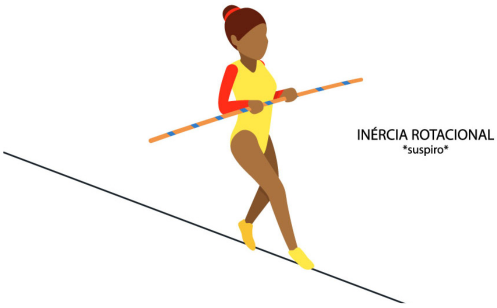
DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

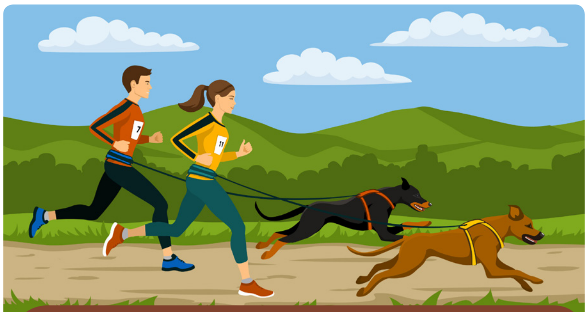
INÉRCIA ROTACIONAL

Da mesma maneira que um objeto em repouso tende a permanecer como está, e um objeto em movimento tende a permanecer movendo-se em linha reta, um objeto que roda em torno de um eixo tende a permanecer rodando em torno desse mesmo eixo, a menos que sofra algum tipo de interferência externa. (Veremos rapidamente mais adiante que essa influência externa é chamada apropriadamente de torque.) A propriedade de um objeto resistir a alterações em seu estado de movimento de rotação é chamada de **inércia rotacional**. Corpos que estão em rotação tendem a permanecer em rotação, enquanto corpos que não estão em rotação tendem a permanecer sem rotação. Na ausência de influências externas, o pião em rotação tende a manter-se rodando, ao passo que um pião que esteja em repouso permanece em repouso.

A inércia rotacional de um objeto depende da sua **massa**. Quanto maior for a distância entre a maior parte da massa de um objeto e seu eixo de rotação, maior será sua inércia rotacional. Uma vez em rotação, o objeto apresenta forte tendência a manter-se rodando. Quando em repouso, é muito difícil obrigá-lo a entrar em rotação.

Quanto maior for o momento de inércia de um objeto, mais difícil será alterar o estado rotacional dele. Esse fato é empregado pelos equilibristas de circo, que andam sobre cordas esticadas levando consigo um bastão comprido para ajudar a equilibrar-se. A maior parte da massa do bastão está longe do eixo de rotação, que está no seu ponto médio. O bastão, portanto, tem um momento de inércia considerável. Se o equilibrista começar a tombar para um lado, ele aperta o bastão para forçá-lo a rodar junto consigo ao tombar. Mas a inércia rotacional do bastão resiste, dando ao equilibrista o tempo necessário para se reequilibrar. Quanto mais comprido for o bastão, melhor. Melhor ainda se objetos com grande massa forem fixados nas extremidades do bastão. Mas o equilibrista que não tiver um bastão pode ao menos abrir os braços estendendo-os ao máximo, a fim de aumentar a inércia rotacional do próprio corpo.





Pernas curtas possuem menos inércia rotacional do que pernas compridas. Um animal com pernas curtas tem um andar mais rápido do que o de uma pessoa de pernas compridas.

A distância associada à inércia rotacional é relacionada com a massa de um objeto que está

DINÂMICA

concentrada a uma distância radial r do eixo de rotação. A inércia rotacional I será igual à massa m multiplicada pelo quadrado da distância radial. Para este caso especial,

$$I = mr^2$$

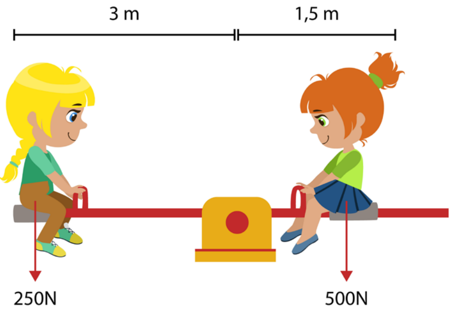
TORQUE

A força tende a alterar o movimento das coisas; o torque tende a fazer girar ou a alterar o estado de rotação das coisas. Se você deseja por em movimento um objeto em repouso ou alterar a rapidez de um objeto em movimento, exerça sobre ele uma força. Se você deseja fazer um objeto estacionário entrar em rotação ou alterar sua rapidez de rotação se ele já estiver girando, exerça sobre ele um torque.

O torque envolve a distância até o eixo de rotação. Esta distância, que provê a vantagem mecânica da alavanca, é chamada de braço de alavanca. Ela é a distância mais curta entre a força aplicada e o eixo de rotação. Definimos o torque como o produto do braço de alavanca pela força que tende a produzir a rotação:

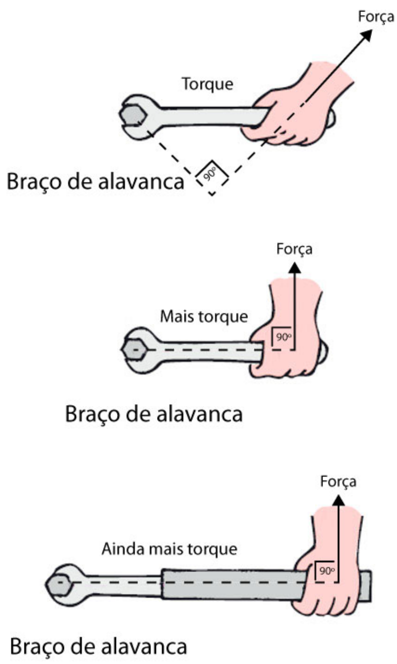
Torque = braço de alavanca x força ($\tau = r \times F$)

O torque é intuitivamente familiar às crianças que brincam de gangorra. Elas podem brincar de gangorra mesmo quando seus pesos são desiguais. O peso sozinho não produz rotação, mas o torque sim, e as crianças logo aprendem que a distância entre o lugar onde elas sentam e o pivô da gangorra é tão importante quanto o peso.



Para girar um parafuso com uma chave de boca, é mais fácil aplicar a força mais próximo ao parafuso ou mais distante?

A resposta é mais distante. Observe na figura abaixo que é mais fácil girar o parafuso se a força for aplicada perpendicularmente ao cabo da chave de boca, em vez de fazê-lo de forma oblíqua, como ilustrado na primeira figura. Nesta, o braço de alavanca é representado pela linha tracejada, sendo menor do que o comprimento do cabo da ferramenta. Na segunda figura, o braço de alavanca é igual em comprimento ao cabo da ferramenta. Na terceira figura, o braço de alavanca foi aumentado por um tubo, que provê uma maior vantagem mecânica e um torque de maior valor.

