可以很方便地得到相邻坐标系间的齐次变换矩阵,利用链乘法则即可获得整个机器人的正运动学模型,由于双足腿部构型具有特殊性,通过几何分析和列方程推导出逆运动学的解析解,求出各个关节的关节角;为了进一步获得躯干速度、足部速度和机器人关节速度之间的关系,引入雅克比矩阵,在已知躯干和足部相对速度,应用雅克比即可获得机器人关节角速度,反之亦然。有了正逆运动学,即可建立机器人的数学模型,为了后面研究的需要,本文基于双足机器人的运动学模型,在 MATLAB 中进行运动学仿真。

双足动态步行与静态步行的不同在于质心在地面的投影可以越离脚底支撑多边形。我们引入零力矩点,分析地面作用力对支撑脚的作用效果,得出 ZMP 与步行稳定性的关系。之后根据多连杆模型和单质点模型推导出 ZMP 的计算公式,为第三章步态规划打下基础。根据简化模型,将双足机器人简化成一个线性倒立摆,着重研究线性倒立摆的运动特性。最后利用二维线性倒立摆模型规划质心的运动轨迹,在 MATLAB 中在线计算 ZMP 的值,验证了模型的有效性。

### 2.2 坐标变换和三维空间中的速度

#### 2.2.1 位姿描述与坐标变换

运动学是对物体相对位置和速度的描述。首先我们需要一个世界坐标系  $\Sigma_w$ ,其原点一般设在初始状态下机器人质心在地面上的投影,Z 方向竖直向上,X 方向指向前方,Y 方向符合右手定则。一般地,绝对位置指的是以世界坐标系作为参考系,用三维矢量  $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$  表示。按照惯例,机器人学中位置和姿态往往成对出现,将其统称为“位姿”。

接下来定义局部坐标系,局部坐标系与物体固连,物体的位姿用该固连坐标系的位姿来描述,它往往是一个“动坐标系”。考察物体三维转动的特性,引入欧拉角表示绕坐标轴的旋转运动,即滚动角、俯仰角和偏摆角。图 2-1 展示了原先处于水平面的三角形绕坐标轴的旋转。

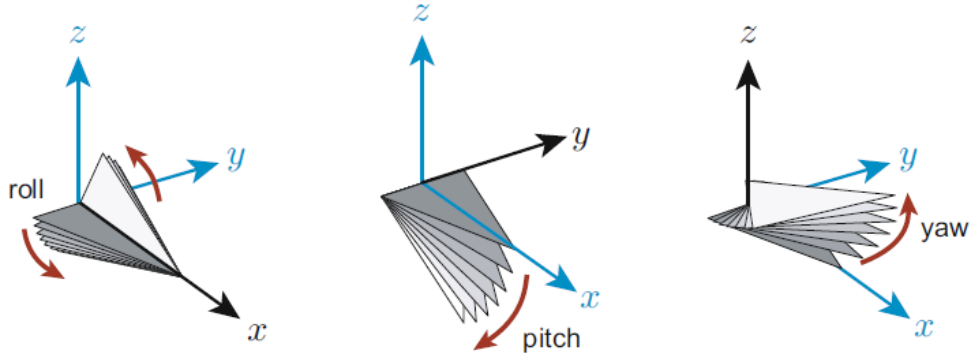


图2-1 滚动、俯仰和偏摆

对应于滚动 roll、俯仰 pitch 和偏摆 yaw 的旋转矩阵依次为：

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

其中  $\phi$ 、 $\theta$  和  $\psi$  分别为绕三个坐标轴的转动角。旋转矩阵表示的是局部坐标系的姿态，它可以定义为  $\mathbf{R} = [\mathbf{e}_x \ \mathbf{e}_y \ \mathbf{e}_z]^T$ ，其中  $\mathbf{e}_x$ 、 $\mathbf{e}_y$  和  $\mathbf{e}_z$  是局部坐标系的三个主轴在参考坐标系表示的单位矢量。于是，刚体上的一点用一个矢量表示，旋转矩阵表示物体的姿态。旋转矩阵还代表映射关系，表示从一个坐标系到另一个坐标系的变换，注意不同坐标系的矢量只有当坐标系姿态相同时才能进行矢量合成。比如我们考察左手末端位置的两种描述：一是在世界坐标系  $\Sigma_w$  中观察的手末端位置矢量  $\mathbf{p}_h$ ，二是在局部坐标系  $\Sigma_a$  中观察的手末端位置矢量  ${}^a\mathbf{p}_h$ 。根据旋转矩阵的映射关系，有下式成立：

$$\mathbf{p}_h = \mathbf{p}_a + \mathbf{R}_a {}^a\mathbf{p}_h \quad (2-4)$$

其中  $\mathbf{p}_a$  是  $\Sigma_a$  坐标系原点在世界坐标系的表示，将上式改写成：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_h \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a & \mathbf{p}_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^a\mathbf{p}_h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

式 (2-5) 右边的  $4 \times 4$  的矩阵由位置矢量  $\mathbf{p}_a$  和旋转矩阵  $\mathbf{R}_a$  组成，它用一个简单的矩阵形式表示了一般变换的旋转和平移，记为：

$$T_a = \begin{bmatrix} R_a & p_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

这样的矩阵称为齐次变换矩阵。齐次变换矩阵  $T_a$  描述的是位姿的变换关系，比如对于手臂局部坐标系上任意一点  $k$ ，其绝对位置为：

$$\begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} = T_a \begin{bmatrix} {}^a p_k \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

这里， ${}^a p_k$  是  $k$  点在局部坐标系的位置矢量。

由于局部坐标系具有相对性，考虑一个多连杆结构，相邻两个坐标系  $\Sigma_i$  和  $\Sigma_{i+1}$  之间的齐次变换矩阵为  $T_{i+1}$ ，那么从  $\Sigma_1$  到  $\Sigma_N$  迭代变换过程为：

$$T_N = T_1 T_2 T_3 \dots T_N \quad (2-8)$$

式中  $T_N$  为第  $N$  连杆的局部坐标系位姿在世界坐标系的表示。上式表示坐标变换的基本方法，又被称为链乘法则。

## 2.2.2 角速度矢量与旋转矩阵

我们用角速度矢量来表示三维空间中物体的转动速度。角速度矢量  $\omega$  可表示为一个与表示转动轴方向的单位矢量  $a$  与标量转动速率  $\dot{q}$  的乘积：

$$\omega = a \dot{q} \quad (2-9)$$

对于转动物体上点的速度，令位置矢量  $p$  为从转动轴上任意一点到物体上某点的矢量，那么该点的速度为  $v = \omega \times p$ ，如图 2-2 所示。

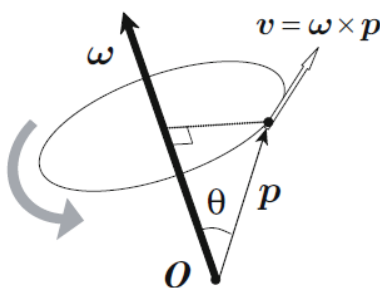


图2-2 转动物体上一点的速度和角速度的关系

接下来我们考虑角速度矢量  $\omega$  和旋转矩阵  $R$  之间的关系，角速度矢量可以直接用旋转矩阵进行变换。由上节可知，旋转矩阵  $R$  可以将位置矢量从局部坐标系映射到世界坐标系：

$$p = R \bar{p}_k \quad (2-10)$$

式中  $\bar{p}_k$  为物体上的点在其局部坐标系中的位置矢量，不随时间而变化。对绝对位置矢量对时间求导可得该点的绝对速度，于是有：

$$\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{p}}_k \quad (2-11)$$

将式(2-10)变形代入上式,并考虑速度与角速度的关系,得:

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \mathbf{p} \quad (2-12)$$

两向量的叉积可以写成一个斜对称阵乘以一个向量的形式,即:

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \hat{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{p} \quad (2-13)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ 是三维矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 导出的对应斜对称矩阵,实际上 $\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T$ 也是一个斜对称矩阵,于是推出角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 和旋转矩阵的关系:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \quad (2-14)$$

进一步地,考虑怎样由角速度矢量得到旋转矩阵。首先在式(2.14)两边同时右乘 $\mathbf{R}$ ,得到:

$$\dot{\mathbf{R}} = \hat{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{R} \quad (2-15)$$

这是旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 关于时间 $t$ 的微分方程,反过来求其积分便可得到旋转矩阵。在初始条件 $\mathbf{R}(0) = \mathbf{E}$ 的情况下,解为:

$$\mathbf{R}(t) = e^{\hat{\boldsymbol{\omega}}t} \quad (2-16)$$

根据 Rodrigues 公式,将角速度的定义式 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{a}\omega$ 代入,得:

$$\mathbf{R}(t) = e^{\hat{\boldsymbol{\omega}}t} = \mathbf{E} + \hat{\mathbf{a}}\sin\omega t + \hat{\mathbf{a}}^2(1 - \cos\omega t) \quad (2-17)$$

式(2-17)直接给出了绕旋转轴 $\mathbf{a}$ 单位矢量转动 $\omega t$ 弧度时的旋转矩阵。用转角 $\theta = \omega t$ 替换,即得:

$$\mathbf{R} = e^{\hat{\mathbf{a}}\theta} = \mathbf{E} + \hat{\mathbf{a}}\sin\theta + \hat{\mathbf{a}}^2(1 - \cos\theta) \quad (2-18)$$

该式在正运动学的计算中经常用到。

### 2.2.3 物体在三维空间的速度

局部坐标系的位姿由绝对位置矢量和绝对旋转矩阵 $(\mathbf{p}, \mathbf{R})$ 表示,如图2-3所示。在局部坐标系中坐标为 $\bar{\mathbf{p}}_k$ 的点可用下式变换到世界坐标系中:

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{p} + \mathbf{R}\bar{\mathbf{p}}_k \quad (2-19)$$

现在假定物体在空间中同时作平动和转动,那么点 $\mathbf{p}_k$ 相对于世界坐标系的速度可由上式微分得出:

$$\dot{\mathbf{p}}_k = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{R}\bar{\mathbf{p}}_k) \quad (2-20)$$

其中 $\mathbf{v}$ 和 $\boldsymbol{\omega}$ 分别为局部坐标系的线速度和角速度。将式(2-19)移项变形后代入式(2-20)中,得:

$$\dot{\mathbf{p}}_k = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}) \quad (2-21)$$

根据上式，三维空间中物体的运动可用广义速度表示，即线速度  $\mathbf{v}$  和角速度  $\boldsymbol{\omega}$  组成的六维速度矢量  $[\mathbf{v}_x \ \mathbf{v}_y \ \mathbf{v}_z \ \boldsymbol{\omega}_x \ \boldsymbol{\omega}_y \ \boldsymbol{\omega}_z]^T$  来描述。

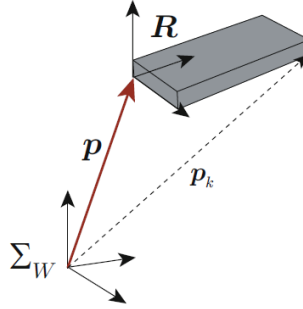


图2-3 三维空间中物体的位置和姿态

进一步地，我们考虑两个物体的线速度和角速度矢量。假定物体位姿各为  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{R}_1)$  和  $(\mathbf{p}_2, \mathbf{R}_2)$ ，第一个物体的速度为  $(\mathbf{v}_1, \boldsymbol{\omega}_1)$ ，第二个物体的相对速度为  $(\mathbf{v}_d, \boldsymbol{\omega}_d)$ ，那么第二个物体的速绝对速度可由下式求得：

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{R}_1 \mathbf{v}_d + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \quad (2-22)$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{R}_1 \boldsymbol{\omega}_d \quad (2-23)$$

式中  $\mathbf{R}_1 \mathbf{v}_d$  和  $\mathbf{R}_1 \boldsymbol{\omega}_d$  是物体间的相对速度在世界坐标系的描述， $\boldsymbol{\omega}_1 \times (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$  是物体转动产生的线速度在世界坐标系中的描述。

## 2.3 双足机器人的运动学

### 2.3.1 模型的建立

对双足机器人进行关节-连杆模型分解。我们定义关节包含在相应的离躯干较远的那个连杆中，如图 2-4 所示。

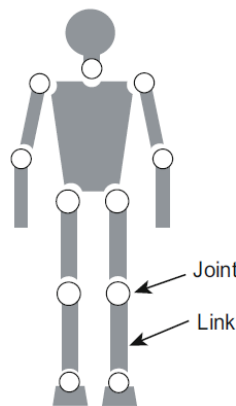


图2-4 仿人机器人的关节-连杆模型分解

在这种分解方式下比较直观，除躯干外，将局部坐标系设在关节上，该局部坐标系也是连杆的固连坐标系。考虑如图 2-5 所示双足机器人，双腿共有 12 个自由度，各连杆的名称和编号如图所示。

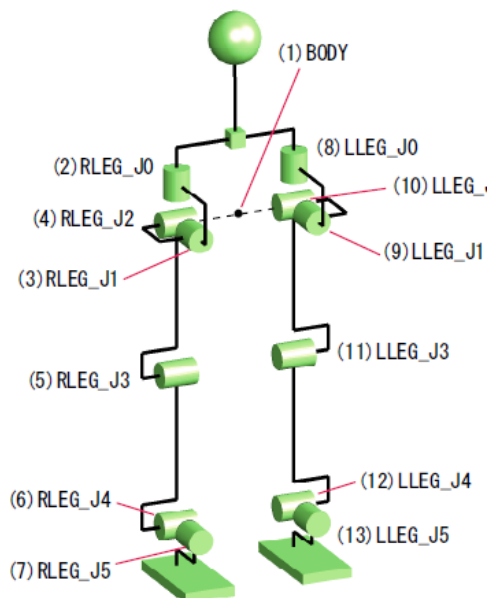


图2-5 双腿12个自由度的关节连杆配置图及编号

下面考虑坐标系的设置，其实局部坐标系的原点设在关节转动轴上即可。而对于髋关节这样的球腕关节，三个关节转动轴相交于一点，将该交点作为三个关节坐标系的原点是合适的选择。同样地，踝关节处的两个转动轴交于一点，交点处设为坐标系原点。局部坐标系的定义如下图所示：

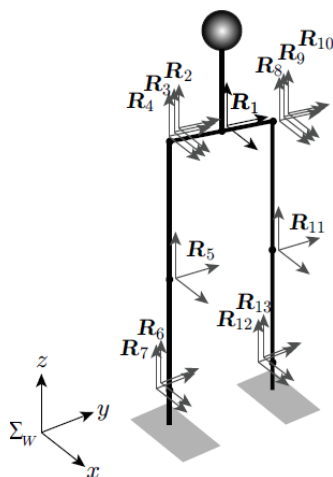


图 2-6 自由度为 12 的双足机器人局部坐标系定义

在双腿笔直站立的情况下，所有局部坐标系的姿态与世界坐标系的姿态相同。换句话说，它们相对于世界坐标系的旋转矩阵为：

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_3 = \dots = \mathbf{R}_{13} = \mathbf{E} \quad (2-24)$$

还有一种常见的坐标系设置法为 D-H 法，它的基本思路是利用连杆长度、连杆扭转角、连杆偏距和关节变量四个参数，确定相邻关节的齐次变换矩阵，通过链乘法则得到机器人的正运动学。本文采用的方法有所不同，我们并不使用 D-H 法参数，而是定义了描述子连杆和母连杆关系的关节轴矢量  $a_j$  和相对位置矢量  $b_j$ ，注意这两个矢量都是定义在母连杆坐标系上的，如图 2-7 所示。关节轴矢量用于描述相邻连杆转动关系的单位矢量，相对位置矢量  $b_j$  确定子连杆在母连杆局部坐标系中的位置，如图 2-7 (b)所示。

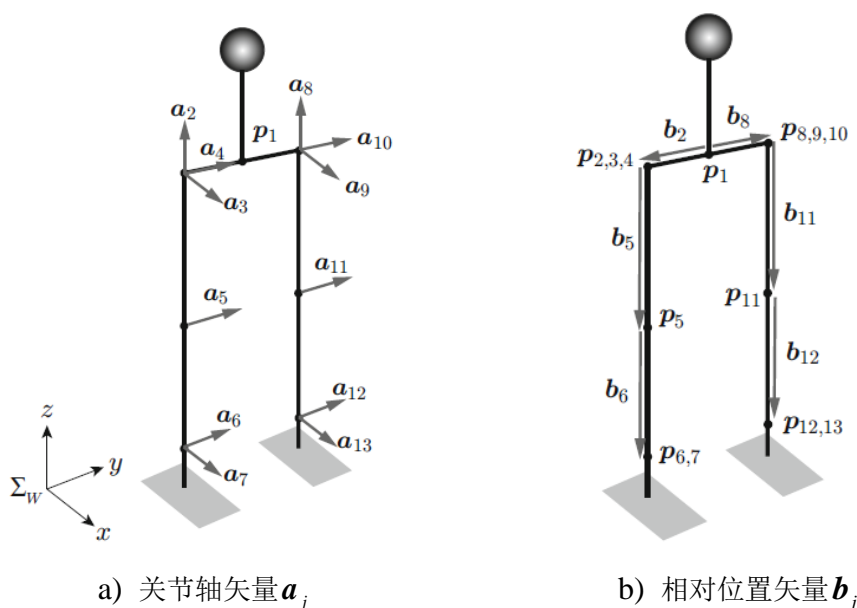


图 2-7 相邻局部坐标系的关系

### 2.3.2 由关节角求连杆的位姿：正运动学

正运动学是指给定机器人结构和关节角计算得出机器人所有连杆的位置和姿态。它常用于计算机器人的质心位置、可视化描述机器人的姿态和可视化碰撞检测的情况。正运动学也是机器人仿真的基础。正运动学可以按照齐次变换矩阵的链式法则进行，我们从计算单一连杆的齐次变换矩阵开始，如图 2-8 所示。将连杆局部坐标系  $\Sigma_j$  的原点设在关节的转动轴上。在母连杆局部坐标系  $\Sigma_i$  中，连杆  $j$  的转动轴矢量为  $a_j$ ，相对位置矢量  $b_j$  确定了原点的位置，关节角为  $q_j$ 。当关节角  $q_j$  等于 0 时，坐标系  $\Sigma_j$  与坐标系  $\Sigma_i$  的姿态相同，姿态矩阵为  $E$ 。关节变量为关节角  $q_j$ ，坐标系  $\Sigma_j$  相对于其母连杆坐标系  $\Sigma_i$  的齐次变换矩阵可以写成：

$${}^i T_j = \begin{bmatrix} e^{\hat{a}_j q_j} & b_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

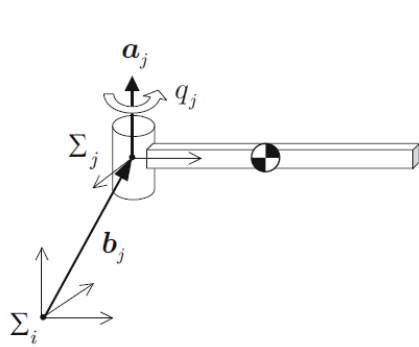


图 2-8 计算单个连杆的位姿

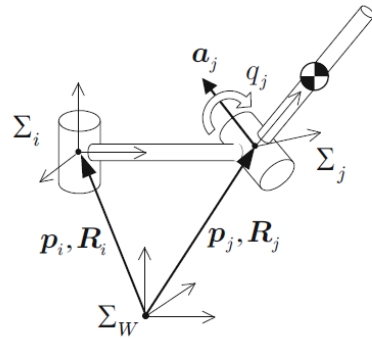


图 2-9 计算相对位姿

由 (2-18) 可知, 式 (2-25) 中  $e^{\hat{a}_j q_j} = {}^i R_j$ 。接下来考虑相互连接的两个连杆的情况, 如图 2-9 所示。假设母连杆坐标系  $\Sigma_i$  的绝对位姿  $p_i$  和  $R_i$  已知, 那么坐标系  $\Sigma_j$  的齐次变换矩阵为:

$$T_i = \begin{bmatrix} R_i & p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

