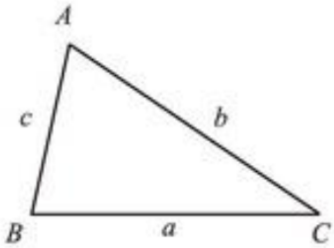
第 1 章 三角形基本概念与性质

笔记【对接教材】人教: 七上第四章 P125 -P141, 七下第五章 Pl -P27, 八上第十二章 P48 -P52、P60 - P62; 北师: 七上第四章 P106-P121, 七下第二章 P38-P54, 八上第七章 P161 -P177, 八下第一章 P15 -P16、P22 一 P35. 【中考占比】10 年 3 考,3 分

1.1 知识要点

一、 三角形的基础概念

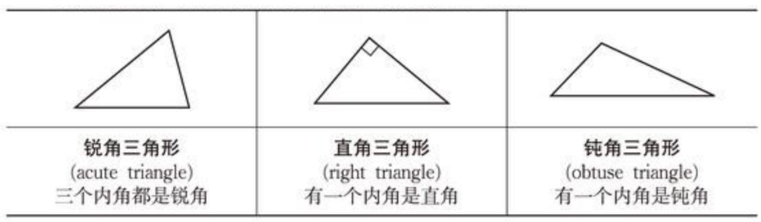
1. 定义: 如图, 由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形 (triangle).

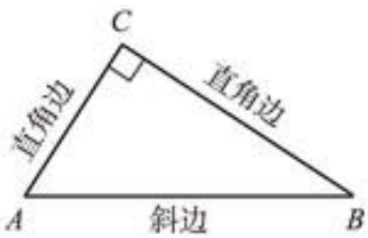


2. 构成: 三角形有三条边, 三个角和三个顶点.
3. 符号表示: 三角形用符号 $\triangle$ 表示.$\triangle ABC$ 的三个角可以用 $\angle A, \angle B, \angle C$ 表示, 三边有时也用 a, b, c 表示. 大小写字母相对.

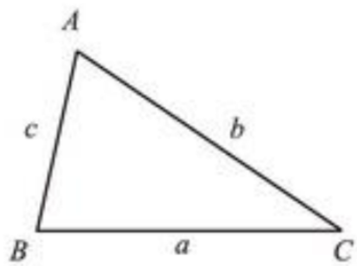
二、 三角形的分类

按角度: 锐角三角形, 直角三角形, 钝角三角形





按边的关系: 等腰三角形, 等边三角形



三、 三角形的性质

1. 普遍性质

(1) 稳定性

(2) 三角形三个内角的和等于 180°

(3) 三角形任意两边之和大于第三边

(4) 三角形任意两边之差小于第三边

2. 特殊三角形的特有性质

(1) 直角三角形的两个锐角互余

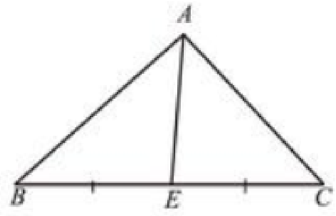
(2) 等腰直角三角形的三个角为:90°, 45°, 45°

(3) 等边三角形的三条边相等, 三个角都是 60°

四、 三角形的三线

1. 中线

(1) 定义: 如图, 三角形中连接一个顶点与它对边中点的线段, 叫做这个三角形的中线 (median).



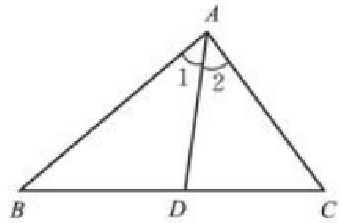
$BE = EC$

(2) 性质: 中线将三角形分成两个面积相等的小三角形.

(3) 交点: 三角形三条中线交于一点, 这点成为三角形的**重心**.

2. 角平分线

(1) 定义: 如图, 三角形中, 一个内角的角平分线与它的对边相交, 这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线.



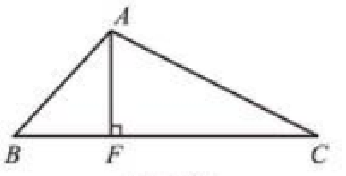
$\angle 1 = \angle 2$

(2) 性质: 角平分线上的点到角的两边的距离相等 (从点向两边作垂线段).

(3) 交点: 三角形三条角平分线交于一点, 这点成为三角形的**内心**.

3. 高

(1) 定义: 如图, 从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线, 顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高线, 简称三角形的高 (height).



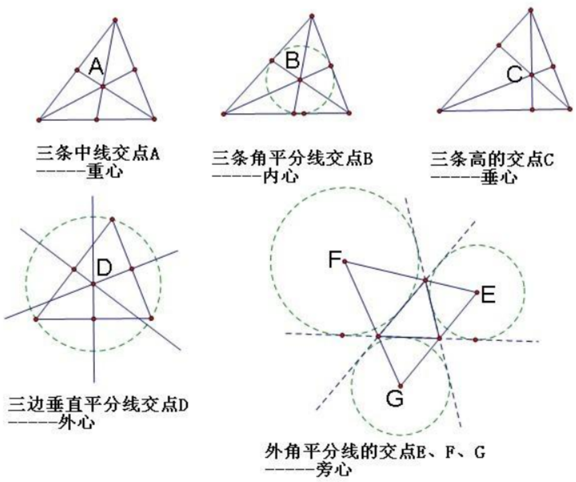
$AF \perp BC$

(2) 性质: 高可能在三角形内 (锐角三角形), 可能在三角形外 (钝角三角形), 也可能与边重合 (直角三角形).

(3) 交点: 三角形三条角平分线交于一点, 这点成为三角形的**内心**.