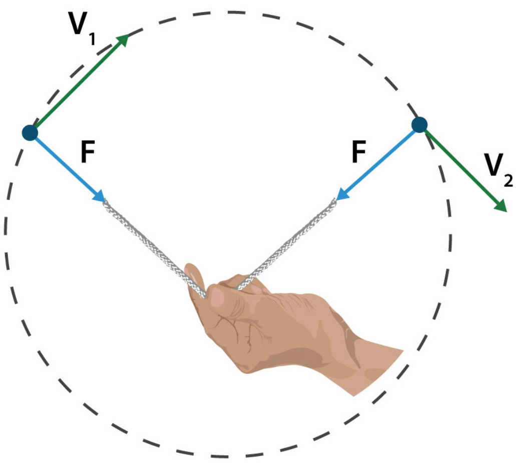


Lembre-se da condição de equilíbrio: a de que, para haver equilíbrio mecânico, é necessário que seja **nula a soma das forças** que atuam num corpo ou qualquer sistema. Agora encontramos uma condição adicional. O **torque** resultante sobre um corpo ou sistema qualquer deve também ser **nulo** para haver equilíbrio mecânico. Qualquer coisa que esteja em equilíbrio mecânico não acelera – nem linearmente nem rotacionalmente.

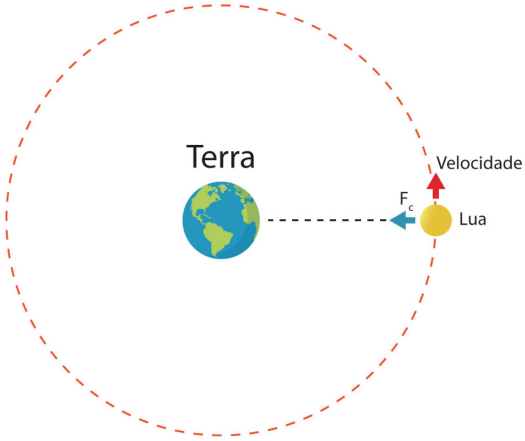
FORÇA CENTRÍPETA

Qualquer força que atue no sentido de um centro fixo é chamada **força centrípeta**. Centrípeta significa "que procura o centro" ou que "aponta para o centro".

Se você girar uma bolinha presa à extremidade de um barbante, descobrirá que deve manter puxando o barbante, exercendo sobre ele uma força centrípeta.



Forças gravitacionais e elétricas podem gerar forças centrípetas. A Lua, por exemplo, é mantida em sua órbita quase circular pela força gravitacional orientada para o centro da Terra. Os elétrons que orbitam nos átomos experimentam uma força elétricas que está orientada para o núcleo central.

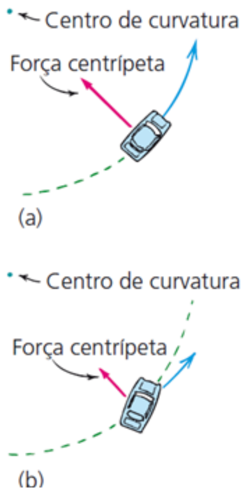


A força centrípeta depende da massa m, da velocidade tangencial v e do raio de curvatura r do movimento circular. Podemos definir a força centrípeta pela expressão:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

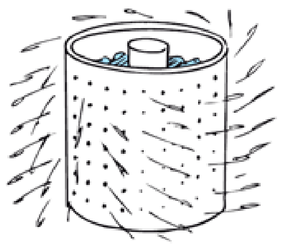
Note que a velocidade está elevada ao quadrado, de modo que, dobrando-se a velocidade, quadruplica-se a força. A proporcionalidade com o inverso do raio de curvatura nos diz que, com a metade da distância radial, a força requerida é o dobro. Também significa que quanto maior o valor de r, ou seja, quanto mais distante o objeto estiver do centro, menos intensa será a força exercida sobre ele.

Quando um automóvel dobra uma esquina, o atrito entre seus pneus e a estrada fornece a força centrípeta que o mantém no caminho circular. Se este atrito for insuficiente (devido a óleo espalhado sobre a rodovia, por exemplo), os pneus derraparão lateralmente e o carro deixará de realizar a curva; ele tende a derrapar na direção tangencial à rodovia.



Em (a) quando um carro está fazendo uma curva, deve haver uma força puxando-o para o centro da curva. (b) O carro derrapa na curva quando a força centrípeta não é suficientemente grande.

A força centrípeta desempenha o papel principal na operação de uma centrífuga. Um exemplo familiar é o de um tambor giratório de uma máquina de lavar roupas. Em seu ciclo giratório, o tambor cilíndrico da máquina gira muito rapidamente e produz uma força centrípeta sobre as roupas molhadas, que são obrigadas a descrever uma trajetória circular junto às paredes internas do tambor. Este exerce uma grande força sobre as roupas, mas os buracos existentes no tambor impedem que a mesma força seja exercida sobre a água nas roupas. A água escapa de forma tangencial dos furos. Ou seja, as roupas são forçadas para fora da água, e não a água para fora das roupas.



FORÇA CENTRÍFUGA

Quando você está andando de carro ou de ônibus durante uma curva, você sentiu uma força lhe puxando para fora do automóvel? Isto é, para fora da curva? Por que isto acontece se existe uma força centrípeta puxando para dentro da curva? Esta força aparente que puxa você para fora é a "força centrífuga". Centrífuga significa "que foge do centro" ou "para fora do centro".

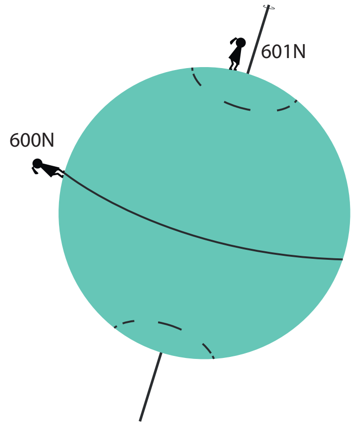
Analise a seguinte situação: Suponha que somos passageiros de um carro que para subitamente. Somos, então, arremessados para frente, contra o painel de instrumentos. Quando isso acontece, não dizemos que uma força nos empurrou para frente. De acordo com a lei da inércia, somos atirados para frente precisamente pela ausência de uma força atuante, que poderia ser fornecida pelo cinto de segurança. Analogamente, se estamos dentro de um carro que dobra uma esquina para a esquerda, tendemos a ser arremessados para fora do carro pela direita dele – não porque exista uma força que atue para fora ou centrifugamente, mas porque não existe força centrípeta mantendo-nos em movimento circular (tal como a que o cinto de segurança fornece). A ideia de que existe uma força centrífuga que nos faz bater contra a porta do carro é uma falsa concepção. (Certo, somos empurrados contra a porta, mas apenas porque a porta nos empurra – terceira lei de Newton).

Resumindo: a força centrífuga não existe. É apenas uma força de reação à força centrípeta. É muito importante lembrar da **Primeira Lei de Newton** nesta situação. Então, tome muito cuidado para não confundir força centrípeta com centrífuga.

Sabia que no Polo Norte seu peso é maior?