根据齐次变换矩阵的链乘法则, 可以求出坐标系  $\Sigma_j$  的齐次变换矩阵为:

$$T_j = T_i {}^i T_j \quad (2-27)$$

由上面三式得出坐标系  $\Sigma_j$  的位置矢量和姿态如下:

$$p_j = p_i + R_i b_j \quad (2-28)$$

$$R_j = R_i e^{\hat{a}_j q_j} \quad (2-29)$$

上式即为计算连杆绝对位置和旋转矩阵的迭代方程。对各个连杆进行计算, 即可得到所有连杆相对于世界坐标系的位姿, 比如给出躯干相对于世界坐标系的位置和姿态和所有的关节角, 我们就可以确定足部在世界坐标系中的位置和姿态, 以及双腿的几何构型。

### 2.3.3 由末端位姿求关节角: 逆运动学

逆运动学是正运动学的逆问题, 即根据机器人的躯干和足部的位姿求解双腿各关节角度。例如, 在机器人上台阶的情况下, 用视觉传感器测得台阶的高度和宽度等参数后, 对机器人适当的抬脚高度和落脚点的控制时就要用到逆运动学。在进行步态规划时, 规划的是质心的运动轨迹和两个踝关节的运动轨迹, 在执行时需要通过逆运动学求出双腿各个关节的关节角的时间系列。

通常情况下机器人的逆运动学采用数值解法, 但由于双足机器人腿部构型的特殊性, 髋关节三轴相交于一点时具有简洁的解析解。我们考虑如图 2-10 所示右腿模型, 求使得右脚达到给定绝对位姿  $(p_7, R_7)$  的各个关节角  $q_2, \dots, q_7$ 。



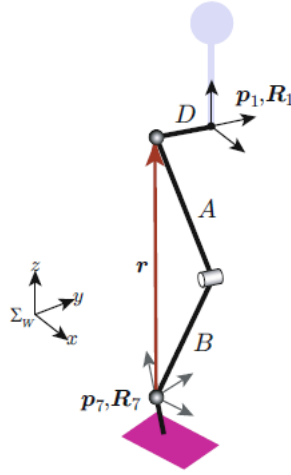


图 2-10 右腿模型和符号定义

已知机器人躯干和右脚位姿的绝对位姿为 $(p_1, R_1)$ 和 $(p_7, R_7)$ ，定义从躯干坐标系的原点到髋关节的距离  $D$ ，大腿长为  $A$ ，小腿长为  $B$ 。根据迭代方程，髋关节绝对位置为：

$$p_2 = p_1 + R_1 \begin{bmatrix} 0 \\ D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

如图 2-11 所示，为了求解膝关节角  $q_5$ ，需要知道踝关节到髋关节的距离，即矢量  $r$  的长度。矢量  $r$  表示了髋关节在踝关节坐标系中的位置，因此：

$$r = R_7^T (p_2 - p_7) = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

设  $|r| = C$ ，则有  $C = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$ ，根据余弦定理有：

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos(\pi - q_5) \quad (2-32)$$

解得膝关节角为：

$$q_5 = \pi - \arccos\left(\frac{A^2 + B^2 - C^2}{2AB}\right) \quad (2-33)$$

根据正弦定理求出辅助角  $\alpha$  为：

$$\alpha = \arcsin\left[\frac{A \sin(\pi - q_5)}{C}\right] \quad (2-34)$$

$q_7$  是脚踝的滚动角，绕 X 轴旋转形成，因此有：

$$q_7 = \text{atan2}(r_y, r_z) \quad (2-35)$$

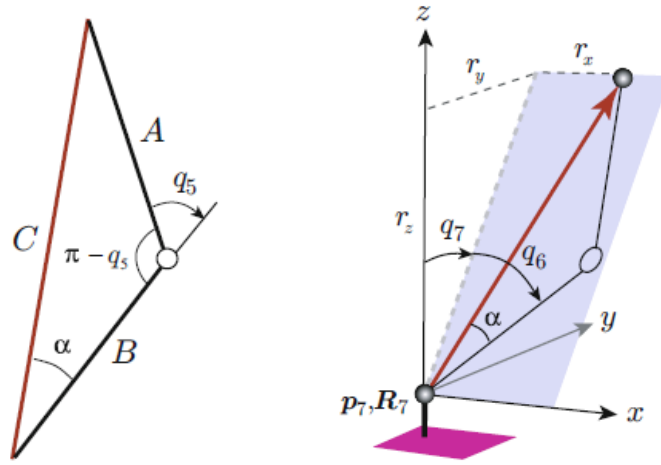


图 2-11 根据几何关系求出膝关节和踝关节角度

$q_7$  是脚踝的滚动角，绕 X 轴旋转形成，因此有：

$$q_7 = \text{atan2}(r_y, r_z) \quad (2-35)$$

$q_6$  是脚踝的俯仰角，绕局部坐标系  $\Sigma_6$  的 Y 轴（即转动轴向量  $\mathbf{a}_6$ ）旋转形成，同时受到踝关节滚动和膝关节弯曲的影响，根据图 2-11 有：

$$q_6 = -\text{atan2}\left(r_x, \text{sign}(r_z)\sqrt{r_y^2 + r_z^2}\right) - \alpha \quad (2-36)$$

髋关节的摆动角、滚动角和俯仰角可以根据链式法则求解。自下而上从坐标系  $\Sigma_7$  推算至躯干坐标系  $\Sigma_1$ ，可以分解为 5 个变换。依次为脚踝绕 X 轴旋转  $q_7$  角度，脚踝和膝盖绕 Y 轴旋转  $q_6 + q_5$  角度，髋关节绕 Y 轴旋转  $q_4$  角度（抬腿动作），髋关节绕 X 轴旋转  $q_3$  角度（摆腿动作），髋关节绕 Z 轴旋转  $q_2$  角度（扭腿动作）。于是可以得出：

$$\mathbf{R}_7 = \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_z(q_2) \mathbf{R}_x(q_3) \mathbf{R}_y(q_4) \mathbf{R}_y(q_5 + q_6) \mathbf{R}_x(q_7) \quad (2-37)$$

对上式进行变形可得：

$$\mathbf{R}_z(q_2) \mathbf{R}_x(q_3) \mathbf{R}_y(q_4) = \mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_7 \mathbf{R}_x^T(q_7) \mathbf{R}_y^T(q_5 + q_6) \quad (2-38)$$

将左边展开，并计算右边的值，得：

$$\begin{bmatrix} c_2 c_4 - s_2 s_3 s_4 & -s_2 c_3 & c_2 s_4 + s_2 s_3 c_4 \\ s_2 c_4 + c_2 s_3 s_4 & c_2 c_3 & s_2 s_4 - c_2 s_3 c_4 \\ -c_3 s_4 & s_3 & c_3 c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

其中， $c_2 = \cos q_2$ 、 $s_2 = \sin q_2$ ，其他记号含义类似。比对左右两边矩阵的元素，可以很快得出下列结果：

$$\begin{aligned} q_2 &= \text{atan2}(-R_{12}, R_{22}) \\ q_3 &= \text{atan2}(R_{32}, -R_{12}s_2 + R_{22}c_2) \\ q_4 &= \text{atan2}(-R_{31}, R_{33}) \end{aligned} \quad (2-40)$$

求解左腿的逆运动学时，只需改变  $D$  的符号即可使用同样的求解方法。

### 2.3.4 雅可比矩阵

机器人的正逆运动学将关节位置与末端执行器的位置和姿态联系起来，在数学上，正运动学方程在笛卡尔空间与关节空间之间定义了一个函数，那么速度之间的关系由这个函数的雅可比（Jacobian）来决定。雅可比矩阵在机器人运动的控制中有重要作用，比如规划和执行光滑轨迹，决定奇异位形，推导运动的动力学方程，力和力矩在末端执行器和机械臂关节之间的转换。

对于一个由  $n$  连杆组成的机械臂，我们用雅可比矩阵来表示关节速度  $n$  维向量与末端执行器线速度和角速度的六维向量之间的瞬时变换，所以这个雅可比矩阵是  $6 \times n$  的。设关节变量为  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ，令

$${}^0T_n = \begin{bmatrix} {}^0R_n(q) & {}^0p_n(q) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

表示末端执行器（第  $n$  连杆）到基座坐标系的齐次变换矩阵，其中  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$  是由关节变量所组成的  $n$  维向量。当机器人运动时，关节变量  $q_i$  以及末端执行器的位置  ${}^0p_n(\mathbf{q})$  和姿态  ${}^0R_n(\mathbf{q})$  都将为时间的函数。将末端执行器的线速度和角速度与关节速度向量  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  关联起来，根据式（2-14）可知：

$$S({}^0\omega_n) = {}^0R_n({}^0R_n)^T \quad (2-42)$$

式中  $S({}^0\omega_n)$  表示求向量  ${}^0\omega_n$  对应的反对称阵，如此便得到

$${}^0\omega_n = \mathbf{J}_\omega \dot{\mathbf{q}} \quad (2-43)$$

的形式。又根据速度矢量与位置矢量的关系，有：

$${}^0\mathbf{v}_n = {}^0\dot{\mathbf{p}}_n(\mathbf{q}) \quad (2-44)$$

表示末端执行器的速度，如此再得到

$${}^0\mathbf{v}_n = \mathbf{J}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (2-45)$$

的形式。将式（2-43）和（2-45）写在一起，有：

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (2-46)$$

其中  $\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{v}_n \\ {}^0\omega_n \end{bmatrix}$  以及  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix}$ 。 $\boldsymbol{\xi}$  是物体在三维空间的速度，矩阵  $\mathbf{J}$  即为雅可比矩阵。

### 2.3.5 双足机器人运动学仿真

经过以上正逆运动学的推导，即可建立机器人的数学模型。为了后面研究的需要，本文在 MATLAB 中实现双足机器人的运动学仿真。考虑计算机编程，将连杆间的连接关系表示为二叉树的数据结构，并给每个连杆一个编号，如图 2-5 所示。通过递归编程，函数每调用一次就在树结构中往下移动一层，直至树的末端，这样的编程方式比采用循环结构依次遍历简洁明了，且易于操作。运动学仿真的程序流程图如 2-12 所示。

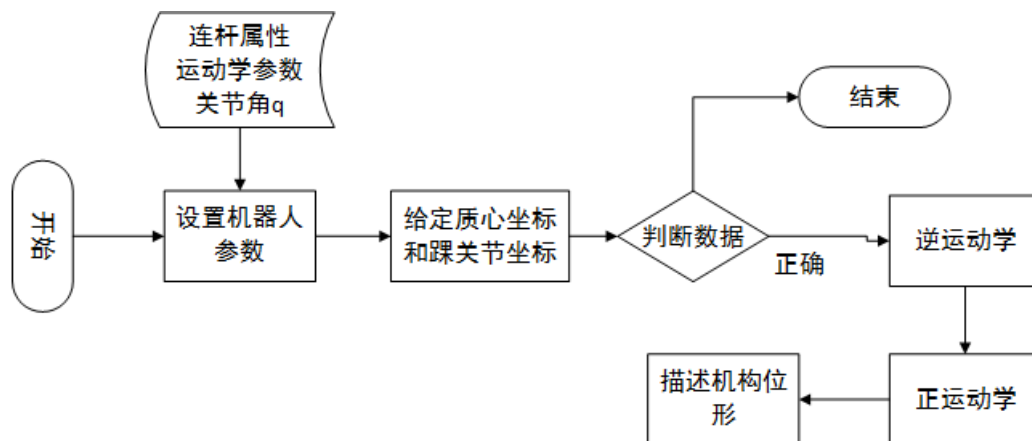


图 2-12 MATLAB 仿真程序流程图

当我们把机器人的各关节角的值为零时，我们得到与图 2-6 相对应的笔直站姿，如图 2-13（a）所示。注意此时为奇异状态，这意味着此时的机器人雅克比矩阵的逆不存在，在竖直方向会丢失自由度，导致某一关节速度出现无穷大的情况。所以机器人的初始状态我们都设为双腿弯曲时准备状态，这也符合人的身体习惯。

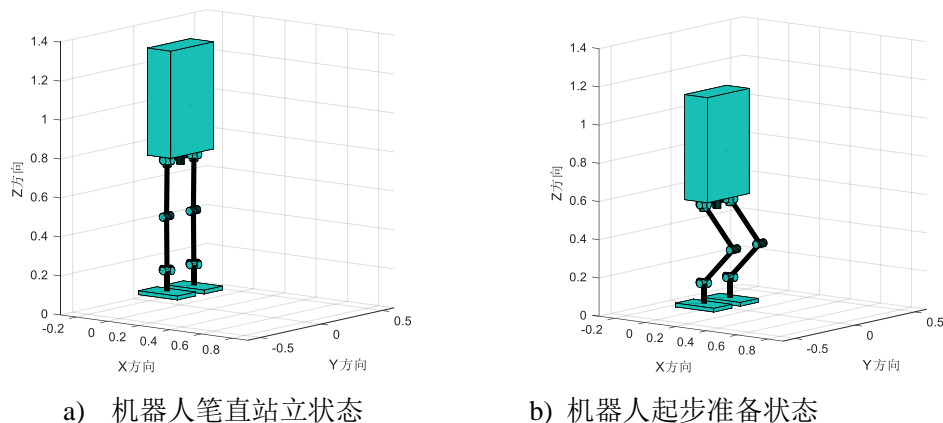


图 2-13 运动学可视化效果图

从上述运动学仿真结果可以看出，只要确定质心和左右踝关节的绝对位姿，机器人在世界坐标系的机构位形也随之确定。我们对双足机器人进行控制时也是如此，给定有效的质心轨迹和踝关节轨迹，即可产生有效的运动，比如给定行走时机器人坐标，产生的运动如图 2-14 所示。

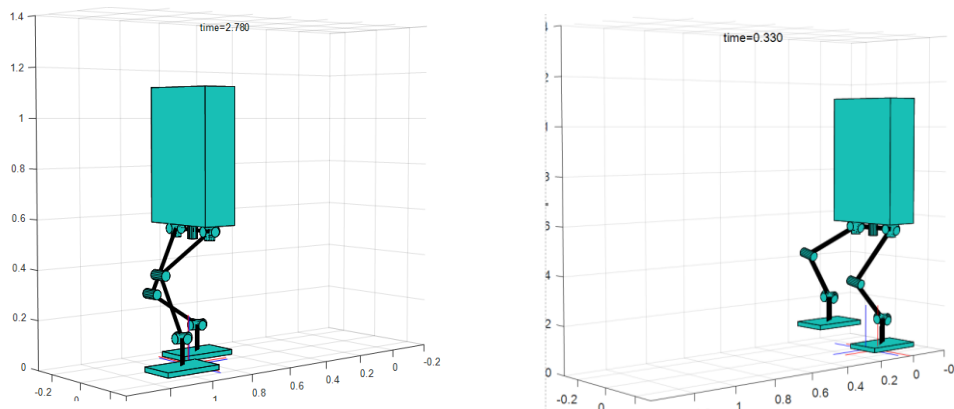


图 2-14 行走时双足机器人

## 2.4 步行稳定性判定

人在步行时,至少会有一只脚与地面保持接触,并且支撑脚与地面的接触是离散的、周期性的。根据环境的不同,落脚点的选择也是多样的。上述特点给双足步行带来很大的灵活性,但这也导致机器人很容易跌倒。双足机器人的双腿本质上也是机械臂,直观上腿的运动规划与工业机械臂的控制类似,但其实它们有很大的区别。工业机械臂一般是固定安装某个位置,而双足机器人的双腿只与地面接触而不固定,如果是跑和跳,还会出现腾空相。工业机械臂的操作控制只要考虑运动规划和轨迹跟踪效果即可,而双足机器人的运动则有个前提,即保证机器人的稳定性,保持支撑脚与地面的接触。所以双足机器人动态步行时稳定性问题极为重要,本文采用基于 ZMP 的稳定性研究方法。

### 2.4.1 ZMP 的概念与计算

对于四足机器人或者更多腿的机器人,利用重心可以得到其静态稳定性。但对于双足机器人,我们必须考虑其动态稳定性,需要把步行过程中的惯性力考虑在内。为了进行动态稳定性分析,我们引入 ZMP 的概念,由前南斯拉夫著名学者 Vukobratovic 提出<sup>[3]</sup>。ZMP 稳定性判据在双足机器人步行控制领域意义重大,目前已经在双足机器人研发上获得了广泛的应用<sup>[43]</sup>。ZMP 被定义为地面上一点,地面反作用力对该点的合力矩为零,这也是零力矩点名称的由来。图 2-15 给出了机器人足底所受分布力的情况,这些分布力可以等效为一个合力  $\mathbf{R}$ ,根据分布力计算,可以得到合力  $\mathbf{R}$  对零力矩点的水平力矩分量为零。

接着定义支撑多边形的概念,简单说来支撑多边形就是支撑脚与地面保持接触的区域,双足支撑时为两个支撑脚连起来的区域。ZMP 稳定性判据指的是 ZMP 必须位于支撑多边形中。根据合力的效果,ZMP 可以看成地面反作用力的压力中心,反映了作用力的分布。当作用力分布聚集在脚尖时,ZMP 就位于脚尖。在这种情况下,机器人很容易发生就绕脚尖的转动,导致脚底与地面不再保持面接触从

而跌倒。为了提高机器人行走时稳定性，必须保证 ZMP 位于支撑区域内，且离其边沿有一定余量。

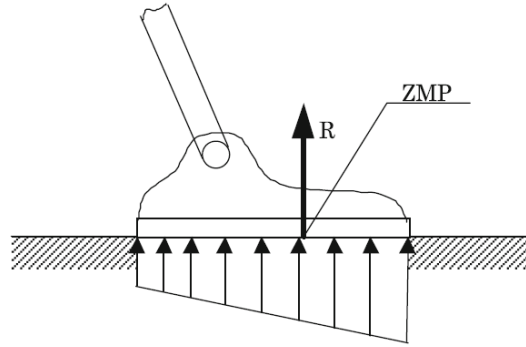


图2-15 零力矩点的示意图

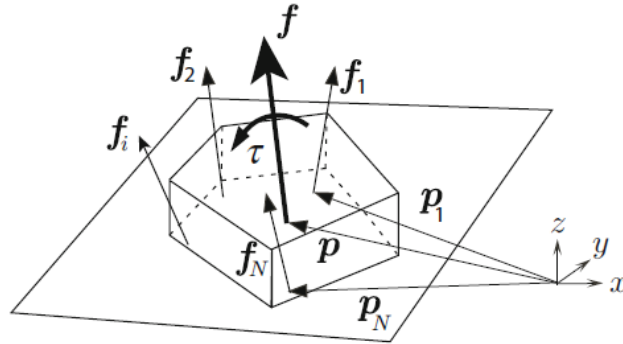


图2-16 分布力和作用于ZMP处的合力

如图 2-16 所示，ZMP 用位置矢量  $p$  表示，合力  $f$  和绕过 ZMP 的铅锤轴的力矩为  $\tau_p$ ，根据对偶理论，地面作用力绕原点的力矩为：

$$\tau = p \times f + \tau_p \quad (2-47)$$

设机器人总动量为  $P$ 、总角动量为  $L$ ，根据动量定理有：

$$\dot{P} = Mg + f \quad (2-48)$$

$$\dot{L} = c \times Mg + \tau \quad (2-49)$$

式 (2-49) 中  $c = [x \ y \ z]^T$  为质心坐标，将以上两式求解  $\tau_p$  得：

$$\tau_p = \dot{L} - c \times Mg + (\dot{P} - Mg) \times p \quad (2-50)$$

具体展开为：

$$\tau_{px} = \dot{L}_x + Mgy + \dot{P}_y p_z - (\dot{P}_z + Mg) p_y \quad (2-51)$$

$$\tau_{py} = \dot{L}_y - Mgx - \dot{P}_x p_z + (\dot{P}_z + Mg) p_x \quad (2-52)$$

然后应用绕 ZMP 的力矩的水平分量  $\tau_{px}$ 、 $\tau_{py}$  为 0 的条件，解方程得：

$$p_x = \frac{Mgx + p_z \dot{P}_x - \dot{L}_y}{\dot{P}_z + Mg} \quad (2-53)$$

$$p_y = \frac{Mgx + p_z \dot{P}_y + \dot{L}_x}{\dot{P}_z + Mg} \quad (2-54)$$

其中  $p_z$  代表地面高度，在平地行走时有  $p_z = 0$ 。特别地，当机器人静止站立时由于  $\dot{P} = \dot{L} = 0$ ，推出  $p_x = x$ ， $p_y = y$ ，即此时机器人质心在地面上的投影与 ZMP 重合。