五、 三角形的四心

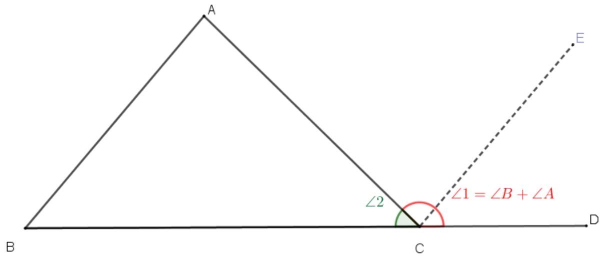
1. 内心: 三条角平分线的交点
2. 外心: 三条中垂线的交点
3. 重心: 三条中线的交点
4. 垂心: 三条高的交点



注：任意三角形都具有以上五心：重心、内心、垂心、外心、旁心。

六、 三角形的外角

1. 定义: 三角形的外角是三角形的一边与另边的反向延长线组成的角.

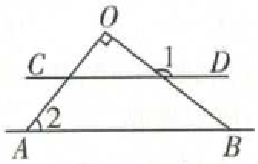


2. 性质
   (1) 三角形的一个外角等于不相邻的两个内角和
   (2) 三角形的一个外角大于与它不相邻的任一内角
   (3) 三角形三个外角之和为 360°
   (4) 三角形的每个顶点处都有两个相等的外角, 所以每个三角形都有六个外角

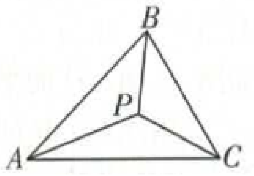
穿插 习题 4.29

1.2 历年真题

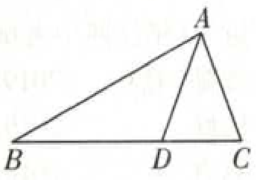
真题 1.1 (2019 益阳) 如图, 直线 $AB//CD,OA\perp OB$, 若 $\angle 1=142^\circ$ 则 $\angle 2=$52度.



真题 1.2 (2011 江西 13 题 3 分) 如图, 在 ABC 中, 点 P 是 $\triangle ABC$ 的内心, 则 $\angle PBC+\angle PCA+\angle PAB=$ 90 度.

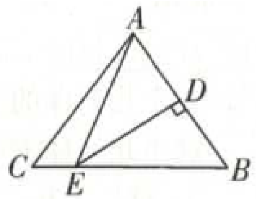


真题 1.3 (2019 眉山) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 $D,\angle B=30^\circ,\angle ADC=70^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 (C)



A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 80°

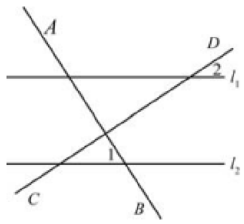
真题 1.4 如图 $\triangle ABC$ 中.AB 的垂直平分线交 AB 于点 D, 交线段 BC 于点 $E,BC=6,AC=5$, 则 $\triangle ACE$ 的周长是 (D)



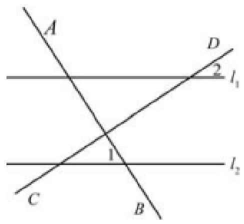
A. 14　　B. 13　　C. 12　　D. 11

真题 1.5 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle B=40^\circ,\angle C=80^\circ$, 则 $\angle A=$ ____ °.

真题 1.6 (河南) 如图, 直线 $l_1//l_2,AB\perp CD,\angle 1=34^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是 ____.

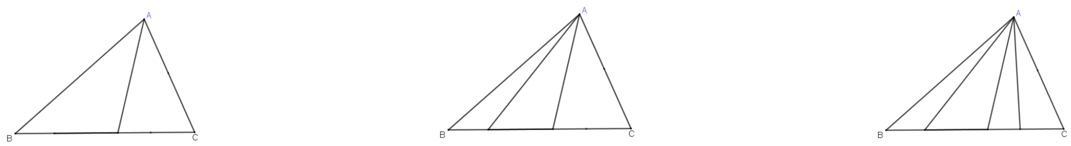


真题 1.7 如图, 将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上,$\angle 1 = 30°$,$\angle 2 = 50°$, 则 $\angle 3$ 等于 ____ °.

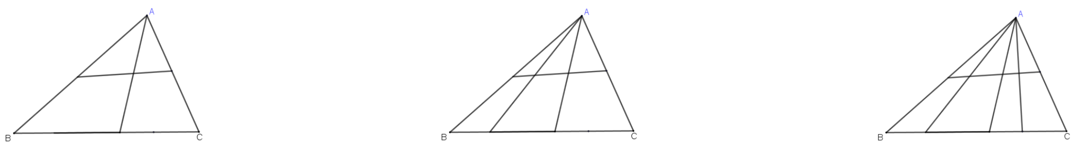


1.3 典型例题

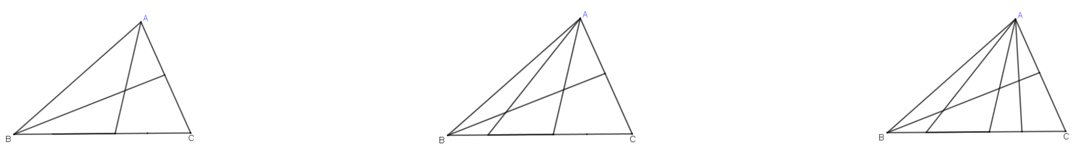
例 1.1 下列图形中三角形的个数 (1)



(2)



(3)



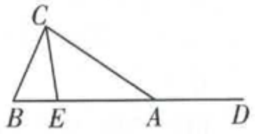
解 答案:

(1) 3,6,10, $\cdots$, 通式:$S_n = 1 + 2 + 3 \cdots + n = \frac{n(n-1)}{2}$, n 为线段条数

(2) 6,12,20, · · ·, 通式: $S_n = \frac{n(n-1)m}{2}$,n 为顶点引出的线段条数,m 为两边引出的线段条数

(3) 8,15,24, · · ·, 通式: 先按 (2) 的方法计算出顶点在 A 的三角形的个数, 再加上顶点不在 A 的三角形的个数.(3+3+2, 6+6+3,10+10+4)

例 1.2 如图,D 是 $\triangle ABC$ 边 BA 延长线上一点.



