

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени Н.Э.Баумана**

Специализированный учебно-научный центр

Лицей №1580 при МГТУ имени Н.Э. Баумана

Кафедра "Основы физики"

**ЛАБОРАТОРНЫЙ
ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ**

11 класс

**КОЛЕБАНИЯ
И
ВОЛНЫ**

2007

Сборник содержит описания лабораторных работ, выполняемых в лаборатории кафедры «Основы физики» Специализированного учебно-научного центра МГТУ имени Н.Э. Баумана. (в физико-математическом лицее № 1580 про МГТУ имени Н.Э.Баумана) учащимися 11^х классов.

Лабораторные работы, приведенные в сборнике, позволят учащимся глубже изучить законы физики и получить навыки проведения экспериментальных физических исследований.

Для учащихся старших классов средних школ, лицеев и гимназий с углубленным изучением физики, слушателей подготовительных отделений ВУЗов.

Составители сборника:

Раздел "Колебания и волны" -

Е.В.Журавлева, А.Е.Иванов, Э.П.Карпов, А.В.Кравцов, И.Н.Фетисов

Под редакцией А.В.Кравцова.

©Лицей № 1580 при МГТУ им. Н. Э. Баумана

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К-1

Исследование колебаний математического маятника

1.1. Цель работы

Целью лабораторной работы является исследование простейшего маятника, состоящего из небольшого массивного груза, подвешенного на нити и совершающего колебания в поле силы тяжести.

1.2. Основные теоретические сведения

Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена материальная точка. В условиях лабораторной работы размеры груза малы по сравнению с длиной нити, и масса нити много меньше массы груза. При анализе колебаний такого маятника можно рассматривать их как колебания материальной точки, подвешенной на невесомой нерастяжимой нити в поле тяготения, то есть считать маятник математическим. Введем основные характеристики колебаний математического маятника. Периодом T будем называть отрезок времени, в течение которого материальная точка совершает один цикл колебаний, например, от одного крайнего положения до другого, и вновь возвращается в начальную точку. Амплитуда - наибольшее отклонение от положения равновесия. Угловая амплитуда - угол наибольшего отклонения от положения равновесия (рис. 1.1).

В общем случае математический маятник совершает колебания в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то есть он имеет две степени свободы. Мы рассмотрим наиболее простой случай, когда колебания совершаются в одной плоскости.

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом φ , образованным нитью с вертикалью (рис. 1.2.). При отклонении маятника от положения равновесия возникает момент вращения M , равный

$$M = L \times m g \text{ или в скалярной форме} \\ M = L m g \sin \varphi .$$

Здесь m – масса, L – длина маятника. Этот момент направлен в сторону, противоположную смещению, т.е. к положению равновесия, и аналогичен в этом отношении квазиупругой силе.

Напишем для маятника уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела в проекции на ось φ

$$- Lmg \sin \varphi = mL^2 (d^2 \varphi / dt^2), \quad (1.1)$$

здесь mL^2 - момент инерции маятника ; $d^2 \varphi / dt^2$ -угловое ускорение. Это уравнение можно привести к виду

$$d^2 \varphi / dt^2 + (g/L) \sin \varphi = 0. \quad (1.2.)$$

Ограничимся рассмотрением малых колебаний. В этом случае можно положить $\sin \varphi \approx \varphi$. Обозначив

$$g/L = \omega_0^2, \quad (1.3.)$$

получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний

$$d^2 \varphi / dt^2 + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (1.4.)$$

решение которого имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (1.5.)$$

Величина наибольшего отклонения маятника от положения равновесия φ_0 называется *амплитудой* колебания.

Величина $(\omega_0 t + \alpha)$, стоящая под знаком косинуса, называется *фазой* колебания. Постоянная α представляет собой значение фазы в момент $t=0$ и называется *начальной фазой* колебания.

Поскольку косинус - периодическая функция с периодом 2π , различные состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через *период* колебаний T . Он может быть определён из следующего условия:

$$\omega_0 (t + T) + \alpha = (\omega_0 t + \alpha) + 2\pi, \text{ откуда}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (1.6.)$$

Учитывая (1.3.),получаем выражение для периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (1.7.)$$

Периодические процессы, в которых изменения наблюдаемой величины (в данном случае S) происходит по закону синуса (или косинуса), называются гармоническими колебаниями. Величину ω называют круговой (или циклической) частотой колебаний,

а $T = \frac{2\pi}{\omega}$ - периодом гармонических колебаний.

При больших углах отклонения уравнение колебаний, в соответствии с (1.2), будет иметь вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{g}{l} \sin\varphi \quad (1.8)$$

Движение маятника при этом будет периодическим, но не гармоническим, период колебаний будет зависеть от угловой амплитуды φ_0 . Период таких колебаний можно представить в виде ряда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots \right]. \quad (1.9)$$

Формула (1.7), по сравнению с (1.9), дает погрешность до 0.05% при $\varphi_0 \leq 5^\circ$ и до 1% при $\varphi_0 \leq 25^\circ$.

1.3. Описание экспериментальной установки

Общий вид установки показан на рис. 1.3. Маятник представляет собой шарик А, подвешенный на двух нитях В, что позволяет устранить боковые колебания. Длина нитей подвеса может регулироваться винтом С. Длина маятника L определяется по шкале Д. Угол отклонения φ - по транспортиру Е. Отсчет периода колебаний производится с помощью электронного измерителя временных интервалов G, запуск и остановка которого осуществляются автоматически с помощью фотоэлектрической системы Н.

Порядок измерения временных интервалов следующий. После нажатия на клавишу "сброс" отклоните маятник на некоторый угол и отпустите. Нажмите клавишу "пуск" и, через некоторое время, например, через 10 - 20 колебаний - клавишу "стоп". Отсчет числа полных колебаний производится по цифровому индикатору "число колебаний", время, за которое произошли эти колебания, по индикатору "время".

Упражнение 1.

Определение периода гармонических колебаний.

В этом упражнении определяется период малых колебаний и исследуется его зависимость от массы грузика. Для этого фиксируем длину нитей и измеряем период колебаний для трех шариков с различными массами m_1 , m_2 и m_3 . Период колебаний находим по формуле

$$T = \frac{t_n}{n}, \quad (1.10)$$

где t_n - время, за которое произошли n колебаний, n - число колебаний. Рекомендуется выбирать $n = 20 - 30$. Измерения периода производятся несколько раз. Данные заносим в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

	m	T ₁	T ₂	T ₃	T _{ср}
1					
2					
3					

В таблице: T₁, T₂, T₃ - измеренные значения периода в нескольких опытах при неизменных условиях. T_{ср} - среднее значение периода для

данной величины m , $T_{ср.} = \sum_{i=1}^3 \frac{T_i}{3}$. Значения средних периодов для

различных масс теоретически должны быть одинаковыми. В процессе выполнения работы необходимо объяснить возможные отличия для периодов колебаний.

Упражнение 2.

Определение периода колебаний математического маятника.

В этом упражнении исследуется зависимость периода малых колебаний маятника от длины нитей подвеса и экспериментальная проверка формулы (1.7). Измерения периодов колебаний проводятся 3-5 раз для трех различных длин маятника, для каждой длины L находится среднее значение периода колебаний. Данные заносятся в таблицу 1.2, в которую включаются также значения периода T_{теор.}, найденные по формуле (1.7).

Таблица 1.2

№ опыта	L	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T _{ср}	T _{теор}
1								
2								
3								

Упражнение 3.

Определение зависимости периода колебаний от их амплитуды.

Целью данного упражнения является определение диапазона амплитуд колебаний маятника, при которых колебания можно считать гармоническими. Для гармонических колебаний, как следует из (1.7),

период не зависит от амплитуды φ_0 начального отклонения. Упражнение выполняем следующим образом. Фиксируем длину нити и массу шарика, определяем время 20 колебаний для разных углов амплитуд $\varphi_0 = 5, 10, 15, \dots, 45^\circ$. По результатам измерения периода малых колебаний строим график $T(\varphi_0)$ и определяем значения φ_0 , когда зависимость T от φ_0 становится заметной.

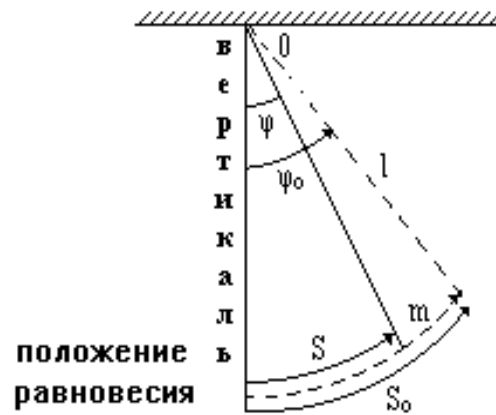


Рис.1.1. Схема математического маятник

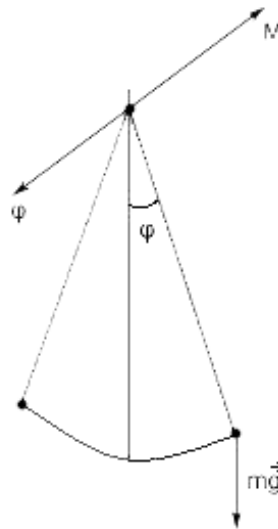


Рис.1.2. Математический маятник. Расчётная схема.

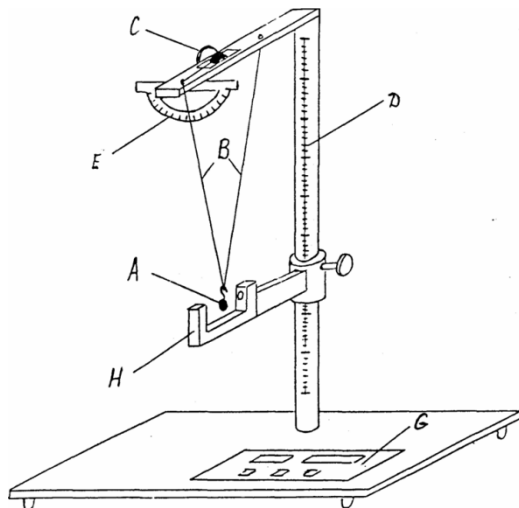


Рис.1.3.Схема экспериментальной установки

1.4. Контрольные вопросы.

1. Какие движения называются колебательными?
2. Какие колебания называются гармоническими?
3. Что называется амплитудой, периодом, циклической частотой и фазой гармонического колебательного движения?
4. Как рассчитать период колебаний математического маятника?

Напишите уравнения динамики и кинематики гармонического колебательного движения.

5. Напишите уравнения динамики и кинематики гармонического колебательного движения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К 2

Изучение ультразвуковых волн в воздухе

2.1. Цель работы

Целью работы является измерение фазовым методом длины звуковой волны, скорости ультразвука в воздухе, скорости движения приемника относительно излучателя звука.

2.2. Основные теоретические сведения

2.2.1. Звуковые волны

Ухо человека воспринимает в виде звука механические колебания с частотой примерно от 20 до 20000 Гц. Тело, колеблющееся со звуковой частотой, создает в окружающей среде (газе, жидкости или твердом теле) звуковую волну. Механические волны с частотой выше 20 кГц называются ультразвуком. Ультразвук находит широкое применение, например, в медицине, гидролокации.