如果将机器人简化为一个质点，在这种情况下其动量和角动量为：

$$\mathbf{P} = M\dot{\mathbf{c}} \quad (2-55)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{c} \times M\dot{\mathbf{c}} \quad (2-56)$$

展开，进行微分得：

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ M\ddot{z} \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(y\ddot{z} - z\ddot{y}) \\ M(z\ddot{x} - x\ddot{z}) \\ M(x\ddot{y} - y\ddot{x}) \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

将上面两式代入式（2-55）和（2-56）中，求得 ZMP 为：

$$p_x = x - \frac{(z - p_z)\dot{x}}{\ddot{z} + g} \quad (2-59)$$

$$p_y = y - \frac{(z - p_z)\dot{y}}{\ddot{z} + g} \quad (2-60)$$

这就是将机器人简化成一个质点时 ZMP 的计算公式。

#### 2.4.2 从 ZMP 到线性倒立摆模型

将机器人等效成一个单质点模型，考察机器人受力与 ZMP 的关系，机器人受力分析如图 2-17（a）所示。另一方面，从力的作用效果上可以认为地面作用力对机器人所受重力进行补偿，并使质心产生加速度，推着躯干向前运动，如图 2-17（b）所示。引入惯性力的概念，如图 2-17（c）所示， $-M\ddot{x}$  为惯性力，重力和惯性力延长线与地面的交点即为 ZMP，往往将该点称为参考 ZMP，这表明了质心运动与 ZMP 的强相关性<sup>[44]</sup>。由此可以得出，我们可以通过改变惯性力的大小，来调整 ZMP 的位置，从而保持机器人的稳定。静态步行认为机器人要保持稳定需保证机器人的质心在地面上的投影始终不超过支撑多边形的范围；而在动态步行中，质心的投影在某些时刻可以越离支撑多边形，甚至可以通过质心的运动来调整 ZMP 的位置，实现全身的平衡控制。

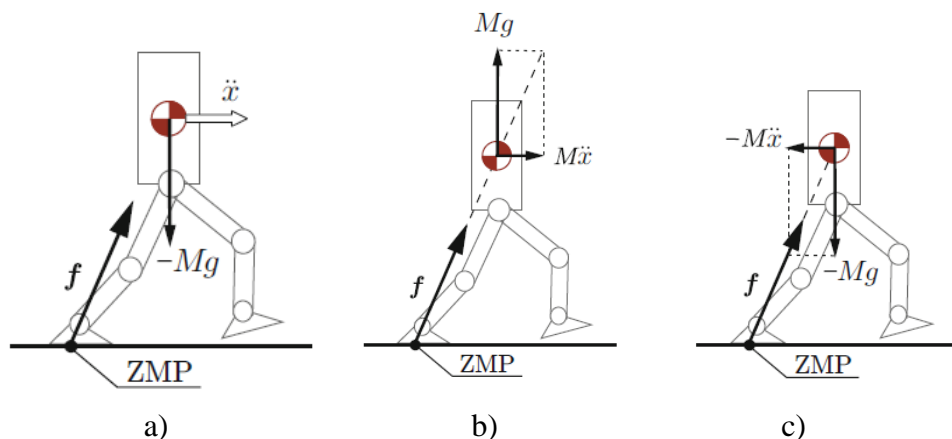


图2-17 机器人的运动状态与ZMP的关系

此时质心与 ZMP 的关系，可以用倒立摆模型来描述。又因为人在行走过程一般可以保持质心位于水平面上，我们着眼于研究倒立摆在摔倒过程中通过伸展腿长而保持恒定的质心高度的模型，称为线性倒立摆模型（Linear Inverted Pendulum model, LIPM），如图 2-18 所示。

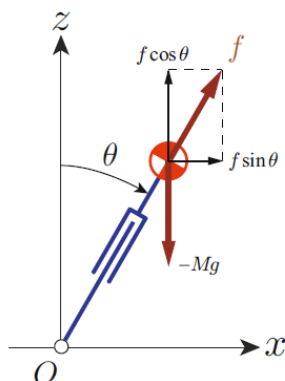


图2-18 二维线性倒立摆模型

图中机器人质心受重力和沿杆方向的伸缩力  $f$ 。当伸缩力矢量的大小等于  $f = Mg / \cos\theta$  时，重力恰好被平衡，只剩水平分力产生水平方向加速度，对应的运动方程为：

$$M\ddot{x} = f \sin\theta \quad (2-61)$$

又  $\tan\theta = x/z$ ， $x$  和  $z$  为质心坐标。将  $f = Mg / \cos\theta$  代入，得质心水平运动方程：

$$\ddot{x} = \frac{g}{z} x \quad (2-62)$$

需要加以说明的是， $z$  的物理意义其实是约束线在竖直方向的截距，这意味着约束线的斜率不同时，线性倒立摆的水平运动也相同。这是因为重力效益已被伸缩力的竖直分量所抵消，倒立摆的运动只取决于质心在水平方向离支撑点的位置，所以线性倒立摆模型同样可用于斜坡、上楼梯运动。解式（2-62）将  $x$  解出：



$$\begin{aligned}
 x(t) &= x(0) \cosh\left(\frac{t}{T_c}\right) + T_c \dot{x}(0) \sinh\left(\frac{t}{T_c}\right) \\
 \dot{x}(t) &= \frac{x(0)}{T_c} \sinh\left(\frac{t}{T_c}\right) + \dot{x}(0) \cosh\left(\frac{t}{T_c}\right) \\
 T_c &= \sqrt{z/g}
 \end{aligned} \tag{2-63}$$

式中  $T_c$  是时间常数,  $x(0)$  和  $\dot{x}(0)$  为质心运动初始条件。

注意到式 (2-62) 和式 (2-59) 其实是等价的, 这意味着当我们用线性倒立摆模型规划质心的运动时, 支撑脚足底 ZMP 的位置就是倒立摆的支点, 于是在动态步行时这样的惯性力将使 ZMP 位于稳定的支撑区域。

### 2.4.3 ZMP 在线计算

根据 2.4.3 小节的运动学仿真, 接着为机器人的每个连杆追加惯性参数, 并将各连杆质心的局部坐标设为几何中心, 对躯干和两个脚板根据其几何形状计算惯性张量。仿真中将机器人左脚踝关节的坐标设为  $(-0.08, 0.11, 0.14)$ , 质心的坐标为  $(0.0, 0.11, 0.55)$ , 右脚踝关节坐标为  $(0.0, -0.11, 0.24)$ 。此时机器人的状态为左脚支撑, 右脚抬起 10cm, 质心位于支撑脚的前方, 如图 2-19 所示。因为质心前向与支撑脚有 0.08cm 的距离, 根据式 (2-63) 的运动方程, 可以规划出质心按照线性倒立摆模型运动的轨迹。保持左脚为支撑脚, 右腿关节角不变, 通过机器人逆运动学即可求出左腿关节角轨迹, 然后通过正运动学求出机器人的状态, 实现可视化。仿真时间为 0.5s, 仿真结束时机器人的状态如图 2-20 所示。

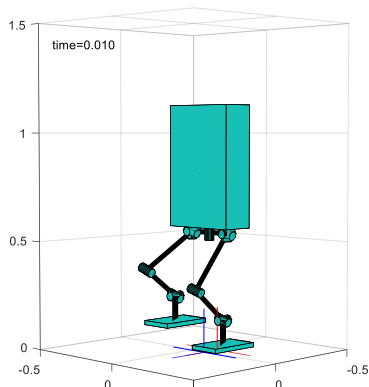


图2-19 机器人初始状态

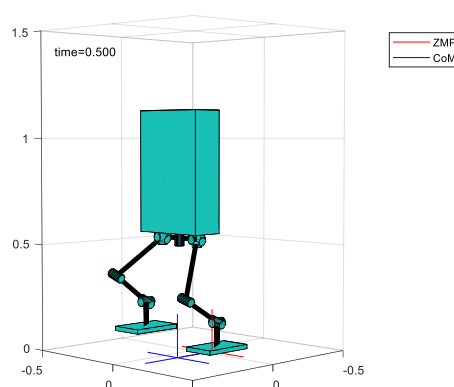


图2-20 仿真结束时机器人状态

由式 (2-53) 和 (2-54) 可以在线计算出实际的 ZMP 坐标。我们发现在图 2-20 中质心已经离开左脚支撑区域, 但 ZMP 依然位于支撑区域内, 且有较大余量, 这保证了支撑脚与地面的接触, 机器人在该运动过程中实现了动态平衡。图 2-21 给出了质心前向的轨迹和 ZMP 坐标随时间的变化。在这里质心位置是重新计算出来的, 因为规划的是两个髋关节的中心点, 那么在运动过程中实际的质心坐标是根

据多连杆模型计算得出的。这也解释了为什么零力矩点在质心速度变大后会发生变化，原因就在于线性倒立摆模型是将机器人简化成一个质点，会带来误差。

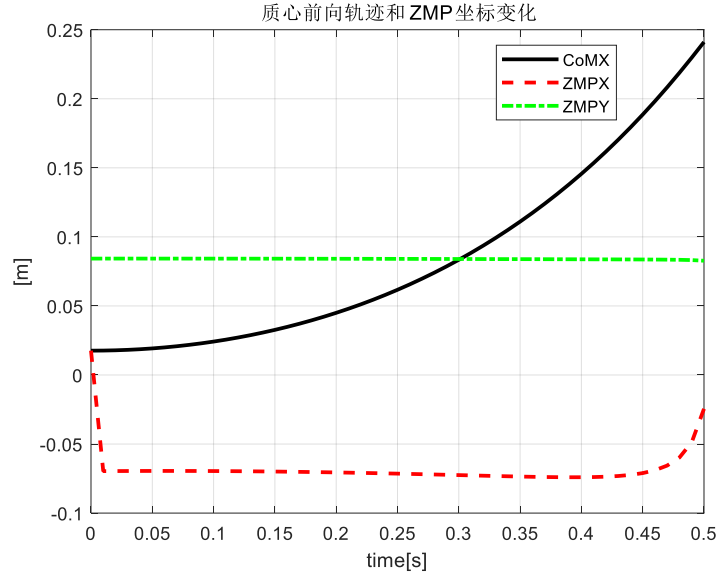


图 2-21 质心前向轨迹和 ZMP 坐标变化

## 2.5 本章小结

双足机器人的数学模型是运动控制和机器人动态稳定性分析的基础。本文首先对双足机器人进行模型的分解，推导 12 个自由度的机器人的运动学模型。建立运动学模型常用 D-H 法，但 D-H 法进行坐标系设置比较繁琐，需要标定的参数也较多<sup>[45]</sup>。本章利用旋量理论，将每个局部坐标系的初始姿态设为与世界坐标系一致，且只需定义关节轴矢量和相对位置矢量即可确定相邻坐标系的齐次变换矩阵，简化了正运动学的求解过程。推导机器人逆运动学时充分利用了腿部机构的特殊性，得到逆运动学的解析解。根据研究的需要，在 MATLAB 中实现了双足机器人的运动学仿真，只需给定满足约束的质心和踝关节轨迹，即可对机器人进行控制。

双足机器人与工业机械臂不同，在运动中容易摔倒，要实现连续的步行运动，步行稳定性是前提。本章引入零力矩点的概念，根据零力矩点分析机器人的动态稳定性。基于机器人的多刚体动力模型推导了 ZMP 的计算公式，并在运动学仿真中加入了在线计算 ZMP 的功能。考虑机器人的单质点模型，得到简化的 ZMP 计算公式，它们也常被称为 ZMP 方程。ZMP 方程代表了机器人行走时动力学特性，并用线性倒立摆模型分析了基于机器人简化模型的步态规划原理，用于步态规划算法的提出。

## 第 3 章 双足机器人的步态规划

### 3.1 引言

机器人行走需要根据步行参数和环境条件设计腿部的运动，并考虑机器人稳定性来设计躯干如何运动<sup>[41]</sup>。有了相对位姿根据逆运动学即可求解出一组关节角。这样根据设计出的腿部和躯干运动轨迹得到的一组关节角时间系列，叫做步行模式，此过程称为步态规划。将质心运动等效为三维线性倒立摆的运动，由三维步行单元即可进行步态规划，但该方法在起步和止步时质心运动不连续。由于质心运动与 ZMP 具有强相关性<sup>[45]</sup>，我们考虑如何根据参考 ZMP 生成步行模式，推导基于倒立摆模型的数值解算法，并实现机器人全方向行走的方法。为保证步行稳定性，通过 ZMP 反馈闭环和引入未来的参考 ZMP 信息设计预观控制器<sup>[46]</sup>，基于预观控制的步态规划能对目标 ZMP 产生较好的跟踪，机器人行走时具有较好的稳定性。

### 3.2 三维步行单元

#### 3.2.1 三维线性倒立摆模型

根据 2.4.2 小节，将二维线性倒立摆推广至三维线性倒立摆，同时考虑机器人质心在前向和侧向的运动，如图 3-1 所示。

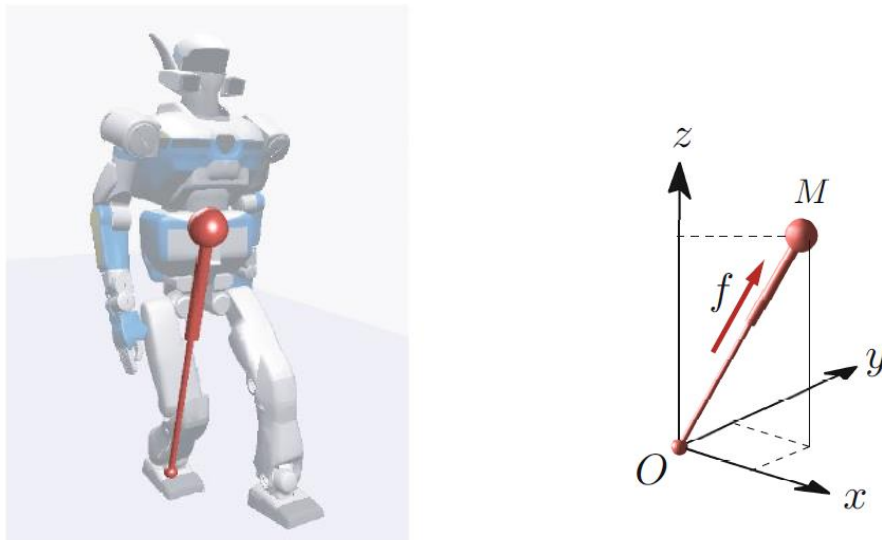


图 3-1 质心的运动近似为三维倒立摆  
机器人腿部伸缩力  $f$  可以在  $x$ 、 $y$  和  $z$  方向的值分别为：

$$\begin{cases} f_x = \frac{x}{r} f \\ f_y = \frac{y}{r} f \\ f_z = \frac{z}{r} f \end{cases} \quad (3-1)$$

式 (3-1) 中  $r$  为支撑点和质心之间的距离,  $f$  为腿部伸缩力  $f$  的大小。根据牛顿第二定律, 其运动方程为:

$$\begin{cases} M\ddot{x} = \frac{x}{r} f \\ M\ddot{y} = \frac{y}{r} f \\ M\ddot{z} = \frac{z}{r} f - Mg \end{cases} \quad (3-2)$$

类似于二维倒立摆的情况, 考虑质心的约束。我们将双足机器人在行走时质心的运动约束在一平面, 该约束面定义如下:

$$z = k_x x + k_y y + z_c \quad (3-3)$$

式 (3-3) 中  $k_x$ 、 $k_y$  表示约束面倾斜角,  $z_c$  表示约束面在  $z$  方向上的截距。此时其质心的加速度矢量应与约束面的法向量正交, 有:

$$\begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z - Mg \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_x \\ -k_y \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3-4)$$

结合式 (3-1) 解出  $f$ :

$$f = \frac{Mg r}{z_c} \quad (3-5)$$

可以看到, 当伸缩力  $f$  大小与腿长  $r$  成正比时, 机器人质心被控制在约束面上运动, 如图 3-2 所示。

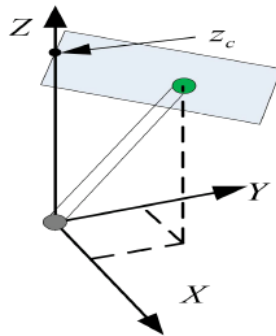


图 3-2 质心在约束面上运动

将式 (3-5) 代入式 (3-2)，得出质心在  $x$ ， $y$  方向上的运动为：

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{g}{z_c} x \\ \ddot{y} = \frac{g}{z_c} y \end{cases} \quad (3-6)$$

可以看到，三维线性倒立摆可以看成是在  $x$  方向和  $y$  方向上的两个二维线性倒立摆的组合，当约束面的截距  $z_c$  恒定时，机器人质心沿  $x$  方向和  $y$  方向的运动方程可以根据式 (2-63) 得到。

### 3.2.2 步行参数和三维步行单元

在进行步态规划之前，我们先定义步行参数的概念：

(1) 单步步长：机器人在步行过程中，处于双腿支撑阶段的两脚之间的前向距离。

(2) 步宽：机器人在步行过程中，处于双腿支撑阶段的两脚之间的横向距离，主要取决于机器人的具体结构形式。

(3) 单腿支撑期：机器人仅有一只脚与地面接触，起支撑作用，此时机器人呈倒立摆形态，记作  $T_{sup}$ 。

(4) 双腿支撑期：机器人的双脚均与地面接触，一般双腿支撑期可占一个单步周期的 15% 左右。

(5) 单步周期：机器人在步行过程中，从某只脚着地开始到另一只脚着地所需要的时间，由一个单腿支撑期和一个双腿支撑期组成。

一个单步周期中质心的前向运动等效成一个从初始状态为  $(-\bar{x}, \bar{v})$  到末状态为  $(\bar{x}, \bar{v})$  的线性倒立摆，如图 3-3 (a) 所示；把质心的侧向运动等效成一个从初始状态为  $(-\bar{y}, \bar{v})$  到末状态为  $(-\bar{y}, -\bar{v})$  的线性倒立摆，或者是从初始状态为  $(\bar{y}, -\bar{v})$  到末状态为  $(\bar{y}, \bar{v})$ ，如图 3-3 (b) 所示。注意，上述坐标描述均以支撑脚作为原点。由此可以得到步行单元，如图 3-4 所示。



图 3-3 质心的前向和侧向按照 LIPM 运动

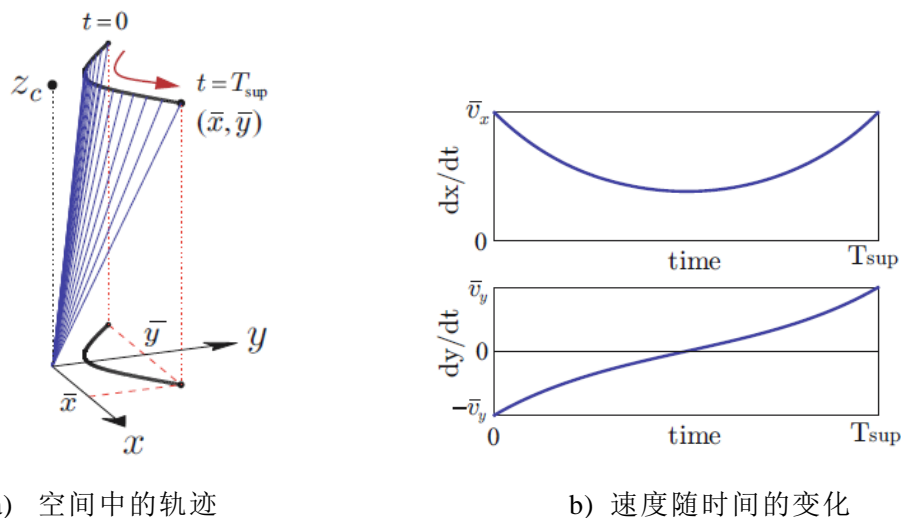


图 3-4 步行单元

当单腿支撑期  $T_{sup}$  与约束面截距  $z_c$  确定的情况下, 根据其运动位置的对称性, 步行单元可以由终止位置  $(\bar{x}, \bar{y})$  确定。设前向线性倒立摆的初始条件为  $(-\bar{x}, \bar{v}_x)$ , 终止位置为  $\bar{x}$ , 运动时间为  $T_{sup}$ , 根据式 (2-55) 有:

$$\bar{x} = -\bar{x}C + T_c \bar{v}_x S \quad (3-7)$$

其中  $T_c = \sqrt{z_c / g}$ ,  $C = \cosh(T_{sup} / T_c)$ ,  $S = \sinh(T_{sup} / T_c)$ , 将式 (3-7) 移项变形, 求出终止速度与终止位置的关系:

$$\bar{v}_x = \bar{x}(C+1)/(T_c S) \quad (3-8)$$

类似地, 对于机器人侧向运动终止位置为  $\bar{y}$ , 求出侧向终止速度为:

$$\bar{v}_y = \bar{y}(C-1)/(T_c S) \quad (3-9)$$

将设计好的步行单元拼接起来即可得到质心的运动轨迹。比如, 对单步步长为  $2\bar{x}$  的直线行走, 每一个单步周期的步行单元前向是一致的, 交替改变其 Y 轴分量的符号即可。至此, 机器人质心在单步运动过程中的位置和速度轨迹就已确定, 但机器人要实现连续的步行过程, 还需确定步行落脚点。我们常用步行参数表, 如表格 3-1 所示, 表中的数据代表步行参数, 步长  $s_x^{(n)}$  是前进方向上的单步步长,  $s_y^{(n)}$  是左右方向上的步宽, 上标  $(n)$  表示第几步。