(1) 若 $BC = 3, AC = 6$, 则 AB 的长的范围只能是 (C)

A. $AB > 3$　　B. $AB < 9$

C. $3 < AB < 9$　　D. $AB > 6$

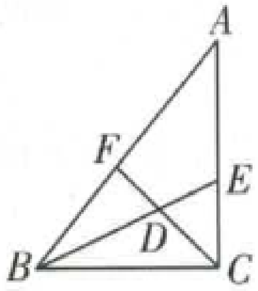
(2) 若 $BC = 3,AC = 6$, 则 $\triangle ABC$ 的周长可能是 (D)

A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 14

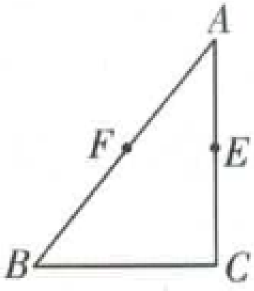
(3) 若 $\angle CAB = 36°,\angle B = \angle ACB$, 则 $\angle ACB = 72°$;

(4) 若 $\angle CAB{:}\angle B{:}\angle ACB = 3{:}5{:}7$, 则 $\angle CAD =144°$.

例 1.3 问题 1: 如图①, 若 BE 和 CF 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线.



图①



图②

(1) 仅用无刻度的直尺在图中作 $\angle BAC$ 的角平分线; 作图原理三角形三条角平分线交于一点

(2) 若 $\angle A = 50°$, 则 $\angle BDC =115°$

问题 2: 如图②, 点 E、F 分别为 AC、AB 的中点.

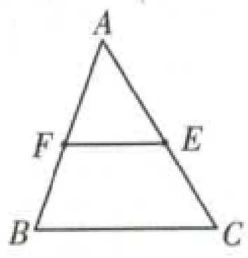
(1) 请仅用无刻度的直尺作的中线 AH; 作图原理:三角形三条中线交于一点

(2) 若 $AE = 2,AF = 3$, 且 $\triangle ABC$ 的周长为 15, 则

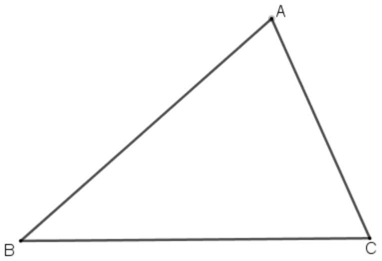
①$BC =5$;

②如图③, 连接 EF, 则 $EF =\frac{5}{2}$.

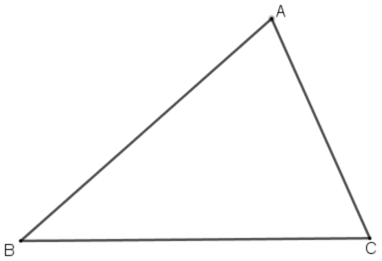
(3) 如图③, 若 $\angle A = 50°,\angle AEF = 60°$, 则 $\angle ABC =70°$



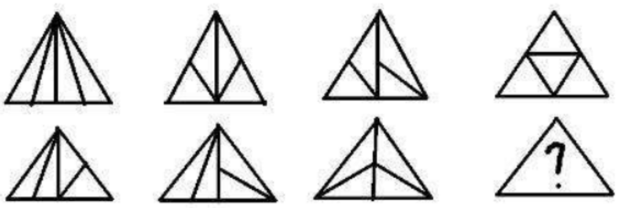
例 1.4 使用两种方法将下列三角形的面积四等分

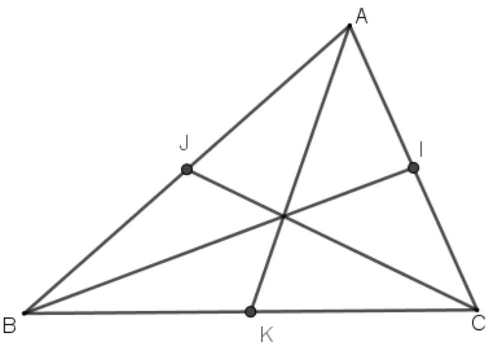


将下列三角形的面积六等分



解 答案:

(1) 

(2) 

例 1.5 已知等腰三角形周长为 24, 其中两边长比 3:2, 求三角形三边长.

解 答案:9,9,6; 或 $\frac{48}{7},\frac{48}{7},\frac{72}{7}$

解析:(1) 边长比为 3:3:2; (2) 边长比为 2:2:3

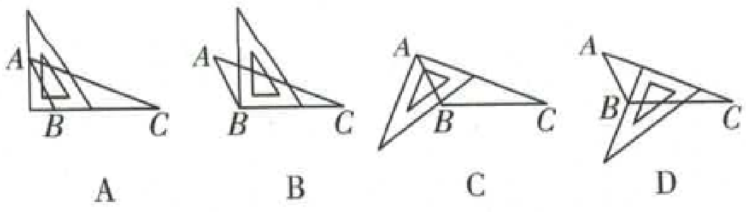
例 1.6 已知等腰三角形周长为 18,

(1) 其中一边为 6, 求另外两边长;

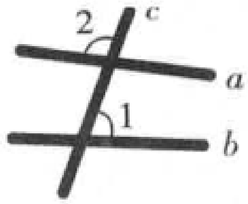
(2) 其中一边为 4, 求另外两边长.

解 答案:(1)6,6,6; (2) 4,7,7 或 4,4,10.

