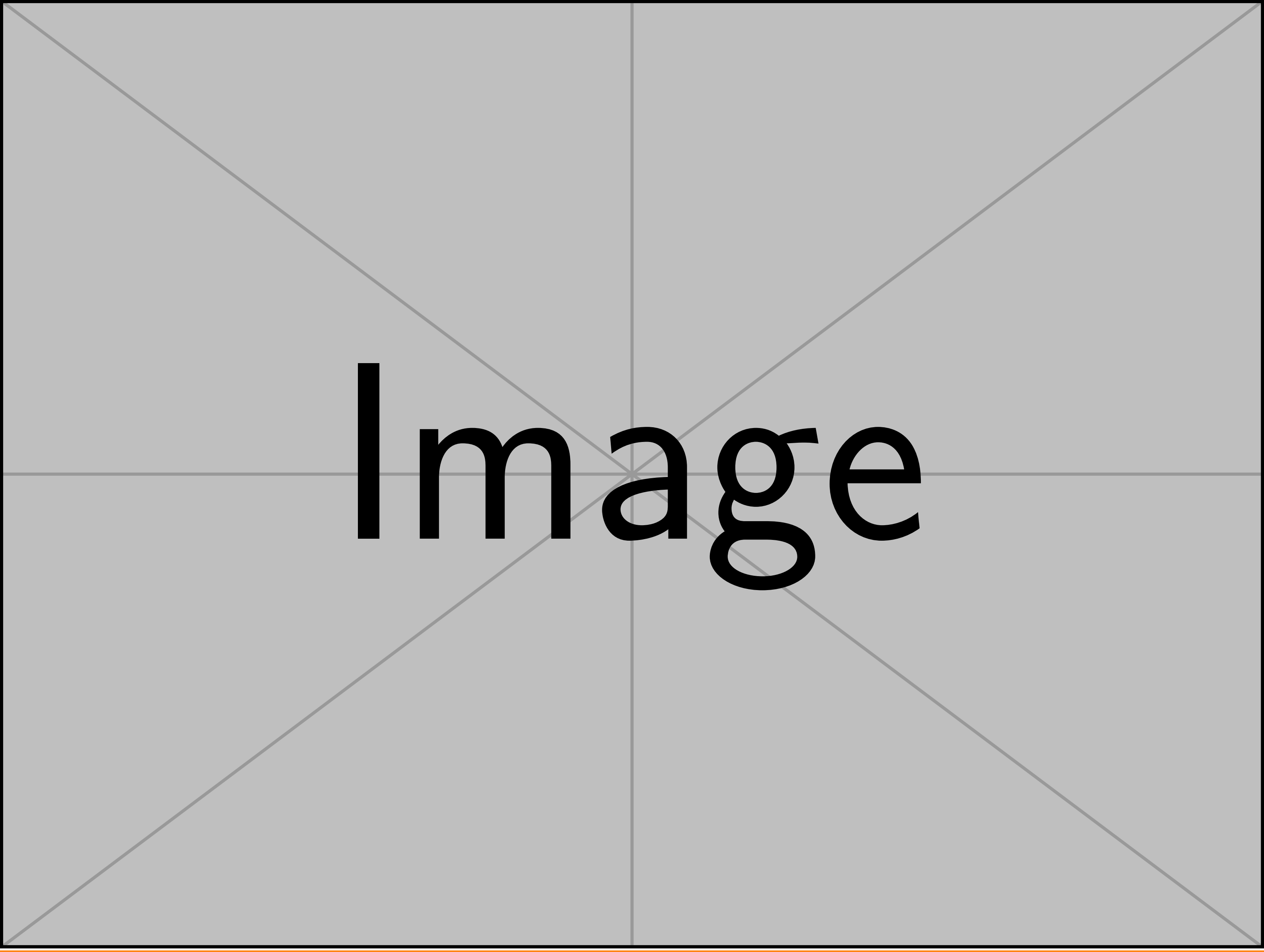


Image

目录

1 整式乘除法 **1**
1.1 同底数幂的乘法 1
1.2 幂的乘方与积的乘方 3
1.3 同底数幂的除法 6
1.4 整式的乘法 10
1.5 平方差公式 13
1.6 完全平方公式 16
1.7 整式的除法 18
1.8 章总结 21
1.9 强化训练 27

第 1 章 整式乘除法

1.1 同底数幂的乘法

一、 知识要点

1. 运算规则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.
2. 公式:

$$a^m \cdot a^n = \underline{a^{m+n}}(m, n\text{都是正整数}) \tag{1.1}$$

3. 公式推导:

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{m\text{个}a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n\text{个}a} \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{(m+n)\text{个}} \\ &= a^{m+n} \end{aligned}$$

4. 拓展公式:

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = \underline{a^{m+n+p}} \tag{1.2}$$

二、 例题

例 1.1 计算:

(1) $10^2 \times 10^3 =$___

(2) $10^5 \times 10^8 =$___

(3) $10^m \times 10^n =$_____

例 1.2 计算:

(1) $2^m \times 2^n =$____

(2) $(\frac{1}{7})^m \times (\frac{1}{7})^n =$______

(3) $(-3)^m \times (-3)^n =$_______

例 1.3 计算:

(1) $(-3)^7 \times (-3)^6 =$_____

(2) $(\frac{1}{111})^3 \times \frac{1}{111} =$_____

(3) $-x^3 \cdot x^5 =$___

(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1} =$_____

例 1.4 光在真空中的速度约为 $3 \times 10^8 m/s$, 太阳光照射到地球上大约需要 $5 \times 10^2 s$, 地球距离太阳大约有多远.

三、 习题

(一) 基础题

习题 1.1 计算:

(1) $5^2 \times 5^7 =$__

(2) $7 \times 7^3 \times 7^2 =$ _

(3) -$x^2 \cdot x^3 =$____

(4) $(-c)^3 \cdot (-c)^m =$________

习题 1.2 一种电子计算机每秒可做 4×10^9 次运算, 它工作 $5 \times 10^2 s$ 可做多少次运算?

习题 1.3 光在真空中的速度约为 $3 \times 10^8 m/s$, 太阳系以外距离地球最近的恒星是比邻星, 它发出的光到达地球大约需要 4.22 年. 一年以 $3 \times 10^7 s$ 计算, 比邻星与地球的距离约为多少?

习题 1.4 计算:

(1) $c \cdot c^{11} =$___

(2) $10^4 \times 10^2 \times 10 =$___

(3) $(-b)^3 \cdot (-b)^2 =$____

(4) $-b^3 \cdot b^2 =$____

(5) $x^{m-1} \cdot x^{m+1}(m > 1) = \underline{x^{2m}}$

(6) $a \cdot a^3 \cdot a^n =$_____

习题 1.5 已知 $a^m = 2, a^n = 8$, 求$a^{m+n} =$_

习题 1.6 下列计算是否正确? 如有错误请改正.

(1) $a^3 \cdot a^2 = a^6$

(2) $b^4 \cdot b^4 = 2b^4$

(3) $x^5 + x^5 = x^{10}$

(4) $y^7 \cdot y = y^8$

习题 1.7 在我国, 平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量, 相当于燃烧 $1.3 \times 10^8 kg$ 煤炭所产生的能量. 我国 960万km^2 的土地上, 一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤所产生的能量?

习题 1.8 某种细菌每过一分钟由 1 个分裂成成 2 个.
(1) 经过 5min,1 个细菌分裂成多少个?
(2) 这些细菌再继续分裂, $t$min 后共分裂成多少个?