表 3-1 步行参数表

$n$	1	2	3	4	5
$s_x^{(n)}$	0.0	0.3	0.3	0.3	0
$s_y^{(n)}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

根据表格参数，我们可以计算出第  $n$  步支撑脚的位置  $(p_x^{(n)}, p_y^{(n)})$  为：

$$\begin{bmatrix} p_x^{(n)} \\ p_y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x^{(n-1)} + s_x^{(n)} \\ p_y^{(n-1)} - (-1)^n s_y^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

其中  $(p_x^{(0)}, p_y^{(0)})$  为步行开始时的右脚位置，如图 3-5 所示。

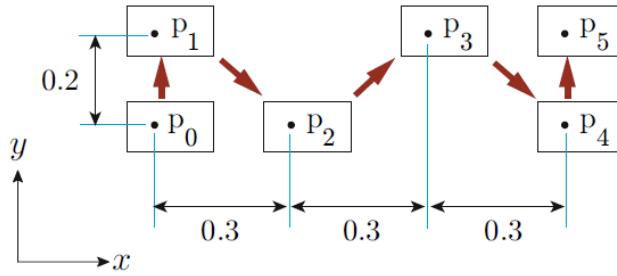


图 3-5 每一步的支撑脚位置

有了第  $n$  步支撑脚的位置，那么步行单元终止位置  $(\bar{x}, \bar{y})$  为：

$$\begin{bmatrix} \bar{x}^n \\ \bar{y}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x^{(n+1)} / 2 \\ (-1)^n s_y^{(n+1)} / 2 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

注意，当前步的步行参数确定的是下一步的落脚点位置，而当前步终止位置则有下一步的步长和步宽决定。步行单元的终止速度可由式 (3-8) 和 (3-9) 即可求出。下面给出使用上述方法和参数，支撑期时间为 0.7s 时质心的位置和速度运动轨迹，如下图所示。

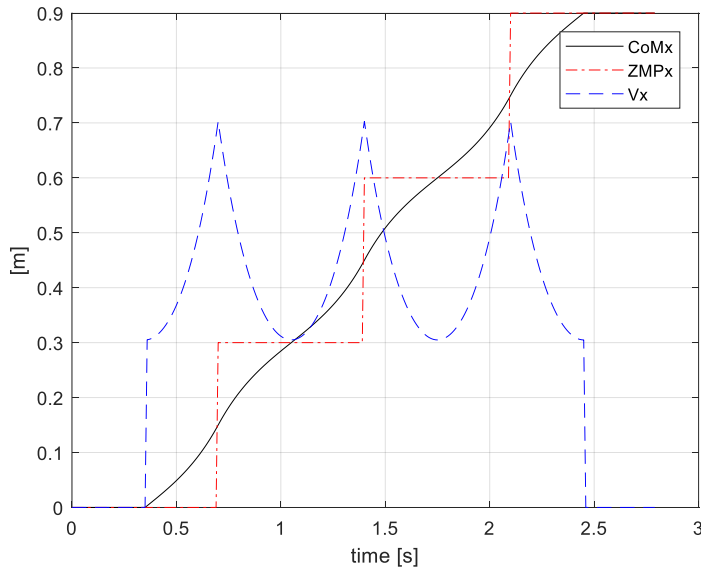


图 3-6 根据步行单元形成质心轨迹

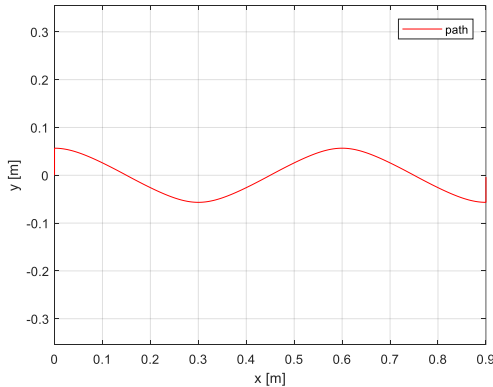


图 3-6 质心路径

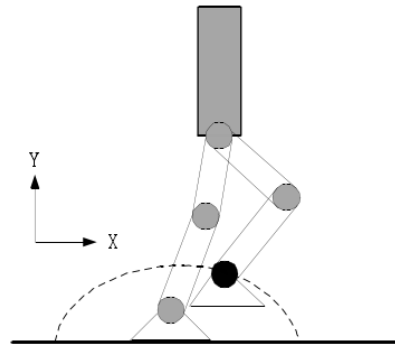


图 3-7 摆动脚轨迹规划

同时，我们还可以看到质心在  $xoy$  平面上的路径如图 3-6 所示。我们发现起步时前半个周期和止步的后半个周期质心前向运动为零，速度是阶跃的，这也造成步行单元系列在步行开始和结束时不连续。在确定双足机器人的步行落脚点以及质心运动轨迹后，为实现关节角的连续变化，还对摆动脚的运动进行规划。由于摆动脚在双足机器人运动过程中是脱离地面的，路径近似为一个半圆，所以摆动脚在竖直方向和前进方向的运动轨迹采用正弦函数来拟合即可。当坐标系相对位置和姿态确定后，根据逆运动学即可求解出一组可执行的关节角时间系列。

### 3.3 基于倒立摆模型数值解的步态规划

#### 3.3.1 ZMP 方程和数值解法

由 2.4.1 小节可知，将机器人简化成一个质点时，质心和 ZMP 的关系由式 (2-51) 和 (2-52) 给出，当质心约束在高度为  $z_c$  的水平面运动、ZMP 在竖直方向坐标为零时，重写上述两式有：

$$p_x = x - \frac{z_c}{g} \ddot{x} \quad (3-12)$$

$$p_y = y - \frac{z_c}{g} \ddot{y} \quad (3-13)$$

在本文我们称上面两个方程为 ZMP 方程<sup>[47]</sup>，它给出了质心的位置和加速度与 ZMP 的关系。针对方程 (3-12)，根据常微分方程的数值计算方法，我们将 ZMP 方程用采样时间  $\Delta t$  离散化后，加速度  $\ddot{x}$  可近似为：

$$\ddot{x}_i = \frac{x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}}{\Delta t^2} \quad (3-14)$$

其中， $x_i = x(i\Delta t)$ 。根据这个近似，离散化后的 ZMP 方程为：



$$\begin{aligned}
 p_i &= ax_{i-1} + bx_i + cx_{i+1} \\
 a_i &= -z_c / (g\Delta t^2) \\
 b_i &= \frac{2z_c}{g\Delta t^2} + 1 \\
 c_i &= -z_c / (g\Delta t^2)
 \end{aligned} \tag{3-15}$$

根据上述递推关系，将对应于时间区段 $(1, 2, \dots, N)$ 的式(3-15)拼成矩阵的形式，则有：

$$\begin{bmatrix} p'_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_{N-1} \\ p'_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 & c_1 & 0 & & & \\ & a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \ddots \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & 0 & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ & & & & 0 & a_N & b_N + c_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_{N-1} \\ x_N \end{bmatrix} \tag{3-16}$$

式中 $p'_1$ 、 $p'_N$ 为对 $p_1$ 、 $p_N$ 加以修正的结果，即：

$$\begin{aligned}
 p'_1 &= a_1 x_1 + b_1 x_1 + c_1 x_2 \\
 p'_N &= a_N x_{N-1} + b_N x_N + c_N x_N
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

于是式(3-16)可以简写为：

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{3-18}$$

其解为：

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{p} \tag{3-19}$$

需要说明的是，虽然矩阵 $\mathbf{A}$ 通常为一个几千行和几千列的巨大方阵，但它实际上是一个对角阵，除主对角线和上下各一对对角线上的元素外，其余的元素都为零，对这样的矩阵存在有效的算法求其逆阵。对于给定的ZMP，进行离线规划，算法的效率是很高的。

### 3.3.2 机器人的全方向行走

上节介绍了如何通过步行参数表得到落脚点序列，在这里本文提出一种给定机器人行走路径，实现双足机器人全方向行走的新方法。给定行走路径，先通过直线行走的方式确定初始步数和转向。再对转向角进行约束，为了达到避障的效果，机器人的朝向应沿切线方向，如果上述超出约束，进行二分查找，在中间选择落脚点。最终达到的效果是机器人沿着曲线行走，在曲线曲率变化大的地方，落脚点密集，在曲线曲率变化小的地方步长较大，这其实是一个二分查找和寻优的过程。以正弦曲线路径为例，结果见图3-9。机器

人行走时若要转弯，需要追加方向信息到步行参数中。每一步支撑脚的朝向用  $s_{\theta}^{(n)}$  来表示，如图 3-8 所示。

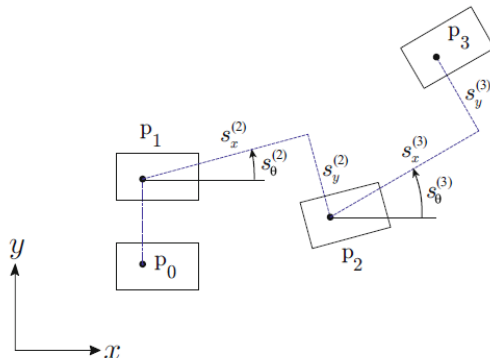


图 3-8 包含转向信息的落脚点设定

那么第  $n$  步支撑脚的位置  $(p_x^{(n)}, p_y^{(n)})$  由下式确定：

$$\begin{bmatrix} p_x^{(n)} \\ p_y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x^{(n-1)} \\ p_y^{(n-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos s_{\theta}^{(n)} & -\sin s_{\theta}^{(n)} \\ \sin s_{\theta}^{(n)} & \cos s_{\theta}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x^{(n)} \\ -(-1)^n s_y^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

这里要注意的是摆动脚和躯干的姿态是和转向角度有关的，即姿态角中的偏航角。第  $n$  步的摆动脚和躯干的偏航角等于：

$$\theta_f^{(n)} = s_{\theta}^{(n+1)} \quad (3-21)$$

$$\theta_b^{(n)} = s_{\theta}^{(n)} \quad (3-22)$$

在 MATLAB 中实现上述步态规划算法，给定正弦行走路径，经过铺脚印生成的落脚点位置和目标 ZMP 如图 3-9 所示。

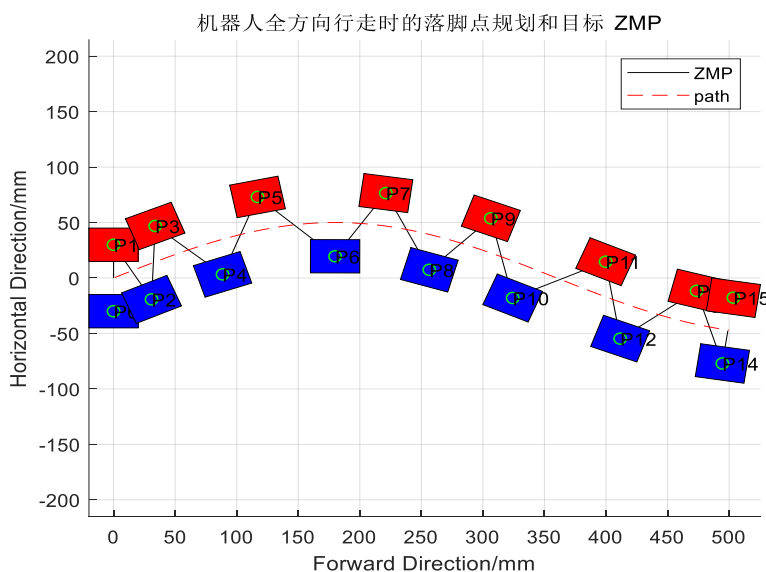


图 3-9 全方向行走时的落脚点规划和目标 ZMP

机器人全方向行走时质心规划如图 3-10 所示, 图中每一步单腿支撑期类  
似于倒立摆就表明了这样的质心加速度使得机器人所受重力和惯性力的合力  
的延长线与水平面的交点是不变的<sup>[48]</sup>, 这个点正是零力矩点, 因此机器人能  
保持稳定行走。机器人按指定路径行走的效果图如下:

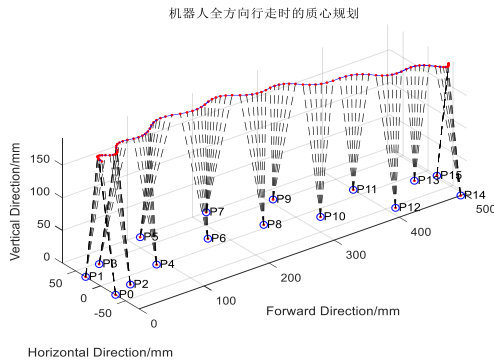


图 3-10 质心示意图

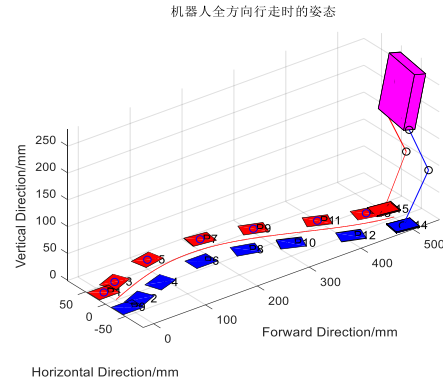


图 3-11 机器人行走效果

为了更清晰地看到 ZMP 和质心的跟随关系, 我们分别画出在前向和侧  
向它们随时间的变化, 如图 3-12 所示。从图中可以看到机器人质心和 ZMP  
的强相关性, 相较于三维步行单元的速度不连续性, 该方法具备将强的可实  
现性; 但从图 3-12 (b) 中我们也看到止步时侧向质心与 ZMP 的终止位置误  
差为十分之一的步宽, 这就使得在最后静止情况下质心侧向偏离支撑区域  
的中心, 降低了静态稳定性。下一节引入对 ZMP 的跟踪控制。

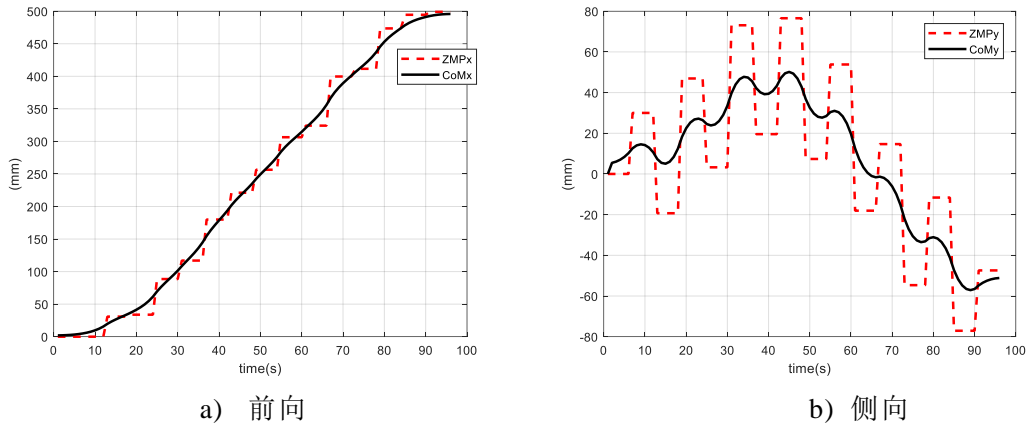


图 3-12 质心和 ZMP 的跟随效果

### 3.4 预观控制步行模式生成

ZMP 概念的提出对双足机器人发展产生了重大影响<sup>[49]</sup>, 许多著名的机  
器人比如本田公司 ASIMO, 都是利用 ZMP 进行步态规划和平衡控制的。然  
而行走时由于模型的误差、环境的扰动等因素, 机器人会偏离目标 ZMP<sup>[50]</sup>, 导

致步行稳定性下降，需要对 ZMP 进行跟踪控制。另一方面，落脚点的变化阶跃而离散，这种阶跃的参考信息给跟踪控制带来了困难。我们希望利用已知的期望目标或干扰信息，来改善系统的动态响应，为此引入预见控制<sup>[33]</sup>。预见控制最早由美国麻省理工著名教授 Sheridan 提出<sup>[51]</sup>，这是一种未来信息前馈补偿加上当前状态反馈控制的方法。Hayas 和 Ichikawa 结合最优控制和预见控制设计了伺服控制系统，相比于传统闭环控制具有更好的跟踪效果<sup>[52-54]</sup>。Katayama 等人为已知连续期望和带扰动的离散系统设计了伺服控制器，该控制器使用基于 LQR 的预见控制<sup>[55,56]</sup>。在 2003 年日本学者 Kajita 深入比较了根据精确动力学模型和传统带反馈控制的步态规划方法优缺点，提出了简化动力学模型和 ZMP 反馈的预见控制方法<sup>[57]</sup>。

### 3.4.1 ZMP 跟踪控制

我们再来看式 (3-12) 所示的 ZMP 方程，它代表了机器人动力学模型。写成系统状态方程的形式，定义系统输入变量为机器人加速度对时间的微分，即  $u_x = \ddot{x}$ ，得到以下状态空间方程：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_x \quad (3-23)$$

$$p_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_c / g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}$$

于式 (3-13) 我们可以定义  $u_y = \ddot{y}$ ，前向和侧向动力学模型是一致的。

由上述状态空间方程，可以设计对目标 ZMP 的反馈控制，得到机器人质心的运动轨迹，如图 3-14 所示。为保证机器人动态稳定性，我们希望对目标 ZMP 进行跟踪控制，然而这个简单系统的跟踪效果并不理想。考虑图 3-6 所示的步行单元，目标 ZMP 在支撑脚切换时出现跳变，为保持机器人的稳定，这意味着上述闭环系统的参考值输入变化之前，质心就需运动。另一方面在通常的伺服系统中，参考值变化后输出的跟随有一定的滞后。

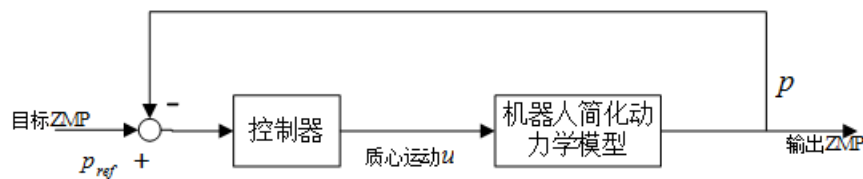


图 3-14 ZMP 跟踪控制

像这样已知未来目标参考值且带干扰的系统，引入预见控制将会取得较好效果。本文将预见控制应用于双足步行控制领域，并结合 LQR 最优控制，在滚动区域内设计控制器。

### 3.4.2 预见控制步行模式生成

利用采样时间  $\Delta t$  对式 (3-23) 系统状态方程进行离散化，得：

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + bu(k) \\ p(k) = cx(k) \end{cases} \quad (3-24)$$

$$\mathbf{x}(k) = [x(kT) \quad \dot{x}(kT) \quad \ddot{x}(kT)]^T$$

$$\text{式中符号定义为 } u(k) = u_x(kT), p(k) = p_x(kT), A = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} T^3/6 \\ T^2/2 \\ T \end{bmatrix},$$

