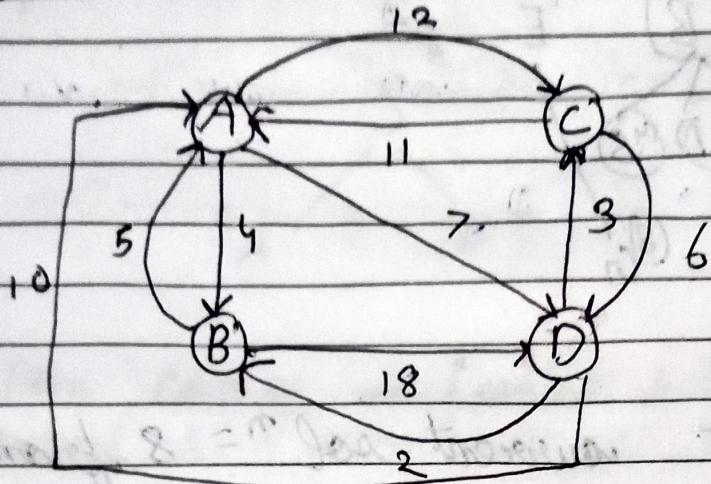


* TRAVELLING SALESMAN PROBLEM :-



Step 1:-

	A	B	C	D
A	∞	4	12	7
B	5	∞	∞	18
C	11	∞	∞	6
D	10	2	3	∞

- Row Reduction

- Reduce the rows with least value if there's no 0.

	A	B	C	D
A	∞	0	8	3
B	0	∞	∞	13
C	5	∞	∞	0
D	8	0	1	∞

- Column Reduction

Now in the reduced matrix we'll do the same process

	A	B	C	D
A	α	0	7	3
B	0	∞	∞	13
C	5	∞	∞	0
D	8	0	0	∞

Now, we calculate the cost of node 1 by adding all the reduction elements

Cost(1)

$$\underbrace{4}_{\text{Row}} + \underbrace{5}_{\text{Column}} + 6 + 2 + 1$$

18

Step 2 :- $A \rightarrow B$

From reduced matrix,

$$M[A, B] = 0; M[B, A] = \infty$$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	13
C	5	∞	∞	0
D	8	∞	0	∞

- Row Reduction :-

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	0
C	5	∞	∞	0
D	8	∞	0	∞

(1) 500

81

- Column Reduction :-

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	0
C	0	∞	∞	0
D	3	∞	0	∞

Cost(2)

$$\begin{aligned} &= \text{cost}(1) + \text{Sum of Reduction elements} + M[A, B] \\ &\Rightarrow 18 + (13 + 5) + 0 = 36 \end{aligned}$$

$A \rightarrow C$

$$M[A, C] = 7$$

$$M[C, A] = \infty$$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	0	∞	∞	13
C	∞	∞	∞	0
D	8	0	∞	∞

- Row Reduction :-

- Now, Row Reduction and column Reduction possible at $A \rightarrow C$.

Cost (3)

$$\begin{array}{l} \Rightarrow 18 + 0 + 7 \\ \Rightarrow [25] \end{array}$$

$A \rightarrow D$

$$M[A, D] = 3$$

$$M[D, A] = 0$$

	A	B	C	D
A	00	00	00	00
B	0	00	00	00
C	5	00	00	00
D	00	0	0	00

- Row Reduction

	A	B	C	D
A	00	00	00	00
B	0	00	00	00
C	0	00	00	00
D	00	0	0	00

- No column reduction possible,

Cost(4)

$$\Rightarrow \text{Cost}(1) + \text{Reduction} + M[A, D]$$

$$18 + 5 + 3$$

26

$$\text{Cost}(2) = 36 \quad [A \rightarrow B]$$

$$\text{Cost}(3) = 25 \quad [A \rightarrow C]$$

$$\text{Cost}(4) = 26 \quad [A \rightarrow D]$$

We choose the node with the lowest cost
 \therefore we choose $[A \rightarrow C]$

Step 3 :-

We explore vertices B and ~~C~~ D,

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	13
C	∞	∞	∞	0
D	8	0	∞	∞

$$\text{cost}(3) = 25$$

* $A \rightarrow C \rightarrow B$

$$M[C, B] = \infty$$

$$\text{Set } M[B, A] = \infty$$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	13
C	∞	∞	∞	∞
D	8	∞	∞	∞

- Row Reduction

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	0
C	∞	∞	∞	∞
D	0	∞	∞	∞

- Column Reduction :-

	A	B	C	D	cost(5)
A	∞	∞	∞	∞	\Rightarrow cost(3) + Reduction + $M[C, e]$
B	∞	∞	∞	0	\Rightarrow 25 + (13+2) + 00
C	∞	∞	∞	0	
D	0	∞	∞	∞	$\boxed{100}$

* $A \rightarrow C \rightarrow D$

$$M[C, D] = \infty$$

$$\text{Let } M[D, A] = \infty$$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	0	∞	∞	∞
C	∞	∞	∞	∞
D	∞	0	∞	∞

Row Reduction and Column Reduction
not possible.

$$\therefore \text{cost}(6)$$

$$\Rightarrow \text{cost}(3) + \text{Reduction elements} + M[C, D]$$

$$\Rightarrow 25 + 0 + 0$$

$$\Rightarrow \underline{25}$$

$$\therefore \text{Post}(5) = 00$$

$$\text{cost}(6) = 25$$

We choose $A \rightarrow C \rightarrow D$, Since mode-6 is lowest.

Step 4 :-

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	0	∞	∞	∞
C	∞	∞	∞	∞
D	0	0	∞	∞

$$\text{Cost}(6) = 25$$

$$M\{D, B\} = 0$$

Set $M\{B, A\} = \infty$

	A	B	C	D
A	∞	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	∞
C	∞	∞	∞	∞
D	∞	∞	∞	∞

Row and column reduction is not possible as all are ∞ . Finally the matrix is completely reduced. All entries are ∞ .

Cost(7)

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \text{Cost}(6) + \cancel{\text{Reduction elements}} + M\{D, B\} \\ &\Rightarrow 25 + 0 + 0 \\ &\Rightarrow 25 \end{aligned}$$

\therefore Optimal path = $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$
 Cost of optimal path = $\boxed{25}$ units