1.2 幂的乘方与积的乘方

一、 知识要点

1. 幂的乘方
   (1) 运算规则: 同底数幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.
   (2) 公式:
$$(a^m)^n = \underline{a^{mn}}(m, n\text{都是正整数}) \tag{1.3}$$
   (3) 公式推导:
$$\begin{aligned}(a^m)^n &= \overbrace{(a^m \cdot a^m \cdots a^m)}^{n\text{个}m} \\ &= a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}} \\ &= a^{mn}\end{aligned}$$
2. 积的乘方
   (1) 运算规则: 积的乘方等于________.
   (2) 公式:
$$(ab)^n = \underline{a^n b^n}(n\text{是正整数}) \tag{1.4}$$
   (3) 公式推导:
$$\begin{aligned}(ab)^n &= \underbrace{((ab) \cdot (ab) \cdots (ab))}_{n\text{个}ab} \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n\text{个}a} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdots b}_{n\text{个}b} \\ &= a^n b^n\end{aligned}$$

二、 例题

(一) 幂的乘方

例 1.5 计算:

(1) $(6^2)^4$=__

(2) $(a^2)^3$=__

(3) $(a^m)^2$=___

(4) $(a^m)^n$=___

例 1.6 计算:

(1) $(10^2)^3 =$___

(2) $(b^5)^5 =$__

(3) $(a^n)^3 =$___

(4) $-(x^2)^m =$_____

(5) $(y^2)^3 \cdot y =$__

(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4 =$___

例 1.7 地球, 木星, 太阳可以近似地看作是球体. 木星, 太阳的半径分别约是地球的 10 倍和 10^2 倍, 它们的体积分别约是地球的多少倍?(球体体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中 V 是球的体积, r 是球的半径.

(二) 积的乘方

例 1.8 计算:

(1) $(3 \times 5)^4 = 3^{(\_\_\_\_)} \cdot 5^{(\_\_\_\_)}$

(2) $(3 \times 5)^m = 3^{(\_\_\_\_)} \cdot 5^{(\_\_\_\_)}$

(3) $(ab)^n = a^{(\_\_\_\_)} \cdot b^{(\_\_\_\_)}$

例 1.9 计算:

(4) $(3x)^2 =$___

(5) $(-2b)^5 =$_____

(6) $(-2xy)^4 =$______

(7) $(3a^2)^n =$_____

例 1.10 地球可以近似地看作是球体, 地球的半径约为 $6 \times 10^3 km$, 它的体积大约是多少立方千米?(π 取近似值 3.14)

三、 习题

(一) 幂的乘方

习题 1.9 计算:

(1) $(10^3)^3 =$___

(2) $-(a^2)^5 =$_____

(3) $(x^3)^4 \cdot x^2 =$___

习题 1.10 计算:

(1) $[(\frac{1}{3})^3]^2 =$____

(2) $(a^4)^2 =$_

(3) $-(b^5)^2 =$_____

(4) $(y^2)^{2n} =$___

(5) $(b^n)^3 =$___

(6) $(x^3)^{3n} =$___

习题 1.11 计算:

(1) $-p \cdot (-p)^4 =$____

(2) $(a^2)^3 \cdot (a^3)^2 =$___

(3) $(t^m)^2 \cdot t =$_____

(4) $(x^4)^6 - (x^3)^8 =$_

习题 1.12 下面的计算是否正确? 如有错误请改正

(1) $(x^3)^3 = x^6$

(2) $a^6 \cdot a^4 = a^{24}$

习题 1.13 $1m = 10dm = 100cm$, 那么 $1m^2$ 等于多少 dm^2? 等于多少 cm^2?

习题 1.14 $1m = 10dm = 100cm$, 那么 $1m^3$ 等于多少 dm^3? 等于多少 cm^3?

习题 1.15 $1cm = 10^{-1}dm = 10^{-2}m$, 那么 $1cm^2$ 等于多少 dm^2? 等于多少 m^2?

习题 1.16 $1cm = 10^{-1}dm = 10^{-2}m$, 那么 $1cm^3$ 等于多少 dm^3? 等于多少 m^3?

(二) 积的乘方

习题 1.17 计算:

(1) $(3b)^2 =$___

(2) $-(ab)^2 =$_____

(3) $-a^3 + (-4a)^2 a =$______

(4) $(y^2 z^3)^3 =$____

习题 1.18 计算:

(1) $(-3n)^3 =$______

(2) $(5xy)^3 =$______

(3) $-a^3 + (-4a)^2 a =$____

习题 1.19 计算:

(1) $(xy^4)^m =$______

(2) $-(p^2q)^n =$______

(3) $(xy^{3n})^2 + (xy^6)^n =$____________

(4) $(-3x^3)^2 - [(2x)^2]^3 =$______

习题 1.20 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

(1) $(ab^4)^4 = ab^8$

(2) $(-3pq)^2 = -6p^2q^2$

习题 1.21 简便运算:

(1) $2^2 \times 3 \times 5^2$

(2) $2^4 \times 3^2 \times 5^3$

习题 1.22 $(abc)^n =$______

1.3 同底数幂的除法

一、 知识要点

1. 同底数幂的除法

(1) 运算规则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

(2) 公式:

$$a^m \div a^n = \underline{a^{m-n}} \tag{1.5}$$

$$a^0 = 1(a \neq 0) \tag{1.6}$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}(a \neq 0) \tag{1.7}$$

(3) 公式推导:

$$
\begin{aligned}
a^m \div a^n &= \frac{\overbrace{a\cdot a\cdots a}^{m\text{个}a}}{\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n\text{个}a}} \\
&= \overbrace{a\cdot a\cdots a}^{(m-n)\text{个}} \\
&= a^{m-n}
\end{aligned}
$$

2. 科学记数法

(1) 定义: 把一个数表示成 a 与 10 的 n 次幂相乘的形式 ($1 \le |a| < 10, n$ 为整数), 当数的绝对值小于 1 时,n 是负整数. 用科学记数法可以很方便的表示一些绝对值较大或较小的数.

(2) 科学记数法的精确度:$a \times 10^n$ 的的精确度以 a 的最后一个数在原数中的数位为准. 如 13600 精确到十位记作 1.360×10^4; 精确到百位记作 1.36×10^4; 精确到千位记作 1.3×10^5.

二、 例题

(一) 同底数幂的除法

例 1.11 计算:

(1) $10^{12} \div 10^9 =$ ___

(2) $10^m \div 10^n =$ _____

(3) $(-3)^m \div (-3)^n = (-3)^{m-n}$

例 1.12 计算:

(1) $a^7 \div a^4 =$ _

(2) $(-x)^6 \div (-x)^3 =$ ____

(3) $(xy)^4 \div (xy) =$ ____

(4) $b^{2m+2} \div (b^2) =$ ___

例 1.13 计算:

(1) $10^4 = 10000$

(2) $10^{(\qquad)} = 1000$

(3) $10^{(\qquad)} = 100$

(4) $10^{(\qquad)} = 10$

(5) $2^4 = 16$

(6) $2^{(\qquad)} = 8$

(7) $2^{(\qquad)} = 4$

(8) $2^{(\qquad)} = 2$

例 1.14 用小数或分数表示下列各数:

(1) $10^{-3} =$ _____

(2) $7^0 \times 8^{-2} =$ _

(3) $1.6 \times 10^{-4} =$ ______

例 1.15 计算:

(4) $7^{-3} \div 7^{-5} =$__

(5) $3^{-1} \div 3^{6} =$___

(6) $(\frac{1}{2})^{-5} \div (\frac{1}{2})^{2} =$__

(7) $(-8)^{0} \div (-8)^{-2} =$__

例 1.16 一种液体每升含有 10^{12} 个有害细菌, 为了试验某种杀菌剂的效果, 科学家们进行了实验, 发现 1 滴杀菌剂可以杀死 10^9 个此种细菌. 要将 $1L$ 液体中的有害细菌全部杀死, 需要这种杀菌剂多少滴?