Está planejando uma viagem para o Polo Norte? Então é bom você saber que lá estará mais pesado(a)! Mas claro, não vamos confundir peso com massa. Lembre-se da Segunda Lei de Newton que, quando você está em um local que exerce uma força gravitacional, como o planeta Terra, esta força causará uma aceleração gravitacional (g) que é multiplicada pela sua massa, resultando no seu peso.

Quando você vai no Polo Norte, a sua massa se mantém a mesma. Se a massa for 60 kg, esse valor se manterá. O que acontece no sistema de referência da Terra em rotação, é que sentimos uma força centrífuga que diminui ligeiramente nosso peso. Possuímos a máxima velocidade tangencial quando estamos afastados do eixo de rotação ao máximo, ou seja, no equador. O eixo de rotação da Terra fica próximo aos polos. A força centrífuga, portanto, nos parece máxima quando estamos no equador, e nula quando estamos nos polos, onde é nula nossa velocidade tangencial. Logo, nos polos o peso se torna maior. Assim, se você quer perder peso, caminhe para o equador!



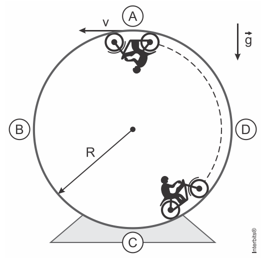
ANOTAÇÕES

EXERCÍCIOS

1 (UECE 2017) Uma criança deixa sua sandália sobre o disco girante que serve de piso em um carrossel. Considere que a sandália não desliza em relação ao piso do carrossel, que gira com velocidade angular constante, ω. A força de atrito estático sobre a sandália é proporcional a

a) ω
b) ω^2
c) $\omega^{1/2}$
d) $\omega^{3/2}$

2 (IFCE 2016) Considere a figura a seguir, na qual é mostrado um piloto acrobata fazendo sua moto girar por dentro de um "globo da morte".



Ao realizar o movimento de *loop* dentro do globo da morte (ou seja, percorrendo a trajetória ABCD mostrada acima), o piloto precisa manter uma velocidade mínima de sua moto para que a mesma não caia ao passar pelo ponto mais alto do globo (ponto "A")

Nestas condições, a velocidade mínima "v" da moto, de forma que a mesma não caia ao passar pelo ponto "A", dado que o globo da morte tem raio R de 3,60m, é

(Considere a aceleração da gravidade com o valor g = 10m/s²)

a) 6 km/h
b) 12 km/h
c) 21,6 km/h
d) 15 km/h
e) 18 km/h

3 (UFJF 2016) Sobre uma partícula em movimento circular uniforme, são feitas as seguintes afirmações:

I. Como o movimento é circular uniforme, a aceleração é nula;

II. A aceleração é um vetor perpendicular ao vetor velocidade;

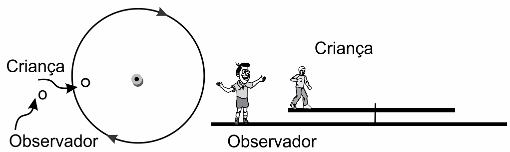
III. O módulo da velocidade varia, já que a aceleração é diferente de zero.

IV. A força resultante que atua na partícula é constante e aponta para o centro da trajetória circular.

Marque a alternativa **CORRETA**:

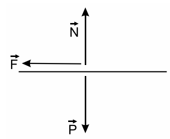
a) Somente II e III são verdadeiras;
b) Somente I é verdadeira;
c) Somente II é verdadeira;
d) Somente III é falsa;
e) Somente II e IV são verdadeiras.

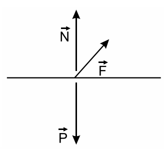
4 (FGV 2015) Uma criança está parada em pé sobre o tablado circular girante de um carrossel em movimento circular e uniforme, como mostra o esquema (uma vista de cima e outra de perfil).

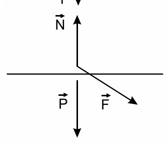


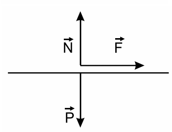
O correto esquema de forças atuantes sobre a criança para um observador parado no chão fora do tablado é:

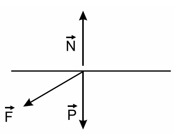
(**Dados:** F: força do tablado; N: reação normal do tablado; P: peso da criança)

a)


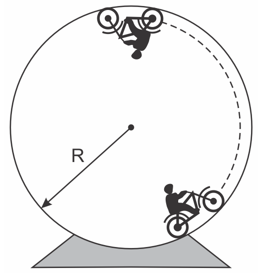
b)


c)


d)


e)


5 (CPS 2015) A apresentação de motociclistas dentro do globo da morte é sempre um momento empolgante de uma sessão de circo, pois ao atingir o ponto mais alto do globo, eles ficam de ponta cabeça. Para que, nesse momento, o motociclista não caia, é necessário que ele esteja a uma velocidade mínima (v) que se relaciona com o raio do globo (R) e a aceleração da gravidade (g) pela expressão: $v = \sqrt{R.g}$, com R dado em metros.



(http://tinyurl.com/globo-da-morte
Acesso em: 15.09.2014. Original colorido)

Considere que no ponto mais alto de um globo da morte, um motociclista não caiu, pois estava com a velocidade mínima de 27km/h.

Assim sendo, o raio do globo é, aproximadamente, em metros,

Adote $g \cong 10 m/s^2$

a) 5,6
b) 6,3
c) 7,5
d) 8,2
e) 9,8

6 (UFSM 2015) A produção de alimentos é muito influenciada pelas estações do ano, que se repetem em ciclos anuais e se caracterizam pela variação da inclinação do movimento aparente do Sol em relação a Terra. A mudança na duração relativa dos dias, períodos em que o Sol está acima do horizonte, e das noites, períodos em que o Sol está abaixo do horizonte, altera a incidência de radiação sobre as plantas. Essas mudanças ocorrem como consequência da inclinação do eixo de rotação da Terra em relação ao plano da sua órbita, aproximadamente circular, em torno do Sol. Para que a Terra orbite em torno do Sol, é necessário que

I. exista uma força de atração entre o Sol e a Terra.

II. a velocidade da Terra em relação ao Sol seja perpendicular ao segmento de reta que os une.

III. a Terra gire em torno de seu próprio eixo.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) apenas I e III.

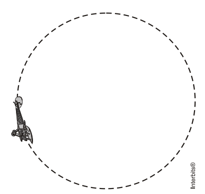
7 (UECE 2015) Considere um carro de passeio de uma tonelada se deslocando a 108 km/h em uma rodovia. Em um dado instante, o carro se encontra no ponto mais alto de um trecho reto em subida. Para simplificar a descrição mecânica desse sistema, o carro pode ser tratado como uma massa puntiforme e a trajetória em torno do ponto mais alto pode ser aproximada por um arco de círculo de raio 100m contido em um plano vertical. Em comparação com a situação em que o carro trafegue por um trecho plano, é correto afirmar que, no ponto mais alto da trajetória, a força de atrito entre a pista e os pneus

a) é menor, pois a força normal da estrada sobre o carro é maior.
b) é maior, pois a força normal da estrada sobre o carro é menor.
c) é menor, pois a força normal da estrada sobre o carro é menor.
d) é maior, pois a força normal da estrada sobre o carro é maior.

