

**Задачи к практическим занятиям на тему 1:**  
**Математическая модель и функциональные свойства технического нейрона**

**Задача 1**

Нейрон имеет 2 входа  $x = (x_1, x_2)$ , смещение  $(-b)$  и бинарную активационную характеристику (см. рис. 1).

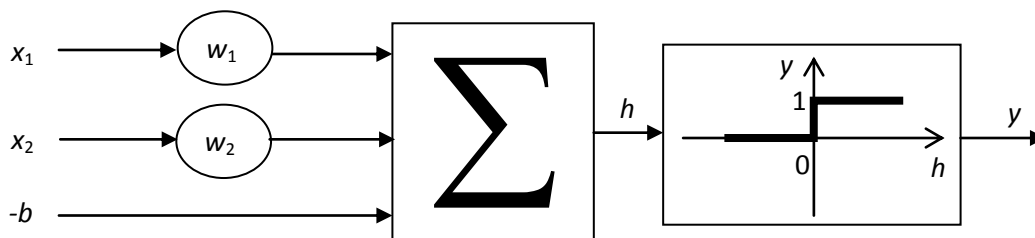


Рис. 1. Схема технического нейрона к задаче 1

Напишите уравнение функционирования нейрона.

Изобразите на рисунке функцию  $y(x_1, x_2)$ , реализуемую нейроном.

**Задача 2**

Решите задачу 1 в предположении, что активационная характеристика нейрона является гауссианой:

$$f(h) = \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma^2}\right),$$

где  $\sigma$  - заданная константа.

**Задача 3**

Нейрон с единственным входом ( $M = 1$ ) имеет активационную характеристику – гауссиану

$$f(h) = \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) \text{ (рис. 2).}$$

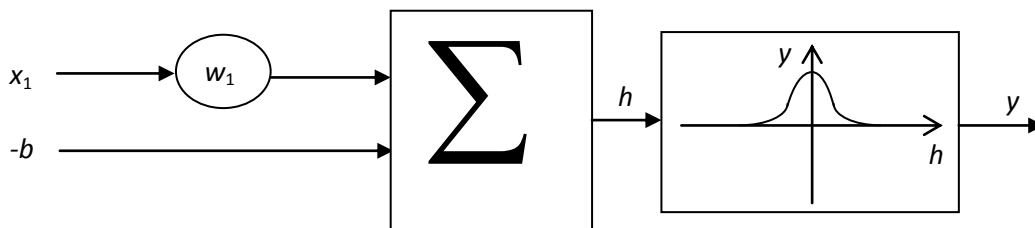


Рис. 2. Схема технического нейрона к задаче 3

Напишите выражение для функции  $y(x)$ , реализуемой нейроном.

Как влияют синаптические коэффициенты  $w$  и смещение  $-b$  на форму и расположение  $y(x)$ ?

**Задача 4**

На рисунке 3 показана схема рекуррентной нейронной сети.

Нейроны 1, 2 и 3 имеют активационную характеристику  $\theta(h) = th(h)$ , а выходной нейрон 4 – линейную  $g(h) = h$ . Рекуррентные нейроны функционируют в синхронном режиме.

Напишите уравнения функционирования каждого из четырех нейронов сети.

Чему равна матрица  $W$  синаптических коэффициентов рекуррентного блока?

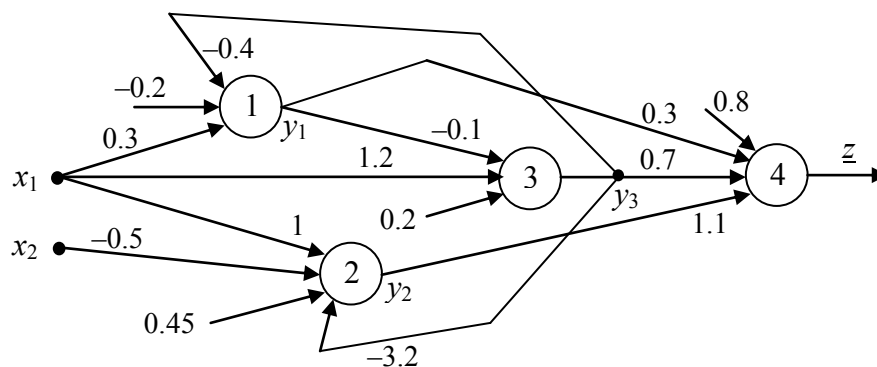


Рис. 3. Схема рекуррентной нейронной сети к задаче 4

Напишите выражения для расширенных матриц  $\tilde{V}$  и  $\tilde{R}$ ? Каковы размерности этих матриц?  
 Напишите уравнения функционирования нейронной сети в векторно-матричной форме.

### Задача 5

Уравнения функционирования рекуррентной нейронной сети заданы в векторно-матричной форме:

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t+1) = \boldsymbol{\theta}(\mathbf{h}(t)); \\ \mathbf{h}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) \begin{pmatrix} 0.2 & -2.8 \\ -1.2 & 0 \\ 0 & -3.2 \\ 0.8 & 1.3 \end{pmatrix} + \mathbf{y}(t) \begin{pmatrix} 1 & -0.3 \\ -0.3 & 1 \end{pmatrix}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{z}(t) = \mathbf{g}(t); \\ \mathbf{g}(t) = \tilde{\mathbf{y}}(t) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.8 & -0.5 \\ -0.2 & 0.5 \end{pmatrix}; \end{cases}$$

$$\mathbf{z}(0) = 0;$$

где  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  – расширенный входной вектор;  $\mathbf{h}(t)$  и  $\mathbf{y}(t)$  – векторы-строки потенциалов и выходов нейронов рекуррентного блока соответственно;  $\mathbf{g}(t)$  и  $\mathbf{z}(t)$  – векторы-строки потенциалов и выходов нейронной сети;  $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{h}(t))$  – активационная характеристика нейронов рекуррентного блока в векторной форме с элементами  $\theta_i(h_i(t)) = \frac{1}{1 + \exp(-0.3 h_i(t))}$ .

