EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Uma equação é exponencial quando a incógnita está no expoente. Para achar o seu valor, deve-se reduzir os membros da igualdade a uma mesma base. Ou seja:

$$a^m = a^n$$
 então $m = n$

ou, em exemplo numérico:

$$2^{X} = 2^{4}$$
 então $x = 4$

Exemplo de uma equação exponencial:

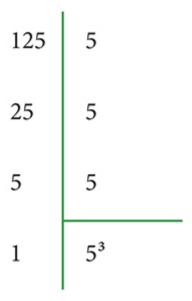
Ex1)
$$5^x = 125$$

As propriedades da potenciação são as mais utilizadas na resolução de uma equação e inequações exponenciais:

P1.	a^m . $a^n = a^{m+n}$	P5.	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
P2.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	P6.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad (\alpha \neq 0)$
P3.	$(a^m)^n = a^{m.n}$	P 7.	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$
P4.	$(a,b)^n = a^n, b^n$	P8.	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Outra propriedade matemática muito utilizada também é decompor um número (fatoração), dividindo-o por outro sucessivamente, até chegar a 1.

Exemplo da fatoração do número 125:



Ou seja, $125 = 5^3$

Desse modo:

$$5^{x} = 125$$

$$5^{x} = 5^{3}$$

(Corta a base)

$$X = 3$$

O que acabamos de ver, é que o número 125 pode ser escrito em base 5, mesma base onde a incógnita X é expoente, ou seja, utilizamos da fatoração para resolver esse exercício.

Ex2)
$$27^{3-x} = \frac{1}{81^x}$$

Utilizando-se da propriedade da fatoração para reduzir os números a uma mesma base:

1 |
$$27 = 3^3$$

1
$$| 81 = 3^4$$

Substituindo:

$$(3^3)^{3-x} = \frac{1}{(3^4)^{x}}$$

Foi utilizada a propriedade 3, multiplicando o expoente 3 por (3-x).

$$3^{9-3x} = \frac{1}{(3^4)}$$

Utilizaremos a propriedade 6, para trazer o 3⁴ para cima, ou seja, o expoente ficará negativo.

$$3^{9-3x} = 3^{-4x}$$

Corta-se as bases:

$$9 - 3x = -4x$$

$$9 = -4x - 3x$$
$$9 = -x$$

$$-9 = x$$

INEQUAÇÕES

Para as inequações exponenciais, o procedimento é o mesmo, com uma única diferença: caso a base seja maior que 1, mantém o sinal original, caso a base seja entre 0 e 1, o sinal se inverte. Mas o que isso significa?

Algebricamente:

Para
$$a > 1 \rightarrow a^b > a^c \Rightarrow b > c$$

Para $0 < a < 1 \rightarrow a^b > a^c \Rightarrow b < c$

Inverteu o sinal ↑

Após a inversão do sinal, resolve - se normalmente, utilizando as mesmas propriedades de uma equação exponencial.

Ex3)
$$2^x < 8^3$$

Fatora-se o 8

$$2^{x} < 23^{3}$$

Nesse caso, a base é maior que 1, ou seja, NÃO há inversão.

$$2^{x} < 2^{9}$$

Corta as bases

Ex4)
$$(\frac{1}{2})^{-x} < 256$$

Fatoramos, dividindo 256 por 2 sucessivamente.

$$(\frac{1}{2})^{-x} < 2^8$$

Utilizamos a propriedade 5 e 6, sucessivamente.

$$\left(\frac{1}{2}\right) \quad ^{\chi} < \frac{1}{2^{-8}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \quad ^{\chi} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

A base nesse caso, é MENOR que 1, ou seja, o sinal será invertido.

$$\left(\frac{1}{2}\right) \quad ^{x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

$$x > -8$$

OBSERVAÇÃO MAIS IMPORTANTE: Se a base é menor que 1, deve-se inverter o sinal ao "cortar" as bases.

Para mais exercícios, confira a página de matemática do site. Caso ainda restem dúvidas, contate-nos.