8 (UFSM 2013) Algumas empresas privadas têm demonstrado interesse em desenvolver veículos espaciais com o objetivo de promover o turismo espacial. Nesse caso, um foguete ou avião impulsiona o veículo, de modo que ele entre em órbita ao redor da Terra. Admitindo-se que o movimento orbital é um movimento circular uniforme em um referencial fixo na Terra, é correto afirmar que

a) o peso de cada passageiro é nulo, quando esse passageiro está em órbita.
b) uma força centrífuga atua sobre cada passageiro, formando um par ação-reação com a força gravitacional.
c) o peso de cada passageiro atua como força centrípeta do movimento; por isso, os passageiros são acelerados em direção ao centro da Terra.
d) o módulo da velocidade angular dos passageiros, medido em relação a um referencial fixo na Terra, depende do quadrado do módulo da velocidade tangencial deles.
e) a aceleração de cada passageiro é nula.

9 (IBMECRJ 2013) Um avião de acrobacias descreve a seguinte trajetória descrita na figura abaixo:

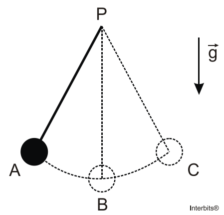


Ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória a força exercida pelo banco da aeronave sobre o piloto que a comanda é:

a) igual ao peso do piloto.
b) maior que o peso do piloto.
c) menor que o peso do piloto.
nula.
d) duas vezes maior do que o peso do piloto.

EXERCÍCIOS

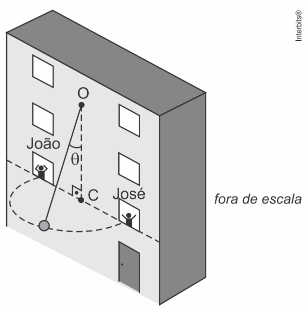
10 (FUVEST 2013) O pêndulo de um relógio é constituído por uma haste rígida com um disco de metal preso em uma de suas extremidades. O disco oscila entre as posições A e C, enquanto a outra extremidade da haste permanece imóvel no ponto P. A figura abaixo ilustra o sistema. A força resultante que atua no disco quando ele passa por B, com a haste na direção vertical, é



(Note e adote: g é a aceleração local da gravidade.)

a) nula.
b) vertical, com sentido para cima.
c) vertical, com sentido para baixo.
d) horizontal, com sentido para a direita.
e) horizontal, com sentido para a esquerda.

11 (UNESP 2017) Em um edifício em construção, João lança para José um objeto amarrado a uma corda inextensível e de massa desprezível, presa no ponto O da parede. O objeto é lançado perpendicularmente à parede e percorre, suspenso no ar, um arco de circunferência de diâmetro igual a 15 m, contido em um plano horizontal e em movimento uniforme, conforme a figura. O ponto O está sobre a mesma reta vertical que passa pelo ponto C, ponto médio do segmento que une João a José. O ângulo θ, formado entre a corda e o segmento de reta OC, é constante.



Considerando sen θ = 0,6, cos θ = 0,8, $g = 10 m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, a velocidade angular do objeto, em seu movimento de João a José, é igual a:

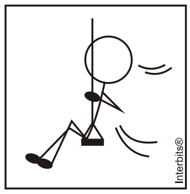
a) 1,0 rad/s
b) 1,5 rad/s
c) 2,5 rad/s
d) 2,0 rad/s
e) 3,0 rad/s

12 (CFTMG 2017) Um livro de física de massa m está pendurado por um fio de comprimento L. Em seguida, segurando o fio com uma das mãos e movimentando-a, ele é colocado em movimento circular uniforme vertical, de forma que o livro descreve círculos sucessivos.

A tensão no fio no ponto mais baixo da trajetória

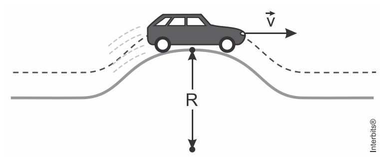
a) é igual ao peso do livro.
b) é igual à força centrípeta.
c) é menor que o peso do livro.
d) é maior que a força centrípeta.

13 (UFF 2012) Uma criança se balança em um balanço, como representado esquematicamente na figura a seguir. Assinale a alternativa que melhor representa a aceleração a da criança no instante em que ela passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória.



a) $\vec{a} = 0$
b) $\vec{a} \rightarrow$
c) $\vec{a} \uparrow$
d) $\vec{a} \downarrow$
e) $\vec{a} \leftarrow$

14 (UEMG 2017)



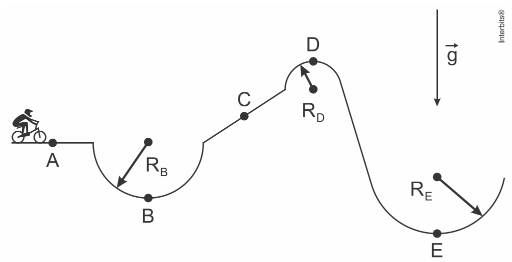
A figura representa o instante em que um carro de massa M passa por uma lombada existente em uma estrada. Considerando o raio da lombada igual a R, o módulo da velocidade do carro igual a V, e a aceleração da gravidade local g, a força exercida pela pista sobre o carro, nesse ponto, pode ser calculada por

a) $\frac{MV^2}{R} + Mg$
b) $Mg - \frac{MV^2}{R}$
c) $Mg - \frac{MR^2}{V}$
d) $\frac{MR^2}{V} + mg$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Considere o módulo da aceleração da gravidade como $g = 10,0\ m/s^2$ e a constante da gravitação universal como $G = 6,7x10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ e utilize $\pi=3$.

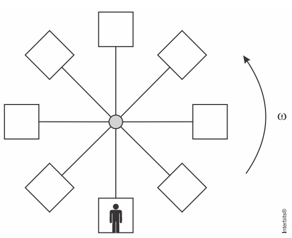
15 (UPE 2017) Suponha que, em uma prova olímpica de ciclismo BMX, presente nos Jogos Olímpicos desde a Olimpíada de Pequim 2008, um atleta percorre um trecho de pista de corrida cujo corte lateral é mostrado na figura a seguir.