Скорость распространения звука определяется плотностью и упругими свойствами среды. В твердом теле с плотностью ρ и модулем Юнга E скорость продольных волн равна

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.1)$$

Для стали, например, расчет дает значение $c = 6000$ м/с.

В газах скорость звука равна

$$c = \sqrt{\gamma RT / M}, \quad (2.2)$$

где $\gamma = C_p / C_v$ - отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме (для воздуха $\gamma = 1,40$);

R - универсальная газовая постоянная ($R = 8,314$ Дж/(моль·К));

T - абсолютная температура;

M - молярная масса, для воздуха равная 0,0288 кг/моль.

2.2.2. Плоская гармоническая бегущая волна

Рассмотрим плоскую гармоническую незатухающую бегущую волну. Для нее поверхность одинаковой фазы (волновая поверхность) представляет собой плоскость, перпендикулярную направлению распространения волны. В такой волне частицы среды совершают гармонические колебания с частотой ν , а амплитуда колебаний не зависит от расстояния до источника волны. Плоскую волну можно создать вблизи большой пластины, совершающей гармонические

колебания в направлении, перпендикулярном пластине. Пусть смещение y пластины относительно среднего положения ($y=0$) описывается гармонической зависимостью от времени t

$$y = y_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = y_0 \sin 2\pi \nu t, \quad (2.3)$$

где y_0 - амплитуда колебаний;

T - период колебаний;

$\nu = \frac{1}{T}$ - частота.

Смещение пластины приводит к смещению прилегающего к ней слоя воздуха, создавая области повышенного или пониженного давления. Это возмущение воздуха распространяется в пространстве вдоль оси x в виде плоской гармонической волны, описываемой уравнением

$$y(x, t) = y_0 \sin 2\pi \nu (t - x / c) \quad (2.4)$$

Здесь $y(x, t)$ - смещение частиц воздуха около положения равновесия в момент времени t на расстоянии x от источника волн (пластины); c - скорость распространения волны.

Таким образом, слои воздуха колеблются, повторяя движение пластины, но с задержкой во времени, равной x / c .

Аргумент синуса в (2.4) называется фазой волны

$$\Phi = 2\pi \nu (t - x / c) \quad (2.5)$$

Значение фазы определяет, в какой “стадии” колебаний находятся частицы в данном месте и в данный момент. В отличие от фазы колебаний пластины (см. выражение 2.3), фаза волны зависит не только от времени, но и от координаты x . Синус является периодической функцией с периодом 2π , т.е. волновое движение повторяется при изменении фазы на $2\pi, 4\pi$ и т.д.

Расстояние между двумя соседними “гребнями” называется *длиной волны*. Это расстояние гребень походит за время, равное периоду колебаний.

$$\lambda = c T = c / \nu. \quad (2.6)$$

В данной работе, измерив λ и ν , найдем скорость звука. С учетом (2.6) запишем уравнение волны (2.4) в другом виде

$$y(x, t) = y_0 \sin 2\pi (t / T - x / \lambda) \quad (2.7)$$

Здесь отчетливо видно, что волна является периодической функцией времени с периодом T и периодической функцией координаты с периодом λ . Графически сложно изобразить волну, как функцию двух переменных, но это легко сделать для каждой переменной в отдельности.

Если мы берем тонкий слой воздуха в какой-нибудь точке пространства $x = x_0$ и начинаем наблюдать за его движением, то обнаружим, что он совершает колебания с периодом T

$$y(t) = y_0 \sin 2\pi (t / T - x_0 / \lambda) = y_0 \sin(2\pi t / T - \varphi_0) \quad (2.8)$$

В этой формуле $\varphi_0 = -2\pi x_0 / \lambda$ есть постоянная составляющая фазы. График этой функции изображен на рис. 2.1а.

Аналогично мы можем сделать “моментальный снимок” формы волны в какой-то момент времени $t = t_0$. И тогда обнаружим, что смещение изменяется в зависимости от расстояния x согласно закону

$$y(x) = y_0 \sin(2\pi t_0 / T - 2\pi x / \lambda) = -y_0 \sin(2\pi x / \lambda + \varphi_0') \quad (2.9)$$

где $\varphi_0' = 2\pi t_0 / T$. Эта функция представлена на рис. 2.1б.

2.2.3. Пьезоэлектрический излучатель и приемник ультразвука

Используемые в установке излучатель и приемник ультразвука действуют на основе пьезоэффекта. Этот эффект наблюдается у некоторых кристаллических диэлектриков, например у кварца. Если из кристалла кварца определенным образом относительно кристаллических осей вырезать пластину и на противоположенные стороны пластины нанести металлические электроды, то такое устройство может служить как излучателем, так и приемником звука высокой частоты.

При сжатии пластины между электродами возникает разность потенциалов, пропорциональная деформации. При растяжении изменяется полярность напряжения. Это явление называется прямым пьезоэффектом. Под действием звуковой волны пластина будет деформироваться и на электродах возникнет переменное напряжение, пропорциональное звуковому давлению. Такое устройство является преобразователем механических колебаний в электрические, т.е. приемником звука (пьезоэлектрическим микрофоном).

Есть и обратный пьезоэффект: если к электродам приложить напряжение определенной полярности, то пластина сжимается, а при изменении полярности - растягивается. В случае переменного напряжения пластина будет колебаться по толщине, создавая звуковые волны в окружающем веществе. Колебания пластины под действием переменного напряжения являются вынужденными колебаниями, происходящими с частотой тока. Если частота электрических колебаний совпадает с частотой собственных колебаний пластины, то возникает значительное увеличение амплитуды механических колебаний (резонанс). Такие колебательные системы, как пластина, струна и т.п. обладают многими собственными частотами, поэтому для них резонанс наблюдается не на одной, а на многих частотах.

2.3. Методика проведения эксперимента

2.3.1. Фазовый метод измерения длины волны и скорости звука

Если при известной частоте колебаний мы измерим длину звуковой волны в воздухе λ , то скорость звука V в воздухе вычислим по формуле $c = \lambda \nu$.

Принципиальная схема опыта показана на рис. 2.2. Переменное электрическое напряжение, изменяющееся по синусоидальному закону, вырабатывается электронным генератором сигналов Г. Частоту ν генератора можно плавно изменять в диапазоне звуковых и ультразвуковых частот и считывать по лимбу прибора. Напряжение генератора подается на устройство, преобразующее электрические колебания в механические колебания с той же частотой. Это устройство назовем излучателем ультразвука. Излучатель представляет собой пластину из специального кристаллического диэлектрика, обладающего пьезоэлектрическими свойствами. На пластину нанесены два металлических электрода, к которым подключается генератор. При изменении напряжения толщина пластины изменяется, что порождает звуковую волну, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном пластине (вдоль оси x). Приемник П устроен так же, как и излучатель, но выполняет обратную функцию - преобразует механические колебания пластины по толщине в электрическое переменное напряжение.

Электрические сигналы от генератора и приемника подаются на каналы вертикального отклонения двухканального осциллографа. На первый канал (Y1) подадим напряжение генератора, на второй канал (Y2) - напряжение приемника. На экране осциллографа будем наблюдать две синусоиды, показывающие зависимости напряжений от времени (рис. 2.3). Для обеих осциллограмм шкала времени единая. Начало развертки привязывается к определенной фазе колебаний генератора. Эту фазу можно изменять настройкой осциллографа. Неважно, с какой фазы колебаний начинается развертка, важно, чтобы в течение опыта она оставалась постоянной.

Синусоида приемника, вообще говоря, сдвинута относительно синусоиды генератора. Их можно совместить, изменив расстояние x между приемником и излучателем. Пусть гребни синусоид совмещены. Заметим положение приемника на шкале оси x . Будем медленно отодвигать приемник от источника звука. Теперь волне нужно пройти больший путь до приемника и она приходит позже, поэтому на экране осциллографа сигнал от приемника сдвигается вправо относительно неподвижной осциллограммы от генератора. Если “гребни” синусоид снова совпадут, то это означает, что задержка

в приходе волны увеличилась на период колебаний, что соответствует смещению приемника на длину волны. Так как длина волны маленькая (единицы миллиметров), то точность измерений можно повысить, если сдвинуть синусоиду не на один, а на несколько периодов. Пусть при изменении расстояния между приемником и излучателем на Δx синусоида сдвинулась на целое число m периодов, тогда

$$\lambda = \Delta x / m \quad (2.10)$$

Очевидно, что при изменении направления движения приемника изменится и направление смещения синусоиды на экране.

2.3.2. Измерение с помощью звуковой волны скорости перемещения приемника относительно излучателя.

Рассмотрим следующую экспериментальную задачу. Пусть мы уже знаем длину волны используемых нами ультразвуковых волн. Предположим, что приемник приближается или удаляется от излучателя с некоторой неизвестной скоростью V . Как измерить модуль и направление скорости с помощью описанной выше установки? При этом у вас есть секундомер, вы смотрите на экран осциллографа, но не видите самих движущихся предметов. Продумайте методику измерения скорости.

Примечание. Сама возможность подобных измерений скорости является следствием эффекта Доплера. Он состоит в том, что, если источник звука быстро приближается к нам, то мы слышим более высокую частоту, а когда источник удаляется от нас, мы слышим более низкую частоту. Эффект Доплера используется для измерения скорости с помощью волн, например, в радиолокаторах, с помощью которых работники ГАИ определяют скорость автомобиля.

2.4. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 2.3) включает в себя: излучатель 1 и приемник ультразвука 2, установленные на держателях, которые можно перемещать по рельсу; генератор сигналов низкочастотный 3 типа ГЗ-56/1 (или аналогичный с выходным напряжением до 50 В); двухканальный осциллограф 4 типа СИ-П8А, секундомер.

Пьезоэлектрические пластины приемника и излучателя прикреплены к донышкам внутри цилиндрических камер, отмеченных буквами “П” и “И” соответственно. Эти донышки должны быть обращены друг к другу.

Электрическая схема подключения излучателя и осциллографа к выходным клеммам генератора дана на рис. 2.4. На излучатель подается напряжение порядка 50 В, а на вход Y1 осциллографа - небольшой сигнал, ослабленный делителем на резисторах R1 и R2. Сигнал с приемника подается на выход Y2 осциллографа.

2.5. Порядок выполнения работы

Упражнение 1. Демонстрация работы приемника.

1. Включить осциллограф, нажав кнопку “СЕТЬ”.
2. Включить только второй канал, для этого переключатель “Y2” должен быть нажат, а переключатель “Y1” отжат.
3. Настроить осциллограф, добившись необходимой яркости, фокусировки, положения луча на экране.
4. Включить медленную развертку, установив переключатель “ $\mu S / mS$ ” в положение “mS”, а переключатель “ВРЕМЯ/ДЕЛ” в положение “2”.
5. Переключатель “V/ДЕЛ” канала Y2 установить в самое чувствительное положение “5 mV”.

Упражнение 2. Демонстрация работы излучателя звука.