Сколько входов и выходов имеет нейронная сеть?

Чему равно число рекуррентных (скрытых) нейронов?

Какова активационная характеристика выходных нейронов?

Изобразите схему нейронной сети, заданной в условии задачи. Укажите на схеме синаптические коэффициенты и смещения всех нейронов.

### Задача 6

На рисунке 4 представлен нейросетевой компаратор на 2 входа, который вычисляет  $\max(x_1, x_2)$  (выходная переменная  $z$ ) и указывает, по какому входу поступил больший сигнал (полагается  $x_1 \neq x_2$ ).

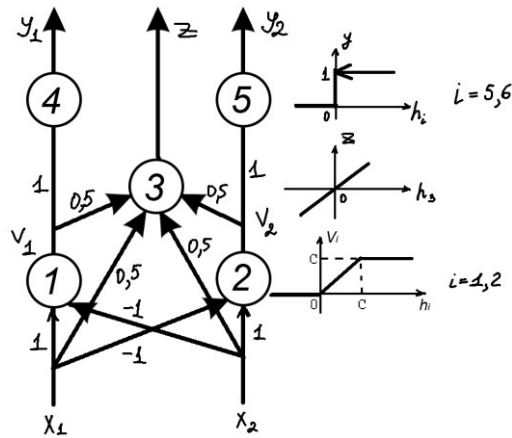


Рис. 4. Схема нейросетевого компаратора на 2 входа

Параметр  $c$  активационной характеристики нейронов 1 и 2 определяет рабочий диапазон искусственного нейрона при его аппаратной реализации. Предполагается, что в области допустимых значений  $x_1$  и  $x_2$  активационная характеристика нейронов 1 и 2 не выходит за пределы ограничения  $c$ .

Докажите, что нейросетевой компаратор реализует требуемые функциональные свойства.

### Задача 7

Постройте схему нейросетевого компаратора, вычисляющего  $\min(x_1, x_2)$  (полагается  $x_1 \neq x_2$ ) и указывающего, на каком из входов сигнал меньше.

За основу следует взять схему, приведенную в предыдущей задаче, меняя в ней активационные характеристики и/или синаптические коэффициенты нейронов.

### Задача 8

В условиях задачи 6 требуется так модифицировать нейросетевой компаратор на два входа, чтобы на выходе  $z$  формировалось значение  $|x_1 - x_2|$ , а на выходах  $y_1, y_2$  происходила индикация того входа, по которому пришло максимальное значение.

### Задача 9

Решить предыдущую задачу при условии  $z = (x_1 - x_2)^2$ .

### Задача 10

С помощью нейросетевых компараторов на 2 входа, рассмотренных в задаче 6, постройте нейросеть, реализующую функцию  $\max(x_1, x_2, \dots, x_8)$  в предположении, что среди  $x_1, x_2, \dots, x_8$  нет совпадающих значений.

Какие логические операции нужно выполнить над выходами  $y_1, y_2$  всех используемых компараторов, чтобы построить индикаторы входа, по которому поступил максимальный сигнал.

### **Задача 11**

Постройте рекуррентную сеть MAXNET, предназначенную для выявления максимального из трех поданных на неё сигналов  $x_1, x_2, x_3$ .

- 1) Какому условию должны удовлетворять сигналы  $x_1, x_2, x_3$ ?
- 2) Каким способом сигналы  $x_1, x_2, x_3$  вводятся в сеть MAXNET?
- 3) Какой параметр определяет динамику сети MAXNET?
- 4) Какое ограничение накладывается на этот параметр?
- 5) Нарисуйте график функции активации нейронов сети.
- 6) В каком режиме – синхронном или асинхронном – функционирует сеть?

Напишите уравнение функционирования  $i$ -го нейрона сети MAXNET.

### **Задача 12**

Рассчитайте результаты функционирования сети MAXNET в течение 4-х временных тактов при следующих условиях: число нейронов  $K = 3$ ,  $\varepsilon = 0.2$ ,  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 8$ ,  $x_3 = 2$ ,  $c > 10$ .

Как нужно изменить параметр  $\varepsilon$ , чтобы переходной процесс завершился быстрее?

Рассчитайте процесс функционирования сети при  $\varepsilon = 0.3$ .

### **Задача 13**

Рекуррентная нейронная сеть, содержащая 3 нейрона, функционирует в синхронном режиме. Внешние сигналы на сеть не поступают. Смещения нейронов отсутствуют. Сеть имеет матрицу синаптических коэффициентов  $W$ :

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -0,5 & 0,2 \\ -0,5 & 0 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нейроны имеют биполярную стохастическую активационную характеристику и параметр  $\alpha = 3$  логистической вероятностной функции активации нейрона.

В момент времени  $t$  функционирования сети установилось состояние нейронов  $s(t) = (-1, 1, -1)$ .

Рассчитайте состояние сети  $s(t+1)$ , если необходимое для расчета трехкратное обращение к датчику случайных чисел, равномерно распределенных на интервале  $[0; 1]$ , дало следующие случайные числа:

$$x = (0,19; 0,83; 0,41).$$