A partir desse corte, percebe-se que o atleta viaja por segmentos de pista retos e por semicírculos onde $R_D < R_B < R_E$. Se o atleta pedala e utiliza os freios de forma a ter velocidade constante no trecho mostrado, o ponto de maior intensidade da reação normal da pista sobre a bicicleta é

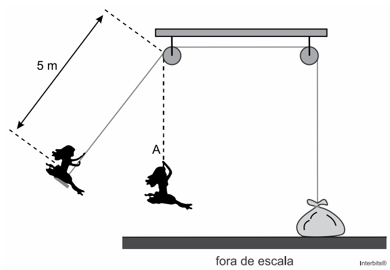
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

16 (UPE 2016) Em um filme de ficção científica, uma nave espacial possui um sistema de cabines girantes que permite ao astronauta dentro de uma cabine ter percepção de uma aceleração similar à gravidade terrestre. Uma representação esquemática desse sistema de gravidade artificial é mostrada na figura a seguir. Se, no espaço vazio, o sistema de cabines gira com uma velocidade angular ω, e o astronauta dentro de uma delas tem massa m, determine o valor da força normal exercida sobre o astronauta quando a distância do eixo de rotação vale R. Considere que R é muito maior que a altura do astronauta e que existe atrito entre o solo e seus pés.



a) $mR\omega^2$
b) $2mR\omega^2$
c) $mR\omega^2/2$
d) $m\omega^2/R$
e) $8mR\omega^2$

17 (UNESP 2016) Uma garota de 50kg está brincando em um balanço constituído de um assento e de uma corda ideal que tem uma de suas extremidades presa nesse assento e a outra, em um saco de areia de 66kg que está apoiado, em repouso, sobre o piso horizontal. A corda passa por duas roldanas ideais fixas no teto e, enquanto oscila, a garota percorre uma trajetória circular contida em um plano vertical de modo que, ao passar pelo ponto A, a corda fica instantaneamente vertical.



Desprezando a resistência do ar e a massa do assento, considerando $g = 10m/s^2$ e as informações contidas na figura, a maior velocidade, em m/s, com a qual a garota pode passar pelo ponto A sem que o saco de areia perca contato com o solo é igual a

a) 2.
b) 5.
c) 3.
d) 4.
e) 1.

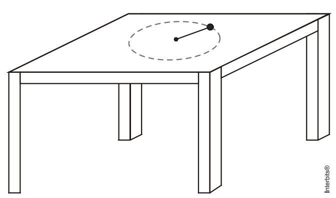
18 (PUCRJ 2015) Um pêndulo é formado por um fio ideal de 10 cm de comprimento e uma massa de 20 g presa em sua extremidade livre. O pêndulo chega ao ponto mais baixo de sua trajetória com uma velocidade escalar de 2,0m/s.

A tração no fio, em N, quando o pêndulo se encontra nesse ponto da trajetória é:

Considere: $g = 10m/s^2$

a) 0,2
b) 0,5
c) 0,6
d) 0,8
e) 1,0

19 (PUCRJ 2015)

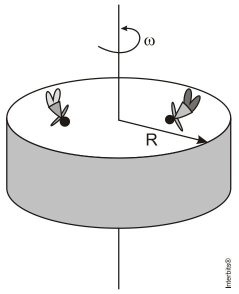


Um bloco de massa 0,50 kg está preso a um fio ideal de 40cm de comprimento cuja extremidade está fixa à mesa, sem atrito, conforme mostrado na figura. Esse bloco se encontra em movimento circular uniforme com velocidade de 2,0 m/s.

Sobre o movimento do bloco, é correto afirmar que:

a) como não há atrito, a força normal da mesa sobre o bloco é nula.
b) o bloco está sofrendo uma força resultante de módulo igual a 5,0 N.
c) a aceleração tangencial do bloco é 10 m/s^2.
d) a aceleração total do bloco é nula pois sua velocidade é constante.
e) ao cortar o fio, o bloco cessa imediatamente o seu movimento.

20 (FUVEST 2014) Uma estação espacial foi projetada com formato cilíndrico, de raio *R* igual a 100 m, como ilustra a figura abaixo.



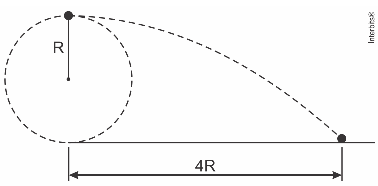
Para simular o efeito gravitacional e permitir que as pessoas caminhem na parte interna da casca cilíndrica, a estação gira em torno de seu eixo, com velocidade angular constante ω. As pessoas terão sensação de peso, como se estivessem na Terra, se a velocidade ω for de, aproximadamente,

Note e adote:

A aceleração gravitacional na superfície da Terra é *g* = 10 m/s^2.

a) 0,1 rad/s
b) 0,3 rad/s
c) 1 rad/s
d) 3 rad/s
e) 10 rad/s

21 (EPCAR 2017) Uma partícula de massa m, presa na extremidade de uma corda ideal, descreve um movimento circular acelerado, de raio R, contido em um plano vertical, conforme figura a seguir.



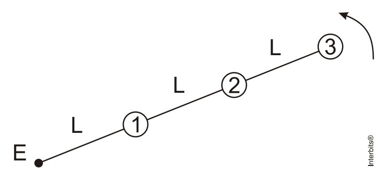
Quando essa partícula atinge determinado valor de velocidade, a corda também atinge um valor máximo de tensão e se rompe. Nesse momento, a partícula é lançada horizontalmente, de uma altura 2R, indo atingir uma distância horizontal igual a 4R. Considerando a aceleração da gravidade no local igual a g, a tensão máxima experimentada pela corda foi de

a) mg
b) 2 mg
c) 3 mg
d) 4 mg

22 (EPCAR 2015) Uma determinada caixa é transportada em um caminhão que percorre, com velocidade escalar constante, uma estrada plana e horizontal. Em um determinado instante, o caminhão entra em uma curva circular de raio igual a 51,2 m, mantendo a mesma velocidade escalar. Sabendo-se que os coeficientes de atrito cinético e estático entre a caixa e o assoalho horizontal são, respectivamente, 0,4 e 0,5 e considerando que as dimensões do caminhão, em relação ao raio da curva, são desprezíveis e que a caixa esteja apoiada apenas no assoalho da carroceria, pode-se afirmar que a máxima velocidade, em m/s, que o caminhão poderá desenvolver, sem que a caixa escorregue é

a) 14,3
b) 16,0
c) 18,0
d) 21,5

23 (UPE 2014) Três partículas idênticas de massa 0,5 kg giram em um plano sem atrito, perpendicular ao eixo de rotação E, conectadas por barras de massas desprezíveis e comprimentos L = 1,0 m cada uma. Observe a figura a seguir:



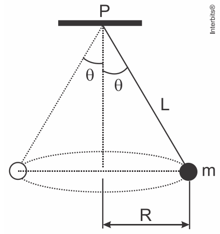
Sabendo-se que a tensão na barra que une as partículas 2 e 3 vale 13,5 N e que a velocidade angular de rotação do sistema é constante, determine o módulo da velocidade tangencial da partícula 1.

a) 1 m/s
b) 2 m/s
c) 3 m/s
d) 4 m/s
e) 5 m/s

24 (MACKENZIE 2014) O pêndulo cônico da figura abaixo é constituído por um fio ideal de comprimento L e um corpo de massa m = 4,00 kg preso em uma de suas extremidades e a outra é fixada no ponto

P, descrevendo uma trajetória circular de raio R no plano horizontal. O fio forma um ângulo θ em relação a vertical.