1. Включить тумблер “СЕТЬ” генератора, при этом должна загореться индикационная лампочка рядом с выключателем.
2. Установите переключатели в рабочее положение:
 - тумблер “ШКАЛА ВОЛЬТМЕТРА” в положение “63,2”;
 - тумблер “ВНУТР. 600” в положение “ВЫКЛ”;
 - переключатель “ВНЕШ. НАГРУЗКА ” в положение “5000”;
 - ручку “РЕГ. ВЫХОДА” повернуть по часовой стрелке до упора.
3. Переключатель “МНОЖИТЕЛЬ ЧАСТОТЫ” установить в положение “”. Плавно изменяя частоту генератора ручкой “ЧАСТОТА Hz”, можно услышать звучание, издаваемое излучателем в диапазоне от 2000 до 20 000 Гц (частота находится как произведение числа на лимбе на “множитель частоты”).

Упражнение 3. Определение длины волны и скорости ультразвука.

1. Так как ультразвуковой сигнал в данной установке слабый, то опыт можно выполнить только при малых расстояниях между излучателем и приемником. Поэтому установите минимальное расстояние (~ 80 мм) между держателями приемника и излучателя (см. рис. 2.3). Закрепите держатели стопорными винтами 6. Установите приемник и излучатель на одинаковой высоте и закрепите их винтами 7.
2. Помимо бегущих волн, с которыми проводится данный опыт, в установке могут возникнуть и стоячие волны, как результат сложения прямой и отраженной от приемника волны. Нежелательные стоячие

волны можно уменьшить, повернув излучатель в горизонтальной плоскости на угол примерно 20-30 (см. вид сверху на рис. 2.5) .

3. С помощью винта 5 приблизьте приемник на небольшое (2 см.) расстояние к излучателю.

4. Установите частоту генератора 51500 Гц.

5. Установите рабочий режим осциллографа:

- включите оба канала, нажав на переключатели “Y1” и “Y2”;
- установите необходимую скорость развертки, установив переключатель “ $\mu S / mS$ ” в положение “ μS ” , а переключатель “ВРЕМЯ/ДЕЛ” - в положение “20”;
- установите внутреннюю синхронизацию по сигналу первого канала, для чего переключатель “ВНУТР/ВНЕШ” установите в положение “ВНУТР”, а переключатель “Y1/Y2” - в положение “Y1”;
- переключатель “V/ДЕЛ” установите в положение “0,2” для первого канала и “5 mV” для второго канала;
- вращением ручки “Уров” добейтесь устойчивой осциллограммы;
- добейтесь того, чтобы на экране наблюдались две осциллограммы;
- ручками “b ” установите осциллограмму приемника непосредственно над осциллограммой генератора.

6. В диапазоне 50 - 60 кГц подберите частоту, на которой сигнал приемника наибольший.

7. Если настройка выполнена правильно, то на экране будут две синусоиды - от генератора и приемника. Убедитесь в том, что сигнал от приемника акустический, а не связан с электромагнитной наводкой. Для этого между приемником и излучателем вставьте тетрадь, при этом акустический сигнал заметно ослабнет, а наводка не изменится. Микрометрическим винтом 5 перемещайте приемник, при этом синусоида от приемника должна смещаться относительно неподвижной синусоиды генератора.

8. Измерьте длину волны, для чего проделайте следующие измерения, записывая результаты в таблицу 2.1. Перемещением приемника совместите гребни обеих синусоид.

Положение приемника по шкале x (рис. 2.3) обозначим x_1 . Перемещаем приемник и по экрану осциллографа подсчитываем, на сколько периодов m сместиться синусоида; отмечаем конечную координату x_2 . По этим результатам вычислите $\Delta x = |x_1 - x_2|$, найдите длину волны по формуле (2.10) и скорость звука по формуле (2.6).

Таблица 2.1.

Физич. величина	Частота ν	X_1	X_2	ΔX	m	λ	C
Единицы							

Примечание: в таблице предусмотреть примерно 15 строк.

9. Повторите несколько раз измерения п.8, перемещая приемник в обоих направлениях. Результаты записать в табл. 2.1.

10. Эти измерения желательно повторить и на других резонансных частотах.

11. Определив в каждом измерении скорость звука, вычислите среднее значение $C_{ЭКСП}$

12. По формуле (2.1) вычислите теоретическое значение скорости звука $C_{ТЕОР}$ при комнатной температуре и сравните его с результатом опыта.

Упражнение 4. Измерение скорости движения приемника относительно источника звука.

В разделе 4 была поставлена задача и предложено самостоятельно найти ее решение. Здесь предлагается проделать соответствующий опыт и представить результаты в виде таблицы. Достаточно равномерное движение приемника можно осуществить вращением головки 5 микрометрического винта.

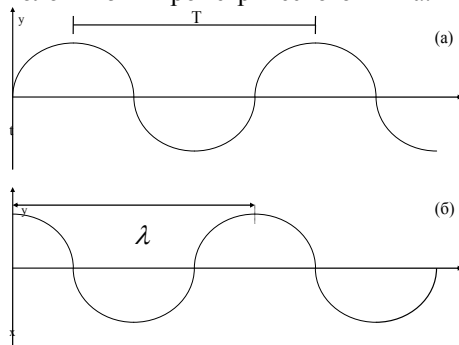


Рис. 2.1.

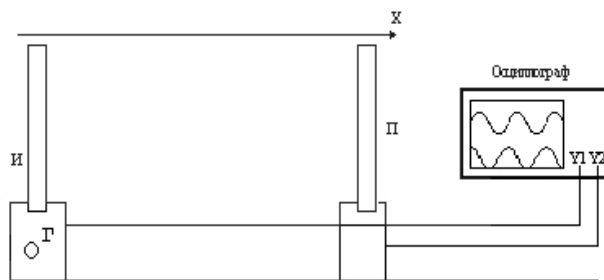


Рис. 2.2.

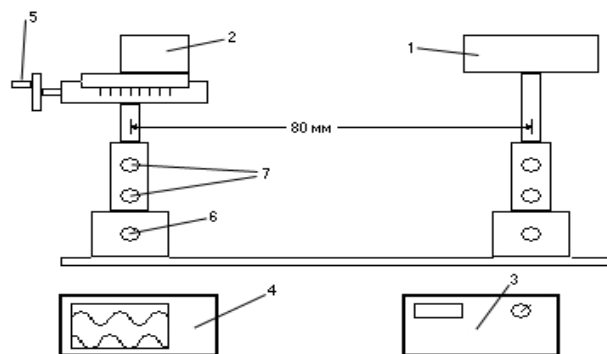


Рис. 2.3.

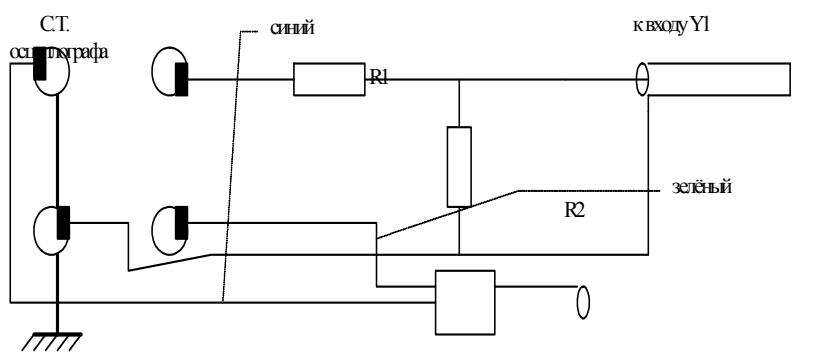


Рис. 2.4.

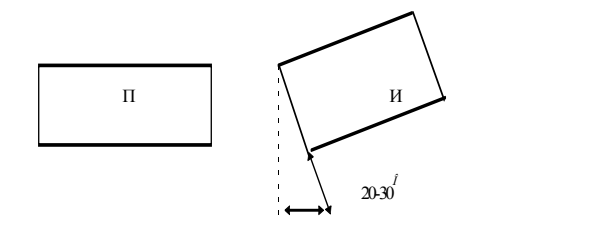


Рис. 2.5.

2.6. Контрольные вопросы

1. Какова физическая природа звука? Что такое ультразвук?
2. Как измеряют скорость звука и от каких факторов она зависит?
3. Запишите уравнение колебаний пластины и уравнение плоской гармонической волны. Чем отличается фаза колебаний пластины от фазы волны?
4. Что такое длина волны? Какая связь между длиной волны и скоростью её распространения?
5. Происходит ли перенос вещества, энергии волной?
6. На основе какого физического явления работают в данной установке приёмник и излучатель ультразвука?
7. В чём заключается фазовый метод измерения длины волны?
8. Что такое эффект Доплера?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К-3

Закон Ома для цепи переменного тока

3.1. Цель работы

Целью работы является изучение закона Ома для цепи переменного тока на примере последовательного RLC-контура.

3.2. Основные теоретические сведения

Рассмотрим цепь (контур) из последовательно соединенных конденсатора емкостью C , катушки самоиндукции индуктивностью L и резистора с сопротивлением R (рис. 3.1). Предположим, что цепь подключена к источнику синусоидальной ЭДС

$$e(t) = E_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.1)$$

где E_0 - амплитуда;

ω - циклическая частота;

φ_0 - начальная фаза ЭДС.

Начальная фаза (фаза в момент $t=0$) зависит от выбора начала отсчета времени $t=0$ и поэтому может, вообще говоря, принимать значения от $-\pi$ до π . Выберем ее такой, чтобы ток $i(t)$, текущий в цепи под действием ЭДС $e(t)$ и имеющий также гармоническую зависимость от времени, имел при этом начальную фазу, равную нулю, то есть

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t) \quad (3.2)$$

где I_0 - амплитуда тока.

Другими словами, для удобства анализа момент $t=0$ выбирается таким, чтобы начальная фаза тока $i(t)$ была равна нулю, а начальная фаза ЭДС источника при этом принимала соответствующее конкретное (зависящее от параметров RLC-цепи) значение.

Если внутреннее сопротивление источника равно нулю, то ЭДС $e(t)$ будет приложена к контуру и, следовательно, будет совпадать с полным напряжением $u(t)$ на контуре, равным

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = E_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3.3)$$

Если $\varphi_0 > 0$, ток $i(t)$ отстает по фазе от напряжения $u(t)$, тогда как при $\varphi_0 < 0$ ток $i(t)$ будет опережать напряжение $u(t)$ по фазе.

Приведем теперь следующие известные соотношения для элементов цепей переменного тока:

1. Ток $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$, протекающий по активному сопротивлению R , вызывает падение напряжения на нём, равное

$$u_R(t) = R i(t) = I_0 R \sin(\omega t) = U_R \sin(\omega t) \quad (3.4)$$

то есть $i(t)$ и $u_R(t)$ при этом совпадают по фазе, а амплитуда U_R напряжения $u_R(t)$ равна $I_0 R$.

2. Ток $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$, протекающий через конденсатор емкостью C , будет создавать на нём падение напряжения $u_C(t)$, равное

$$u_C(t) = X_C I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_C \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3.5)$$

где величину

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3.6)$$

называют емкостным сопротивлением конденсатора. Колебания тока $i(t)$ при этом опережают по фазе колебания напряжения на конденсаторе на $\frac{\pi}{2}$, а амплитуда U_C напряжения $u_C(t)$ равна $I_0 X_C$.