例 1.7 用三角板作 $\triangle ABC$ 的边 BC 的高, 下列三角板的摆放位置正确的是:(A)



例 1.8 (2019 绍兴) 如图, 墙上钉着三根木条 a,b,c, 量得 $\angle 1=70°$,$\angle 2=100°$, 那么木条 a,b 所在直线所夹的锐角是 (B)

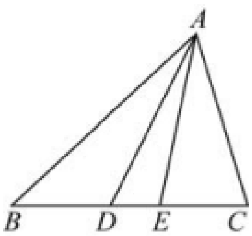


A. 5°　　B. 10°　　C. 30°　　D. 70°

1.4 强化练习

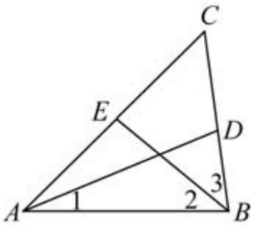
1.4.1 三角形有关的线段

习题 1.1 如图, 图中所有三角形的个数为　　, 在 $\triangle ABE$ 中,AE 所对的角是　　,$\angle ABC$ 所对的边是　　,AD 在 $\triangle ADE$ 中是　　的对边, 在 $\triangle ADC$ 中是　　的对边;



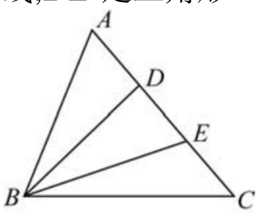
解 答案: 如图, 图中所有三角形的个数为6, 在 $\triangle ABE$ 中,AE 所对的角是$\angle B$,$\angle ABC$ 所对的边是AE,AD 在 $\triangle ADE$ 中是$\angle AED$的对边, 在 $\triangle ADC$ 中是$\angle C$的对边;

习题 1.2 如图, 已知 $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle BAC$,$\angle 2 = \angle 3$, 则 $\angle BAC$ 的平分线为 ,$\angle ABC$ 的平分线为 ;



解 答案:$\angle BAC$ 的平分线为AD,$\angle ABC$ 的平分线为BE;

习题 1.3 如图, D, E 是边 AC 的三等分点, 图中有 个三角形,BD 是三角形 中 边上的中线,BE 是三角形 中 边上的中线;



解 答案: 有6个三角形,BD 是三角形ABE中AE边上的中线,BE 是三角形BCD中CD边上的中线;

习题 1.4 若等腰三角形的两边长分别为 7 和 8, 则其周长为 ;

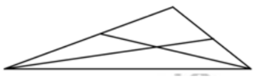
解 答案:22 或 23.(7+7+8, 8+8+7)

习题 1.5 如图, 木工师傅做完门框后, 为了防止变形, 常常象图中所示那样钉上两条斜拉的木条, 这样做的数学道理是 ;

解 答案: 利用三角形的稳定性.

习题 1.6 如图, 图中共有三角形 ( )

A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 8 个



解 答案:C

习题 1.7 下列长度的三条线段中, 能组成三角形的是 ( )

A. $3cm$,$5cm$,$8cm$

B. $8cm$,$8cm$,$18cm$

C. $0.1cm$,$0.1cm$,$0.1cm$

D. $3cm$,$40cm$, $8cm$,

解 答案:C

习题 1.8 如果线段 a, b, c 能组成三角形, 那么, 它们的长度比可能是 ( )

A. $1:2:4$

B. $1:3:4$

C. $3:4:7$

D. $2:3:4$

解 答案:D

习题 1.9 如果三角形的两边分别为 7 和 2, 且它的周长为偶数, 那么第三边的长为 ( )

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

解 答案:C

习题 1.10 一个三角形的三边之比为 $2:3:4$, 周长为 $36cm$, 求此三角形三边的长.

解 答案:8,12,16

解析: 利用方程解题.

习题 1.11 已知:$\triangle ABC$ 的周长为 $48cm$, 最大边与最小边之差为 $14cm$, 另一边与最小边之和为 $25cm$, 求:$\triangle ABC$ 的各边的长.

解 答案:23,16,9

解析:

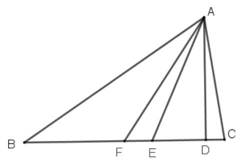
解一: 设三边为 a, b, c, 且 a>b>c.

$$\begin{cases} a+b+c=48 \\ a-c=14 \\ b+c=25 \end{cases} \Rightarrow a=23, b=16, c=9$$

解二: 设最小边为 x, 则最大边为 $14+x$, 另一边为 $25-x$:

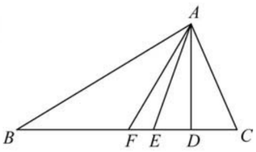
$x+14+x+25-x=48 \Rightarrow x=9$

习题 1.12 如图,AD 是 $\triangle ABC$ 的高,AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,AF 是 $\triangle ABC$ 的中线, 写出图中所有相等的角和相等的线段 .



解 答案: 相等的线段:$BF=CF$; 相等的角: $\angle BAE=\angle CAE, \angle ADB=\angle ADC=90°$

习题 1.13 **常用模型:** 如图,$\angle BAC=90°$,AD 是 $\triangle ABC$ 的高,AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,AF 是 $\triangle ABC$ 的中线, 写出图中所有相等的角和相等的线段.



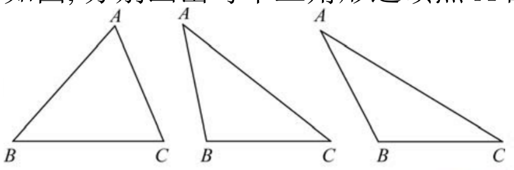
解 答案:(1) 普遍: 相等的线段:$BF=CF=AF$; 相等的角:$\angle BAE=\angle CAE, \angle ADB=\angle ADC=90°$,

(2) 直角三角形特有:

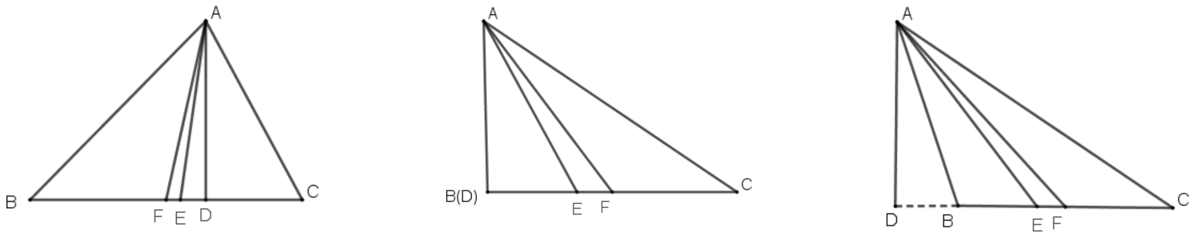
相等的线段:$BF=CF=AF$(直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 反之也成立);

相等的角:$\angle B=\angle CAD, \angle C=\angle BAD$(都与 $\angle B$ 互余, 都与 $\angle C$ 互余); $\angle B=\angle BAF, \angle C=\angle FAC$(等腰三角形底角相等)

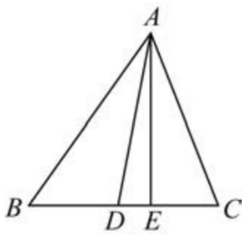
习题 1.14 如图, 分别画出每个三角形过顶点 A 的中线 . 角平分线和高.