$c = [1 \quad 0 \quad -z_c/g]$ 。为了使系统输出  $p(k)$  与参考值  $p^{ref}(k)$  的误差尽可能地小，根据线性二次型最优控制理论设计最优控制器。定义  $e(k) = p^{ref}(k) - p(k)$ ，增量输入为  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ ，那么由误差系统得到的跟踪性能指标为：

$$J = \sum_{i=k}^{\infty} \{Qe(i)^2 + Ru(i)^2\} \quad (3-25)$$

式中  $Q$  和  $R$  为二次型的正加权系数。根据预见控制理论，这一性能指标可以通过使用未来  $N$  步参考值输入进行极小化<sup>[55]</sup>，所设计的预见控制器为：

$$u(k) = -Kx(k) + [f_1, f_2, \dots, f_N] \begin{bmatrix} p^{ref}(k+1) \\ p^{ref}(k+2) \\ \dots \\ p^{ref}(k+N) \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

其中  $K$  和  $f_i$  由下式求得：

$$\begin{aligned} K &= (R + b^T P b)^{-1} b^T P A \\ f_i &= (R + b^T P b)^{-1} b^T ((A - bK)^T)^{i-1} c^T Q \end{aligned} \quad (3.27)$$

其中辅助矩阵  $P$  是下面的 Riccati 方程的解：

$$P = A^T P A + c^T Q c - A^T P b (R + b^T P b)^{-1} b^T P A \quad (3-28)$$

式 (3-26) 所示的预见控制器包含两项，一是对系统状态的反馈，二是对未来  $N$  步目标参考值进行加权求和。由于上式并没有引入对 ZMP 的跟踪

控制，机器人在较长距离行走时较弱<sup>[57]</sup>。于是引入 ZMP 的反馈，将式 (3-24) 重写成下面的扩展形式：

$$\begin{cases} \mathbf{x}^*(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}^*(k) + \tilde{\mathbf{b}}\Delta u(k) \\ p(k) = \tilde{\mathbf{c}}\mathbf{x}^*(k) \end{cases} \quad (3-29)$$

其中， $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ ， $\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)$ ， $\mathbf{x}^*(k) = \begin{bmatrix} p(k) \\ \Delta \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$ ，式中的矩阵为：

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{cA} \\ 0 & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{cb} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{c}} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3-30)$$

同样地，为式 (3-29) 的系统设计一个控制器以极小化下面的性能指标：

$$J = \sum_{i=k}^{\infty} \{Qe(i)^2 + R\Delta u(i)^2\} \quad (3-31)$$

预观控制器为：

$$\Delta u(k) = -\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{x}^*(k) + \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i \Delta p^{ref}(k) \quad (3-32)$$

其中  $\tilde{\mathbf{K}}$ 、 $\tilde{f}_i$  为控制器的增益系数，它们可通过  $\tilde{\mathbf{A}}$ 、 $\tilde{\mathbf{b}}$ 、 $\tilde{\mathbf{c}}$  以及  $R$  和  $Q$  代入式 (3-27) 求得。就  $k=1, 2, \dots, N$  对式 (3-32) 求和，可以得到原系统 (3-24) 的预观控制器为：

$$u(k) = -G_i e(k) - G_x \mathbf{x}(k) + \sum_{j=1}^N G_p(j) p^{ref}(k+j) \quad (3-33)$$

具体求解过程中先将  $\tilde{\mathbf{A}}$ 、 $\tilde{\mathbf{b}}$ 、 $\tilde{\mathbf{c}}$  以及  $R$  和  $Q$  代入式 (3-27) 求出最优增益  $\mathbf{K}$  和辅助矩阵  $\mathbf{P}$ ，然后有  $G_i = \mathbf{K}(1)$ 、 $G_x = \mathbf{K}(2:end)$ ，最后  $G_p(j)$  由式 (3-27) 的第二式循环迭代求得。需要注意的是加权系数  $R$  和  $Q$  根据实际情况调试得到。

式 (3-33) 第一项为目标 ZMP 跟踪误差，第二项代表系统状态变量的前馈，第三项为未来  $N$  步的参考值输入。控制流程如图 3-15 所示，根据式 (3-24) 系统状态变量  $\mathbf{x}$  得到更新，即为满足目标 ZMP 的质心运动。

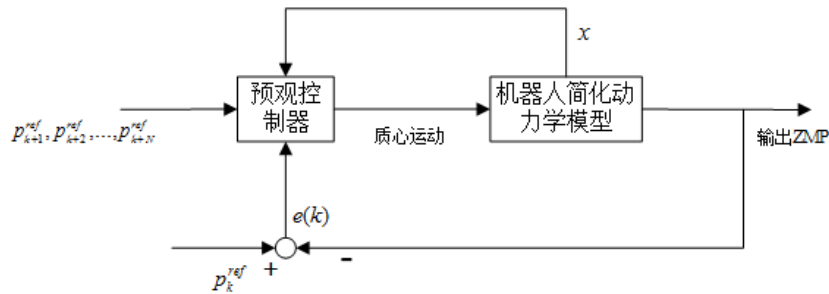


图 3-15 基于预观控制的步行模式生成

### 3.4.3 预观控制合理性分析

取跟踪性能指标函数的加权系数  $R=0.001$  和  $Q=1$ ，采样时间为  $0.01s$ ，预观的时间长度为两个步行周期等于  $1.4s$ ，也意味着  $N=140$ 。机器人的参数采用 2.4.3 小节中的参数，来自于真实机器人。设置步态参数如表 2 所示：

表 3-2 设定步行参数

$n$	1	2	3	4	5	6
$s_x^{(n)}$	0.0	0.25	0.25	0.25	0.25	0.0
$s_y^{(n)}$	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22

利用上述方法计算的质心轨迹和得到的 ZMP 如图 3-16 所示。

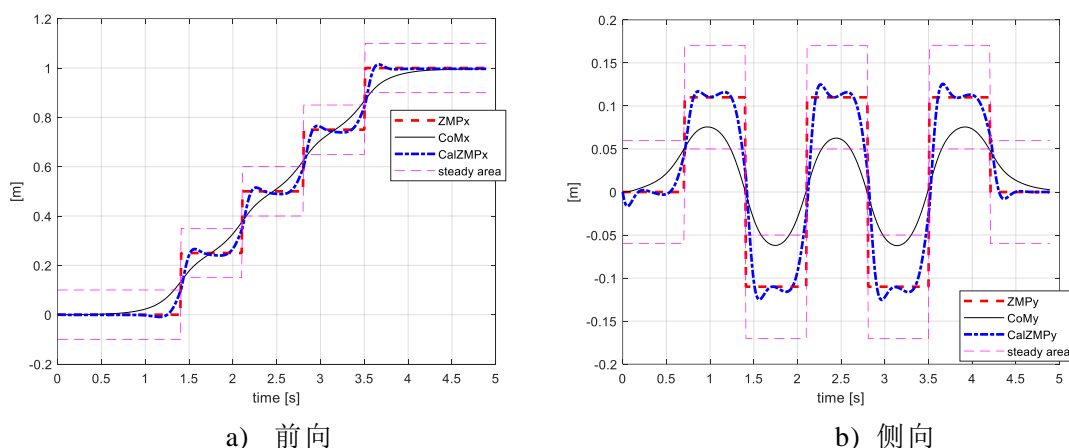
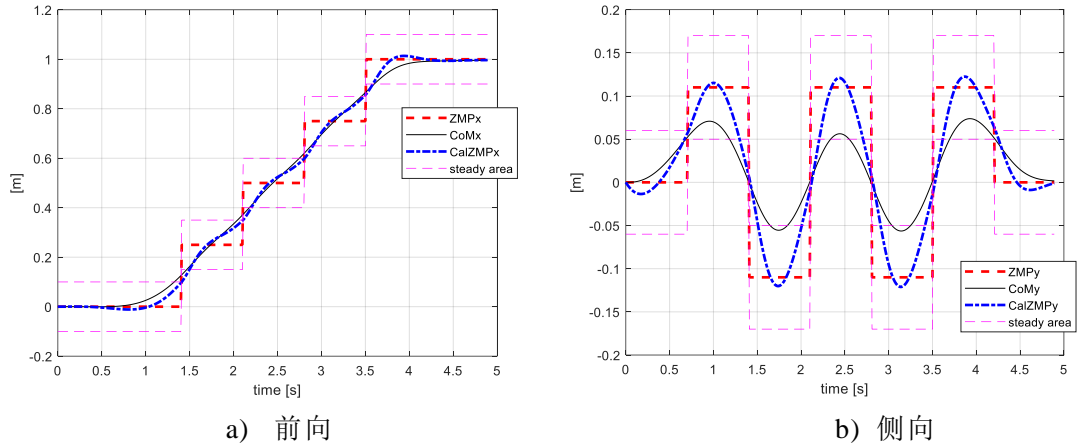


图 3-16 预观控制得到的质心轨迹

预观控制器为机器人前向和测向生成了合适的质心运动轨迹。机器人起步时（第一步从  $0.7s$  开始）目标 ZMP 由髋关节的中心处切换到左脚，值发生阶跃，由于预观控制器的作用，质心提前开始运动，不会发生 3.2.2 节中由三维步行单元提供的起步速度产生阶跃的情况，不会对机器人造成冲击；止步时无论前向还是侧向质心都能跟随到期望位置，在步行结束后质心投影位于支撑区域的中心，解决了 3.3 节中质心止步时位置存在误差的问题。图中还给出了根据桌子-小车模型计算出来的 ZMP 曲线，支撑区域我们取支撑脚矩形脚掌内 80% 部分，可以看到，根据模型计算出来的 ZMP 虽然在支撑脚切换后有超调，但超调量较小，符合动态平衡的条件。

加权系数  $Q$  和  $R$  的是代价函数中对反馈跟踪和能量消耗的权重，这也是 LQR 最优控制的目的，比如  $R$  取值较大，意味着使用较少的能量进行控制，当然对目标的跟踪效果会相应下降。所以得到的 ZMP 曲线效果与加权系数  $R$  和  $Q$  的选取是有很大关系的，下面给出一组参数  $R=0.1$ 、 $Q=1$ 、 $N=140$  时的结果，如图 3-17 所示。


 图 3-17 加权系数  $R=0.1$  时的效果

可以看到，由模型计算得到的侧向 ZMP 的波动已经超出了支撑区域，这样的在行走时会发生跌倒。而且当  $R/Q$  的值越大时，波动越明显，这可以通过式 (3-25) 解释，即加权系数  $Q$  反映了对目标 ZMP 的跟踪效果，所以  $R$  应该尽量小一些。下面再讨论预观参数  $N$  的选取，由式 (3-33) 可知它代表使用到的未来  $N$  步的参考值输入信息，我们画出预观控制增益  $G_p(i), i=1,2,\dots,N$ ，如图 3-18 所示。由于预观增益在  $N\Delta t=1.4s$  后变得很小，这意味着之后的未来参考值对系统的影响可以忽略不计，这时选取的  $N$  值也是合理的。

下面给出对应于图 3.16 的质心前向和侧向速度曲线，如图 3-19 所示。可以看到质心速度是连续而光滑的，在支撑脚发生切换时，如果采用三维单元的规划方式，必然会造成加速度的突变，但使用预观控制技术，能够平滑地进行过渡，在支撑脚切换时不会对机器人造成冲击，由此该方法可生成连续的可实现的步行模式。而且在上楼梯时，每上一个台阶，质心的前向运动需要较好的动态响应，预观控制器在这方面有优势。

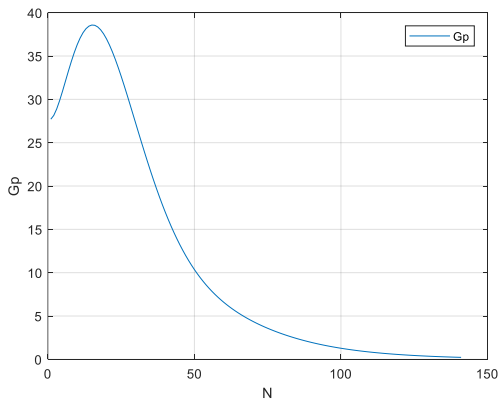
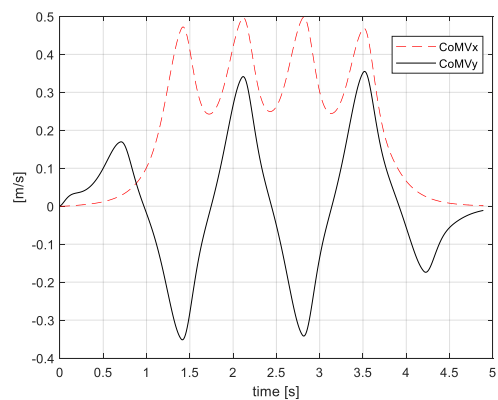

 图 3-18 预观控制增益  $G_p(i)$ 


图 3-19 质心速度曲线



### 3.4.4 机器人行走稳定性分析

通过预观控制完成离线步态规划后，接下来采用第二章中的运动学仿真完成机器人行走过程仿真，并且根据 2.4 小节中的多刚体动力学模型在线计算 ZMP，比较 ZMP 与支撑区域，判断双足机器人在行走过程中是否会跌倒。机器人的连杆属性沿用第二章的参数，初始状态为行走时下蹲状态，质心高度为 0.55m，步行参数见表 3-2。取加权系数  $R=0.001$  和  $Q=1$ ，采样时间为 0.01s，预观的时间长度为两个单步周期等于 1.4s，以预观控制的输出作为双足机器人两髋关节中心的运动轨迹，摆动腿轨迹分为两个阶段，由三次样条拟合而成。进行机器人运动学仿真和 ZMP 在线计算，行走过程中的机器人如图 3-20 (a) 所示，止步时的机器人状态如图 3-20 (b) 所示。

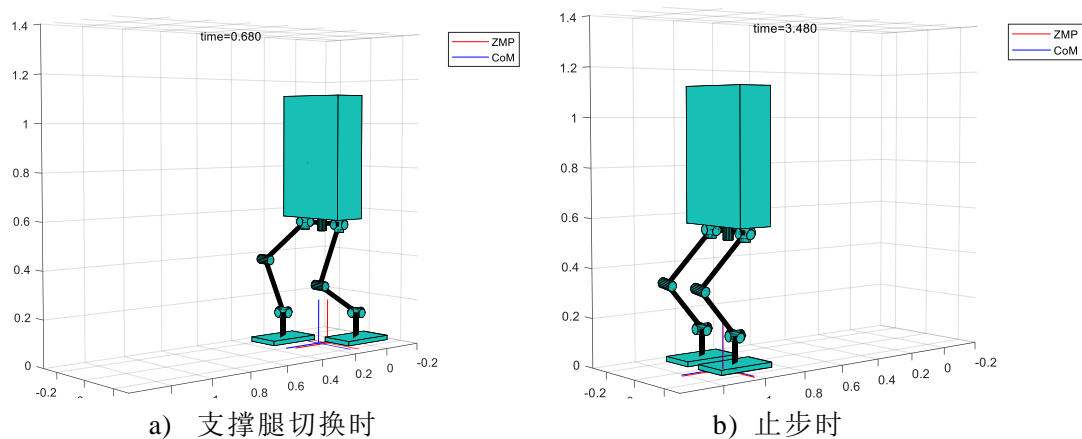


图 3-20 机器人动态行走和 ZMP 在线计算

由于规划的是机器人两髋关节中心，运用多质点模型可以求出实际质心的位置，如图 3-21 所示。

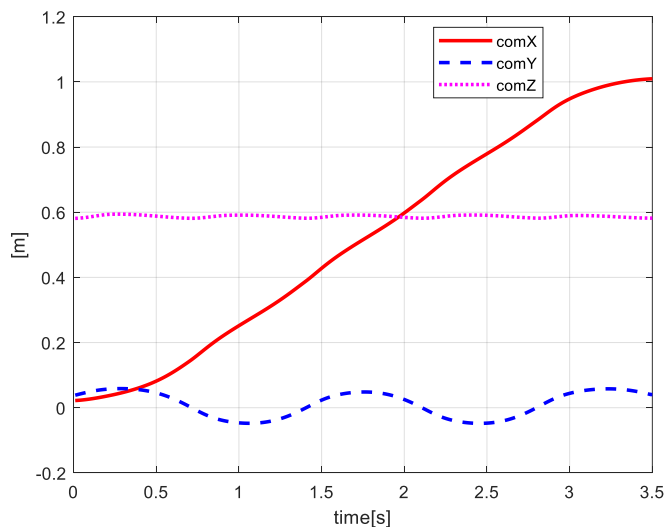


图 3-21 机器人动态行走时的实际质心坐标

画出机器人行走仿真时实际 ZMP 和参考 ZMP 的轨迹，如图 3-22 所示。可以看到，基于预观控制的步态规划行走时 ZMP 的跟踪效果较好，可以保证实际 ZMP 落在支撑区域内。但结合图 3-20 (a)，发现当支撑腿切换时，ZMP 落在双足支撑区域内，所以双足支撑期的考虑是必要的。

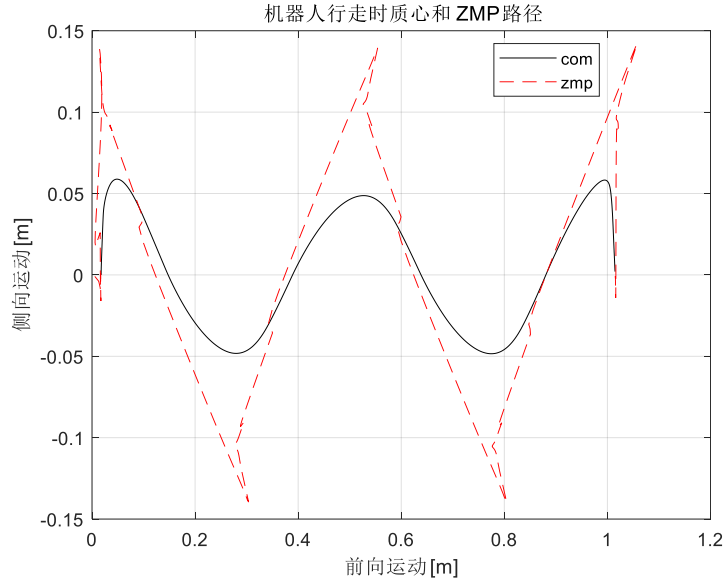


图 3-22 动态行走时实际 ZMP 和质心路径

接下来考虑双足支撑阶段的引入，因为在之前的支撑脚切换中，我们假设支撑脚切换时间为零，根据 ZMP 方程，此时加速度的突变将给机器人带来冲击。将步行周期分为双足支撑阶段和单足支撑阶段，在支撑脚切换时插入一个时间为  $T_{dbl}$  的双足支撑阶段。采用三次样条衔接参考 ZMP，具体取双足支撑期为 20% 的单步周期，达到 ZMP 的跟踪效果如图 3-23 所示。

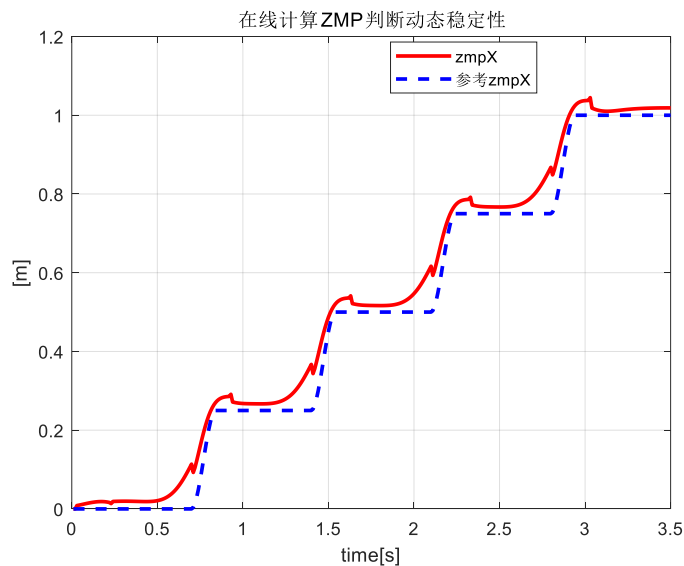


图 3-23 引入双足支撑阶段后实际 ZMP 跟踪效果

对基于倒立摆模型数值解和基于预观控制的步态规划方法进行行走仿真，对实际 ZMP 进行结果分析。根据动态稳定性判据，我们计算实际 ZMP 与支撑区域中心之间的距离误差百分比，如图 3-24 所示。距离误差越小，意味着实际 ZMP 离支撑区域中心越近，机器人的动态稳定性越好。对比得出基于预观控制的步态规划方法更合理，而且该方法的实际 ZMP 位于前脚掌，减少了质心运动的滞后性，这可以用于解决上楼梯时身体往后栽的问题。