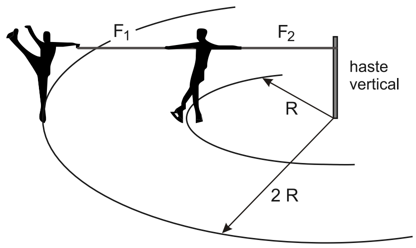
Considere: $g = 10{,}0\ m/s^2$; sen θ = 0,600; cos θ = 0,800.



A força centrípeta que atua sobre o corpo é

a 10,0 N
b 20,0 N
c 30,0 N
d 40,0 N
e 50,0 N

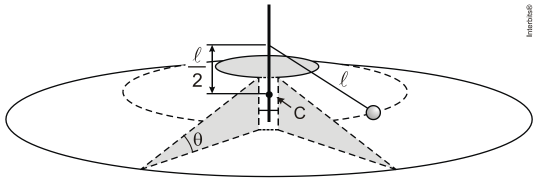
25 (UNESP 2014) Em um *show* de patinação no gelo, duas garotas de massas iguais giram em movimento circular uniforme em torno de uma haste vertical fixa, perpendicular ao plano horizontal. Duas fitas, F_1 e F_2, inextensíveis, de massas desprezíveis e mantidas na horizontal, ligam uma garota à outra, e uma delas à haste. Enquanto as garotas patinam, as fitas, a haste e os centros de massa das garotas mantêm-se num mesmo plano perpendicular ao piso plano e horizontal



Considerando as informações indicadas na figura, que o módulo da força de tração na fita F_1 é igual a 120 N e desprezando o atrito e a resistência do ar, é correto afirmar que o módulo da força de tração, em newtons, na fita F_2 é igual a

a 120.
b 240.
c 60.
d 210.
e 180.

26 (EPCAR 2013) Em um local onde a aceleração da gravidade vale *g*, uma partícula move-se sem atrito sobre uma pista circular que, por sua vez, possui uma inclinação θ. Essa partícula está presa a um poste central, por meio de um fio ideal de comprimento ℓ que, através de uma articulação, pode girar livremente em torno do poste. O fio é mantido paralelo à superfície da pista, conforme figura abaixo.



Ao girar com uma determinada velocidade constante, a partícula fica "flutuando" sobre a superfície inclinada da pista, ou seja, a partícula fica na iminência de perder o contato com a pista e, além disso, descreve uma trajetória circular com centro em C, também indicado na figura.

Nessas condições, a velocidade linear da partícula deve ser igual a

a $\sqrt{\left(\frac{3}{2}g\ell\right)}$
b $\sqrt{(g\ell)}$
c $\sqrt{3}\,g\ell$
d $\sqrt[4]{2}\sqrt{(g\ell)}$

ANOTAÇÕES

GABARITO DJOW

DINÂMICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

1: [B]

Considerando o carrossel girando em um plano horizontal, a força de atrito age como resultante centrípeta.

$F_{at} = F_{cent} \rightarrow F_{at} = m\omega^2 R$

A força de atrito é diretamente proporcional a ω^2.

2: [C]

A velocidade mínima ocorre quando a força normal atuante na moto for nula, sendo a resultante centrípeta o próprio peso. Assim:

$R_{cent} = P \rightarrow mv^2/(R) = mg \rightarrow v = \sqrt{Rg} = \sqrt{3{,}6.10} = 6m/s \rightarrow v = 21{,}6km/h$

3: [C]

[I] Incorreta. Como o movimento é circular uniforme, a aceleração é radial, dirigida para o centro da curva, de módulo igual a $v^2/(R)$ sendo R o raio da trajetória;

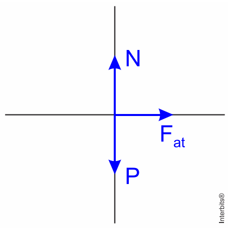
[II] Correta. A aceleração é um vetor perpendicular ao vetor velocidade;

[III] Incorreta.O módulo da velocidade é **constante, já que o movimento é uniforme**.

[IV] Incorreta. A **intensidade** da força resultante que atua na partícula é constante e **seu sentido** aponta para o centro da trajetória circular.

4: [D]

Se for admitido que a força que o tablado exerce sobre a criança seja somente a força de atrito, o esquema de forças correto seria o da alternativa [D], conforme figura abaixo.



5: [A]

Sabendo que 27 km/h = 15/(2) m/s, vem

$$\frac{15}{2} \cong \sqrt{R \cdot 10} \Rightarrow R \cong 5{,}6 \text{ m}.$$

6: [D]

[I] **Correta**. É necessária a força gravitacional agindo como resultante centrípeta.

[II] **Correta**. O vetor velocidade é tangente à trajetória e perpendicular ao raio.

[III] **Incorreta**. Os movimentos de rotação e translação são independentes.

7: [C]

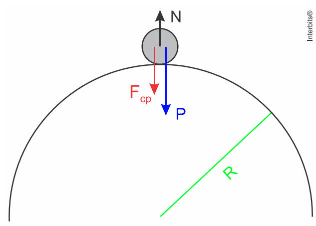
Em uma trajetória plana,

N = P

A força normal é igual a força peso exercida pelo carro.

Já na situação proposta na questão, no ponto mais alto a força normal tem que ser menor que o peso.

Isto se deve ao fato que a força resultante deve, necessariamente, apontar para o centro da trajetória, visto que se trata de um movimento circular e esta resultante é a força centrípeta.



Desta forma, pode-se afirmar que a força normal é menor nesta situação que na situação de uma trajetória plana.

Como a força de atrito é proporcional a força Normal,

$F_{AT} = \mu.N$

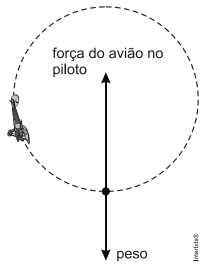
A força de atrito no ponto mais alto também será menor que em uma trajetória plana.

8: [C]

Para um corpo em órbita descrevendo movimento circular uniforme, o peso age como resultante centrípeta, dirigido para o centro da Terra.

9: [B]

Observe a figura abaixo onde estão mostradas as forças que agem no piloto.



Como o movimento é circular deve haver uma força centrípeta apontando para cima. Portanto, a força da aeronave sobre o piloto deve ser maior que o peso.

10: [B]

No ponto considerado (B), a componente tangencial da resultante é nula, restando apenas a componente centrípeta, radial e apontando para o centro da curva (P). Portanto, a força resultante tem direção vertical, com sentido para cima.

11: [A]

A *figura 1* destaca o raio da trajetória efetuada pelo objeto.