3. Ток, текущий по катушке индуктивностью L , будет создавать на ней падение напряжения $u_L(t)$, равное

$$(3.7)$$

где величину

$$X_L = \omega L \quad (3.8)$$

называют индуктивным сопротивлением катушки. Колебания тока при

этом отстают по фазе от колебаний напряжения $u_L(t)$ на $\frac{\pi}{2}$, а

амплитуда U_L напряжения $u_L(t)$ равна $I_0 X_L$.

Отметим зависимость емкостного и индуктивного сопротивления от частоты.

Используя (3.1) - (3.8), найдем теперь связь φ_0 в (3.1) и (3.3) с параметрами R , L , C последовательного контура. Согласно второму правилу Кирхгофа, сумма напряжений на элементах рассматриваемой цепи (рис. 3.1) в каждый момент времени должна равняться напряжению $u(t)$ в (3.3), то есть

$$u_R(t) + u_C(t) + u_L(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (3.9)$$

Поскольку через все элементы цепи проходит один и тот же ток $i(t)$, то, подставляя в (3.9) уравнения (3.4) - (3.8), получим

$$I_0 [R \sin(\omega t) + (X_L - X_C) \cos(\omega t)] = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (3.10)$$

Представим это уравнение следующим образом:

$$I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \left\{ \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \sin(\omega t) + \right. \\ \left. + \frac{X_L - X_C}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \cos(\omega t) \right\} = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3.11)$$

откуда можно видеть, что решение относительно φ_0 получим, приняв, что

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3.12)$$

и положив

$$\cos \varphi_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (3.13a)$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{X_L - X_C}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (3.13б)$$

Уравнения (3.13) дают связь между начальной фазой φ_0 напряжения на контуре и параметрами контура. Из них, в частности, следует, что $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_0 \leq \frac{\pi}{2}$, поскольку разность $X_L - X_C$ может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (3.14)$$

в выражении (3.12), связывающая амплитудные (а следовательно, и действующие) значения тока $i(t)$ в цепи и полного напряжения $u(t)$ на ней, называют *полным сопротивлением* последовательного RLC-контура, так что

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} \quad (3.15)$$

Что касается сдвига фаз между колебаниями тока $i(t)$ и колебаниями полного напряжения $u(t)$ на контуре, то он определяется выражением (как это следует из (3.13))

$$\varphi_0 = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (3.16)$$

Уравнения (3.14) - (3.16) выражают собой **закон Ома** для цепи переменного тока в последовательном RLC-контуре.

Полученные результаты допускают простую геометрическую интерпретацию с помощью векторных диаграмм. Существуют векторные диаграммы напряжений, сопротивлений, токов, проводимостей. Для разных цепей диаграммы имеют свой смысл и строятся, исходя из получения наибольшей информации. В общем случае векторная диаграмма цепи переменного тока представляет собой плоскостную диаграмму векторов, показывающую связь между однотипными электрическими величинами данной цепи

(напряжениями, токами и т.д.). Каждый вектор на такой диаграмме изображает соответствующую величину.

В нашем случае интерес представляет векторная диаграмма напряжений, поскольку ток $i(t)$ в контуре один и тот же. Диаграмма будет состоять из четырех основных векторов, изображающих напряжения U_R , U_L , U_C , U в следующем виде. Длины векторов берутся (в произвольном масштабе) равными амплитудам этих напряжений, то есть соответственно величинам

$$\begin{aligned}U_R &= I_0 R, \\U_L &= I_0 \omega L, \\U_C &= \frac{I_0}{\omega C}, \\U_0 &= I_0 Z,\end{aligned}\tag{3.17}$$

а направления векторов определяются начальными фазами напряжений (углами) относительно некоторого "отсчетного" направления (например, оси Ox). При этом положительным начальным фазам соответствуют повороты векторов против часовой стрелки, а отрицательным начальным фазам - повороты по часовой стрелке.

Начальная фаза напряжения $u_{R(t)}$, в соответствии с (3.4), равна нулю. Поэтому вектор U_R , изображающий это напряжение имеющий длину U_R , будет ориентирован в направлении оси Ox . Учитывая далее, что напряжение $u_C(t)$, в соответствии с (3.5), отстает по фазе от колебаний $u_R(t)$ на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение $u_L(t)$ на катушке, в соответствии с

(3.7), опережает по фазе напряжение $u_R(t)$ (или ток $i(t)$) на $\frac{\pi}{2}$,

получаем векторную диаграмму напряжений типа показанной на рис. 3.2. Произведя сложение векторов, можно графически построить, а затем аналитически вычислить амплитуды и начальные фазы всех остальных представляющих интерес напряжений на различных участках схемы.

Можно видеть, что построенная векторная диаграмма фактически является геометрической интерпретацией закона Ома для рассматриваемой цепи переменного тока (в смысле уравнений (3.14) - (3.16)).

3.3. Описание экспериментальной установки

Измерения проводятся на лабораторном стенде. Его электрическая схема и выводные клеммы, расположенные на лицевой панели, показаны на рис. 3.3. Питание схемы осуществляется от генератора

сигналов низкой частоты ГЗ-36А, а измерение амплитуд напряжений на различных участках цепи производится электронным осциллографом.

Рабочая частота установки выбирается равной $f = 500$ Гц, для чего на генераторе сигналов переключатель "Множитель частоты" устанавливается в положение "x 10", а указатель частоты на шкале частот устанавливается на значении "50". Переключатель "Выходное напряжение" на генераторе фиксируется в положении "x1", а выходное напряжение генератора поддерживается ручкой "Рег. вых." с помощью стрелочного индикатора на его панели около 4 В.

Исследуемой схемой является последовательный RLC - контур (рис. 3.3). При этом генератор подключается к клеммам 1-4 образца (гнездо "L" генератора при этом подсоединяется к клемме 4 макета, а клеммы 5 и 6 остаются незадействованными). Параметры C, L и R приведены на рис. 3.3.

При подключенном к стенду генераторе измерения амплитуд напряжений на различных участках исследуемой схемы производятся с помощью электронного осциллографа. Для этого делитель "Вольт/см" на передней панели осциллографа устанавливается в такое положение, когда амплитуда напряжения равна 2-4 большим делениям шкалы экрана. Два конца соединительных проводов (белого и черного) с разъема "Вход" осциллографа подключаются к соответствующим клеммам макета. После включения в сеть осциллографа и подсоединения его к стенду на его экране появляется синусоида, изображающая временную зависимость напряжения, амплитуда которой, выраженная в сантиметрах, дает (с учетом множителя, на который указывает делитель) искомую амплитуду измеряемого напряжения.

3.4. Методика и порядок выполнения работы

В работе измеряются амплитуды напряжений U_0 (на клеммах 1-4), U_C (на клеммах 1-2), U_L (на клеммах 2-3), (на клеммах 3-4), U_{CL} (на клеммах 1-3), (на клеммах 2-4).

Измерения проводятся при трех значениях R: $R = 0$ (резистор R полностью выведен; ручка резистора устанавливается в крайнее левое положение); $R \approx 8,0$ кОм (резистор выведен примерно наполовину; ручка резистора устанавливается приблизительно в среднем положении; при этом в силу логарифмической зависимости сопротивления резистора от угла поворота для большинства переменных резисторов широкого применения сопротивление будет больше, чем половина максимального значения); $R = 12$ кОм (резистор R полностью введен; ручка резистора R - в крайнем правом положении).

Результаты измерений заносятся в таблицу 3.1. С их помощью проверяется справедливость закона Ома, выраженного формулами (3.14)-(3.16).

Постройте векторные диаграммы для теоретически рассчитанных напряжений. Для расчетов пользуйтесь значением напряжения генератора U_0 и параметрами элементов схемы, указанными выше. Расчеты производятся по формулам

$$\begin{aligned} U_{0TEOP} &= \sqrt{U_{R1}^2 + (U_L - U_C)^2}, \\ U_{CLTEOP} &= |U_L - U_C|, \\ U_{LR1TEOP} &= \sqrt{U_{R1}^2 + U_L^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Сравните полученные теоретические значения с соответствующими экспериментальными и вычислите погрешности

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{|U_{0TEOP} - U_0|}{U_0}, \\ \delta_{CL} &= \frac{|U_{CLTEOP} - U_{CL}|}{U_{CL}}, \\ \delta_{LR1} &= \frac{|U_{LR1TEOP} - U_{LR1}|}{U_{LR1}}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

и внесите их в таблицу 3.1.

Отметим лишь, что отклонения измеренных значений амплитуд напряжений от вычисленных возникают как из-за погрешностей измерительных средств, так и из-за неидеальности параметров измерительной схемы (например, неучета активного сопротивления катушки самоиндукции и др.) и могут достигать 20-30%.

Таблица 3.1.
($f=500\text{Гц}$)

R_1 , кОм	Измерения (вольты)						Вычисления					
	U_C	U_L	U_{R1}	U_0	U_{CL}	U_{LR1}	$U_{0\text{ теор}}$	$\delta_0, \%$	$U_{CL\text{ теор}}$	$\delta_{CL}, \%$	$U_{LR1\text{ теор}}$	$\delta_{LR1}, \%$
0												
8,0												
12												

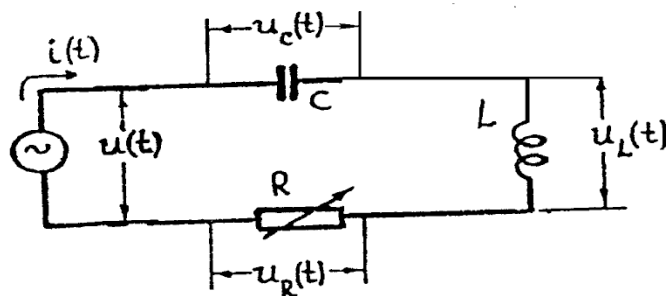


Рис. 3.1. Последовательный RLC-контур, в который включен источник переменной э.д.с.

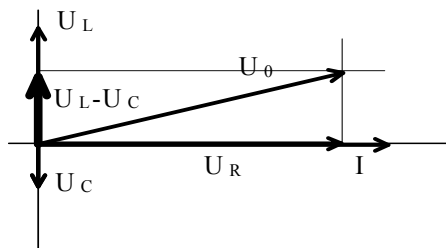


Рис. 3.2. Векторная диаграмма напряжений для последовательного RLC-контура.

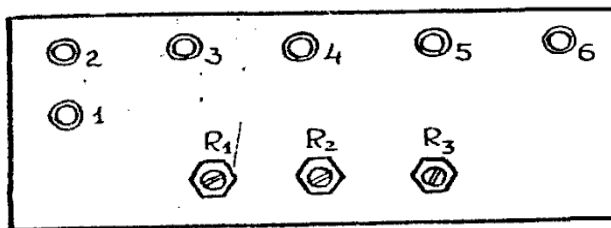
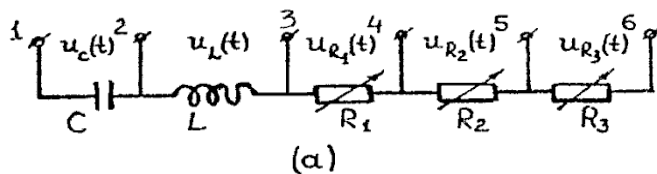


Рис. 3.3. Электрическая принципиальная схема стенда (а), вид на лицевую панель (б).