解 答案:



习题 1.15 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 AD 是 BC 边上的中线, 则有 $BD =$ ______ $= \frac{1}{2}$ ______ , 若过 A 点作 BC 边上的高 AE, 利用三角形的面积公式可求得 $S_{\triangle ABD} =$ ______ $= \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$



解 答案:$BD = AD = \frac{1}{2}BC$, 若过 A 点作 BC 边上的高 AE, 利用三角形的面积公式可求得 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

习题 1.16 请你任意画一个三角形, 将这个三角形的面积四等分.

解 答案: 利用中线等分三角形面积的性质.

习题 1.17 (1) 已知等腰三角形的一边等于 $8cm$, 另一边等于 $6cm$, 求此三角形的周长;
(2) 已知等腰三角形的一边等于 $5cm$, 另一边等于 $2cm$, 求此三角形的周长 .
解 答案:(1) $22cm$ 或 $20cm$ (2) $12cm$

解析:(2) 中两边之差必须大于第三边

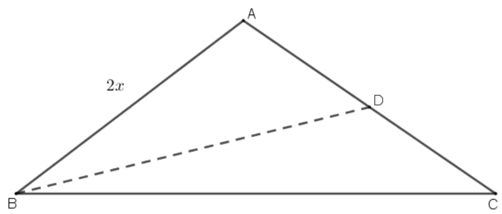
一、 拓展篇

习题 1.18 在 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC$,AC 上的中线 BD 把三角形的周长分为 $24cm$ 和 $30cm$ 的两个部分, 求三角形的三边长.

解 答案:$AB = AC = 16, BC = 22$或$AB = AC = 20, BC = 14$

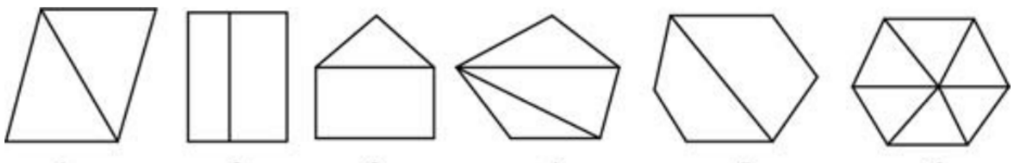
解析: 如图, 设 $AB = AC = 2x, BC = y$, 则有:

$$\begin{cases} 2x + x = 30 \\ x + y = 24 \end{cases} \Rightarrow x = 10, y = 14 \text{ 或 } \begin{cases} 2x + x = 24 \\ x + y = 30 \end{cases} \Rightarrow x = 8, y = 22$$



习题 1.19 (1) 下列图中哪些具有稳定性?

(2) 对不具稳定性的图形, 请适当地添加线段, 使之具有稳定性.



解 答案: 图 1,4,6

1.4.2 三角形的内角

一、 基础篇

习题 1.20 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle A = 60°\angle B = 30°$, 则 $\angle C =$ ____;

解 答案:90°

习题 1.21 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C = 60°, \angle A - \angle B = 20°$, 则 $\angle B =$ ____;

解 答案:$\angle B=50^{\circ}$

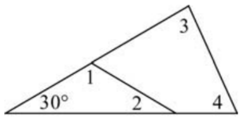
习题 1.22 三角形的三个内角之比为 $1:3:5$, 那么这个三角形的最大内角为 ;

解 答案:100°

习题 1.23 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle A=\angle B=4\angle C$, 则 $\angle C=$;

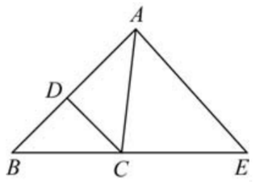
解 答案:20°

习题 1.24 如图,$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$;



解 答案:300°

习题 1.25 如图,CD 平分 $\angle ACB$,$AE \parallel DC$ 交 BC 的延长线于 E, 若 $\angle ACE=80^{\circ}$, 则 $\angle CAE=$;

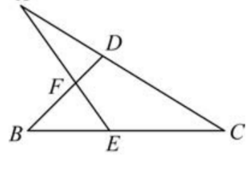


解 答案:50°

解析:$\angle ACE=80^{\circ}$,$\therefore \angle ACB=180-80=100^{\circ}$,

又平行线内错角相等,$\therefore \angle CAE=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACB=50^{\circ}$

习题 1.26 如图,$\angle A=32^{\circ}$,$\angle B=45^{\circ}$,$\angle C=38^{\circ}$, 则 $\angle DFE=($ $)$



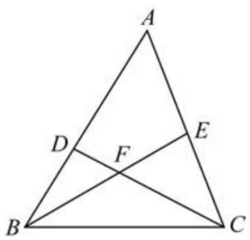
A. 120°　　B. 115°　　C. 110°　　D. 105°

解 答案:B

解析:$\angle AEB = \angle A + \angle C = 70°$; $\angle DFE = \angle B + \angle AEB = 70 + 45 = 115°$

习题 1.27 如图,D 是 AB 上的一点,E 是 AC 上的一点,$BE.CD$ 相交于 F,$\angle A = 50°$,$\angle ACD = 40°$,$\angle ABE = 28°$, 则 $\angle CEF$ 的度数是 (　　)

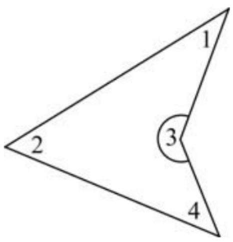
A. 62°　　B. 68°　　C. 78°　　D. 90°



解 答案:C

解析:$\angle CEF = \angle A + \angle ABE = 50 + 28 = 72°$

习题 1.28 如下图,$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$ 的值为____.