(二) 科学记数法

例 1.17 用科学记数法表示:

(1) 细胞的直径只有 1 微米 (μm), 即 $0.000,001m$

(2) 某种计算机完成一次基本运算的时间约为 1 纳秒 (ns), 即 $0.000,000,001s$

(3) 一个氧原子的质量为 $0.000,000,000,000,000,000,000,026,57kg$

例 1.18 用科学记数法表示:

(4) 0.000,000,000,1 = ________

(5) 0.000,000,000,002,9 = _________

(6) 0.000,000,001,295 = ___________

例 1.19 PM2.5 是指大气中直径小于或等于 $2.5\mu m$ 的颗粒物, 也称为可入肺颗粒物. 假设一种可入肺颗粒物的直径约为 $2.5\mu m$, 相当于多少米? 多少个这样的颗粒物首尾相接连起来能达到 1m?

三、 习题

(一) 同底数幂的除法

习题 1.23 计算:

(1) $x^{12} \div x^{4} =$_

(2) $(-y)^{3} \div (-y)^{2} =$__

(3) $-(k^{6} \div k^{6}) =$___

(4) $(-r)^{5} \div r^{4} =$__

(5) $m \div m^{0} =$_

(6) $(mn)^{5} \div (mn) =$____

习题 1.24 计算:

(1) $2^{13} \div 2^{7}$=_

(2) $(-\frac{3}{2})^6 \div (-\frac{3}{2})^2$=__

(3) $a^{11} \div a^5$=__

(4) $(-x)^7 \div (-x)$=__

(5) $a^{-4} \div a^{-6}$=__

(6) $6^{2m+1} \div 6^m$=____

(7) $5^{n+1} \div 5^{3n+1}$=____

(8) $9^n \div 9^{n+2}$=__

习题 1.25 用小数或分数表示下列各数:

(1) $(\frac{1}{2})^0$= _

(2) 3^{-3}=__

(3) 1.3×10^{-5}= ________

(4) 5^{-2}=__

习题 1.26 下面的计算是否正确? 如有错误请改正

(1) $a^6 \div a = a^6$____

(2) $b^6 \div b^3 = b^2$____

(3) $a^{10} \div a^9 = a$__

(4) $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$______

习题 1.27 某种细胞分裂时,1 个细胞分裂 1 次变为 2 个, 分裂 2 次变为 4 个, 分裂 3 次变为 8 个, $\cdots\cdots$ 你能由此说明 $2^0 = 1$ 的合理性吗?

(二) 科学记数法

习题 1.28 用科学计数法表示:

(1) 0.000,000,72= _________

(2) 0.000,861= __________

(3) 0.000,000,000,342,5= ____________

习题 1.29 1 个电子的质量为 $0.000,000,000,000,000,000,000,000,000,911g$, 用科学记数法表示这个数.

习题 1.30 纳米 (nm) 是一种长度单位, $1nm$ 为十亿分之一米, 直径为 $1nm$ 的球与乒乓球相比, 相当于乒乓球与地球相比. 用科学记数法表示纳米与米的单位转换.

习题 1.31 用科学记数法表示万, 亿.

习题 1.32 国际单位制词头用来表示单位的倍数和分数, 常用的词头有: 兆千 (个) 毫微纳, 其中前面一个为后面一个的 1000 倍, 写出它们的一般形式, 然后用科学记数法表示.

习题 1.33 用科学记数法表示:

(1) 0.007,398= ________

(2) 0.000,022,6= ________

(3) 0.000,000,000,054,2= ________

(4) 0.000,000,000,000,000,000,000,199,4= ________

习题 1.34 空气的密度是 $1.293\times10^{-3}g/cm^3$, 用小数把它表示出来.

习题 1.35 一个铁原子的质量为 $0.000,000,000,000,000,000,000,000,092,88kg$, 用科学记数法表示.

习题 1.36 人体内一种细胞的直径约为 $1.56\mu m$, 相当于多少米? 多少个这样的细胞首尾连接起来能达到 $1m$?

1.4 整式的乘法

一、 知识要点

1. 单项式与单项式相乘: 把系数, 相同字母的幂分别相乘, 其余字母连同它的指数不变作为积的因式.
2. 单项式与多项式相乘: 根据分配率用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.
3. 多项式与多项式相乘: 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.

二、 例题

(一) 单项式与单项式相乘

例 1.20 计算:

(1) $3a^2b\cdot2ab^3$= ____

(2) $xyz\cdot y^2z$= ____

(3) $2xy^2\cdot\frac{1}{3}xy$= ____

(4) $-2a^2b^3\cdot(-3a)$= ____

(5) $7xy^2z\cdot(2xyz)^2$= ______

例 1.21 计算:

(6) $5x^3\cdot2x^2y$ = ____

(7) $-3ab\cdot(-4b^2)=$ ____

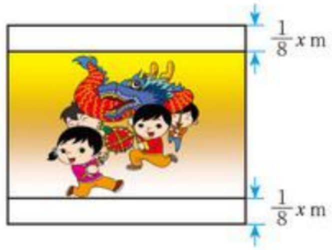
(8) $3ab\cdot 2a=$ ____

(9) $yz\cdot 2y^2z^2=$ ____

(10) $(2x^2y)^3\cdot(-4xy^2)=$ ____

(11) $\frac{1}{3}a^3b\cdot 6a^5b^2c\cdot(-ac^2)^2=$ ____

例 1.22 如图, 第一幅画的画面大小与纸的大小相同, 第二幅画的画面在纸的上, 下方各留有 $\frac{1}{8}x\,m$ 的空白.



(1) 第一幅和第二幅画的画面面积分别是多少平方米?

(2) 若把图中的 $1.2x$ 改为 mx, 其他不变, 则两幅画的面积又该怎样表示?

