EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Uma equação é exponencial quando a incógnita está no expoente. Para achar o seu valor, deve-se reduzir os membros da igualdade a uma mesma base. Ou seja:

$$a^m = a^n \quad \text{então} \quad m = n$$

ou, em exemplo numérico:

$$2^X = 2^4 \ \text{então}\ x = 4$$

Exemplo de uma equação exponencial:

Ex1) $5^x = 125$

As propriedades da potenciação são as mais utilizadas na resolução de uma equação e inequações exponenciais:

P1.	$a^m . a^n = a^{m+n}$	**P5.**	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
P2.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	**P6.**	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$
P3.	$(a^m)^n = a^{m.n}$	**P7.**	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
P4.	$(a.b)^n = a^n . b^n$	**P8.**	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Outra propriedade matemática muito utilizada também é decompor um número (fatoração), dividindo-o por outro sucessivamente, até chegar a 1.

Exemplo da fatoração do número 125:

125	5
25	5
5	5
1	5^3

<u>Ou seja, $125 = 5^3$</u>

Desse modo:

$5^x = 125$

$5^x = 5^3$

(Corta a base)

$X = 3$

O que acabamos de ver, é que o número 125 pode ser escrito em base 5, mesma base onde a incógnita X é expoente, ou seja, utilizamos da fatoração para resolver esse exercício.

Ex2) $27^{3-x} = \frac{1}{81^x}$

Utilizando-se da propriedade da fatoração para reduzir os números a uma mesma base:

27	3	81	3
9	3	27	3
3	3	9	3
1	27 = 3^3	3	3
		1	81 = 3^4

Substituindo:

$(3^3)^{\,3-x} = \frac{1}{(3^4)^{\,x}}$

Foi utilizada a propriedade 3, multiplicando o expoente 3 por (3-x).

$3^{9-3x} = \frac{1}{(3^4)^{\,x}}$

Utilizaremos a propriedade 6, para trazer o 3^4 para cima, ou seja, o expoente ficará negativo.

$3^{9-3x} = 3^{-4x}$

Corta-se as bases:

9 - 3x = -4x

$9 = -4x - 3x$

$9 = -x$

$-9 = x$

INEQUAÇÕES

Para as inequações exponenciais, o procedimento é o mesmo, com uma única diferença: caso a base seja maior que 1, mantém o sinal original, caso a base seja entre 0 e 1, o sinal se inverte. Mas o que isso significa?

Algebricamente:

$$\text{Para} \quad a > 1 \rightarrow \quad a^b > a^c \quad \Rightarrow \quad b > c$$

$$\text{Para} \quad 0 < a < 1 \rightarrow \quad a^b > a^c \quad \Rightarrow \quad b < c$$

Inverteu o sinal ↑

Após a inversão do sinal, resolve - se normalmente, utilizando as mesmas propriedades de uma equação exponencial.

Ex3) $2^x < 8^3$

Fatora-se o 8

$2^x < 23^3$

Nesse caso, a base é maior que 1, ou seja, NÃO há inversão.

$2^x < 2^9$

Corta as bases

$x < 9$

Ex4) $(\frac{1}{2})^{x} < 256$

Fatoramos, dividindo 256 por 2 sucessivamente.

$(\frac{1}{2})^{x} < 2^8$

Utilizamos a propriedade 5 e 6, sucessivamente.

$(\frac{1}{2})^{x} < \frac{1}{2^{-8}}$

$(\frac{1}{2})^{x} < (\frac{1}{2})^{-8}$

A base nesse caso, é MENOR que 1, ou seja, o sinal será invertido.

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$

x > -8

OBSERVAÇÃO MAIS IMPORTANTE: Se a base é menor que 1, deve-se inverter o sinal ao “cortar” as bases.

Para mais exercícios, confira a página de matemática do site. Caso ainda restem dúvidas, contate-nos.