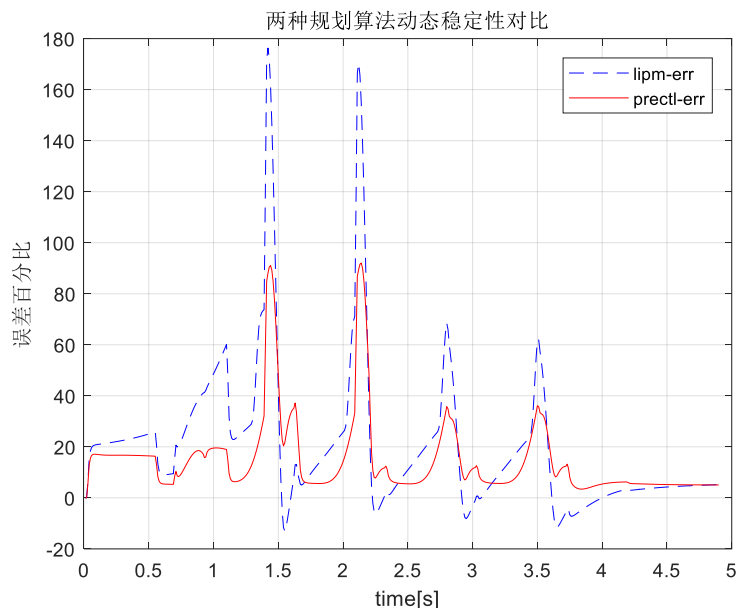


图 3-24 两种步态规划行走仿真的动态稳定性对比

### 3.5 本章小结

本章首先讨论了三维线性倒立摆模型，结合步行参数表得到三维步行单元，将步行单元衔接起来即可得到机器人质心运动，然而这样的步行单元系列在步行开始和结束时不连续，无法直接用来执行。考虑质心运动与 ZMP 的强相关性，由目标 ZMP 轨迹求质心的运动轨迹，得到基于倒立摆模型数值解的步态规划方法。而且考虑到给定路径进行避障的情况，根据曲线进行落脚点规划，实现了沿给定路径双足机器人的全方向行走。

我们希望对目标 ZMP 进行跟踪控制，考虑到期望的 ZMP 轨迹是阶跃的，传统的跟踪控制器效果不理想，本章引入预观控制，将未来的目标 ZMP 变化作为控制器的一部分。为保证动态稳定性加入反馈 ZMP 的优化，提出带预观控制和 ZMP 反馈的状态反馈控制器。对两种步态规划算法的步行模式分别进行行走仿真，进行行走稳定性分析，对比得出基于预观控制的步态规划方法更合理，而且由于减少了质心运动的滞后性，该方法适用于楼梯步态。

## 第 4 章 楼梯步态与动力学仿真

### 4.1 引言

双足机器人行走时支撑脚与地面接触但不固定，对接触模型的分析较为困难，同时双足机器人的复杂性显著，想要获得其精确的动力学模型难度大，本章建立专业级的动力学仿真环境，对平地平走和楼梯步态进行仿真。

能在各类步行环境比如楼梯、斜坡和不平地面中行走是双足机器人相对于轮式机器人的一大优势。与一般的平地规划相比，双足机器人爬楼梯规划具有以下几点困难：第一，双足机器人爬楼梯时抬腿高度相对于平地行走会明显增加，这势必会削弱步行稳定性；第二，机器人质心会伴随楼梯的高度和升高，会带来姿态的干扰变化；第三，楼梯几何形状复杂，行走时足底与楼梯之间容易发生碰撞。以上问题使双足机器人爬楼梯时的步态规划问题变得更加地复杂，本章对楼梯步态进行具体研究。

### 4.2 仿真环境搭建

本文在 ADAMS 中建立虚拟样机，对机械系统的动力学模型和物理环境的接触模型进行仿真，可以有效验证步态规划理论。通过 ADAMS/Controls 接口模块，在 MATLAB 中设计控制系统，实现双足机器人 ADAMS-MATLAB 联合仿真<sup>[58]</sup>。

#### 4.2.1 仿真系统的总体设计

ADAMS 中的 ADAMS/Slover 模块可以对虚拟样机提供静力学、动力学和动力学进行解算，在 MATLAB 软件中生成步行模式和控制算法，通过数据接口，将控制器输出的关节力矩作用到虚拟样机中，后者反馈在线的机器人关节角，完成闭环控制系统的设计，仿真系统如图 4-1 所示。

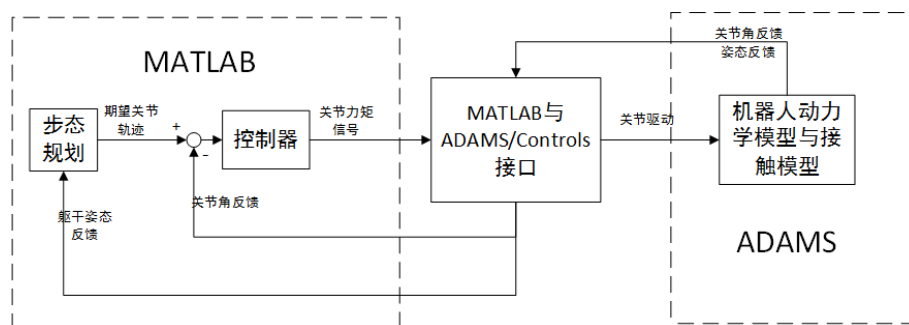


图4-1 联合仿真系统

### 4.2.2 ADAMS 机器人虚拟样机

多体动力学仿真分析软件 ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical System) 是对机械系统的运动学与动力学进行仿真技术的商用软件, 先由美国 MDI 公司开发, 后被美国 MSC 公司收购。ADAMS 由多个模块组成, 常用的有 View 界面模块和 Postprocess 后处理模块, 可用作模型设计和数据处理, 而 Solver 求解器模块则是 ADAMS 仿真的“物理引擎”。

ADAMS 研究复杂系统的运动学和动力学数学模型, 以多体动力学为理论基础, 结合高性能计算机进行仿真分析。本文在 SolidWorks 软件中设计双足机器人模型, 然后通过模型导入的方式在 ADAMS 建立虚拟样机<sup>[43]</sup>。要为每个 body 添加物理属性, 为固定部分添加固定关节, 为自由度设置旋转副约束。而且必须建立机器人脚底板与地面 ground 的接触, 设置接触模型中的刚度系数和摩擦系数, 最后对模型进行校验, 比如去除不必要的旋转副。建立的模型如图 4-2 所示。

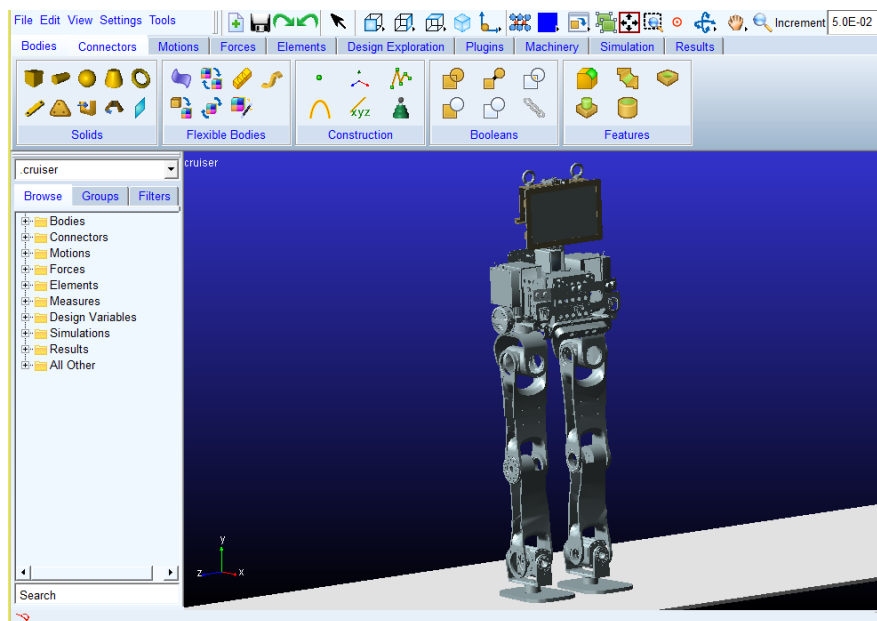


图4-2 ADAMS机器人三维模型

### 4.2.3 MATLAB 联合仿真

MATLAB 又称矩阵实验室, 是 Matrix Laboratory 的缩写, 其编程环境友好, 计算能力强大。其下的 Simulink 模块常用于控制仿真中, 其模型简便, 功能强大, 本文在 Simulink 模块中编写步行模式生成器和设计控制器。

ADAMS 中有系统状态变量的概念, 通过状态变量可以实现数据交互<sup>[59]</sup>。通过操作主菜单中的 Elements 中的状态变量按钮, 弹出状态变量定义的对话框, 依次创建关节角度、关节力矩、地面接触力、本体质心位置和本体姿

态等状态变量，用于下一步输入和输出的定义。图 4-3 为在 ADAMS/Controls 模块下进行模型导出的界面，依次添加机器人的 12 个关节位置到输入中，也可以添加机器人的 12 个关节力矩到输入中，实现双足机器人的力控制；在建立输出的对话框依次添加机器人关节位置、关节力矩及本体位姿作为反馈。

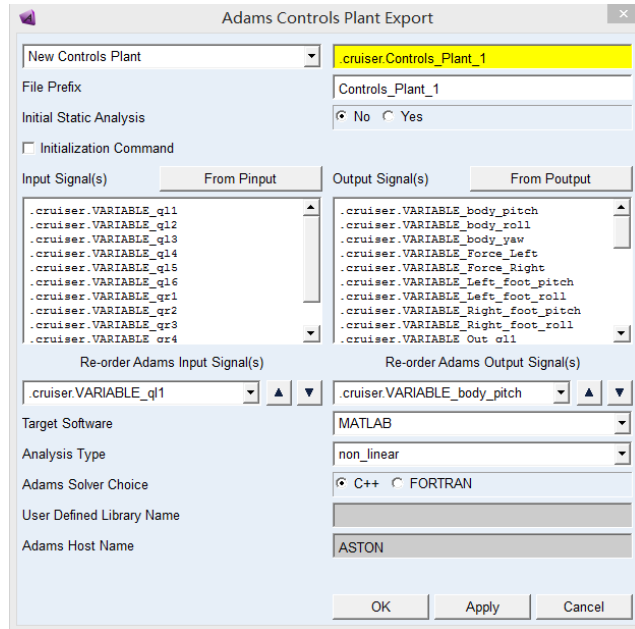


图4-3 ADAMS控制模型导出界面

状态变量一边与虚拟样机数学模型对应，另一边作为输入输出动力学模型中的输入变量与关节驱动力矩关联，由 ADAMS 求解器模块进行解算；机器人关节角作为输出变量，为 Simulink 中的控制器提供反馈，如此实现了 ADAMS -MATLAB 的联合仿真。

#### 4.2.4 Simulink 控制系统

在 Simulink 中设计双足机器人的控制系统，见图 4-4 所示。系统从左到右依次可分为步态规划、逆运动学、PD 控制器和 ADAMS 子系统，如图 4-5 所示。为机器人的每个关节设计关节力矩控制器，设计比例微分控制律为：

$$\tau = k_p (\theta_d - \theta) + k_d (v_d - v) \quad (4-1)$$

其中  $k_p$  和  $k_d$  为位置增益和微分增益， $\theta_d$  和  $v_d$  为期望的关节角位置和速度， $\theta$  和  $v$  为反馈的机器人关节角位置和速度。

通过步态规划和机器人逆运动学得到可执行的关节角系列，然后通过 PD 控制器产生关节力矩，将力控信号输入 ADAMS 接口，从 ADAMS 导出的动力学求解器可以嵌入到 Simulink 环境中，提供机器人关节角位置和速度作为反馈，构成机器人关节空间的力矩闭环控制系统。

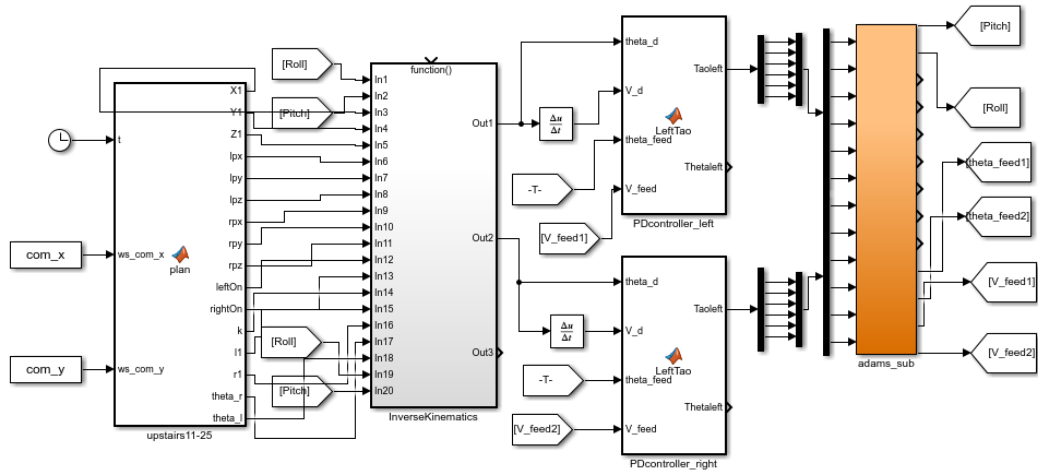


图4-4 Simulink控制模块框图

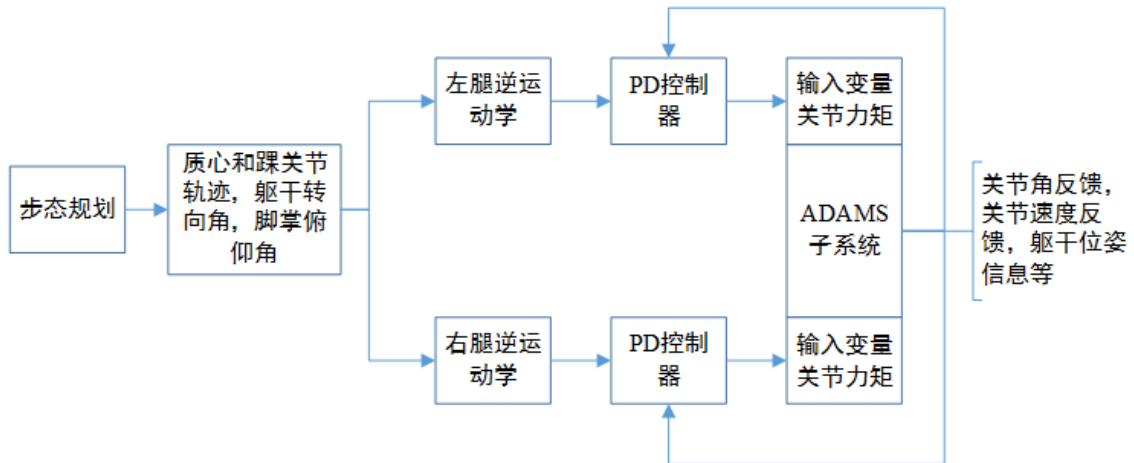


图4-5 系统流程图

## 4.3 动态行走仿真实验

### 4.3.1 起步和止步阶段运动规划

起步阶段是指机器人从静止站立状态过渡到具有平稳周期性运动阶段。在这过程中，速度逐渐增大，稳定状态也静态平衡转为动态平衡。起步阶段容易发生提前或滞后着地的情况，起步的步长不宜过大，一般可以取中步阶段步长的 75%。另一方面，双脚并齐站立属于双足支撑阶段，正常时 ZMP 和质心投影在两脚距离中间。在起步时，质心要先从两脚中间移动到左脚（假设起步时先迈右脚），从倒立摆的角度来考虑，侧向要提前摆动，图 3-17 (b) 预观控制生成的质心轨迹也显示了同样的规律。

止步阶段指的是双足步行运动的停止，由平稳周期性运动逐渐降低速度，转而速度为零的双腿支撑状态。为了止步不发生跌倒，一般可以通过调整步



长来达到减速运动的目的。在仿真中通过提前一步减小步长达到减速的目的。止步阶段的支撑脚切换与起步类似，前半个单步周期摆动腿落在步长为零的位置，然后通过侧向倒立摆将质心移动到两脚中间，机器人也从动态平衡状态恢复到静态平衡状态。

#### 4.3.2 平地行走仿真实验

上面分析了起步和止步，本小节采用预观控制器生成的步态，完成机器人动态行走实验，对步态规划理论进行验证。首先根据机器人参数设定步行参数，中步步长  $strideL$  为 0.25m，步宽  $strideW$  为 0.196m，单步周期为  $T = 0.8s$ ，双足支撑期时间为  $T_{dbl} = 0.1T$ ，仿真时间长度  $t = 20s$ 。然后将离线规划好的步行模式输入到轨迹生成模块中，机器人运动过程如图 4-6 所示。

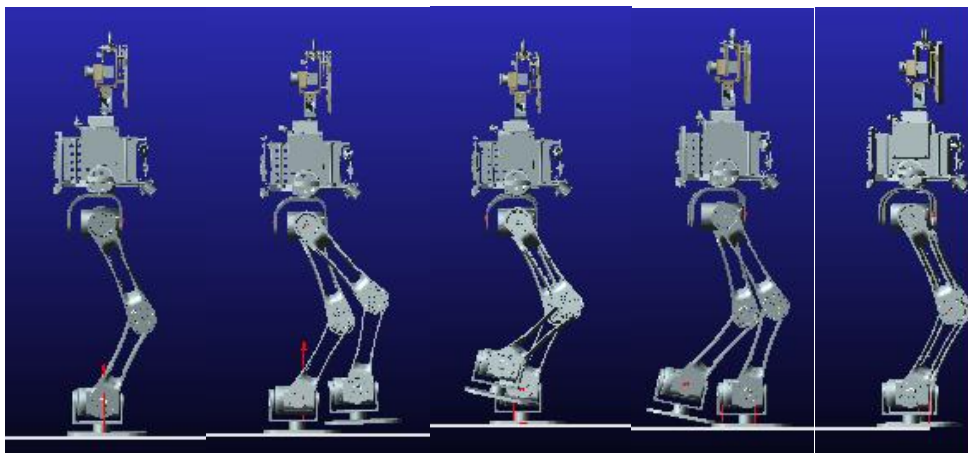


图4-6 平地动态行走

加入双足支撑期后机器人行走状态平稳，否则会出现机器人落脚时冲击，躯干姿态变化甚至倾倒的情况。

#### 4.3.3 脚掌俯仰角的优化

在上述仿真中我们可以看到脚掌在落脚时脚跟先着地，抬脚时脚尖后离地，这其实是根据类人行走对脚掌俯仰角的优化。典型的双足行走步态都是认为足部脚底板始终与地面贴合，不考虑与地面接触时足部姿态角的影响。虽然比较简单，但这种方法的缺点也很明显，忽略了双足行走过程中改变足部姿态角带来的积极影响。采用类人行走，以脚掌俯仰的方式来增加腿长，可以提高步行效率。本文提出一种运动学位置补偿的方法，直接在求解逆运动学之前增加踝关节位置补偿器，在不增加逆运动学计算量的情况下有效地提高运动效率。

