

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Uma equação é exponencial quando a incógnita está no expoente. Para achar o seu valor, deve-se reduzir os membros da igualdade a uma mesma base. Ou seja:

$$a^m = a^n \text{ então } m = n$$

ou, em exemplo numérico:

$$2^x = 2^4 \text{ então } x = 4$$

Exemplo de uma equação exponencial:

$$\text{Ex1) } 5^x = 125$$

As propriedades da potenciação são as mais utilizadas na resolução de uma equação e inequações exponenciais:

P1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	P5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
P2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	P6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$
P3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	P7. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
P4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	P8. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Outra propriedade matemática muito utilizada também é decompor um número (fatoração), dividindo-o por outro sucessivamente, até chegar a 1.

Exemplo da fatoração do número 125:

125	5
25	5
5	5
1	5^3

Ou seja, $125 = 5^3$

Desse modo:

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

(Corta a base)

$$X = 3$$

O que acabamos de ver, é que o número 125 pode ser escrito em base 5, mesma base onde a incógnita X é expoente, ou seja, utilizamos da fatoração para resolver esse exercício.

$$\text{Ex2)} \quad 27^{3-x} = \frac{1}{81^x}$$

Utilizando-se da propriedade da fatoração para reduzir os números a uma mesma base:

$$27 \mid 3$$

$$81 \mid 3$$

$$9 \mid 3$$

$$27 \mid 3$$

$$3 \mid 3$$

$$9 \mid 3$$

$$1 \mid 27 = 3^3$$

$$3 \mid 3$$

$$1 \mid 81 = 3^4$$

Substituindo:

$$(3^3)^{3-x} = \frac{1}{(3^4)^x}$$

Foi utilizada a propriedade 3, multiplicando o expoente 3 por (3-x).

$$3^{9-3x} = \frac{1}{(3^4)^x}$$

Utilizaremos a propriedade 6, para trazer o 3^4 para cima, ou seja, o expoente ficará negativo.

$$3^{9-3x} = 3^{-4x}$$

Corta-se as bases:

$$9 - 3x = -4x$$

$$9 = -4x - 3x$$

$$9 = -x$$

$$-9 = x$$

INEQUAÇÕES

Para as inequações exponenciais, o procedimento é o mesmo, com uma única diferença: caso a base seja maior que 1, mantém o sinal original, caso a base seja entre 0 e 1, o sinal se inverte. Mas o que isso significa?

Algebricamente:

$$\text{Para } a > 1 \rightarrow a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$$

$$\text{Para } 0 < a < 1 \rightarrow a^b > a^c \Leftrightarrow b < c$$

Inverteu o sinal ↑

Após a inversão do sinal, resolve - se normalmente, utilizando as mesmas propriedades de uma equação exponencial.

$$\text{Ex3)} \ 2^x < 8^3$$

Fatora-se o 8

$$2^x < 23^3$$

Nesse caso, a base é maior que 1, ou seja, NÃO há inversão.

$$2^x < 2^9$$

Corta as bases

$$x < 9$$

$$\text{Ex4)} \ \left(\frac{1}{2}\right)^x < 256$$

Fatoramos, dividindo 256 por 2 sucessivamente.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2^8$$

Utilizamos a propriedade 5 e 6, sucessivamente.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{2^{-8}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

A base nesse caso, é MENOR que 1, ou seja, o sinal será invertido.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

$$x > -8$$

Para mais exercícios, confira a página de matemática do site. Caso ainda restem dúvidas, contate-nos.