$C = 0,047 \text{ мкФ}$, $L = 3 \text{ Гн}$, $R_1 = 12 \text{ кОм}$, $R_2 = 6,8 \text{ кОм}$, $R_3 = 22 \text{ кОм}$.

3.5. Контрольные вопросы

1. Почему закон Ома, полученный для постоянного тока, остаётся справедливым и для мгновенных значений переменного тока и напряжения? Какие токи называются квазистационарными?
2. Сформулируйте правила построения векторных диаграмм для описания гармонически колеблющихся величин.
3. Что такое действующее значение переменного тока?
4. Напишите аналитическое выражение для средней мощности, соответствующей исследуемой в данной работе цепи.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К-4

Изучение стоячих механических волн на примере колебаний струны

4.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальное определение зависимости параметров колебания струны от силы натяжения струны.

4.2. Основные теоретические сведения

Под струной понимают нить, имеющую бесконечно малую толщину, закрепленную в двух неподвижных точках. На единицу длины струны приходится масса

$$\mu = \frac{m}{L}, \quad (4.1)$$

где m - масса струны;

L - длина струны, или расстояние между точками закрепления струны.

Интерференция (от латинского *inter* - между, *ferio* - ударяю, поражаю) - явление наложения двух или более когерентных волн, т.е. волн, с неизменной или закономерно изменяющейся во времени разностью фаз. При интерференции происходит перераспределение энергии колебаний в пространстве, причем наиболее контрастной является интерференционная картина для волн с одинаковой поляризацией, а ортогонально поляризованные волны интерференции не испытывают.

При падении волны на границу раздела двух сред возникает отраженная волна, т.е. волна, распространяющаяся в противоположном направлении. Коэффициент отражения (отношение значения энергии, переносимой отраженной волной к значению энергии исходной, или падающей, волны) и фаза отраженной волны зависят от скоростей распространения волн в обеих средах. Заметим также, что любая неоднородность среды, в которой происходит распространение волны, приводит к отражению волны от этой неоднородности.

После отражения от плоской границы раздела в однородной среде, из которой приходит падающая волна, начинает распространяться также отраженная волна, идущая в обратном направлении. И падающая, и отраженная волны порождены одним источником колебаний, поэтому эти волны когерентны, поскольку разность фаз колебаний в каждой точке пространства постоянна во времени и зависит от координат точки.

При возбуждении внешними силами колебаний струны параметры колебаний (амплитуда, частота, фаза колебания, вид волны и др.) зависят от свойств струны, способа закрепления и возбуждения колебаний.

В случае плоской гармонической волны, направление распространения которой происходит вдоль некоторой оси ОХ, уравнение колебаний, обусловленных падающей ("прямой") волной, для точки с координатой x имеет вид

$$S_{np}(x, t) = A \sin(\omega t - kx) \quad (4.2)$$

где t - текущее время;

$\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота;

ν - частота;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число;

λ - длина волны.

Фазовая скорость распространения волны определяется как

$$u = \lambda \nu = \frac{\omega}{k}. \quad (4.3)$$

Для отраженной волны, распространяющейся в противоположном направлении ("обратной" волны) уравнение колебаний имеет вид

$$S_{об}(x, t) = A \sin(\omega t + kx). \quad (4.4)$$

Поскольку каждая точка испытывает колебания, обусловленные наличием как прямой, так и обратной волны, то результирующее уравнение колебаний имеет вид

$$S(x, t) = S_{пр} + S_{об} = 2A \cos kx \sin \omega t. \quad (4.5)$$

При домашней подготовке к работе получите выражение (4.5) самостоятельно.

Уравнение (4.5) описывает так называемую *стоячую волну*, представляющую собой частный случай интерференции волн. Из уравнения видно, что отклонение колеблющейся точки описывается двумя независимыми сомножителями, один из которых есть гармоническая функция времени, а другой - гармоническая функция пространственной координаты. Амплитуду колебаний каждой точки можно представить в виде

$$A_{cm} = 2A \cos kx. \quad (4.6)$$

В отличие от бегущей волны амплитуда колебаний точки среды зависит от координаты (но не зависит от времени!). Таким образом уравнение (4.5) можно записать в виде

$$S(x, t) = A_{cm} \sin \omega t \quad (4.7)$$

Узлом стоячей волны называют точки, в которых

$A_{cm} = 0$. Пучность стоячей волны - точки, в которых $A_{cm} = 2A$. Частота колебаний ν для стоячей и бегущих волн одинакова. Расстояние между соседними пучностями или соседними узлами называется длиной стоячей волны и составляет $\frac{\lambda}{2}$.

Рассмотрим механизм появления бегущей поперечной волны в струне. Рассмотрим элемент струны Δx (рис. 4.1). Масса этого элемента $\Delta m = \mu \Delta x$. Вследствие предварительного натяжения и упругой деформации в элементе Δx возникает сила натяжения T . Направление векторов сил, приложенных к концам элемента Δx , составляют с направлением оси Ox , направленной вдоль невозмущенной струны, углы α_1 и α_2 . Направление самой оси Ox совпадает с направлением распространения волны (с направлением фазовой скорости волны u). Проекция равнодействующей сил, приложенных к концам элемента Δx , на ось OS , определяющая режим движения элемента Δx в направлении S , определяется из выражения

$$F_p = T \alpha_1 - T \alpha_2. \quad (4.8)$$

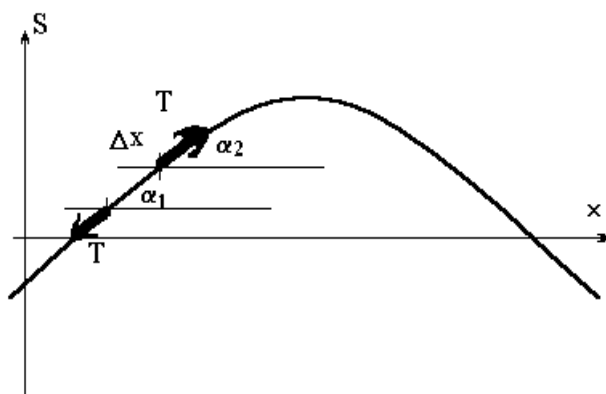


Рис. 4.1. К выводу волнового уравнения

Введем понятие частной производной функции нескольких аргументов по одному из аргументов. Если зафиксировать значения всех аргументов, кроме одного, а по изменяющемуся аргументу вычислить производную функции, то говорят, что вычислили частную производную. Например, при фиксированном значении координаты x вычислим частную производную смещения $S(x,t)$ по времени, которую

обозначим $\frac{\partial S(x, t)}{\partial t}$.

По второму закону Ньютона для элемента Δx справедливо

$$T\alpha_1 - T\alpha_2 = (\mu\Delta x) \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \quad (4.9)$$

(Последний сомножитель представляет собой проекцию ускорения элемента струны на ось OS.)

Запишем (4.9) в виде

$$T \frac{d\alpha}{dx} = \mu \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \quad (4.10)$$

Учитывая, что $\sin \alpha = \frac{\Delta S}{\Delta x}$ и малость угла α , получим $\alpha \approx \frac{\partial S}{\partial x}$

$$\text{и выражение} \quad \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}, \quad (4.11)$$

называемое волновым уравнением, решением которого являются выражения (4.2) и (4.4). При домашней подготовке к работе убедитесь в этом самостоятельно и получите выражение для скорости распространения волны, имеющее вид

$$u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (4.12)$$

Из (4.12) видно, что скорость распространения бегущей волны вдоль струны определяется только параметрами струны (ее массой, длиной и натяжением) и не зависит от амплитуды и частоты малых колебаний.

На концах струны мы всегда получаем узлы смещения (концы струны жестко закреплены), поэтому на длине струны может укладываться целое число n длин стоячих волн и можно записать

$$\frac{\lambda_n}{2} n = L \quad \text{и} \quad v_n = \frac{n}{2L} u = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (4.13)$$

Струна, следовательно, может колебаться не с одной частотой, а с целым спектром частот.

4.3. Методика выполнения эксперимента

При возбуждении вынужденных колебаний струны частота ее колебаний задается источником вынужденных колебаний f . Изменяя натяжение струны T , мы можем подобрать частоту, на которой происходит резонанс. При этом каждому резонансному значению T_n будет соответствовать число n стоячих волн, укладывающихся на длине струны.

Значение скорости распространения волны может быть рассчитано как по выражению (4.3) (первое равенство), так и по выражению (4.13).

Значение силы натяжения T и длины стоячей волны $\lambda_{\text{ст}}$ измеряются экспериментально, сравниваются рассчитанные значения скорости распространения волны, условно называемые "расчетным" (по выражению (4.13)) и "экспериментальным" (по выражению (4.3)).

4.4. Описание экспериментальной установки

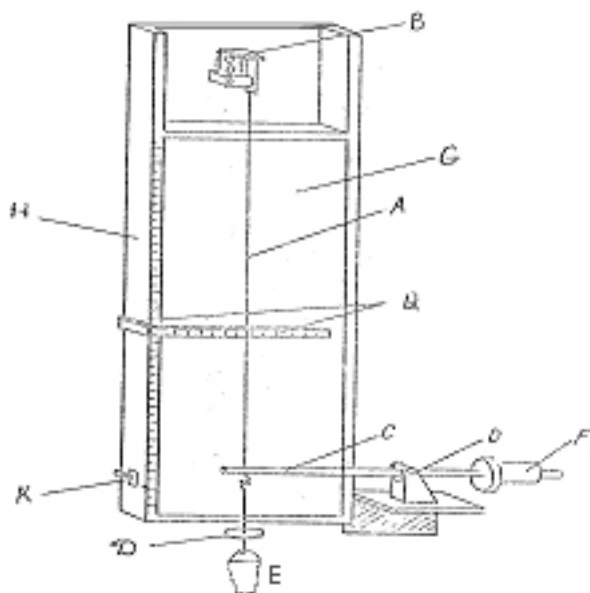


Рис. 4.2. Схема экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 4.2.

Струна А закрепляется в раме Н так, что верхний конец струны прикреплен к пластинке вибратора В, возбуждающего струну с частотой $\nu = 100$ Гц, а нижний конец струны прикреплен к концу рычага С с осью вращения в точке О. Ниже подвешена платформа D и ведро Е. На другом конце рычага С может перемещаться и закрепляться груз F. Вес платформы и ведерка может быть уравновешен этим грузом. Натяжение струны определяется массой грузов на платформе и в ведре.

Для наблюдения фигур, принимаемых струной, применяется стробоскопическое освещение. Для этого за молочным стеклом G помещена лампа дневного света, дающая 100 вспышек в секунду.

Струна, колеблющаяся с частотой 100 Гц и освещаемая этой лампой, кажется неподвижной в своих крайних положениях.