(二) 单项式与多项式相乘

例 1.23 计算:

(1) $2ab(5ab^2+3a^2b)=$ ____

(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab)\cdot\frac{1}{2}ab=$ ____

(3) $5m^2n(2n+3m-n^2)=$ ____

(4) $2(x+y^2z+xy^2z^3)\cdot xyz=$ ____

例 1.24 计算:

(1) $a(a^2m+n)=$ ____

(2) $b^2(b+3a-a^2)=$ ____

(3) $x^3y(\frac{1}{2}xy^3-1)=$ ____

(4) $4(e+f^2d)\cdot ef^2d=$ ____

(三) 多项式与多项式相乘

例 1.25 计算:

(1) $(1-x)(0.6-x)=$ ____

(2) $(2x+y)(x-y)=$ ____

例 1.26 计算:

(1) $(m+2n)(m-2n)=$ ____

(2) $(2n+5)(n-3)=$ ____

(3) $(x+2y)^2 =$ ________

(4) $(ax+b)(cx+d) =$ ____________

三、 习题

(一) 单项式与单项式相乘

习题 1.37 计算:

(1) $4xy\cdot(-2xy^3) =$ ____

(2) $a^3b\cdot ab^5c =$ ___

(3) $2x^2y\cdot(-xy)^2 =$ ____

(4) $\frac{2}{5}x^2y^3\cdot\frac{5}{8}xyz =$ ____

(5) $-xy^2z^3\cdot(-x^2y)^3 =$ ____

(6) $-ab^3\cdot 2abc^2\cdot(a^2c)^3 =$ _____

(二) 单项式与多项式相乘

习题 1.38 计算:

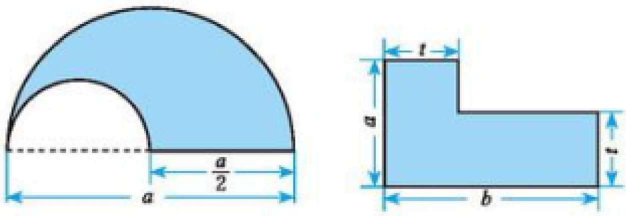
(1) $5x(2x^2-3x+4) =$ __________

(2) $-6x(x-3y) =$ _______

(3) $-2a^2(\frac{1}{2}ab+b^2) =$ _______

(4) $(\frac{2}{3}x^2y-6xy)\cdot\frac{1}{2}xy^2 =$ ________

习题 1.39 分别计算下面图中阴影部分的面积.



(1) (2)

习题 1.40 如图, 按照图中棋子的摆法, 第 n 个图形中共有多少枚棋子?

(三) 多项式与多项式相乘

习题 1.41 计算:

(1) $(x+y)(a+2b) =$ ___________

(2) $(2a+3)(\frac{3}{2}b+5) =$ ____________

(3) $(2x+3)(-x-1) =$ ____________

(4) $(-2m-1)(3m-2) =$ ____________

(5) $(x-y)^2 =$ ____________

(6) $(-2x+3)^2 =$ ____________

习题 1.42 (1) 观察:$4\times 6=24, 14\times 16=224, 24\times 26=624, 34\times 36=1224, \cdots$
发现其中的规律并用代数式表示.

(2) 利用 (1) 中的规律计算 124×126.

(3) 还有类似的规律吗?

习题 1.43 计算:$(a+b+c)(c+d+e)$

1.5 平方差公式

一、 知识要点

1. 公式:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \tag{1.8}$$

2. 应用: 因式分解, 简便计算

二、 例题

(一) 平方差公式

例 1.27 计算:

(1) $(x+2)(x-2) =$ ______

(2) $(x+5y)(x-5y) =$ ________

(3) $(1+3a)(1-3a) =$ ______

(4) $(2y+z)(2y-z) =$ _______

例 1.28 利用平方差公式计算:

(1) $(5+6x)(5-6x) =$ ________

(2) $(x-2y)(x+2y) =$ _______

(3) $(-m+n)(-m-n) =$ _______

例 1.29 利用平方差公式计算:

(1) $(-\frac{1}{4}x-y)(-\frac{1}{4}x+y) =$ ________

(2) $(ab+8)(ab-8)$ = ________

(3) $(a-b)(-a-b)$ = ______

例 1.30 利用平方差公式计算:

(1) $(a+2)(a-2)$ = _____

(2) $(3a+2b)(3a-2b)$ = ________

(3) $(-x-1)(1-x)$ = _____

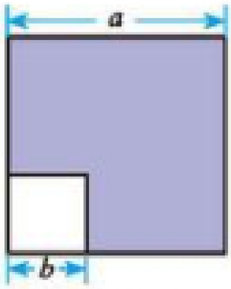
(4) $(-4k+3)(-4k-3)$ = _______

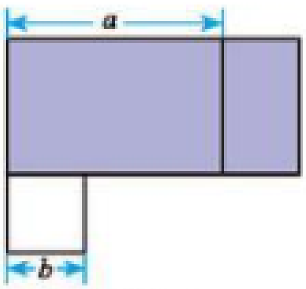
例 1.31 平方差公式的几何验证: 如图, 边长为 a 的大正方形中有一个边长为 b 的小正方形.

(1) 写出左图中阴影部分的面积.

(2) 如右图, 阴影部分可以拼成一个长方形, 这个长方形的长, 宽和面积分别是多少?

(3) 比较 (1)(2) 的结果, 和平方差公式之间的联系?





(二) 平方差公式应用

例 1.32 (1) 计算下列算式, 并观察它们共同的特点

(i) $7\times 9=$ __ (iii) $11\times 13=$ ___ (v) $79\times 81=$ ____

(ii) $8\times 8=$ __ (iv) $12\times 12=$ ___ (vi) $80\times 80=$ ____

(2) 用字母表示这一规律. ____________________

例 1.33 用平方差公式进行计算:

(1) 103×97 = ___

(2) 118×122 = ____

例 1.34 计算:

(1) $a^2(a+b)(a-b)+a^2b^2$ = _

(2) $(2x-5)(2x+5)-2x(2x-3)$ = __________________________

(3) 704×696 = ________________

(4) $(x+2y)(x-2y)+(x+1)(x-1)$ = _____________________________

(5) $x(x-1)-(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})=$ ____________

三、 习题

(一) 平方差公式

习题 1.44 计算:

(1) $(3x+7y)(3x-7y)=$ ________

(2) $(0.2x-0.3)(0.2x+0.3)=$ ________

(3) $(mn-3n)(mn+3n)=$ ________

(4) $(-2x+3y)(-2x-3y)=$ ________

(5) $(-\frac{1}{4}x-2y)(-\frac{1}{4}x+2y)=$ ________

(6) $(5m-n)(-5m-n)=$ ________

习题 1.45 计算:

(1) $(a^n+b)(a^n-b)=$ ______

(2) $(a+1)(a-1)(a^2+1)=$ ______

(二) 平方差公式应用

习题 1.46 计算:

例 1.1 $(2m+3)(2m-3)=$ ______

例 1.2 $x(x+1)+(2-x)(2+x)=$ ____________

例 1.3 $(3x-y)(3x+y)+y(x+y)=$ ____________

例 1.4 $(a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b)-(3a-2b)(3a+2b)=$ ____________

习题 1.47 用平方差公式进行计算:

例 1.1 $1007\times 993=$ ____________

例 1.2 $108\times 112=$ ____________

1.6 完全平方公式

一、 知识要点

1. 公式:
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \tag{1.9}$$
2. 公式推导
$$(a+b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = [a+(-b)]^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
3. 应用: 因式分解, 简便计算

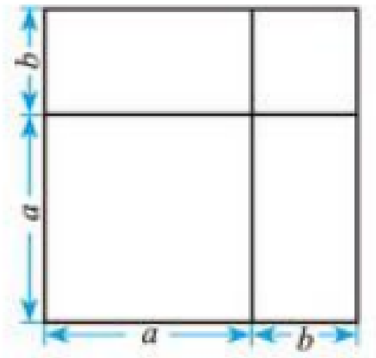
二、 例题

例 1.35 计算:

(1) $(m+3)^2 =$ __________

(2) $(2+3x)^2 =$ __________

例 1.36 用下图解释和验证完全平方公式:



例 1.37 利用完全平方公式计算:

(1) $(2x-3)^2 =$ __________

(2) $(4x+5y)^2 =$ ______________

(3) $(mn-a)^2 =$ ______________

例 1.38 计算:

(1) $(\frac{1}{2}x-2y)^2 =$ ____________

(2) $(2xy+\frac{1}{5}x)^2 =$ ________________

(3) $(n+1)^2 - n^2 =$ ____________________

例 1.39 计算:

(1) $102^2 =$ ____________________

(2) $197^2 =$ ____________________

例 1.40 计算:

(3) $(x+3)^2 - x^2 =$ ______

(4) $(a+b+3)(a+b-3) =$ ____________________

(5) $(x+5)^2 - (x-2)(x-3) =$ ____________________

例 1.41 一位老人非常喜欢孩子, 每当有孩子到他家做客时, 老人都要拿出糖果招待他们. 如果来一个孩子, 老人就给这个孩子 1 块糖; 来两个孩子, 老人就给每个孩子 2 块糖, 如果来 3 个孩子, 老人就给每个孩子 3 块糖果 $\cdots\cdots$

假如第一天有 a 个孩子一起去看老人, 第二天有 b 个孩子一起去看老人, 第三天有 $(a+b)$ 个孩子一起去看老人, 那么第三天老人给出去的糖果和前两天给出去的糖果总数一样多吗?

例 1.42 利用整式乘法公式计算:

(6) $96^2 =$ __________

(7) $(a-b-3)(a-b+3) =$ ____________________

三、 习题

习题 1.48 计算:

(1) $(2x+5y)^2 =$ __________

(2) $(\frac{1}{3}m - \frac{1}{2})^2 =$ __________

(3) $(-2t-1)^2 =$ __________

(4) $(\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}y)^2 =$ __________

(5) $(7ab+2)^2 =$ __________

(6) $(-cd+\frac{1}{2})^2 =$ __________

习题 1.49 一个圆的半径长为 $r\,cm$, 减少 2 cm 后, 这个圆的面积减少了多少?

习题 1.50 观察下列各式:$15^2 = 225, 25^2 = 625, 35^2 = 1225, \cdots$

个位数字是 5 的两位数平方后, 末尾的两个数有什么规律? 为什么?

习题 1.51 计算 $(a+b+c)^2$

习题 1.52 计算:

(1) $(2x+y+1)(2x+y-1)=$ ______

(2) $(x-2)(x+2)-(x+1)(x-3)=$ ______

(3) $(ab+1)^2-(ab-1)^2=$ ______

(4) $(2x-y)^2-4(x-y)(x+2y)=$ ______

习题 1.53 一个底面是正方形的长方体, 高为 6 cm, 底面正方形边长为 5 cm, 如果它的高不变, 底面正方形边长增加了 a cm, 那么它的体积增加了多少?

习题 1.54 利用完全平方公式计算:

(1) $63^2=$ ______

(2) $998^2=$ ______

习题 1.55 计算 $(a+b)^3$

1.7 整式的除法

一、 知识要点

1. 单项式相除: 把系数, 同底数幂分别相除后, 作为商的因式; 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数一起作为商的一个因式.
   $x^5y\div x^2; 8m^2n^2\div 2m^2n; a^4b^2c\div 3a^2b$
2. 多项式除以单项式, 先把多项式的每一项分别除以单项式, 再把所得的商相加.
   $(ad+bd)\div d; (a^2b+3ab)\div a; (xy^3-2xy)\div xy$
3. 类比分数约分

二、 例题

(一) 单项式除单项式

例 1.43 计算:

(1) $-\frac{3}{5}x^2y^3\div 3x^2y=$ ______

(2) $10a^4b^3c^2\div 5a^3bc=$ ______

(3) $(2x^2y)^3\cdot(-xy^2)\div 14x^4y^3=$ ______

(4) $(2a+b)^4\div(2a+b)^2=$ ______

例 1.44 如图, 三个大小相同的球恰好放在一个圆柱形盒子里, 三个球的体积之和占整个盒子容积的几分之几?

例 1.45 计算:

(1) $2a^6b^3 \div a^3b^2 =$ ___

(2) $\frac{1}{48}x^3y^2 \div \frac{1}{16}x^2y =$ ___

(3) $3m^2n^3 \div (mn)^2 =$ __

(4) $(2x^2y)^3 \div 6x^3y^2 =$ ____

(二) 单项式除多项式

例 1.46 计算:

(1) $(6ab + 8b) \div 2b =$ _____

(2) $(27a^3 - 15a^2 + 6a) \div 3a =$ __________

(3) $(9x^2y - 6xy^2) \div 3xy =$ ______

(4) $(3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (-\frac{1}{2}xy) =$ ___________

例 1.47 小明在爬一小山时, 第一阶段的平均速度为 v, 所用时间为 t_1; 第二阶段的平均速度为 $\frac{1}{2}v$, 所用时间为 t_2.

下山时, 小明的平均速度保持为 $4v$. 已知小明上山的路程和下山的路程是相同的, 那么小明下山用了多长时间?

三、 习题

(一) 单项式除单项式

习题 1.56 计算:

(1) $(-2r^2s)^2 \div 4rs^2 =$ __

(2) $(5x^2y^3)^2 \div 25x^4y^5 =$ _

(3) $(x + y)^3 \div (x + y) =$ ___________

(4) $7a^5b^3c^5 \div 14a^2b^3c =$ ____

习题 1.57 计算:

(1) $8a^4b^3c \div 2a^2b^3 \cdot (-\frac{2}{3}a^3bc^2) =$ ______

(2) $(3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2) =$ ______

习题 1.58 我们都知道 "先看见闪电, 后听见雷声", 那是因为在空气中光的传播速度比声音快, 科学家们发现, 光在空气中的传播速度约为 $3 \times 10^8 m/s$, 而声音在空气中的传播速度大约只有 $300m/s$, 你能进一步算出光的传播速度是声音的多少倍吗?

习题 1.59 一个圆柱形桶装满了水, 已知桶的底面直径为 a, 高为 b. 又知另一长方体形容器的长为 b, 宽为 a, 若把圆柱形桶中水倒入长方体形容器中 (水不溢出), 水面高度是多少?

(二) 多项式除单项式

习题 1.60 计算:

(1) $(5m^3n^2 - 6m^2) \cdot 3m =$ ______

(2) $(6a^2b - 5a^2c^2) \div (-3a^2) =$ ______

(3) $(16x^4 + 4x^2 + x) \div x =$ ______

(4) $(3a^2b - 2ab + 2ab^2) \div ab =$ ______

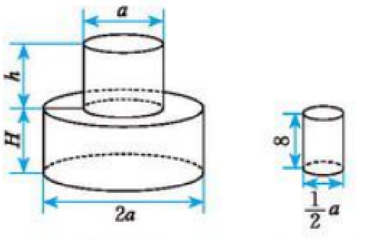
(5) $(-4a^3 + 6a^2b^3 + 3a^3b^3) \div (-4a^2) =$ ______

(6) $(\frac{2}{5}mn^3 - m^2n^2 + \frac{1}{6}n^4) \div \frac{2}{3}n^2 =$ ______

(7) $(\frac{1}{10}xy^2 + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y) \div \frac{1}{5}y =$ ______

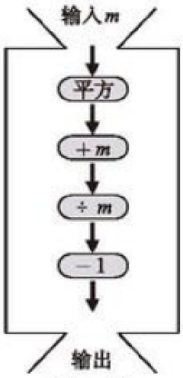
(8) $[(x+1)(x+2) - 2] \div x =$ ______

习题 1.61 图 (1) 中的瓶子中装满了水, 如果将这个瓶子中的水全部倒入图 (2) 的杯子中, 那么一共需要多少个这样的杯子?(单位:cm)



(1) 瓶子 (2) 杯子

习题 1.62 任意给一个非零数, 按下列程序进行计算, 写出输出结果.