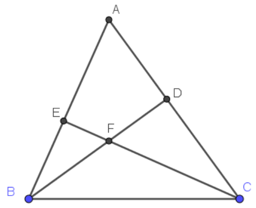


解 答案:360°

解析: 连接中间的两个点, 将四边形分为两个三角形.

二、 提高篇

习题 1.29 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ABC = 66°$,$\angle ACB = 54°$,BD 是 AC 上的高,CE 是 AB 上的高,F 是 BD 和 CE 的交点, 求 $\angle BFC$ 的度数.



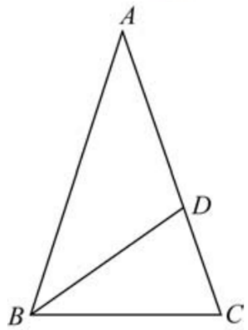
解 答案:120°

解析:

解一:$Rt\triangle BEC$中, $\angle ECB = 90° - \angle ABC = 90 - 66 = 24°$, 同理, $\angle DBC = 36°$, $\therefore \angle BFC = 180 - 36 - 24 = 120°$

解二:$\angle A = 180 - \angle B - \angle C = 60°$, $\angle BHC = \angle EHF = 360 - 90 - 90 - \angle A = 120°$

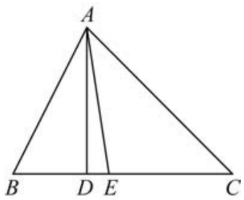
习题 1.30 如图, 已知:$\angle A = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle C$,$BD$ 平分 $\angle ABC$, 求 $\angle DBC$ 的度数 .



解 答案:36°

解析: 设 $\angle A = x \Rightarrow 5x = 180 \Rightarrow \angle A = 36°.\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \angle A = 36°$

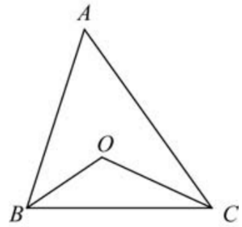
习题 1.31 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中,AD 是 BC 边上的高,AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, 若 $\angle B = 65°$,$\angle C = 45°$, 求 $\angle DAE$ 的度数 .



解 答案:

解析:$\angle BAC = 180 - \angle B - \angle C = 70°$, $\angle BAD = 90 - \angle B = 25°$, $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 35 - 25 = 10°$

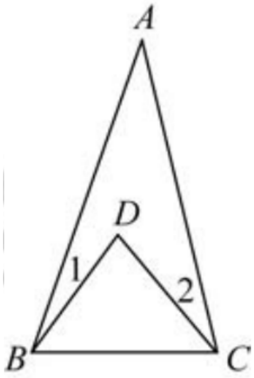
习题 1.32 如图在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ABC$,$\angle ACB$ 的平分线交于点 O, 若 $\angle A = 60°$, 求 $\angle BOC$ 的度数 .



解 答案:120°

解析:$\angle B + \angle C = 180 - 60 = 120°$, $\angle BOC = 180 - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 180 - 60 = 120°$

习题 1.33 如图,$\angle 1 = 20°$,$\angle 2 = 25°$,$\angle A = 35°$, 求 $\angle BDC$ 的度数.



解 答案:

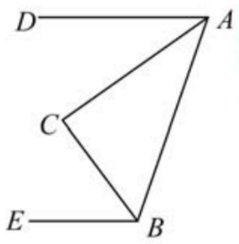
解析:

通用结论:$\begin{cases} \angle A + \angle B + \angle C = 180° \\ \angle B = \angle 1 + \angle DBC \\ \angle C = \angle 2 + \angle DCB \end{cases} \Rightarrow \angle A + \angle 1 + \angle 2 + \angle DBC + \angle DCB = 180°$

$\begin{cases} \angle A + \angle 1 + \angle 2 + \angle DBC + \angle DCB = 180° \\ \angle BDC + \angle DBC + \angle DCB = 180° \end{cases} \Rightarrow \angle BDC = \angle A + \angle 1 + \angle 2 = 80°$

特解:$\angle BDC = 180 - \angle DBC - \angle DCB$.$\angle DBC + \angle 1 + \angle DCB + \angle 2 + \angle A = 180° \Rightarrow \angle DBC + \angle DCB = 180 - 20 - 25 - 35 = 100°$,$\therefore \angle BDC = 180 - 100 = 80°$

习题 1.34 如图,$AD//BE$,AC,BC 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle EBA$, 试判断 AC 和 CB 的位置关系, 并说明理由 .

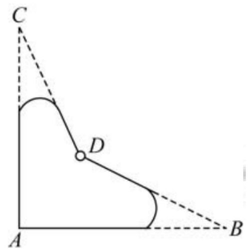


解 答案: $AC \perp BC$

解析:$AD//BE \Rightarrow \angle DAB + \angle EBA = 180°$, 且$AC, BC$是角平分线 $\Rightarrow \angle CAB + \angle ABC = 90° \Rightarrow \angle ACB = 90°$

三、 拓展篇

习题 1.35 一个零件的形状如图, 按规定 $\angle A = 90°$,$\angle B$ 和 $\angle C$ 应分别是 32° 和 21°, 检验工人量得 $\angle BDC = 148°$, 就断定这两个零件不合格, 运用三角形的有关知识说明零件不合格的理由.

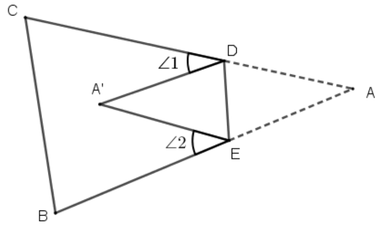


解 解析:

解一 (简便结论, 适用于小题):$\angle BDC = \angle A + \angle B + \angle C$, 应当为 143°, 现为 148°.