Установка включается тумблером К.

4.5. Порядок выполнения работы и обработки результатов

В процессе домашней подготовки выведите выражения, указанные в п. 4.2. и подготовьте таблицы 4.1 и 4.2. В таблице 4.1 предусмотрите 4 - 5 строк, а в таблице 4.2 предусмотрите 10 - 15 столбцов для значений координат и амплитуд.

Таблица 4.1

$\mu =$ кг/м		$L =$ м,		$\nu = 100$ Гц			Отн. погрешность δ
масса груза m_n , кг	T_n , Н	$U_{\text{расч}}$, м/с	n	$n - 1$	λ_n , м	$U_{\text{эксп}}$, м/с	

Таблица 4.2

x , м									
A , м									

Перед выполнением работы узнайте у дежурного инженера лаборатории, какое минимальное число длин стоячих волн n разрешается получать на установке. Уравновесьте грузом F рычаг E . Включите сетевую вилку установки в розетку и включите тумблер K . Помещая на платформу и в ведро грузы, добейтесь, чтобы на струне устойчиво наблюдались 4 - 5 длин стоячих волн, занесите экспериментальные результаты в таблицу 4.1 и произведите необходимые расчеты для заполнения остальных граф таблицы. Увеличивая груз, наблюдайте меньшее количество длин стоячих волн. Заполните следующую строку таблицы 4.1 и перейдите к еще меньшему числу n

Для $n = 2$ или $n = 3$, пользуясь шкалами Q , измерьте амплитуды колебаний в 10 - 15 точках струны. По полученным данным на миллиметровой бумаге постройте график зависимости амплитуды колебаний от координаты. На этом же графике постройте теоретическую синусоиду, приняв за ее максимальное значение максимальное значение амплитуды колебаний, полученное из экспериментального графика.

Для каждого значения n рассчитайте относительную погрешность измерения скорости U , принимая за истинное значение $U_{\text{расч}}$. Пользуйтесь для этого сведениями, приведенными в разделе "Введение" сборника лабораторных работ "Механика".

На миллиметровой бумаге постройте графики зависимостей $T(n)$ и $U(n)$. Объясните характер этих зависимостей.

4.6. Контрольные вопросы.

1. Что такое волна?
2. Что такое интерференция?
3. Какая волна называется плоской?
4. Дайте определение стоячей волны.
5. Как зависит амплитуда стоячей волны от координаты и времени?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

Маятник Максвелла

5.1. Цель работы

Целью работы является определение момента инерции металлических колец на основании закона сохранения энергии.

5.2. Основные теоретические сведения

Рассмотрим вращение твердого тела вокруг оси (рис. 5.1). Разобьем тело на n малых объемов Δv массой Δm каждая. *Моментом инерции* тела относительно оси вращения называется величина

$$I = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n r_i^2 \Delta m \quad (5.1)$$

где r_i - расстояние i -го малого объема от данной оси. Равенство (5.1) представляет собой интеграл

$$I = \int_m r^2 dm. \quad (5.2)$$

Момент инерции диска и сплошного цилиндра вычисляется по формуле

$$I_o = \frac{mR^2}{2}, \quad (5.3)$$

где m - масса диска;

R - его радиус.

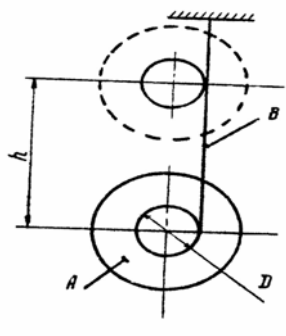
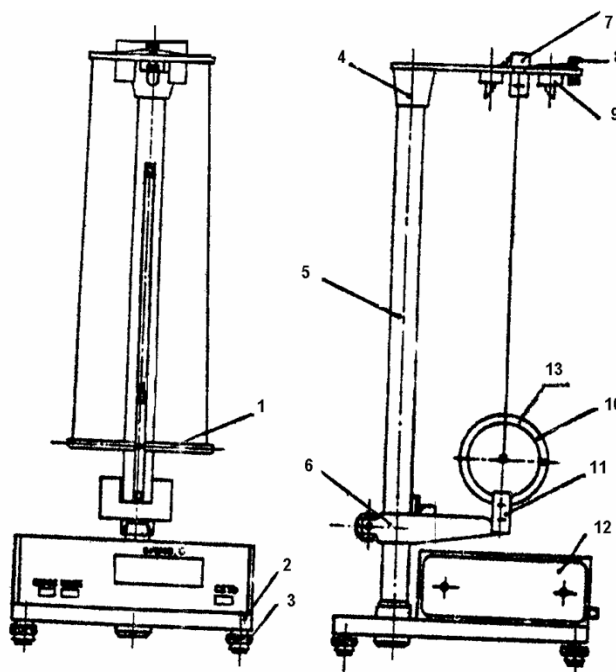


Рис.5.1.Принципиальная схема устройства «Маятник Максвелла»

В данной работе значение момента инерции определяется с помощью закона сохранения энергии: механическая энергия консервативной замкнутой системы не изменяется.

Рис. 5.2. Схема экспериментальной установки



Рассмотрим схему опыта (рис. 5.2). Диск А подвешен на нити В, закрепленной сверху и намотанной на цилиндр диаметром D, соосный с диском и составляющий с ним единую деталь. Зная время, за которое диск А пройдет под действием силы тяжести путь h, можно вычислить его момент инерции, воспользовавшись законом сохранения энергии:

$$Mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}, \quad (5.4)$$

где ω - угловая скорость диска;

v - линейная скорость центра диска;

M - масса маятника.

Записав уравнения движения и скорости диска

$$v = a\tau, \quad (5.5)$$

$$h = \frac{a \tau^2}{2} \quad (5.6)$$

где a - ускорение центра диска, и связь между угловой и линейной скоростями

$$v = \frac{D}{2} \omega \quad (5.7)$$

Указание: доказать, что при движении диска ускорение a не меняется, учащимся предоставляется самостоятельно.

Решив систему уравнений (5.4) - (5.7) относительно I , получим

$$I = \frac{1}{4} M D^2 \left(\frac{g \tau^2}{2h} - 1 \right). \quad (5.8)$$

Масса маятника вычисляется по формуле

$$M = m_0 + m_d + m_k, \quad (5.9)$$

где m_0, m_d, m_k - соответственно массы валика, диска и сменного кольца (см. раздел 5.3). Эти массы указаны на соответствующих элементах установки.

Диаметр D вычисляется как

$$D = D_0 + 2D_n, \quad (5.10)$$

где D_0 - диаметр валика, на котором укреплен диск;

D_n - диаметр нити подвеса.

Теоретическое значение момента инерции маятника Максвелла может быть рассчитано по выражению

$$I_T = \frac{1}{8} \left[m_0 D_0^2 + m_d (D_0^2 + D_d^2) + m_k (D_d^2 + D_k^2) \right], \quad (5.11)$$

где индексы o, d, k относятся соответственно к валику, диску, кольцу.

5.3. Описание экспериментальной установки

Общий вид установки показан на рис. 5.3. Основание 2 снабжено регулируемыми опорами 3, позволяющими закрепить на нем стойку 5 устанавливать вертикально. К стойке 5 прикреплен неподвижный верхний 4 и подвижный нижний 6 кронштейны. На верхнем кронштейне имеется электромагнит 9, фотоэлектрический датчик 7 и винт для закрепления и регулирования бифилярной подвески маятника 8. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему фотоэлектрическим датчиком 11 можно перемещать вдоль стойки и фиксировать в произвольно выбранном положении.

Маятник прибора - это закрепленный на оси 1 и подвешенный с помощью двух нитей диск 10, на котором для изменения момента инерции системы устанавливаются сменные кольца 13.

Диск с кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Длина маятника определяется по шкале на стойке 5 прибора. Обратите внимание, что длину маятника необходимо измерять по перемещению центра масс диска, однако начало отсчета шкалы совпадает с нижним краем диска с надетым кольцом. Нижний кронштейн снабжен указателем, помещенным на высоте оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика. Показание шкалы, на которое помещен этот указатель, численно равно длине маятника.

Фотоэлектрический датчик 7 и 11 соответственно запускает и останавливает секундомер 12.

5.4. Порядок выполнения работы

1. Во время домашней подготовки начертите таблицу 5.1.
2. Запишите в таблицу 5.1 массы и диаметры валика, диска, кольца и диаметр нити. Запишите погрешности применяемых измерительных приборов.
3. Нижний кронштейн прибора с фотоэлектрическим датчиком закрепите в крайнем нижнем положении.
4. Наденьте одно из трех сменных колец а диск маятника, прилагая небольшое усилие,
5. Намотав нить подвеса на ось маятника, проверьте, соответствует ли нижний край кольца нулю шкалы на стойке прибора. При необходимости отрегулируйте высоту верхнего кронштейна.
6. С помощью винта 8 отрегулируйте длину нитей так, чтобы ось маятника была горизонтальна. Нижний кронштейн установите так, чтобы нижняя кромка кольца находилась примерно на 2 мм ниже оси фотоэлектрического датчика нижнего кронштейна.
7. Убедитесь, что кнопка "Пуск" не нажата.
8. Измерьте длину маятника с помощью шкалы на стойке 5, результат запишите в таблицу 5.1.
9. Намотайте нить на ось маятника, равномерно распределяя ее в один слой. Зафиксируйте маятник вверху при помощи электромагнита.
10. Поверните маятник в направлении его движения на угол около 5 градусов, одновременно нажимая кнопку "Сброс", а затем "Пуск".
11. Запишите значение времени τ падения маятника в таблицу 5.1.
12. Повторите опыт по п.п. 7 - 11 пять раз.
13. Вычислите среднее время падения маятника

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i, \quad (5.12)$$

где n - количество выполненных измерений.

14. По формулам (5.8 - 5.10) вычислите момент инерции маятника.

15. Вычислите погрешность измерения момента инерции маятника по выражению

$$\varepsilon_I = \sqrt{\left(\frac{\Delta \langle M \rangle}{\langle M \rangle} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta \langle D \rangle}{\langle D \rangle} \right)^2 + \left(\frac{1}{1 - \frac{2h}{g\tau^2}} \right)^2 \left[\left(2 \frac{\Delta \langle \tau \rangle}{\langle \tau \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \langle h \rangle}{\langle h \rangle} \right)^2 \right]}, \quad (5.13)$$

где $\Delta \langle M \rangle, \Delta \langle D \rangle, \Delta \langle \tau \rangle, \Delta \langle h \rangle$ определяются в соответствии с методикой, изложенной в **приложении 2**.

16. Повторите п.п. 4 - 15 для двух других колец.

17. По формуле (5.11) вычислите теоретические значения моментов инерции.

18. Сравните теоретические и измеренные значения моментов инерции и напишите заключение к работе.

5.5. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения энергии.
2. Что такое кинетическая энергия тела в плоском движении?
3. Что такое момент инерции?
4. Выведите формулу (5.11).
5. Укажите причины возникновения систематической погрешности измерений в данной работе.
6. У какого из цилиндров одинаковой массы и радиуса: сплошного или полого - больше момент инерции?
7. Какое из тел: шар или сплошной цилиндр одинаковой массы и радиуса - окажется раньше у основания наклонной плоскости, будучи отпущенными с одной высоты?