脚掌几何变量定义如图 4-7 所示，问题的关键在于确定脚掌支撑点，目



的是求出踝关节相对于质心坐标系的位置矢量。以右脚为例，设  $t$  时刻在世界坐标系规划的质心位置矢量为  $\mathbf{p}_c = [p_{cx}, p_{cy}, p_{cz}]^T$ ，规划的踝关节位置矢量为  $\mathbf{p}_a = [p_{ax}, p_{ay}, p_{az}]^T$ ，规划的右脚掌俯仰角为  $\theta_{ar}$ 。首先确定脚掌支撑点，很容易发现当俯仰角  $\theta_{ar} \geq 0$  时，脚掌支撑点是基于脚尖，而当俯仰角  $\theta_{ar} < 0$  时脚掌支撑点是基于脚跟的。根据脚掌的几何结构，有：

$$L_{KG} = \sqrt{h_{soles}^2 + l_{solesf}^2} \quad (4-2)$$

$$L_{KH} = \sqrt{h_{soles}^2 + l_{solesb}^2}$$

$$\alpha_f = \text{atan}(h_{soles} / L_{KG}) \quad (4-3)$$

$$\alpha_b = \text{atan}(h_{soles} / L_{KH})$$

其中  $L_{KG}$  和  $\alpha_f$  分别为前脚掌的斜边长和高度角， $L_{KH}$  和  $\alpha_b$  分别为后脚掌的斜边长和高度角。于是分情况讨论，以右脚为例，当俯仰角  $\theta_{ar} \geq 0$  时：

$$d_{ax} = -L_{KG} \times \cos(\alpha_f + \theta_{ar}) \quad (4-4)$$

$$d_{az} = L_{KG} \times \sin(\alpha_f + \theta_{ar})$$

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= p_{cx} - (d_{ax} + l_{solesf} + p_{ax}) \\ \Delta p_y &= p_{cy} - p_{ay} \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\Delta p_z = p_{cz} - (d_{az} - h_{soles} + p_{az})$$

当俯仰角  $\theta_{ar} < 0$  基于脚跟着地时有：

$$d_{ax} = -L_{KH} \times \cos(\alpha_b - \theta_{ar}) \quad (4-6)$$

$$d_{az} = L_{KH} \times \sin(\alpha_b - \theta_{ar})$$

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= p_{cx} - d_{ax} + l_{solesb} - p_{ax} \\ \Delta p_y &= p_{cy} - p_{ay} \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$\Delta p_z = p_{cz} - d_{az} + h_{soles} - p_{az}$$

上式中  $\Delta \mathbf{p} = [\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z]^T$  即为真实的踝关节相对于质心的位置矢量，由逆运动学即可得到右腿关节角系列。左脚的踝关节补偿算法与上面一致。

踝关节运动学位置补偿通过对脚掌俯仰角的判断来确定脚掌支撑点是基于脚尖还是脚跟。比如基于脚尖，则由规划的踝关节位置推算对应脚尖的位置，再考虑基于脚尖的旋转得到真实的踝关节位置，也就是完成踝关节的位置补偿。增加脚掌俯仰并不增加逆运动学复杂度，上楼梯时可以同来增加腿长，提高步行效率。

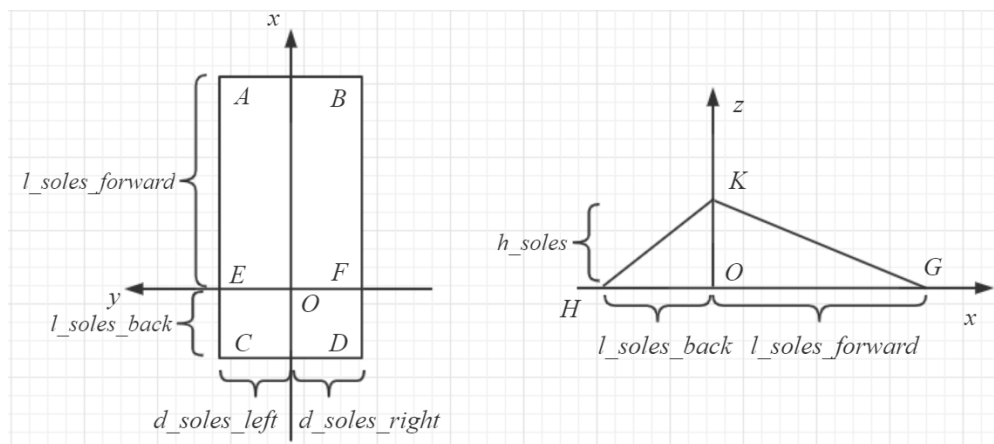


图4-7 脚掌几何变量定义

## 4.4 楼梯步态仿真实验

与平地行走时相比，楼梯属于复杂地形，双足机器人在运动时质心高度需要发生变化，抬腿高度会明显增加，且要避免与台阶发生碰撞，所以楼梯步态中质心高度约束与摆动腿的轨迹规划极为关键。

### 4.4.1 摆动脚轨迹规划

对于楼梯这样的复杂环境，摆动脚轨迹规划的合理性是至关重要的。常见的摆动脚对运动规划分为三个阶段——抬起、前移和下落<sup>[60]</sup>，在前向的运动距离分别为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，对应的时间分别为  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ ，如图 4-8 所示。

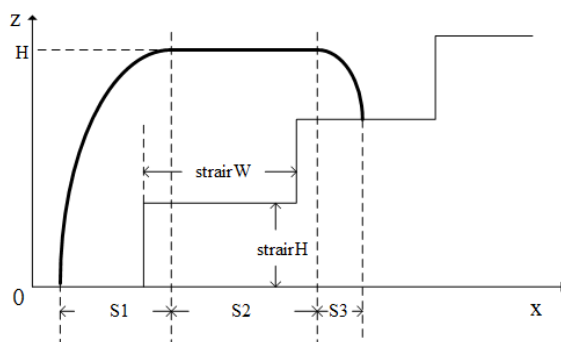


图4-8 常见的摆动脚运动示意图

但这样的规划较为复杂，参数较多。对于第一步上一级台阶和以后周期性上两级台阶要分别考虑，更重要的是如果落脚距离  $S_3$  和落脚时间  $T_3$  设置不合理，加速度过大，容易导致机器人足底意外提前着地，对机器人造成冲击。观察发现，人上台阶时足端运动路径呈现一个弧形凸包，脚掌俯仰角有规律的发生变化，这样有利于提高效率 and 增加腿长。在这里本文提出五次样条与余弦曲线叠加生成的轨迹作为摆动脚前向和竖直方向的规划。

设台阶高度为  $stairH=12\text{cm}$ ，平地行走抬脚高度为  $f_{up}=0.02$ ，单步周期为  $T$ ，双腿支撑期时间为  $T_{dbl}$ ，摆动脚前向规划  $rpx(t)$  为：

$$rpx(t) = -f_{up} + f_{up} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_{sup}}\right) + five(-stride1, stride2, 0, 0, 0, 0, T_{sup}, t) \quad (4-8)$$

其中，时间  $0 < t \leq T_{sup}$  代表的是单腿支撑阶段时间的变化， $stride1$  和  $stride2$  分别为上一步和这一步的步长，注意这里是以支撑脚为参考坐标系。式 (4-8) 中的  $five$  函数代表五次样条，定义式为：

$$y = five(x_0, x_1, v_0, v_1, a_0, a_1, \Delta T, t) = k_5 t^5 + k_4 t^4 + k_3 t^3 + k_2 t^2 + k_1 t + k_0 \quad (4-9)$$

其中  $\Delta T$  和  $t$  分别为总的规划时间和运动时间，其他参数为：

$$\begin{aligned} k_0 &= x_0, k_1 = v_0, k_2 = \frac{a_0}{2} \\ k_3 &= (20x_1 - 20x_0 - 8v_1\Delta T - 12v_0\Delta T - 3a_0\Delta T^2 + a_1\Delta T^2) / (2\Delta T^3) \\ k_4 &= (30x_0 - 30x_1 + 14v_1\Delta T + 16v_0\Delta T + 3a_0\Delta T^2 - 2a_1\Delta T^2) / (2\Delta T^4) \\ k_5 &= (12x_1 - 12x_0 - 6v_1\Delta T - 6v_0\Delta T - a_0\Delta T^2 + a_1\Delta T^2) / (2\Delta T^5) \end{aligned} \quad (4-10)$$

摆动脚垂直方向的规划  $rpz(t)$  为：

$$rpz(t) = f_{up} - f_{up} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_{sup}}\right) + five\left(-stairH, stairH, 0, 0, 0, 0, \frac{T}{2}, t\right), t \leq \frac{T}{2} \quad (4-11)$$

五次样条总的规划时间为  $T/2$ ，预留出抬脚从最高点到着地的时间，避免与台阶边缘发生碰撞。采用上述方法，第一步上台阶和周期性上两级台阶的摆动脚轨迹规划如下图所示。

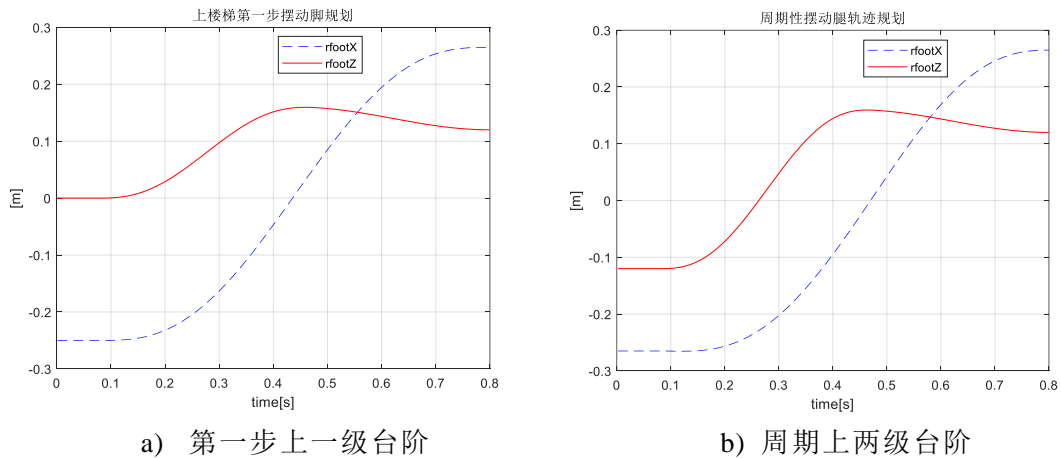


图 4-9 上楼梯摆动脚轨迹规划

注意，这里是以支撑脚为参考坐标系，画出运动路径如 4-10 所示。

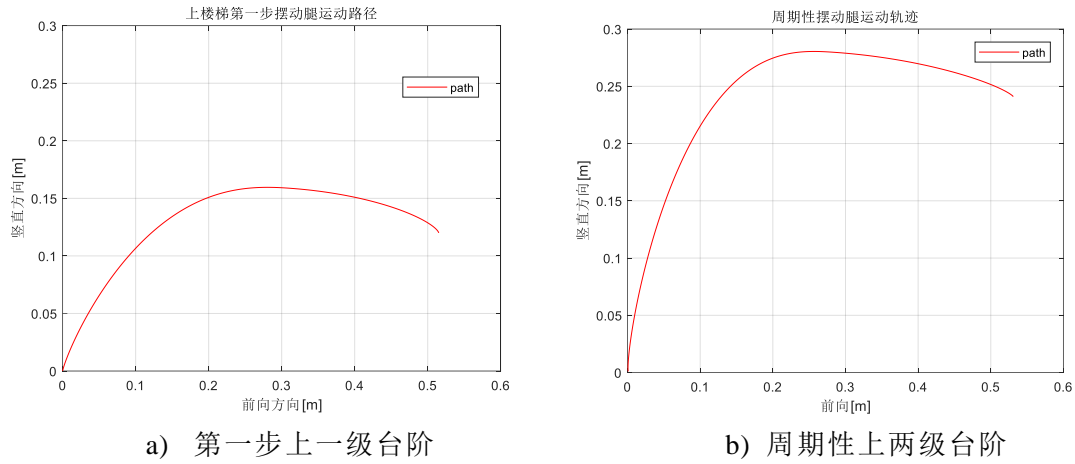


图 4-10 摆动脚运动路径

#### 4.4.2 质心高度规划和脚掌俯仰的优化

根据 3.2 小节中的三维线性倒立摆模型，双足机器人爬楼梯模型的示意图如图 4-11 所示。

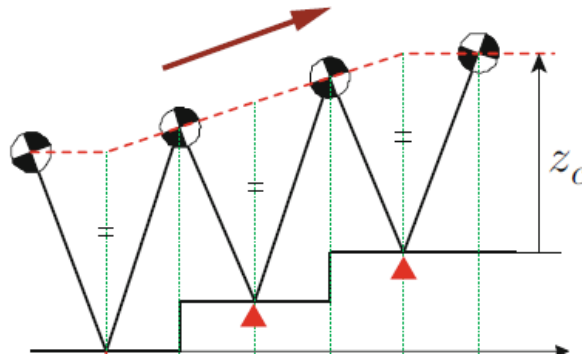


图 4-11 上楼梯质心运动示意图

由此得到，在爬楼梯过程中水平方向质心的运动规划保持不变，竖直方向上双足机器人每上一个台阶，质心高度也会随之上升一个台阶。在这里我们不使用直线作为竖直方向的规划，而是使用五次样条，因为五次样条规划可以保证起点和终点速度和加速度为零，不会对机器人造成冲击。具体一个单步周期的质心高度规划为：

$$z(t) = H + \text{five}(-\text{stair}H, 0, 0, 0, 0, 0.6T, t), t \leq 0.6T \quad (4-12)$$

其中  $H=0.5\text{m}$  为平地行走时质心的高度，同样这个公式也是以支撑脚作为参考坐标系。值得注意的是，为了让机器人的躯干较快速地上去一个台阶的高度，我们将质心竖直方向的运动时间缩短，规划时间为  $0.6T$ ，而不是整个单步周期，经试验该做法有利于机器人的稳定。下面画出爬楼梯过程中质心竖直方向的轨迹，如图 4-12 所示。

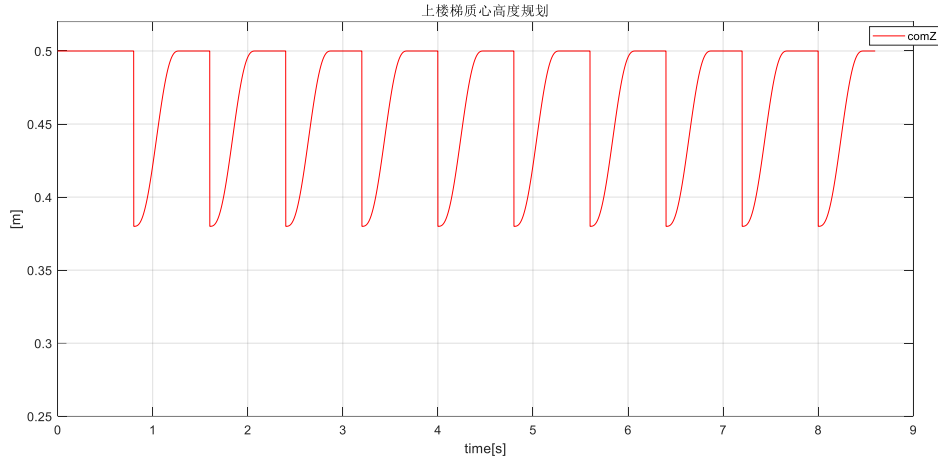


图 4-12 质心的 Z 方向轨迹

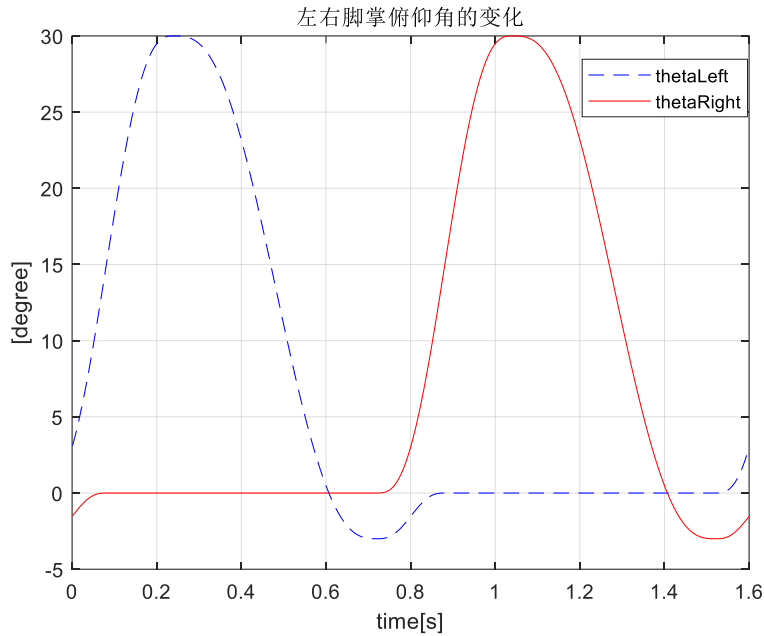


图 4-13 左右脚掌俯仰角规划

另一方面，上楼梯如果机器人腿长不够，摆动腿越接近笔直状态，机器人靠近奇异状态，关节速度会变得很大，有可能导致失控。按照本章提出的踝关节补偿器算法，对脚掌俯仰角进行优化，在上楼梯过程中可以增加腿长，提高运动效率。脚掌仰角最大值设为 30 度，俯角最小值设为-3 度，以下画出两个单步周期左右脚的俯仰角变化，如图 4-13 所示。

#### 4.4.3 双足机器人上楼梯仿真

下面进行联合仿真，在 MATLAB 中执行导出的状态变量定义文件和接口文件，运行 Simulink 系统。仿真参数设置台阶高度  $stairH = 12\text{cm}$ ，台阶宽

度  $stairW = 25\text{cm}$ ，单步周期  $T = 0.8\text{s}$ ，双足支撑期为  $T_{dbl} = 0.08\text{s}$ ，单步步长为  $25\text{cm}$ ，仿真过程如图 4-14 所示。

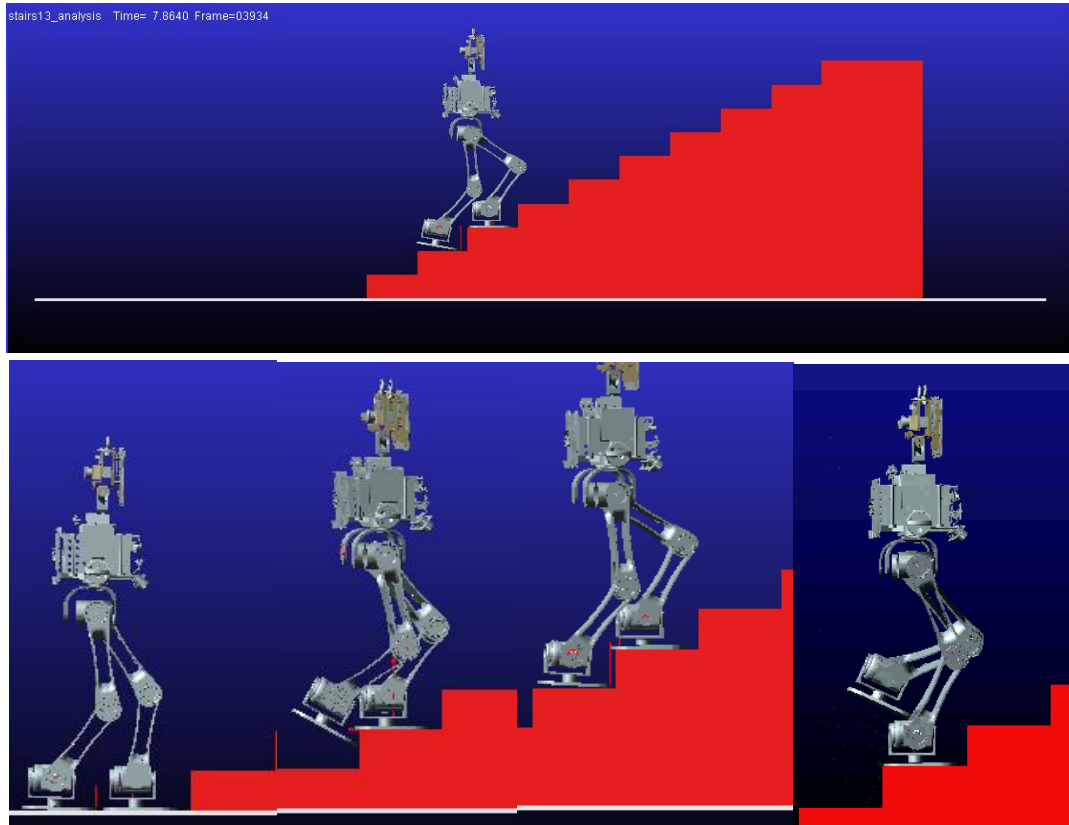


图 4-14 机器人运动过程图

上楼梯机器人行走平稳，机器人右腿中间四个关节的反馈如下图所示。

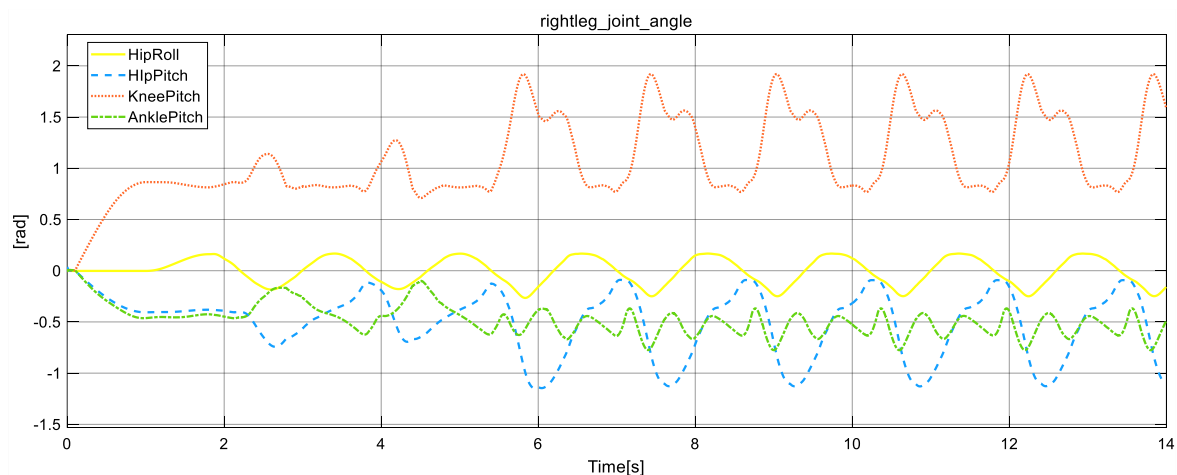


图 4-15 机器人右腿各关节运动轨迹

上楼梯时机器人脚底往往会发生打滑的情况，造成机器人躯干姿态的变化，观察仿真输出的机器人躯干偏航角和滚动角的变化，如图 4-16 所示。可以看到躯干姿态有一定变化，但变化幅度不大，可以稳定行走。