解二: 连接 BC, 可证 $\angle D = 180 - \angle DCB - \angle DBC = \angle A + \angle ACD + \angle ABD$

习题 1.36 如图, 把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 当点 A' 落在四边形 $BCDE$ 内部时, 则 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间有一种数量关系始终保持不变, 请试着找一找这个规律, 你发现的规律是什么? 试说明你找出的规律的正确性.



解 答案:$\angle 1 + \angle 2 = 2\angle A$

解析: $\begin{cases} \triangle A'DE中\angle A' + \angle A'DE + \angle A'ED = 180° \\ \triangle ABC中\angle A + \angle B + \angle C = 180° \end{cases} \Rightarrow \angle A'DE + \angle A'ED = \angle B + \angle C$

四边形 $BCDE$ 中, $\angle B+\angle C+\angle 1+\angle A'DE+\angle 2+\angle A'ED=360^\circ \Rightarrow 2(\angle B+\angle C)+(\angle 1+\angle 2)=360^\circ \Rightarrow \angle 1+\angle 2=360^\circ-2(\angle B+\angle C)=2(180^\circ-\angle B-\angle C)=2\angle A$

1.4.3 三角形有关的角

一、 基础篇

习题 1.37 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle A=\angle B=\angle C$, 则 $\angle A=$

习题 1.38 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A=30^\circ$,$\angle B=60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ; 若 $\angle B=\angle C=45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是

习题 1.39 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A:\angle B:\angle C=2:2:1$, 则 $\angle A=$,$\angle C=$

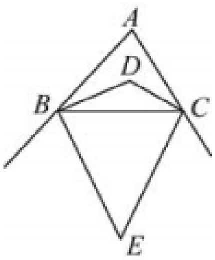
习题 1.40 $\triangle ABC$ 中,$\angle A-\angle C=35^\circ$,$\angle B-\angle A=20^\circ$, 则 $\angle C=$

习题 1.41 一个三角形三个内角中最多有 个钝角, 最少有 个锐角, 一个三角形三个外角最多有 个锐角, 最少有 个钝角

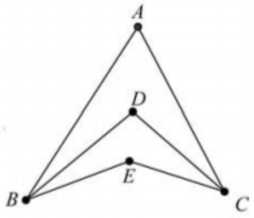
习题 1.42 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 且 $\angle A>\angle B>\angle C$, 则 $\angle A$ 的取值范围是 ,$\angle C$ 的取值范围是

习题 1.43 等腰三角形中的一个外角等于 100°, 则顶角的度数是

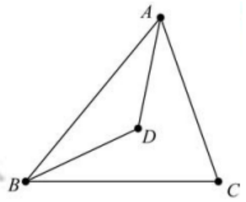
习题 1.44 如图,$\triangle ABC$ 中,BCD 是内角平分线,BCD 交于 D,$BE.CE$ 是外角平分线,$BE.CE$ 交于 E, 则 $\angle D$ 与 $\angle E$ 满足的关系式是 (写出一个关于 $\angle D$ 与 $\angle E$ 的等式)



习题 1.45 如图,BD 平分 $\angle ABE$,CD 平分 $\angle ACE$,BD,CD 相交于点 D,$\angle D=100^\circ$,$\angle E=150^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数

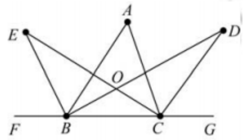


习题 1.46 如图,D 是 $\triangle ABC$ 内的一点,AD , BD 相交于 D, 试判断 $\angle D$ 与 $\angle C$ 的大小关系并说明 .

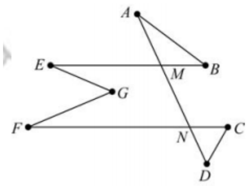


二、 提高篇

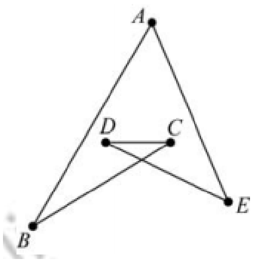
习题 1.47 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,CD,BE 是外角平分线,BD,CE 是内角平分线,BE, CE 交于 E,BD,CD 交于 D, 试探索 $\angle D$ 与 $\angle E$ 的关系.



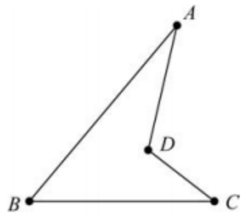
习题 1.48 如图, 已知 $\angle EGF=\angle BEG+\angle CFG$, 试探索 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D$ 的度数.



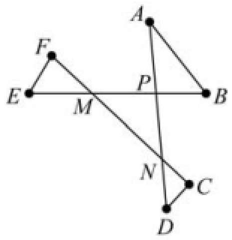
习题 1.49 如图, 求 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D$ 的度数



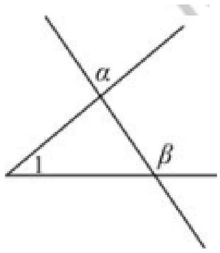
习题 1.50 如图, 试说明 $\angle ADC=\angle A+\angle B+\angle C$



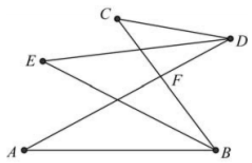
习题 1.51 如图, 求 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$.



习题 1.52 $\angle 1$ 的两边被一条直线所截, 用含有 α 和 β 的式子表示 $\angle 1$.