		Номер кольца		
		1	2	3
Масса кольца m_k , кг				
Номер опыта	Время падения маятника			
1				
2				
3				
4				
5				
$\langle \tau \rangle$, с				
I_z , кг·м ²				
I_y , кг·м ²				

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Определение скорости звука в воздухе методом зондирования точек звуковой волны с заданной разностью фаз.

7.1. Цель работы

Целью работы является изучение фазовых соотношений и определение скорости звуковой волны.

7.2. Основные теоретические сведения

Дифференциальное уравнение незатухающих колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (7.1)$$

где x - отклонение материальной точки от положения равновесия;

ω_0 - собственная частота свободных незатухающих колебаний материальной точки.

Решением такого уравнения будет уравнение гармонических колебаний

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.2)$$

где x_0 - максимальное отклонение точки от положения равновесия, т.е. амплитуда незатухающих колебаний;

φ_0 - начальная фаза колебаний.

Если точка одновременно совершает гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях x и y , то результирующая траектория точки (фигура Лиссажу) будет зависеть от амплитуды, частоты и начальной фазы колебаний.

Запишем уравнение колебаний точки для случая, когда колебания вдоль осей x и y происходят с одинаковой частотой, имея разность фаз, определяемую углом φ :

$$\begin{aligned} x &= x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \\ y &= y_0 \sin \omega_0 t \end{aligned} \quad (7.3)$$

Исключая из этих уравнений время, можно после несложных преобразований получить уравнение траектории колеблющейся точки в виде:

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 - \frac{2xy}{x_0 y_0} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (7.4)$$

Если разность фаз достигнет значений кратных $\frac{\pi}{2}$, то получим уравнение эллипса:

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = 1 \quad (7.5)$$

Если разность фаз примет значение $0, \pi, 2\pi, \dots$ будем иметь уравнение типа :

$$\left(\frac{x}{x_0} \mp \frac{y}{y_0}\right)^2 = 0, \quad (7.6)$$

откуда имеем $y = \pm \frac{y_0}{x_0} x$, т.е. эллипс вырождается в прямую линию.

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний можно наблюдать на экране электронного осциллографа. Электронный луч, проходя между отклоняющими пластинами, на которые подаются синусоидальные напряжения, высвечивает на экране фигуру Лиссажу. При изменении разности фаз от 0 до 2π мы можем наблюдать последовательные стадии изменения картин на экране (рис. 7.1). Эти наблюдения можно использовать для определения скорости звука в воздухе.

$$\Delta\varphi \quad 0 \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{2}{3}\pi \quad \pi \quad \frac{4}{3}\pi \quad \frac{3}{2}\pi \quad \frac{5}{3}\pi \quad 2\pi \quad \frac{7}{3}\pi$$



Рис. 7.1. Фигуры Лиссажу, используемые в работе.

Звуковая волна является продольной волной периодических сжатий и разрежений среды. С помощью микрофона звуковые колебания в воздухе можно преобразовать в электрические колебания напряжений на отклоняющих пластинах осциллографа.

В предлагаемой работе колебания от звукового генератора ЗГ через усилитель подаются на динамик Д и на горизонтально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки осциллографа ЭО (рис. 7.2). Микрофон М соединен с пластинами осциллографа, отклоняющими электронный луч по вертикали. Таким образом электронный луч проходит поле взаимно перпендикулярных гармонических напряжений одинаковой частоты. Разность фаз этих колебаний зависит от расстояния между динамикам и микрофоном.

Уравнение волны отличается от уравнения колебаний двойной периодичностью: по временным и по пространственным координатам. Если плоская волна распространяется вдоль некоторого направления \vec{r} , то для любой точки этого направления будет справедливо уравнение

$$x = x_0 \sin (\omega t - k r) , \quad (7.7)$$

которое представляет собой уравнение волны. Здесь волновое число, длина волны.

Символом $\frac{\partial}{\partial t}$ обозначена частная производная. Подробнее о ней можно узнать, обратившись к разделу 4.2 данного сборника лабораторных работ.

Все дальнейшие рассуждения проведем для случая $\vec{k}\vec{r} = kr$. Продифференцировав дважды уравнение волны по времени t , считая координату r неизменной, и по координате r , считая неизменным время t , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= -x_0 \omega^2 \sin(\omega t - k r) \\ \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} &= -x_0 k^2 \sin(\omega t - k r) , \end{aligned} \quad (7.8)$$

отсюда следует

$$\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} = \frac{k r}{\omega^2} x \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (7.9)$$

Учитывая, что где v - скорость волны, получим дифференциальное уравнение волны распространяющейся со скоростью v вдоль направления r :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial r^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}. \quad (7.10)$$

Пусть x - смещение частиц воздуха в том месте, где находится динамик. Тогда уравнение колебаний в этом месте имеет вид:

$$x = x_0 \sin \omega t. \quad (7.11)$$

Колебания частиц воздуха в месте нахождения микрофона будут описываться уравнением

$$x = x_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right), \quad (7.12)$$

где r - расстояние между динамиком и микрофоном.

Перемещение микрофона на расстояние, равное длине волны $r = \lambda$ равносильно изменению фазы на 2π :

$$x = x_0 \sin \left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (r + \lambda) \right] = x_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right). \quad (7.13)$$

Таким образом перемещение микрофона, при котором картина результирующей траектории колебаний светящейся точки на экране осциллографа сменится на картину, возникшую при изменении разности фаз на 2π , будет равно длине генерируемой звуковой волны. Скорость звука можно определить по формуле, где V - частота колебаний, измеряемая в герцах.

7.2. Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 7.2. Установка состоит из звукового генератора ЗГ, электронного осциллографа ЭО, усилителя низких частот УНЧ, на скамье находятся закрепленные на ней динамик и микрофон, который в работе мы будем перемещать вдоль скамьи.

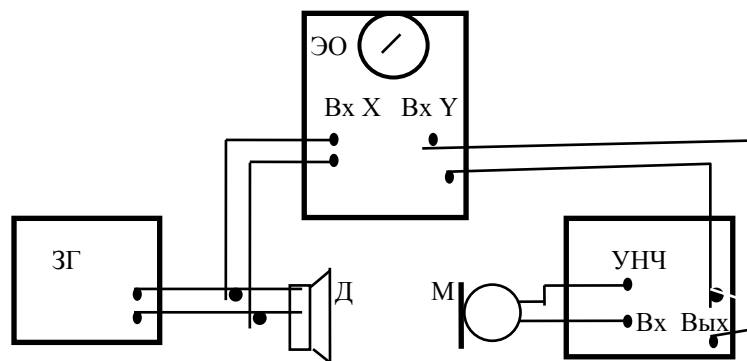


Рис. 7.2. Схема экспериментальной установки

7.3. Порядок выполнения работы

1. Включите осциллограф ЭО и вращая ручку "X - перемещение" и "Y - перемещение" получите в центре экрана светлое пятно.
2. Включите звуковой генератор ЗГ. Выходное напряжение должно соответствовать частоте 2000 Гц.
3. Включите усилитель низкой частоты УНЧ.
4. Передвигая микрофон М вблизи динамика Д добейтесь на экране осциллографа появления фигуры Лиссажу, соответствующей разности фаз $\Delta\varphi = 0$ (см. рис. 7.1). Отметьте в таблице 7.1. положение микрофона L_1 .
5. Передвиньте микрофон в положение L_2 , которому соответствует изменение разности фаз на 2π . При необходимости отрегулируйте подаваемое с выхода УНЧ напряжение. Значение L_2 запишите в табл. 7.1.

Примечание. Если наблюдаемая вначале фигура Лиссажу соответствует разности фаз $\Delta\varphi = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$, то следующая такая же наблюдаемая фигура при перемещении микрофона и соответственно увеличении разности фаз на 2π регистрируется не при первом ее появлении (после начального), а при втором (см. рис. 7.1, где видно, что увеличение разности фаз на 2π соответствует изменению фигуры, например, от до , а не от до .

6. Повторите измерения по п.п. 4 и 5 при частотах 2500 Гц и 3000 Гц. Результаты занесите в табл. 7.1.

Таблица 7.1.

№ п.п.	ν_i , Гц	L_1 , м	L_2 , м	λ_i , м	v_i , м/с	$\langle v \rangle$, м/с
1						
2						
3						

7. Выключите звуковой генератор, усилитель низкой частоты и осциллограф.

8. Рассчитайте скорость звуковой волны по формуле (7.14):

$$v = \lambda \nu = (L_2 - L_1) \nu. \quad (7.14)$$

9. Вычислите среднее арифметическое значение и среднее квадратичное отклонение скорости звуковой волны по формулам, приведенным в разделе "Введение" раздела лабораторных работ "Механика"

7.4. Контрольные вопросы

1. Чем отличается уравнение колебаний от уравнения волны?
2. В чем отличие продольной волны от поперечной?
3. Какую картину результирующих колебаний можно наблюдать при сложении гармонических колебаний одинаковой частоты, происходящих
 - * по одному направлению?
 - * по двум взаимно перпендикулярным направлениям?
4. В каких случаях на экране осциллографа можно наблюдать окружность?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Моделирование на АВК колебаний пружинного маятника

Рассмотрим груз, подвешенный на пружине (рис. 8.1). Силы, действующие на этот груз в положении равновесия, связаны соотношением

$$mg = k\Delta l, \quad (8.1)$$

где m – масса груза; g – ускорение свободного падения; k – жесткость пружины; Δl – абсолютное удлинение пружины под действием груза.

Если вывести груз из положения равновесия и отпустить, то возникнут колебания.

Обозначим: x – смещение груза

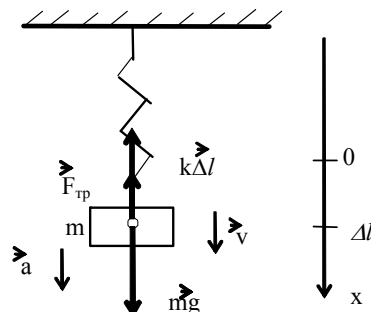


Рис. 8.1. Груз, подвешенный на пружине

относительно положения равновесия, v – скорость груза, β – коэффициент трения.