1.8 章总结

一、 知识要点

1. 同底数幂的乘法: 底数不变, 指数相加.$a^m \cdot a^n = \underline{a^{m+n}}$, $a^m \cdot a^n \cdot a^p = \underline{a^{m+n+p}}$;
2. 幂的乘方: 运算规则: 同底数幂的乘方, 底数不变, 指数相乘. $(a^m)^n =$___
3. 积的乘方: 积的乘方等于________. $(ab)^n =$____
4. 同底数幂的除法: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减. $a^m \div a^n =$____, $a^0 = 1(a \neq 0)$, $a^{-p} = \frac{1}{a^p}(a \neq 0)$
5. 科学记数法: 把一个数表示成 a 与 10 的 n 次幂相乘的形式 $(1 \leq |a| < 10, n$ 为整数), 当数的绝对值小于 1 时,n 是负整数.
6. 整式乘法
   (1) 单项式与单项式相乘: 把系数, 相同字母的幂分别相乘, 其余字母连同它的指数不变作为积的因式.$2xy \cdot 3x^2y^2z = 6x^3y^3z$
   (2) 单项式与多项式相乘: 根据分配率用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.$m(a+b+c) = ma + mb + mc$
   (3) 多项式与多项式相乘: 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.$(a+b)(m+n) = am + an + bm + bn$
7. 平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
8. 完全平方公式:$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
9. 整式除法: 类比分数约分
   (1) 单项式相除: 把系数, 同底数幂分别相除后, 作为商的因式; 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数一起作为商的一个因式. 如: $8m^2n^2 \div 2m^3np = \frac{4n}{mp}$
   (2) 多项式除以单项式, 先把多项式的每一项分别除以单项式, 再把所得的商相加. 如: $(a^2b + 3ab) \div a = ab + 3b$

二、 例题

例 1.48 概念巩固: 整式, 单项式, 多项式, 乘方, 幂, 底数, 指数

例 1.49 同底数幂相乘. 口算:

(1) $a \cdot a^3 \cdot a^5$___

(2) $(-b)^2(-b)^3(-b)^5$ ____

(3) $(m+n)^2(m+n)^3$________

(4) $(x-2y)^2(2y-x)^3$ ________

例 1.50 幂的乘方. 口算

(1) $(-11^2)^3 =$____

(2) $(-11^3)^2 =$___

(3) $[(-x^3)]^4 =$___

(4) $(a^3)^2 \cdot (a^2)^3 =$__

(5) $(y^3)^6 - (y^2)^9 =$_

(6) $(x^{2m-2})^4 \cdot (x^{m+1})^2 =$_____

(7) $[(a-b)^2]^3 \cdot [(b-a)^3]^3 =$______

(8) $[(-a)^3]^4 + [(-a)^6]^2 =$___

(9) $[(-2)^3]^3 + [(-2^5)]^5 =$__________

例 1.51 积的乘方. 口算

(1) $(3x^4)^2 =$__

(2) $(2a^3b)^2 =$____

(3) $(-1\frac{1}{2}xy^2z^2)^3 =$_______

(4) $(-a^mb^{3m})^2 =$_____

(5) $(2\times 10^2)^3 \times (-10^3)^4 =$______

(6) $[3(a+b)^2]^3[-2(a+b)^3]^2 =$_________

例 1.52 找出下列式子中的单项式, 多项式和分式:

$a^2-1, 0, \frac{1}{3a}, x+\frac{1}{y}, -\frac{xy^2}{4}, m, \frac{x+y}{2}, \sqrt{2}-3b$

例 1.53 概念巩固: 如何确定单项式的次数

$\frac{-3\times 10^2\pi a^5 b}{4}$

例 1.54 概念巩固: 如何确定多项式的次数与项数.

$10^5a^2b + a^5b^{11} - 7ab\cdot 3 + 6a$ _________

例 1.55 $3x^{7-m}y^{n+3}$与 $-4x^{1-4m}y^{2n}$ 是同类项, 求 m, n

例 1.56 单项式乘单项式. 口算

(1) $10x^2yz^3(-\frac{1}{2}xy^4) =$________

(2) $(-\frac{3}{7}ab^2)(\frac{7}{3}a^2bc) =$______

(3) $3ab^2(-\frac{1}{3}a^2b)2abc =$_______

(4) $(-2x^{n+1}y^n)(-3xy)(-\frac{1}{2}x^2z) =$____________

(5) $-6a^2b(x-y)^2 \cdot \frac{1}{3}ab^2(y-x)^2 =$_____________

(6) $-\frac{3}{5}(m+n)^3 \cdot n \cdot \frac{4}{3}(m+n)p =$_____________

例 1.57 $\frac{\sqrt{15-2x^2}}{3}$ 是单项式还是多项式? 是整式吗?

例 1.58 单项式乘多项式.

(1) $-\frac{3}{2}xy(\frac{2}{3}x^2y - 4xy^2 + \frac{4}{3}y) =$____________________

(2) $6mn^2(2 - \frac{1}{3}mn^4) =$______________

(3) $-3a^2b(9ab^2 + 2a^2b - 3abc) =$_______________________

例 1.59 多项式乘多项式

(1) $(x+y)(a+b) =$________________

(2) $(x-y)(x+y) =$______

(3) $(x-2)(x^2+4x-3) =$_________________

(4) $(x-3)(3x+4) =$____________

(5) $(4x-3y)(4x+3y) =$_________

例 1.60 同底数幂相除.

(1) $-a^4 \div a =$____

(2) $5^8 \div 5^6 =$__

(3) $a^4b^4 \div (ab)^2 =$____

例 1.61 单项式除单项式.

(1) $6x^2y \div 3xy =$__

(2) $-8a^2b^3 \div 6ab^2 =$_____

(3) $4a^3b^4 \div 2a^3b =$___

例 1.62 多项式除单项式.

(1) $(25x^2 - 20x^4) \div (-5x^2) =$________

(2) $\frac{-4a^3+12a^2b-7a^3b^2}{-4a^2} =$____________

例 1.63 平方差公式.