习题 1.53 如图, 已知 DE 平分 $\angle ADC$,BE 平分 $\angle ABC$,$DE.BE$ 相交于 E,$\angle A=27°$,$\angle E=33°$, 求 $\angle C$ 的度数



1.4.4 综合题组 1

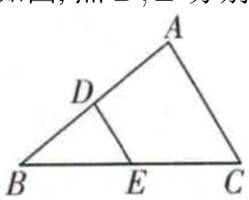
30 分钟

一、 基础过关

1. 三角形的内角和等于 (B)

A. 90° B. 180° C. 270° D. 360°

2. 如图, 点 D,E 分别是 $\triangle ABC$ 边 BA、BC 的中点,$AC=3$, 则 DE 的长为 (D)



A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

3. 下列长度的 3 根小木棒不能搭成三角形的是 (B)

A. $2cm,3cm,4cm$ B. $1cm,2cm,3cm$ C. $3cm,4cm,5cm$ D. $4cm,5cm,6cm$

4. 已知三角形的两边长分别为 1 和 4, 第三边长为整数, 则该三角形的周长为 (C)

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

解 3< 第三边 <5, 所以第三边 =4, 所以周长 =9

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 若一个内角等于另两个内角的差, 则 (D)

A. 必有一个内角等于 30°

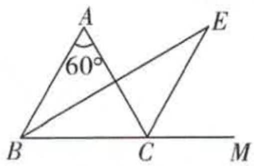
B. 必有一个内角等于 45°

C. 必有一个内角等于 60°

D. 必有一个内角等于 90°

解 $A = B - C \Rightarrow B = A + C$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,BE 是 $\angle ABC$ 的平分线,CE 是外角 $\angle ACM$ 的平分线,BE 与 CE 相交于点 E. 若 $\angle A = 60°$, 则 $\angle BEC$ 是 (B)

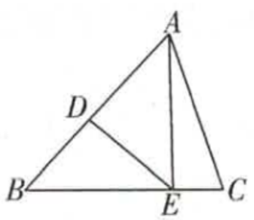


A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

解 解一: 代入法. 设 ABC 为等边三角形.

解二: 运用两次外角性质. 大外角 $\angle ACM = \angle ABC + 60°$,$\therefore \angle ECM = \frac{\angle ACM}{2} = \frac{\angle ABC}{2} + 30°$. 而作为外角,$\angle ECM = \angle EBC + \angle BEC$, 且 $\angle EBC = \frac{\angle ABC}{2}$,$\therefore \angle BEC = 60°$

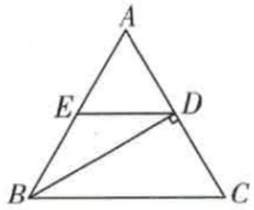
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,AB 的垂直平分线交 AB 于点 D, 交线段 BC 于点 E,$BC = 6$,$AC = 5$, 则 $\triangle ACE$ 的周长是 (B)



A. 8 B. 11 C. 16 D. 17

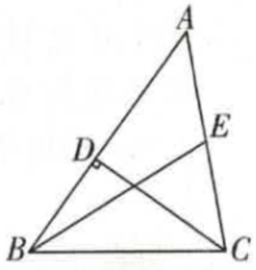
解 DE 是垂直平分线, 所以 $AE = BE$, 所以 $C = AE+AC+CE = AC+BE+CE = 5+6 = 11$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,D 是 AC 的中点, 且 $BD \perp AC$,$ED//BC$,ED 交 AB 于点 E,$BC = 7cm$,$AC = 6cm$, 则 $\triangle AED$ 的周长等于10.



解 BD 是中线且垂直, 可知 $AB = BC = 7$.$\triangle ABC$ 周长为 20.$\triangle AED$ 周长为一半, 等于 10.

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,CD 是 AB 边上的高,BE 是 AC 边上的中线, 且 $BD = CE$.
求证:(1) 点 D 在 BE 的垂直平分线上;
(2) $\angle BEC = 3\angle ABE$.



解 (1) 连接 DE,$Rt\triangle ADC$ 中,DE 为中线,$\therefore DE = AE = CE$, 又 $BD = CE$,$\therefore DE = BD$, 所以 D 在 BE 的垂直平分线上.
(2) 外角性质 $\angle BEC = \angle A + \angle ABE$, 连接 DE 后, 两个等腰三角形 ADE 和 BDE, 由外角性质可得 $\angle A = 2\angle ABE$

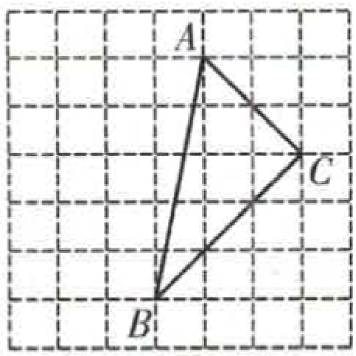
二、 满分冲关

1. 已知 n 是正整数, 若一个三角形的 3 边长分别是 $n+2, n+8, 3n$, 则满足条件的 n 的值有 (D)

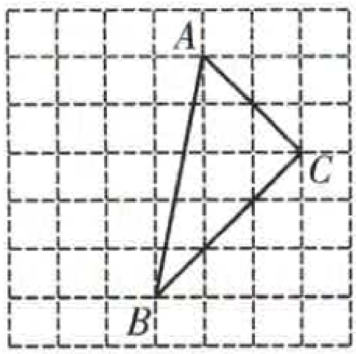
A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

解 $n+8+n+2 > 3n \Rightarrow n < 10; n+8-(n+2) < 3n \Rightarrow n > 2, \therefore 2 < n < 10$

2. 如图, 是边长为 1 的正方形网格,$\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上, 请仅用无刻度的直尺, 分别按下列要求画图.



图①



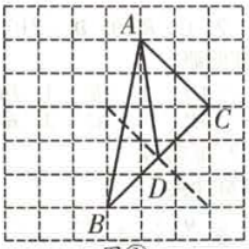
图②

(1) 如图 , 画线段 AD, 使得 AD 平分 $\triangle ABC$ 的面积;

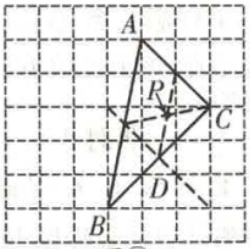
(2) 如图 , 在 $\triangle ABC$ 内部找一点 P, 使得 $S_{\triangle PDC}=\frac{1}{8}S_{\triangle ABC}$($D$ 为 BC 的中点).

解 (1) 利用 BC 为对角线的矩形, 作对角线平分 BC

(2) $ADC=\frac{1}{2}$, 连接 D 和 AC 中点, 变为 $\frac{1}{4}$, 连接 C 和 AB 中点, 变为 $\frac{1}{8}$



图①



图②