

# 初等数论

---

## 引言

咱太颓了，咱不能再颓了

## 01 整除和带余除法

---

如果能找到 $q$ ，使得 $b = aq$ 且 $a \neq 0$ 。则有 $a \mid b$ 。

找不到则 $a \nmid b$

---

有特殊的性质

- $\forall x, x \mid 0$
  - $\forall x, 1 \mid x$
  - $b \mid a \implies b \mid |a|$
  - $a \mid b$  且  $b \mid c \implies a \mid c$
  - $\forall a, a \mid a$   $-a$ 不等于0
  - 若 $a, b$ 是整数， $c$ 是 $a, b$ 的倍数，则 $a \pm b \mid c$
  - 若 $b \mid a$ ，则 $b \mid as$ ， $s$ 是任意整数
  - 若 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n$ 是 $m$ 的倍数  
则 $a_1q_1 + \dots + a_nq_n$ 也是 $m$ 的倍数
- 

## 带余除法

给 $a, b > 0$

有 $a = bq + r$ ，其中 $0 \leq r < b$ 且 $q, r$ 是唯一的

则可说 5除-13的商为-3，余数为2， $q = -3, r = 2$

可以推出 $b$ 取消大于0的限制时，只要将 $0 \leq r < b$ 改为 $0 \leq r < |b|$ 即可

---

## 02 最大公因数和辗转相除法

咱应该都会了，如果遇到不会的话咱再回来补

```
return b==0:a?gcd(b,a%b)
```

但是在gcd中还是有很多思维题的，遇到了的话会归档到这里

## 03

啊

---

## 同余

暂时还想不到放在哪里，但是应用很多。

同余两边可以用任意的整数做  $*$  和  $+$ ，而  $i^{-1}$  的  $*$  运算可以代替  $/$ ，这是因为  $/$  在普通加减法里是  $*$  的逆元，而在“对某个数进行模运算”的这个运算群下，乘法逆元代替了  $/$ ， $<-$  这个咱用了好几个月理解