(1) 用语言描述平方差公式

(2) $(xy+1)(xy-1)=$______

(3) $(ab+cd)(ab-cd)=$________

(4) $(2a+3)(2a-3)=$_____

(5) $(x^2+yz)(x^2-yz)=$______

(6) $(a+3)(a-3)-(a+4)(a-4)=$_

(7) $(x-3)(x^2+9)(x+3)=$_____

(8) $100.5\times 99.5=$_____

例 1.64 完全平方公式

(1) 用语言描述完全平方公式

(2) $x^2-16x+64=$______

(3) x^2+6x+_=______

(4) x^2+8x+__=______

(5) x^2-20x+___=_______

(6) x^2+40x+___=_______

(7) $(3a+b)^2=$__________

(8) $(x-2y)^2=$___________

(9) $(3a+b)^2=$__________

(10) $(x-2y)^2=$___________

(11) $(-2x-3y)^2=$_____________

(12) $2002^2=$______

(13) $1999^2=$______

例 1.65 判断正误:

(1) $a^3+a^3=a^6$ ____

(2) $(3a^3)^2=6a^6$ = __

(3) $a^3a^3=a^6$ = _

(4) $(a^3)^3=a^6$ = ___

(5) $1-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}(x+2)(x-2)$ = _____________

(6) $(x-y)^3-(y-x)=(x-y)(x-y+1)(x-y-1)$ = _________________

(7) $4x-2x^2-2=-2(x-1)^2$ = ______________

(8) $x^2-y^2-x+y=(x+y)(x-y-1)$ = _______________

例 1.66 逆用幂运算:

(1) $2^m=64, 2^n=8$, 求2^{m+n}

(2) $(-2)^{2007}+(-2)^{2008}$

例 1.67 逆用幂乘方:$a=2^{555}, b=3^{444}, c=5^{333}$, 比较 a, b, c 的大小

例 1.68 逆用积的乘方: 求 $(\frac{99}{100})^{2008}\times(\frac{100}{99})^{2009}$

例 1.69 逆用同底数幂相除: 已知 $5^m=3, 25^m=11$, 求5^{3m-2n}

例 1.70 灵活运用整式乘法

(1) 已知 $xy^2=-6$, 求 $-xy(x^3y^7-3x^2y^5-5y)$

(2) 已知 $x^2-5x=6$, 求$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

例 1.71 指数方程求解:

(1) $4^{3x-1}\times 16=64\times 4$, 求$x$

(2) 已知 $a^{n+1}\cdot a^{m+2}=a^7$, 且$m-2n=1$, 求 m^n

例 1.72 熟练运用两个公式: 下列哪些式子可以用平方差公式, 哪些式子可以用完全平方公式.

(1) $(a+b)(a-b)=$______

(2) $(-a+b)(-a-b)=$______

(3) $(-a-b)(a-b)=$______

(4) $(-a-b)(-a+b)=$______

(5) $(-a-b)(a+b)=$____________

(6) $(-a+b)(a-b)=$____________

(7) $(x-3)(x^2+9)(x+3)=$______

(8) $(2y-x-3z)(-x-2y-3z)=$________________________

(9) $(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})(1-\frac{1}{4^2})\cdots(1-\frac{1}{10^2})$

三、 习题

习题 1.63 计算:

(1) $(-\frac{3}{5})^2\cdot(-\frac{3}{5})^3$ ____________

(2) $(a-b)^3\cdot(a-b)^4$ ________

(3) $(-a^5)^5$ ______

(4) $(-\frac{1}{2}x)^7\div(-\frac{1}{2}x)$ _____

(5) $(a+b)^3\div(a+b)$ ______

(6) $(-a^2\cdot b)^3$ ______

(7) $(-a)^2(a^2)^2$ ___

(8) $(y^2)^3\div y^6$ ___

(9) $(-y)^2\cdot y^{n-1}(n>1)$ _____

(10) $a^{n+1}\cdot a^{n-1}(n>1)$ ____

(11) $a^{m+2}\div a^{m+1}$ ___

(12) $(-c^2)^{2n}$ ____

习题 1.64 计算:

(1) $10^5 \div 10^{-1} \times 10^0$ _____

(2) 16×2^{-4} ___

(3) $(\frac{1}{3})^0 \div (-\frac{1}{3})^{-2}$ _____

习题 1.65 一个正方体的棱长为 $2 \times 10^2\, mm$.

(1) 它的表面积是多少平方米?

(2) 它的体积是多少立方米?

习题 1.66 计算:

(1) $(x+a)(x+b)$ __________________

(2) $(3x+7y)(3x-7y)$ ____________

(3) $(3x+9)(6x+8)$ _________________

(4) $(\frac{1}{2}x^2y - 2xy + y^2) \cdot 3xy$ ______________________

(5) $\frac{1}{3}a^2b^3 \cdot (-15a^2b^2)$ _________

(6) $(4a^3b - 6a^2b^2 + 12ab^3) \div 2ab$ ________________

(7) $(a^2bc)^2 \div ab^2c$ _____

(8) $(3mn+1)(3mn-1) - 8m^2n^2$ ___________

(9) $[(3a+b)^2 - b^2] \div a$ _________

(10) $(x+2)^2 - (x+1)(x-1)$ ________

习题 1.67 计算:

(1) $10^7 \div (10^3 \div 10^2)$ _____

(2) $(x-y)^3 \cdot (x-y)^2 \cdot (y-x)$ ___________

(3) $4 \times 2^n \times 2^{n-1} (n > 1)$ _______

(4) $(-x)^3 \cdot x^{2n-1} + x^{2n} \cdot (-x)^2$ ___

(5) $(y^2 \cdot y^3) \div (y \cdot y^4)$ ___

(6) $x^2 \cdot x^3 + x^7 \div x^2$ ______

(7) $m^5 \div m^2 \times m$ _____

(8) $a^4 + (a^2)^4 - (a^2)^2$ ____

习题 1.68 计算:

(1) $(2x^2)^3 - 6x^3(x^3 + 2x^2 + x)$ __________________

(2) $(x+y+z)(x+y-z)$ ___________________

(3) $[(x+y)^2 - (x-y)^2] \div 2xy$ ___

(4) $a^2(a+1)^2 - 2(a^2 - 2a + 4)$ _______________________

习题 1.69 求下列各式的值:

(1) $3x^2 + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2)(2x - \frac{2}{3}y)$, 其中 $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$

(2) $[(xy+2)(xy-2) - 2x^2y^2 + 4] \div xy$, 其中 $x = 10, y = -\frac{1}{25}$

(3) $x(x+2y)-(x+1)^2+2x$, 其中 $x=\frac{1}{25}, y=-25$.

习题 1.70 利用整式乘法公式计算下列各题:

(1) 2001^2 (2) 2001×1999 (3) 99^2-1

习题 1.71 利用整式乘法公式计算:

(1) $899\times 901+1$ (2) $123^2-124\times 122$

习题 1.72 试用直观的方法说明 $(a+3)^2\neq a^2+3^2(a\neq 0)$

习题 1.73 某种原子质量为 $0.000,000,000,000,000,000,000,019,93g$, 你能用科学计数法把它表示出来吗? 科学上把这个数量的十二分之一定为 1 个原子质量单位, 并用符号 u 表示, 请你用科学计数法把 u 表示出来.

习题 1.74 求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ 的个位数字.