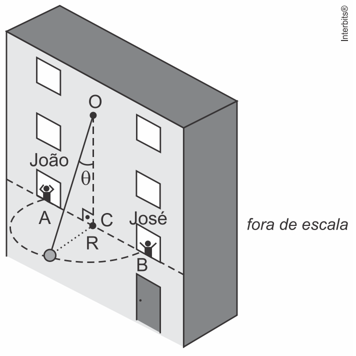


Figura 1

$AB = 15\ m$

$$R = \frac{AB}{2} = 7{,}5\ m$$

A *figura 2* mostra as forças (e componentes) agindo sobre o objeto.

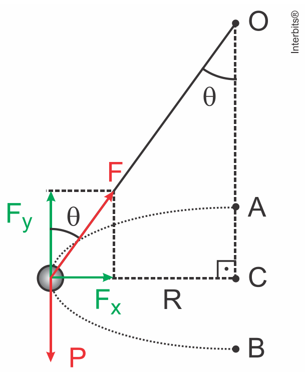


Figura 2

Equacionando o movimento:

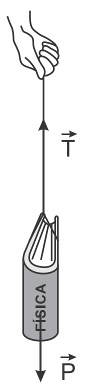
$$\left\{\begin{array}{l} F_x = F_{cp} \Rightarrow F\,sen\theta = m\,\omega^2 R \\ F_y = P \Rightarrow F\cos\theta = m\,g \end{array}\right\rangle \div \frac{sen\theta}{\cos\theta} = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g\,sen\theta}{R\cos\theta}} = \sqrt{\frac{10(0{,}6)}{7{,}5(0{,}8)}} = \sqrt{\frac{6}{6}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega = 1\ rad/s.}$$

12: [D]

Observação: não se deve confundir força de tração (força tensora) com tensão, que é razão entre a intensidade da força tensora e a área da secção transversal do elemento tracionado, no caso, o fio.

A figura ilustra a situação descrita.



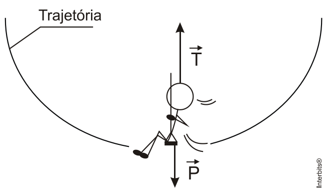
No livro agem duas forças: a tração aplicada pelo fio e o peso aplicado pela Terra.

Como o livro está oscilando, no ponto mais baixo: $T > P$ e:

$T - P = R_{cp} \rightarrow T = F_{cp} + P \rightarrow T > F_{cp}$

13: [C]

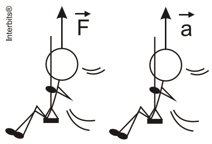
Desenhando as forças que atuam na criança, temos a força peso e a força de tração no fio:



Verificamos que não há força tangente a trajetória, há apenas forças radiais, ou seja, não há aceleração tangencial, mas apenas aceleração centrípeta (radial).

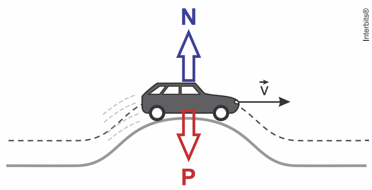
Como a criança está no ponto mais baixo de sua trajetória circular, a aceleração centrípeta deve ser vertical para cima, ou seja, radial à trajetória para o centro da mesma.

A existência da aceleração centrípeta só é possível pelo fato da força de tração no fio ser maior que a força peso (T>P), ou seja, por existir uma força resultante (F) vertical para cima: F = T - P



14: [B]

Questão envolvendo a dinâmica no movimento circular uniforme, em que a força resultante no ponto mais alto da lombada é representada na figura abaixo:



A resultante das forças é a força centrípeta:

$$F_r = F_c \Rightarrow P - N = \frac{M\,v^2}{R} \Rightarrow Mg - N = \frac{M\,v^2}{R}$$

$$\therefore N = Mg - \frac{M\,v^2}{R}$$

15: [B]

A dinâmica do movimento circular nos informa que as curvas dos pontos B e E possuem a maior chance de aumentar a reação normal da pista sobre a bicicleta, de acordo com a equação abaixo em que a força resultante no MCU, ou seja, a diferença entre a força normal e o peso é igual a resultante centrípeta:

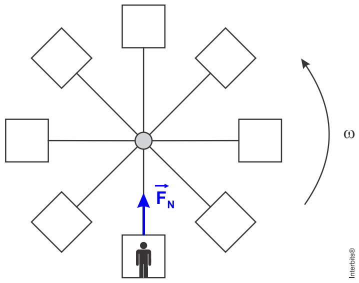
$$F_r = F_c \Rightarrow N - P = \frac{m \cdot v^2}{R} \therefore N = \frac{m \cdot v^2}{R} + P$$

Como a velocidade, massa e peso da bicicleta não variam, a maior força normal será maior onde o raio é menor, portanto no ponto B.

Nos trechos C e D temos a normal menor que o peso, devido ao fato da pista ser inclinada e da normal apontar para fora da curva, respectivamente.

16: [A]

A figura abaixo ilustra a força normal gerada na situação de gravidade artificial.



Neste caso, temos que essa força é a resultante das forças no movimento circular uniforme.

$$F_N = F_C = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Como podemos representar a velocidade tangencial em função da velocidade angular dada com a expressão:

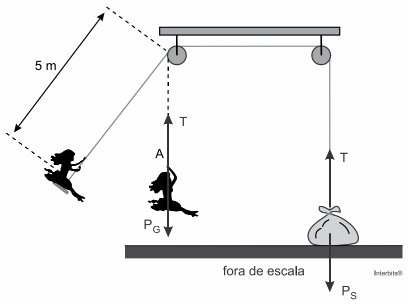
$V = \omega.R$

Substituindo na equação anterior, obtemos uma relação entre a força normal, o raio e a velocidade angular:

$$F_N = m \cdot \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} \therefore \quad F_N = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

17: [D]

A maior velocidade é aquela para a qual a força normal que o apoio exerce no saco de areia é nula, ou seja, a tração na corda tem intensidade igual à do peso.



Dados: $R = L = 5$ m; $m_s = 66$kg; $m_G = 50$kg; $g = 10$ m/s^2.

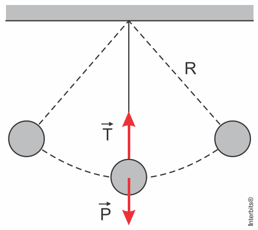
$$\begin{cases} \text{No saco: } T = P_S \Rightarrow T = 660 \text{ N.} \\ \text{Na garota: } T - P_G = F_{cent} \Rightarrow T - 500 = \dfrac{m_G v^2}{R}. \end{cases} \Rightarrow 660 - 500 = \frac{50 v^2}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{50 v^2}{5} = 160 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow \boxed{v = 4 \text{ m/s.}}$$

18: [E]

A força resultante no movimento circular é igual à força centrípeta:

$F_R = F_C$ (1)



No ponto mais baixo da trajetória do pêndulo, a força resultante é:

$F_R = T - P$ (2)

Sendo a força centrípeta dada por:

$F_c = m.v^2/(R)$ (3)

Substituindo (2) e (3) na equação (1):

$$T - P = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$T = \frac{m \cdot v^2}{R} + P$$

Resolvendo com os valores numéricos:

$$T = \frac{0{,}020 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2}{0{,}10 \text{ m}} + 0{,}020 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$T = 1{,}0 \text{ N}$$

19: [B]

Avaliação das alternativas:

[A] (Falsa) A força normal não é nula, pois o bloco está apoiado sobre ela.

