

Задачи к практическому занятию по теме "Сеть Хопфилда"

Задача 1

Докажите, что энергетический функционал сети Хопфилда с биполярными нейронами не превышает значения $\frac{1}{2} PN$, где P – объем выборки, N – число нейронов. Предполагается, что константа k , используемая при расчете синаптических коэффициентов, равна 1.

Задача 2

Докажите, что если $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ является аттрактором сети Хопфилда, то и $-s^*$ ("негатив") также является аттрактором.

Задача 3

Напишите уравнение функционирования сети Хопфилда, содержащей 2 нейрона ($N=2$) и настроенной на один обучающий пример $x^1 = (1, -1)$.

Задача 4

Найдите аттракторы сети Хопфилда, построенной в задаче 3.

Задача 5

Напишите уравнения функционирования сети Хопфилда, содержащей 3 нейрона ($N=3$) и настроенной на следующую обучающую выборку:

$$x^1 = (1, 1, -1),$$

$$x^2 = (-1, 1, 1).$$

Задача 6

Как изменится сеть Хопфилда, построенная в предыдущей задаче, если к обучающей выборке добавить еще один пример $x^3 = (1, -1, 1)$? Напишите уравнения функционирования сети в новых условиях.

Задача 7

Воспользуйтесь уравнениями функционирования сети Хопфилда, рассмотренной в задаче 6, для расчета реакции сети на начальное следующее возмущение:

$$a) \quad s(0) = (-1, -1, 1),$$

$$б) \quad s(0) = (1, 1, 1).$$

К каким аттракторам приводит эволюция состояния сети Хопфилда из указанных начальных условий?

Совпадают ли полученные аттракторы с примерами обучающей выборки?

Задача 8

Изменится ли аттрактор, к которому эволюционирует сеть Хопфилда в условиях задачи 7б, если опрос нейронов выполняется в следующем порядке: 2, 1, 3, 2, 1, 3, ... ?

Задача 9

В условиях задачи 7б проанализируйте процесс эволюции состояния сети, если режим ее функционирования синхронный.

Задача 10

Чему равно начальное значение энергетического функционала сети Хопфилда, построенной в задаче 6, при начальном состоянии $s(0) = (1, 1, 1)$?

Рассчитайте значение энергетического функционала после пересчета на первом такте состояния первого нейрона сети в асинхронном режиме функционирования.

Задача 11

Постройте сеть Хопфилда на бинарных нейронах, динамика которой не отличается от динамики биполярной сети Хопфилда при замене (-1) на 0 . Выполните необходимую замену переменных и напишите уравнения функционирования сети.

Задача 12

Выведите выражение для энергетического функционала сети Хопфилда на бинарных нейронах. Выполните линейное преобразование полученного выражения (операции смещения и умножения на постоянный положительный множитель), чтобы

- 1) не было нарушено положение точек локальных минимумов и максимумов,
- 2) квадратичные слагаемые в выражениях энергетического функционала для сети Хопфилда на бинарных и биполярных нейронах не отличались.

Задача 13

Сеть Хопфилда предназначена для решения задачи коммивояжера при числе городов $n = 4$. На такте t функционирования (поиска минимума энергетического функционала) установилось следующее состояние сети:

$$R(t) = (r_{ik}(t), i, k = \overline{1,4}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

и проводится опрос нейрона $(1, 1)$.

Напишите общее выражение для расчета состояния нейрона $r_{11}(t+1)$, используя общепринятые обозначения для синаптических коэффициентов и смещений нейронов.

Сколько синаптических коэффициентов содержит рассматриваемая сеть Хопфилда? Сколько из них равны 0 по определению?

Задача 14

В условиях задачи 13 ответьте на следующие вопросы:

1. Сколько синаптических коэффициентов содержит рассматриваемая сеть Хопфилда?
2. Сколько синаптических коэффициентов равны 0 по определению?
3. Допишите равенства, используя свойства синаптических коэффициентов сети Хопфилда:

$$w_{23,32} = \dots ; \quad w_{22,33} = \dots ; \quad w_{23,23} = \dots ; \quad w_{22,22} = \dots .$$

4. Чему равно первое слагаемое в критериальной функции задачи коммивояжера, направленное на минимизацию числа единиц в каждой строке матрицы состояний сети Хопфилда?

Задача 15

Биполярная сеть Хопфилда функционирует в синхронном режиме. Сеть имеет 3 нейрона и характеризуется матрицей синаптических коэффициентов

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -0,5 & 0,2 \\ -0,5 & 0 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Биполярные нейроны имеют стохастическую активационную характеристику с параметром $\alpha = 3$ логистической вероятностной функции.

В момент времени t функционирования сети установилось состояние нейронов $s(t) = (-1, 1, -1)$.

Рассчитайте состояние сети $s(t+1)$, если необходимое для расчета трехкратное обращение к датчику случайных чисел, равномерно распределенных на интервале $[0; 1]$, дало следующие случайные числа:

$$x = (0,19; 0,83; 0,41).$$