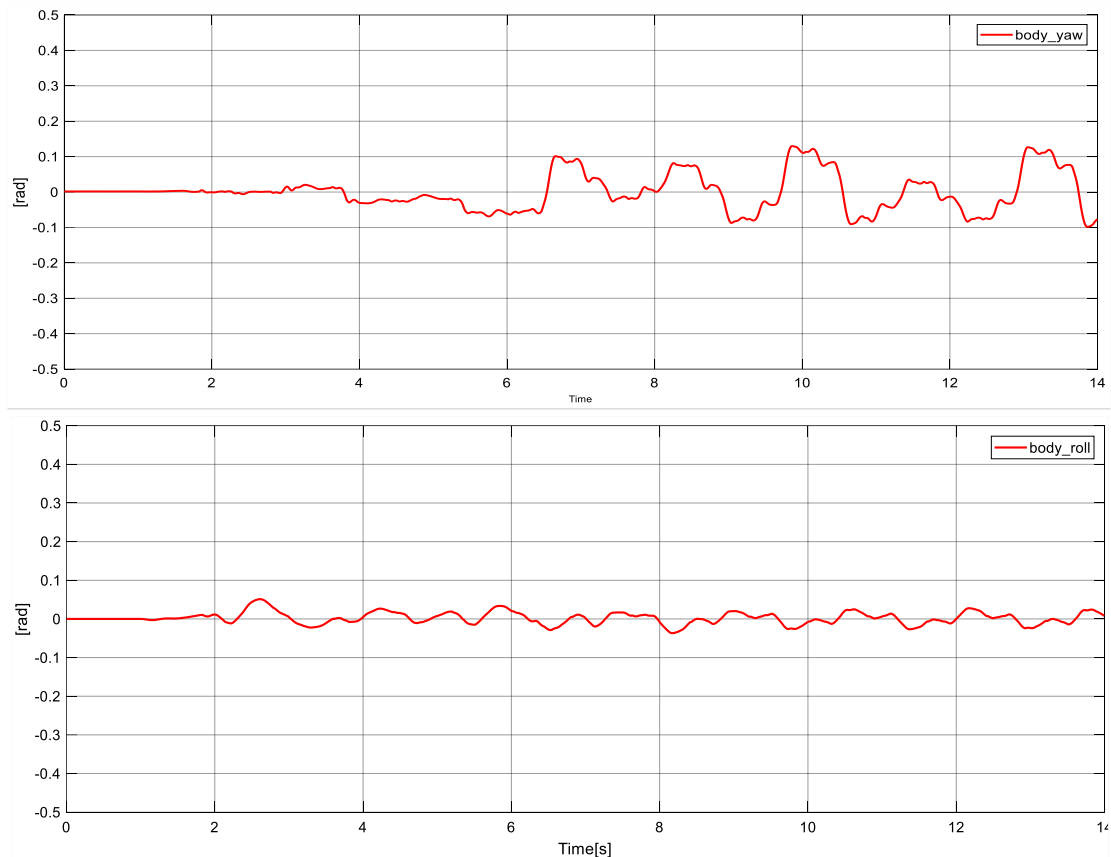


图 4-16 躯干偏航角和滚动角变化

## 4.5 本章小结

为验证步态规划理论和稳定性行走条件，本章在专业动力学仿真软件 ADAMS 中搭建了双足机器人虚拟原理样机，然后通过 MATLAB/Simulink 进行控制系统的设计。通过步态规划得到髋关节中心和双腿踝关节的运动轨迹，通过求解逆运动学得到可执行的关节角系列。然后将期望的关节轨迹送入 PD 控制器，控制器的输出为关节力矩，将力控信号输入到 ADAMS 接口中，由 ADAMS 动力学求解器完成仿真和数据输出。

本章结合仿真对楼梯步态进行了具体分析，机器人上楼梯身体容易往后栽，质心前向运动轨迹由预观控制器生成，减少质心运动的滞后性。质心高度升高容易带来躯干姿态的变化和容易发生腿长不够的情况，质心竖直方向运动和摆动腿的轨迹通过分析合成的方法得到，并在线对躯干姿态变化进行补偿。为增加腿长和提高效率，本文提出了踝关节位置补偿器算法，在传统的踝关节规划上加入了脚掌俯仰的控制，在仿真中取得了较好效果。

## 结 论

本文主要研究了主动行走的双足机器人动态步行问题，并对楼梯步态进行了具体分析。通过建立机器人数学模型、动态稳定性分析、步态算法实现和动力学仿真，主要得出以下结论：

(1) 本文通过建立具有 12 个自由度的双足机器人的数学模型，完成运动学仿真和在线 ZMP 计算，实现了对双足机器人的控制和行走时机器人动态稳定性分析。

(2) 根据基于简化模型的闭环控制步态规划方法，提出了带预观控制和 ZMP 反馈的状态反馈控制器。进行行走仿真，机器人行走时 ZMP 位于支撑区域中心附近且 ZMP 与支撑区域中心的距离小于脚底板长度的 40%，机器人保持较好的动态稳定性。根据行走仿真结果，分析得出预观控制器生成的步态模式取得的动态稳定性更好，而且机器人行走时 ZMP 位于前脚掌，适合楼梯步态。

(3) 提出了踝关节位置补偿器算法，利用基于脚尖和脚跟的旋转对规划的摆动腿轨迹进行补偿，在不增加逆运动学复杂度情况下实现了脚掌俯仰的控制。上楼梯对应 30 度的俯仰角时取得 8.22% 的腿长增加效果，改善上楼梯常发生腿长不够的情况。

(4) 搭建了 ADAMS-MATLAB 动力学仿真平台，在 ADAMS 中建立虚拟样机和接触模型，在 MATLAB 中设计闭环控制系统。通过双足机器人上楼梯的动力学仿真，验证了步态规划算法，为以后实际物理样机的研制和上楼梯应用打下基础。

由于实验设备和时间所限，本课题有待进一步研究的方面有：

(1) 以实现双足机器人物理样机、实现具体应用作为研究目标。研究如何满足伺服系统的实时性要求，如何进行软件系统的设计和任务级编程，机器人结构可以基于本文中的虚拟原理样机进行设计。

(2) 通过在实体样机中安装传感器，可以获得机器人状态、环境感知等信息。采用离线步态规划加在线平衡控制的方式，对实际 ZMP 的位置和躯干的姿态进行在线控制，并作落脚点调整，获得在未知环境行走的能力。



## 参考文献

- [1] DARPA 机器人挑战赛冠军 DRC-HUBO 将亮相 2015 世界机器人大会[J]. 电子世界, 2015(17):3.
- [2] 郭金明, 袁立科, 杨起全, et al. 先进制造技术发展趋势的深度辨析[J]. 科技管理研究, 2015, v.35;No.335(13):1-4.
- [3] Luo D , Wang Y , Wu X . Autonomously achieving bipedal locomotion skill via hierarchical motion modelling[C]// 2016 IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC). IEEE, 2016.
- [4] Dong E , Wang D , Chen C , et al. Realization of biped robot gait planning based on NAO robot development platform[C]// 2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. IEEE, 2016.
- [5] Takanishi A , Takeya T , Karaki H , et al. A control method for dynamic biped walking under unknown external force[C]// Intelligent Robots and Systems '90. 'Towards a New Frontier of Applications', Proceedings. IROS '90. IEEE International Workshop on. IEEE, 1990.
- [6] 刘进长. 访留美归国知名机器人专家郑元芳教授[J]. 机器人技术与应用, 2005(1):2-7.
- [7] 阮晓钢, 仇忠臣, 关佳亮. 双足行走机器人发展现状及展望[J]. 机械工程师, 2007(02):17-19.
- [8] Sakagami Y , Watanabe R , Aoyama C , et al. The intelligent ASIMO: System overview and integration[C]// Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2002.
- [9] 丁理家. 双足机器人平衡控制及步态规划研究[D]. 电子科技大学, 2017.
- [10] Park S , Oh J . Real-time continuous ZMP pattern generation of a humanoid robot using an analytic method based on capture point[J]. Advanced Robotics, 2019, 33(1):33-48.
- [11] Loffler K , Gienger M , Pfeiffer F . Sensors and Control Concept of Walking [J]. The International Journal of Robotics Research, 2003, 22(3-4):229-239.
- [12] Li C , Yang C , Liang P , et al. Development of Kinect based teleoperation of Nao robot[C]// International Conference on Advanced Robotics & Mechatronics. IEEE, 2016.
- [13] Verrelst B , Ham R V , Vanderborght B , et al. The Pneumatic Biped “Lucy” Actuated with Pleated Pneumatic Artificial Muscles[J]. Autonomous Robots, 2005, 18(2):201-213.

- [14] 纪军红. HIT-III双足步行机器人步态规划研究[D]. 哈尔滨工业大学,2000.
- [15] 王握文. 新世纪的“先行者”——我国类人型机器人诞生记[J]. 中国科技月报, 2001(2):12-15.
- [16] Shin H K , Kim B K . Energy-Efficient Gait Planning and Control for Biped Robots Utilizing the Allowable ZMP Region[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(4):986-993.
- [17] Jarfi A R , Huang Q , Zhang L , et al. Realization and Trajectory Planning for Obstacle Stepping Over by Humanoid Robot BHR-2[C]// IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, ROBIO 2006, Kunming, China, 17-20 December 2006. IEEE, 2006.
- [18] Huang Q , Li K , Nakamura Y , et al. Analysis of physical capability of a biped humanoid: walking speed and actuator specifications[C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems. IEEE, 2001.
- [19] Li Z , Huang Q , Li K , et al. Stability Criterion and Pattern Planning for Humanoid Running[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. IEEE, 2004.
- [20] Akutsu Y , Asano F , Tokuda I . Passive dynamic walking of compass-like biped robot with dynamic absorbers[C]// 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). IEEE, 2014.
- [21] W. Helin, Z. Hao , C. Qijun . Gait generation and control of biped robot with moving torso based on virtual constraint[C]// 2017 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC). IEEE, 2017.
- [22] Shah N H , Yeolekar M A . An integrated control for a biped walking robot[J]. Applied Mathematics, 2015, 6:456-465.
- [23] Shamna P , Priya N , Ahamed K S . Walking stability control of biped robot based on three mass with angular momentum model using predictive PID control[C]// 2017 International conference of Electronics, Communication and Aerospace Technology (ICECA). IEEE, 2017.
- [24] Cisneros R , Yokoi K , Yoshida E . Yaw moment compensation by using full body motion[C]// IEEE International Conference on Mechatronics & Automation. IEEE, 2014.
- [25] Hirai K , Hirose M , Haikawa Y , et al. The development of Honda humanoid robot[C]// Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146). IEEE, 2002.
- [26] Penna-Poubel L , Sakka S , Cehajic D , et al. Support Changes during Online Human Motion Imitation by a Humanoid Robot using Task Specification[C]// 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA

- 2014). IEEE, 2014.
- [27] 包志军. 仿人型机器人运动特性的研究[D]. 上海交通大学, 2000.
- [28] 王亚宁. Nao 仿人机器人步态规划及扰动平衡控制研究[D]. 东北大学, 2012.
- [29] Lim H O , Kaneshima Y , Takanishi A . Online Walking Pattern Generation for Biped Humanoid Robot with Trunk[C]// Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2002, May 11-15, 2002, Washington, DC, USA. IEEE, 2002.
- [30] Harada K , Kajita S , Kaneko K , et al. An analytical method on real-time gait planning for a humanoid robot[C]// Humanoid Robots, 2004 4th IEEE/RAS International Conference on. IEEE, 2004.
- [31] A Biped Pattern Generation Allowing Immediate Modification of Foot Placement in Real-time[C]// 2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. IEEE, 2007.
- [32] Li T H S , Kuo P H , Ho Y F , et al. A biped gait learning algorithm for humanoid robots based on environmental impact assessed artificial bee colony[J]. IEEE Access, 2015, 3:13-26.
- [33] 甄子洋. 预见控制理论及应用研究进展[J]. 自动化学报, 2016, 42(02):14-30.
- [34] 麻亮, 纪军红, 强文义, et al. 基于力矩传感器的双足机器人在线模糊步态调整器设计[J]. 控制与决策, 2000(06):94-96+103.
- [35] Takenaka T , Matsumoto T , Yoshiike T , et al. Real Time Motion Generation and Control for Biped Robot-2(nd) Report: Running Gait Pattern Generation[C]// Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, 2009.
- [36] Zhang T , Tran M , Huang H . Design and Experimental Verification of Hip Exoskeleton With Balance Capacities for Walking Assistance[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, PP(99):1-1.
- [37] Englsberger J , Koolen T , Bertrand S , et al. Trajectory generation for continuous leg forces during double support and heel-to-toe shift based on divergent component of motion[C]// 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). IEEE, 2014.
- [38] Hassène Gritli, Belghith S , Khraief N . OGY-based control of chaos in semi-passive dynamic walking of a torso-driven biped robot[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 79(2):1363-1384.
- [39] Oku H , Asagi N , Takuma T , et al. Passive trunk mechanism for controlling walking behavior of semi-passive walker[C]// 2015 IEEE/RSJ International

- Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2015.
- [40] Takanishi A , Naito G , Ishida M , et al. Realization of Plane Walking by the Biped Walking Robot WL-10R[M]// Theory and Practice of Robots and Manipulators. Springer US, 1985.
- [41] Huang Q , Kajita S , Koyachi N , et al. A high stability, smooth walking pattern for a biped robot[C]// Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C). IEEE, 2002.
- [42] Shih C L , Li Y Z , Churng S , et al. Trajectory synthesis and physical admissibility of a biped robot during the single-support phase[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. IEEE, 1990.
- [43] 刘浏. 双足机器人步态规划与反馈调整及其实验[D]. 浙江大学, 2018.
- [44] 刘莉, 汪劲松, 陈恳, 杨东超, 赵建东. 基于六维力/力矩传感器的拟人机器人实际 ZMP 检测[J]. 机器人, 2001(05):459-462+466.
- [45] 柯显信. 仿人形机器人双足动态步行研究[D]. 上海大学, 2005.
- [46] Hong Y D , Park C S , Kim J H . Stable Bipedal Walking With a Vertical Center-of-Mass Motion by an Evolutionary Optimized Central Pattern Generator[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(5):2346-2355.
- [47] Kagami S , Kitagawa T , Nishiwaki K , et al. A Fast Dynamically Equilibrated Walking Trajectory Generation Method of Humanoid Robot[J]. Autonomous Robots, 2002, 12(1):71-82.
- [48] 杨东超, 汪劲松, 刘莉, et al. 基于 ZMP 的拟人机器人步态规划[J]. 机器人, 2001, 23(6):504-508.
- [49] Van Oort G , Stramigioli S . Geometric interpretation of the Zero-Moment Point[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. OAI, 2017.
- [50] S. Kajita , F. Kanehiro , K. Harada , et al. Biped Walking Pattern Generator allowing Auxiliary ZMP Control[C]// 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2006.
- [51] Sheridan T B . Three Models of Preview Control[J]. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966, 7(2):91-102.
- [52] Helin W , Chengju L , Qijun C . Omnidirectional walking based on preview control for biped robots[C]// IEEE International Conference on Robotics & Biomimetics. IEEE, 2017.
- [53] Takaba K . A tutorial on preview control systems[C]// SICE 2003 Annual Conference. IEEE, 2003.

- [54] Hayase M , Ichikawa K . Optimal Servosystem Utilizing Future Value of Desired Function[J]. Transactions of the Society of Instrument & Control Engineers, 2009, 5(1): 86-94.
- [55] Katayama T, Ohki T, Inoue T, et al. Design of an optimal controller for a discrete time system subject to previewable demand[J]. International Journal of Control, 1985, 41(3): 677-699.
- [56] Makarov M , Grossard M , Rodriguez-Ayerbe P , et al. Comparison of two robust predictive control strategies for trajectory tracking of flexible-joint robots[C]// 2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). IEEE, 2014.
- [57] Kajita S . Biped Walking Pattern Generation by using Preview Control of Zero-Moment Point[C]// Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei, Taiwan. IEEE, 2003.
- [58] 刘其洪,陈川,王春宝,孙同阳,段丽红,李伟光,刘铨权.基于 ADAMS 与 MATLAB 的新型踝关节康复机器人联合仿真 [J]. 机械与电子,2018,36(04):66-70+80.
- [59] 叶仁平,曾德怀.基于 Adams 和 Matlab 的机器人手臂运动控制联合仿真研究[J].现代制造工程,2017(06):56-61+68.
- [60] 宋宪玺,周烽,梁青, et al. 双足机器人上楼梯步态的规划与控制[J]. 计算机仿真, 2011(04):182-186.



## 致 谢

光阴荏苒，研究生求学生涯即将结束，在哈工大的两年半求学生活让我受益匪浅。值此论文完稿之际，谨向在我攻读硕士学位期间所有关心、帮助过我的老师、亲人、朋友和同学表示由衷的感谢！

我要对我的研究生导师王宏老师表示感谢，感谢王老师在我读研期间对我学术上的指导、生活上的关心、项目上的实践，让我在宝贵的读研期间增长了知识，提高了动手能力。老师在生活中的随和，对学生们的包容，都深深影响着实验室的每一位学生。

我要对自己的母校哈尔滨工业大学和机电学院老师表示感谢。是学校提供良好的学习环境让我们好好读书，是学校“规格严格、功夫到家”的校训激励着大家，是学院老师从教学到学生工作的付出，带给我们成长的机会。

我要对电气班级和实验室同门同学表示感谢。感谢这个充满活力的班集体，感谢实验里的同学们，正是与大家思想上的交流碰撞，我有了进一步地提高。

感谢我的家人一直以来对我的理解和支持，伴随着你们的关心、鼓励和支持，我能顺利求学，也促使我不断前行，不忘初心。

最后，衷心感谢学院领导和抽出宝贵时间评阅论文的专家老师们！