[B] (Verdadeira) No movimento circular uniforme a força resultante é a força centrípeta, então:

$$F_r = F_c \Rightarrow F_r = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow F_r = \frac{0{,}5 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2}{0{,}4 \text{ m}} \Rightarrow F_r = 5 \text{ N}$$

[C] (Falsa) A aceleração tangencial é igual a zero, pois a única aceleração é a centrípeta no MCU.

[D] (Falsa) A aceleração total do bloco é igual à centrípeta que é $a_c = v^2/(R) = 2^2/(0{,}4) = 10$m/s^2.

[E] (Falsa) Ao cortar o fio, o bloco sai pela tangente da curva devido à inércia de movimento.

20: [B]

A normal, que age como resultante centrípeta, no pé de uma pessoa tem a mesma intensidade de seu peso na Terra.

$$N = R_{cent} = P \Rightarrow \cancel{m}\, \omega^2 R = \cancel{m}\, g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{10}{100}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow$$

$\omega = 0{,}3$ rad/s.

21: [C]

Cálculo do tempo de queda:

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(2R)}{g}} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Após a ruptura da corda, na direção horizontal o movimento é uniforme. A velocidade inicial do lançamento é:

$$D = vt \Rightarrow 4R = v\left(2\sqrt{\frac{R}{g}}\right) \Rightarrow 16R^2 = v^2\,4\frac{R}{g} \Rightarrow \boxed{v^2 = 4Rg.}$$

Se a partícula é lançada horizontalmente, a corda se rompe no ponto mais alto. Imediatamente antes da ruptura, a força resultante centrípeta tem intensidade igual à soma das intensidades do peso e da tração.

$$T + P = F_{cent} \Rightarrow T + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow T = \frac{m(4Rg)}{R} - mg \Rightarrow \boxed{T = 3mg.}$$

22: [B]

No movimento circular uniforme, a resultante das forças radiais é a força centrípeta:

$$F_r = F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

A única força radial é a força de atrito que, dependendo da velocidade, impede que a caixa seja deslocada dentro do caminhão, sendo a resultante centrípeta.

$$F_r = F_{at} = \mu \cdot N \xrightarrow{\text{horizontal}} F_{at} = \mu \cdot m \cdot g$$

Igualando as duas equações:

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = \mu \cdot m \cdot g$$

Isolando v:

$$v = \sqrt{\mu \cdot R \cdot g}$$

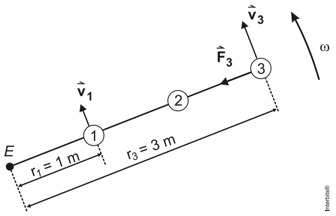
Substituindo os valores, temos a velocidade máxima para a caixa não escorregar na carroceria:

$$v = \sqrt{0{,}5 \cdot 51{,}2 \cdot 10} = \sqrt{256} = 16 \text{ m/s}$$

23: [C]

Observação: O termo **tensão** tem a dimensão de **força/área**, a mesma de **pressão**. Se o enunciado está se referindo apenas à força suportada pela barra, o termo correto é **tração**.

Dados: **m** = 0,5 kg; $\mathbf{r_1} = \mathbf{L} = 1$ m; $\mathbf{r_3} = 3\,L = 3$ m; $\mathbf{F_3} = 13{,}5$ N.



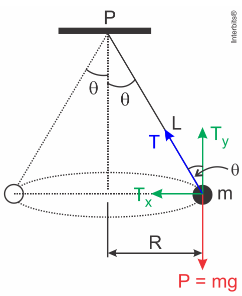
Considerando que o referido plano seja horizontal, na partícula 3, a tração na barra age como resultante centrípeta. Sendo a velocidade angular a mesma para as três esferas, temos:

$$R_{C3} = F_3 = m\,\omega^2\,r_3 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F_3}{m\,r_3}} = \sqrt{\frac{13{,}5}{0{,}5 \cdot 3}} = \sqrt{9} \Rightarrow \omega = 3 \text{ rad/s.}$$

$$v_1 = \omega\,r_1 = 3 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v_1 = 3 \text{ m/s.}}$$

24: [C]

Observando o diagrama de corpo livre do corpo e decompondo a tração na corda nas suas componentes ortogonais, temos:



Nota-se que:

$T_y = P \rightarrow T.\cos\theta = m.g \rightarrow T = m.g/(\cos\theta)$

A resultante centrípeta F_c é a componente horizontal da tração T_x

$$T_x = T \cdot \text{sen}\,\theta = F_c$$

$$T_x = \frac{m \cdot g}{\cos\theta} \cdot \text{sen}\,\theta = F_c$$

$$T_x = F_c = \frac{4\,\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s}^2}{0{,}8} \cdot 0{,}6 \therefore T_x = F_c = 30\text{ N}$$

25: [E]

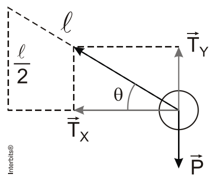
A fita F_1 impede que a garota da circunferência externa saia pela tangente, enquanto que a fita F_2 impede que as duas garotas saiam pela tangente. Sendo $\mathbf{T_1}$ e $\mathbf{T_2}$ as intensidades das trações nas fitas F_1 e F_2, respectivamente, sendo $\mathbf{T_1} = 120$ N, temos:

$$\left.\begin{cases} T_1 = m\,\omega^2\,2R \Rightarrow T_1 = 2\,m\,\omega^2\,R = 120 \\ T_2 = m\,\omega^2\,2R + m\,\omega^2\,R \Rightarrow T_2 = 3\,m\,\omega^2\,R \end{cases}\right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{2}T_1 = \frac{3}{2}(120) \Rightarrow$$

$$T_2 = 180 \text{ N.}$$

26: [A]

Observe na ilustração abaixo as forças exercidas sobre a esfera.



$$\text{sen}\,\theta = \frac{\ell/2}{\ell} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 30°$$

Porém, a componente Tx representa a resultante centrípeta, logo:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{P}{R_{cp}} \rightarrow R_{CP} = \frac{P \cdot T_x}{T_y} \rightarrow \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{\cancel{m}g \cdot \cancel{T} \cdot \cos\theta}{\cancel{T} \cdot \text{sen}\theta}$$

$$\frac{v^2}{\ell \cdot \cos 30} = \frac{g \cdot \cos 30}{\text{sen}30} \rightarrow \frac{v^2}{\ell \cdot (\sqrt{3}/2)} = \frac{g \cdot (\sqrt{3}/2)}{(1/2)}$$

$$v^2 = \frac{3}{2} g \cdot \ell$$

$$\therefore \boxed{v = \sqrt{\frac{3}{2} g \cdot \ell}}$$