Módulo

Definição de Módulo → Define-se módulo de um número real x como:

$$|x|\{\ x, se\ \geq\ 0\ e\ -x\ se\ x < 0$$

Vamos a um exemplo

$|5|\ =$ **Já que 5 > 0, o módulo de 5 é o próprio 5**

Outro exemplo

$|-5|$**= Já que -5 < 0, o módulo de 5 será -(-5); Logo módulo de -5 é 5**

Equações Modulares

Equações modulares são equações onde aparece uma função modular igualada a algo. De forma geral, as equações modulares serão:

$$|f(x)|\ =\ a$$

ou

$$|f(x)| =\ g(x)$$

Importante:o que está sendo igualado ao módulo deve ser maior ou igual a zero. Se for menor que zero, não há solução!

Roteiro:

- **Impor:**a **ou**$g(x)$ **maior ou igual a zero. No caso de ser**$g(x)$**, isto já impõe uma condição sobre o**x**, e devemos verificar se as soluções encontradas atendem a esta condição.**
- **Resolver abrindo nas duas possibilidades.**

Vamos a alguns exemplos:

Resolva:

$$|x| = 2016$$

x só pode ser +2016 OU -2016

Resolva:

$|x|$**= -3**

x não pode ser nenhum número real, já que nunca um módulo de um número é negativo

Resolva:

$$|x|^2 = |x| + 12$$

O módulo de x, só pode ser x; E o módulo de x^2, só pode ser x^2, já que o valor já está positivo

tirando do módulo:

$x^2 = x + 12$

$x^2 - x - 12 = 0$

Depois de aplicar bhaskara achamos que
x' = 4 x'' = -3

Mas não esqueça, sempre devemos testar as alternativas:

$|-3|^2$ **=** $|-3| + 12$
9 $\neq 3 + 12$ **Ou seja, a solução para x= -3, é inválida. Só o** ± 4 **está certo**
Mas por quê $\pm 4?$

Pois tanto o 4, quanto o -4 fecham a conta, pois o sinal dentro do módulo não importa, já que sempre fica positivo

Questão comentada

Resolva:

$$||x-2|-3| = 1$$

Primeira coisa que devemos fazer é tirar o "maior" módulo e trabalhar com duas possibilidades

$|x-2| - 3 = 1$ **ou** $|x-2| - 3 = -1$

Depois; isolamos o módulo:

$|x-2| = 1 + 3$ **ou** $|x-2|$= 3 - 1

Verificamos se algum módulo fica negativo, pois se algum módulo ficar negativo; Ele não possui solução real

$|x-2| = 4$ **ou** $|x-2| = 2$

Como os 2 Módulos ficaram positivos; Vamos dar continuidade na conta
Agora tiramos o módulo; E trabalhamos com 2 novas possibilidades

$x - 2 = 4$ **ou** $x-2 = -4$ **ou** $x - 2 = 2$ **ou** $x-2 = -2$

Agora resolvendo cada equação:
$x = 6$ **ou** $x = -2$ **ou** $x = 4$ **ou** $x = 0$

Conjunto solução → S [-2, 0, 4, 6]

Questão comentada

Resolva:

$|1 - \sqrt{3}| + |1 + \sqrt{3}|$

Lembre-se sempre que um Módulo nunca é negativo; E que a $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$; Então, 1 - 1,7; Seria um número negativo; E sempre que dentro dum módulo de uma soma/subtração se da um valor negativo, nós invertemos a ordem da operação; Então vai ficar assim:

$|\sqrt{3} - 1| + |1 + \sqrt{3}|$

Tirando o Módulo:

$\sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{3}$

Resolvendo

-1 + 1 = 0
$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

então:

$\sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$