1.9 强化训练

1.9.1 基础篇一

一、 填空

1. $(x+1)(x-1)=$_____

2. $(a-b)^2=$__________

3. ______ $=a^2+2ab+b^2$

4. $[(-2)^3]^3=$___

5. $x^5\div x^3\cdot x^2=$_

6. $(x-2)(x+3)=$________

7. $(-a-2b)^2=$_______

8. $(x+1)(x-1)+1=$__

9. $9x^4y^5\div(-\frac{1}{4}x^3y)\div(-3y^2)^2=$___

10. $(3a^2y^2)^3-2(a^3y^3)^2=$______

11. $(-0.5a)(\frac{1}{3}ax^2-\frac{1}{2}a^2x-a^3)=$__________________

12. 把 $(a-b)^3(a-b)+(a-b)^2(a-b)^2$ 化成 $(a-b)^n$ 的形式:_______

13. $(3a^{n+2}+a^{n+1})\div(-\frac{1}{3}a^{n-1})$_________

14. x^2-4x+_=(____)^2

15. $(-a+2b)(-a-2b)=$______

16. 若 $(a+3b)^2=(a-3b)^2+N$, 则 $N=$___

17. 若 $a+b=5, ab=6$, 则 $a^2+b^2=$__

18. 若 $m+n=10, mn=24$, 则$m^2+n^2=$__

19. 如果 $4x^2+mx+9$ 是一个完全平方式, 那么 $m=$___

20. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)=$____________

二、 选择题

21. 下列各计算中, 正确的是 (　　)

A. $b^5\cdot b^5=2b^5$　　B. $x^5+x^5=x^{10}$

C. $m^2\cdot m^3=m^5$　　D. $a\cdot b^2=a^2b^2$

22. 下列多项式乘法中, 正确的是 (　　)

A. $(a+bx)(-bx+a)=a^2-b^2x$　　B. $(a+b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

C. $(-a-b)(a+b)=-a^2-2ab-b^2$　　D. $(a-b)(a^2+2ab+b^2)=a^3-b^3$

23. 一个正方形的边长增加了 $3cm$, 面积相应增加了 $39cm^2$, 则这个正方形的边长为 (　　)

A. $6cm$　　B. $5cm$　　C. $8cm$　　D. $7cm$

24. 计算结果与 $(a^2b^3-a^3b^2)^2$ 相同的是 (　　)

A. $(a^2b^3+a^3b^2)^2$　　B. $(-a^2b^3-a^3b^2)^2$

C. $(a^3b^2-a^2b^3)^2$　　D. $-(a^2b^3-a^3b^2)^2$

25. 有下列各运算:

① $(-2a^2b)^3\div(-2a^2b)^2=-2a^2b$　　②$(-2a^2b)^4\div(-2a^2b)^2=-4a^4b^2$

③ $2a^3b^2c\div\frac{1}{2}a^3b^2=c$　　④ $\frac{1}{5}a^2b^3c^2\div(-5abc)^2=\frac{b}{125}$

其中计算正确的是 (　　)

A. ①② 　　B. ②③ 　　C. ①④ 　　D. ②④

三、 计算题

26. $125^2 \times 0.08^2$

27. 199^2

四、 解答题

28. 已知 $f(x) = 10x^2 + 8x^5 - 12x^3$, 求

(1) $f(x) \div (-5x^2)$

(2) $f(x) \cdot (x^2 - 1)$

29. 已知一个长方体的高是 $1 + a$, 底面积是 $16a^2 - 12a$, 求这个长方体的体积.

1.9.2 基础篇 (二)

一、 填空题

1. $a^m = 4, a^n = 3, a^{m+n} =$ __.

2. $(2x - 1)(-3x + 2) =$____________

3. $(-\frac{2}{3}m + n)(-\frac{2}{3}m - n) =$________

4. $(-\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y)^2 =$______________

5. 若 $A \div 5ab^2 = -7ab^2c^3$, 则 $A =$_________, 若 $4x^2yz^3 \div B = -8x$, 则 $B =$______.

6. 若 $(ax + b)(x + 2) = x^2 - 4$, 则 $b^a =$_______________.

7. 1 纳米 = 0.000000001 米, 则 3.5 纳米 = _________米.(用科学计数法表示)

8. 若 $|a - 2| + b^2 - 2b + 1 = 0$, 则 $a =$_, $b =$_.

9. 已知 $a + \frac{1}{a} = 3$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值是_.

10. 如果 $2a + 3b = 1$, 那么 $3 - 4a - 6b =$_.

二、 选择题

11. 下列计算错误的个数是 (　　)

①$(x^4 - y^4) \div (x^2 - y^2) = x^2 - y^2$, ②$(-2a^2)^3 = -8a^5$, ③$(ax+by)\div(a+b)=x+y$, ④$6x^{2m}\div 2x^m=3x^2$

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

12. 已知被除式是 x^3+2x^2-1, 商式是 x, 余式是 -1, 则除式是 (　　)

A. x^2+3x-1　　B. x^2+2x　　C. x^2-1　　D. x^2-3x+1

13. 若 $3^x=a$,$3^y=b$, 则 3^{x-y} 等于 (　　)

A. $\frac{a}{b}$　　B. ab　　C. $2ab$　　D. $a+\frac{1}{b}$

14. 一个正方形的边长增加了 $2cm$, 面积相应增加了 $36cm^2$, 则这个正方形的边长为 (　　)

A. $6cm$　　B. $5cm$　　C. $8cm$　　D. $7cm$

15. 下列各式是完全平方式的是 (　　)

A. $x^2-x+\frac{1}{4}$　　B. $1+x^2$　　C. x^2+xy+1　　D. x^2+2x-1

16. 在下列各式中, 运算结果是 b^2-16a^2 的是 (　　)

A. $(-4a+b)(-4a-b)$　　B. $(-4a+b)(4a-b)$

C. $(-a-b)(a-b)$　　D. $(-4a-b)(4a-b)$

17. $(-a-b)^2$ 等于 (　　)

A. a^2+b^2　　B. a^2-b^2　　C. $a^2+2ab+b^2$　　D. $a^2-2ab+b^2$

18. $(x-y)^2=x^2+xy+y^2+N$, 则 $N=$(　　)

A. xy　　B. $-xy$　　C. $3xy$　　D. $-3xy$

三、 计算题

19. 如果 $ab=1$, 求 $(a^n-b^n)^2-(a^n+b^n)^2$

20. 简便方法计算:(1) $98\times 102-99^2$　　(2) $99^2+198+1$

21. 先化简, 再求值:$2x(x+1)(x-1)+x^2(1-2x)-5(x-1)^2, x=-1$

22. 已知 $(a+b)^2=10, (a-b)^2=3$, 求

(1)a,b 这两个数的平方和;

(2)a,b 两个数的积.

1.9.3 提高篇

1. 若 $2^a=3$,$2^b=5$,$2^c=30$, 试用含有 a,b 的式子表示 c.

2. 证明: 在四个连续自然数中, 中间两数的乘积比前后两个数的乘积大.
3. $\triangle ABC$ 三边长为 a, b, c, 且满足 $b+c=8, bc=a^2-12a+52$, 试问 $\triangle ABC$ 是什么三角形?
4. 若三角形三边长分别为 a, b, c, 且满足 $a^2b-a^2c+b^2c-b^3=0$, 则这个三角形是什么三角形?
5. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边的长, 且满足 $a^2+2b^2+c^2-2b(a+c)=0$ 试判断此三角形的形状.
6. 若 $(x^2+px+q)(x^2-2x-3)$ 展开项中不含 x^2和x^3 项, 求 p 和 q 的值.
7. 重点题: 已知 $x+\frac{1}{x}=3$, 试求 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 和 $(x-\frac{1}{x})^2$ 的值
8. (1) 已知 $x^2+x-1=0$, 试求 x^3+2x^2+3 的值.
   (2) 如果 $1+x+x^2+x^3=0$, 求 $x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8$ 的值.
9. (1) 计算:
      a. $(x+1)(x-1)$
      b. $(x-1)(x^2+x+1)$
      c. $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$
      d. $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$
   (2) 根据以上结果, 你能猜想下列各式运算的结果吗?
      a. $(x-1)(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$
      b. $(x-1)(x^9+x^8+x^6+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$
   (3) 请写出你总结出的规律;
   (4) 若 $(x-1)\cdot M=x^{15}-1$, 你知道 M 等于什么吗?