При движении груза на него действуют сила тяжести $P = mg$, сила упругости растянутой пружины $F_y = -(\Delta l + x)$ и сила трения $F_{тр} = -\beta v$, которая обусловлена трением в пружине (внутреннее трение) и сопротивлением окружающей среды (внешнее трение). Согласно второму закону Ньютона, записанному в проекции на ось x

$$ma = mg - k(\Delta l + x) - \beta v. \quad (8.2)$$

Учитывая (8.1), получим

$$ma = -kx - \beta v. \quad (8.3)$$

С учетом начальных условий положение груза, его скорость и ускорение связаны соотношениями

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt}, v(0) = v_0, \\ v &= \frac{dx}{dt}, x(0) = x_0. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Затухание механических колебаний обусловлено силами трения, в результате действия которых часть механической энергии переходит в

тепловую. Если сила трения невелика, то колебания будут затухать довольно долго, и в течение некоторого времени после начала движения груза колебания можно рассматривать как незатухающие. При этом сила трения не учитывается и уравнение (8.3) упрощается

$$a = -\omega_0^2 x, \quad (8.5)$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Исключив из уравнений (8.4) - (8.5) a и V , получим, что положение груза $x(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (8.6)$$

с начальными условиями

$$x(0) = x_0, \frac{dx(0)}{dt} = v_0. \quad (8.7)$$

Решение уравнения (8.6), удовлетворяющее начальным условиям (8.7), имеет вид

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (8.8)$$

Обозначив $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}, \varphi = \arctg\left(-\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)$, это решение

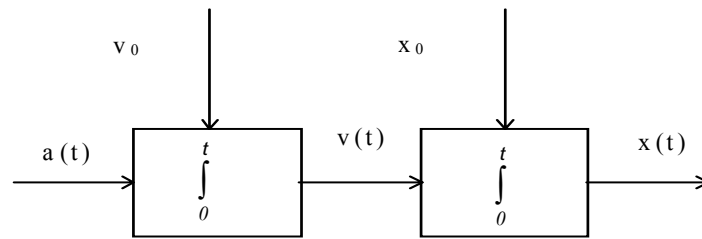
можно записать в виде:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (8.9)$$

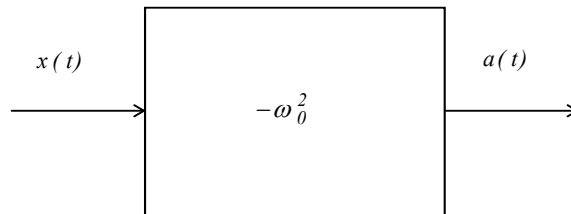
Таким образом колебания происходят с циклической частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Амплитуда колебаний равна A . Период колебаний равен

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Величина φ называется фазой колебаний.

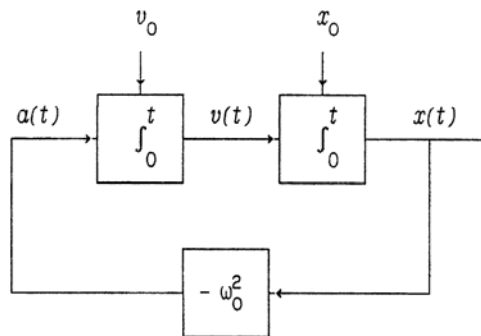
Чтобы составить структурную схему, воспользуемся уравнениями (8.4)-(8.5). Структурное представление уравнения (8.4), связывающее положение груза $x(t)$ с его ускорением $a(t)$, имеет вид:



С другой стороны, ускорение $a(t)$ связано с положением груза $x(t)$ равенством (8.5). Эта связь представляется с помощью усилителя:



Наконец, объединив все блоки, получим структурную схему гармонических колебаний пружинного маятника:



Задание 1. Моделирование гармонических колебаний пружинного маятника

(Перед выполнением работы ознакомиться с « **Приложением. Аналоговый вычислительный комплекс АВК-6** »)

1. Установите частоту генератора равной примерно 30 Гц. При этом клавиша "10" должна быть нажата.

2. Подайте треугольный сигнал с генератора импульсов на X - вход индикатора. Для этого соедините выход генератора треугольного

сигнала с одним из гнезд X - входа индикатора. Этот сигнал обеспечивает развертку луча в горизонтальном направлении. При этом клеммы "J" Z должны быть замкнуты перемычкой (гасится обратный ход луча).

3. Ручкой реостата, регулирующего амплитуду треугольного сигнала, добейтесь того, чтобы изображение горизонтальной прямой занимало весь экран индикатора, но не выходило за его пределы.

4. Ручки потенциометров на блоках "К" линейных модулей переведите в крайнее правое положение.

5. Замкните перемычкой выход первого интегратора со входом блока "К" второго линейного модуля.

6. Потенциометр блока "а" второго линейного модуля переведите в крайнее левое положение.

7. Выход блока "а" второго линейного модуля соедините со входом блока "К" первого линейного модуля.

8. Выход интегратора второго линейного модуля соедините с Y - входом индикатора.

9. Соедините перемычками блоки " $\frac{1}{\rho}$ " обоих линейных модулей с потенциометрами задания начальных условий. На экране индикатора должен наблюдаться график гармонических колебаний.

10. Вращая ручку потенциометра блока "К" первого линейного модуля, добейтесь изменения наблюдаемого на экране графика. Ответьте на вопрос: *изменению какой величины соответствует вращение ручки этого потенциометра?*

11. На двух разных рисунках зарисуйте осциллограммы, соответствующие разным положениям ручки потенциометра блока "К" первого линейного модуля. Укажите для каждого рисунка величину, определяемую положением ручки потенциометра, а также для какого рисунка эта величина больше, а для какого меньше.

Задание 2. Зависимость параметров колебаний пружинного маятника от начальных условий

1. Выходы интеграторов обоих линейных модулей соедините с входами одного из коммутаторов. Выход этого коммутатора соедините с Y - входом индикатора. На экране индикатора должны наблюдаться графики зависимости от времени положения груза $x(t)$ и его скорости $v(t)$.

2. Удалите в первом линейном модуле перемычку, соединяющую блок " $\frac{1}{\rho}$ " с потенциометром начального условия. Это соответствует тому, что начальная скорость груза равна нулю: $v_0 = 0$. Осциллограмму

зарисуйте и пометьте на рисунке какая из кривых соответствует $x(t)$, а какая $v(t)$.

3. Гармонические колебания характеризуются тремя величинами: амплитудой A , циклической частотой ω_0 , и фазой φ . Меняя начальное положение груза x_0 (ручкой потенциометра начального условия второго интегратора), ответьте на вопрос: *какие из величин A , ω_0 , φ изменяются при изменении начального положения груза x_0 , если $v_0 = 0$?*

4. Установите в первом линейном модуле переключку, соединяющую блок " $\frac{1}{p}$ " с, потенциометром начального условия.

Удалите во втором линейном модуле переключку, соединяющую блок " $\frac{1}{p}$ " с потенциометром начального условия. Это соответствует тому,

что начальное отклонение груза от положения равновесия равно нулю. Зарисуйте осциллограмму и пометьте на рисунке какая из кривых соответствует $x(t)$, а какая $v(t)$.

5. Меняя начальную скорость груза v_0 (ручкой потенциометра начального условия первого интегратора), ответьте на вопрос: *какие из величин A , ω_0 , φ изменяются при изменении начального положения груза v_0 , если $x_0 = 0$?*

Задание 3. Фазовая траектория гармонического осциллятора

Физическая система, совершающая гармонические колебания, называется гармоническим осциллятором. Переменные, описывающие состояние системы в любой момент времени (в случае пружинного маятника это $x(t)$) и скорости их изменения (в случае пружинного маятника это $v(t)$), называют фазовыми переменными. При движении системы фазовые переменные описывают в плоскости (x, v) некоторую кривую, называемую фазовой траекторией системы. Плоскость (x, v) называют фазовой плоскостью. Получите фазовую траекторию гармонического осциллятора и исследуйте ее зависимость от начальных условий x_0 и v_0 . Для этого выполните следующие операции.

1. Установите во втором линейном модуле переключку, соединяющую блок " $\frac{1}{p}$ " с потенциометром начального условия.

2. Подайте сигнал $x(t)$ на X - вход индикатора, а сигнал $v(t)$ на Y - вход индикатора.

3. Меняя значения x_0 и v_0 ручками потенциометров начальных условий, добейтесь того, чтобы фазовая траектория была в пределах экрана индикатора.

4. Удалив соответствующую перемычку, задайте $x_0 = 0$. На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений v_0 . Укажите на рисунке точки, ординаты которых равны v_0 . Восстановите удаленную перемычку.

5. Удалив соответствующую перемычку, задайте $v_0 = 0$. На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений x_0 . Укажите на рисунке точки, абсциссы которых равны x_0 .

6. Измените ω_0 ручкой потенциометра блока "К" первого интегратора. На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений ω_0 .

7. Ответьте на вопрос: *в каком направлении движется луч индикатора, описывая фазовую траекторию: по часовой стрелке или против нее?* Для этого увеличьте частоту генератора так, чтобы кривая на экране индикатора стала незамкнутой. При этом видна только часть фазовой траектории. При изменении частоты генератора один конец кривой на экране неподвижен, а другой движется. Описывая эту кривую луч движется от неподвижного ее конца к подвижному.

Контрольные вопросы.

1. Что такое структурные схемы аналого-вычислительного комплекса АВК-6?
2. Расскажите, как устроен АВК – 6.
3. Выведите уравнение гармонических колебаний пружинного маятника.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К- 9

Изучение вращательных колебаний

9.1. Цель работы

Целью работы являются ознакомление с динамикой вращательного движения твердого тела, изучение крутильного маятника, определение его параметров.

9.2. Основные теоретические сведения

Важным частным случаем колебаний являются вращательные (крутильные) колебания. Такие колебательные системы часто используются в различных приборах, например, в наручных часах. Крутильные колебания могут возникнуть, например, в коленчатом валу двигателя внутреннего сгорания и привести к нежелательным последствиям.

Напомним основные положения механики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси, которые мы далее применим к маятнику.

Кинематическими характеристиками рассматриваемого движения являются: угол поворота φ , угловая скорость $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ и угловое

ускорение $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Динамической характеристикой вращающегося тела служит момент инерции.

Для материальной точки массой m (рис. 9.1а) момент инерции равен

$$I = mr^2,$$

где r - расстояние от точки до оси вращения.

Для системы, состоящей из N материальных точек, момент инерции равен сумме моментов инерции этих точек:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2, \quad (9.1)$$

где m_i - масса точки;

r_i - ее расстояние до оси вращения.

Любое твердое тело (рис. 9.1б) можно мысленно разбить на материальные точки и применить к нему формулу (9.1).

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: угловое ускорение прямо пропорционально моменту сил M относительно оси и обратно пропорционально моменту инерции

$$\varepsilon = M / I \quad (9.2)$$

Рассмотрим свободные крутильные колебания. Будем отсчитывать угол поворота φ маятника от положения равновесия. Для небольших углов поворота момент упругих сил кручения пропорционален углу (закон Гука)

$$M = - D\varphi$$

Коэффициент пропорциональности D называют *крутильной жесткостью проволоки*.

Запишем уравнение для маятника, когда моментом сил трения можно пренебречь:

$$— \quad \varphi'' = - \frac{D\varphi}{I}$$

Перепишем это уравнение в виде:

$$\varphi'' + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (9.3)$$

где введено обозначение

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{I}} \quad (9.4)$$

Решением уравнения (9.3) является гармоническая функция

$$\varphi = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t,$$

где коэффициенты A и B зависят от начальных условий. Если в момент времени $t = 0$ маятник отклонили от положения равновесия на угол φ_0 и без толчка отпустили, то $A = \varphi_0$ и $B = 0$; следовательно,

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega_0 t$$

Модуль наибольшего угла отклонения φ_0 называется *амплитудой* колебания.

Косинус является периодической функцией с периодом 2π радиан. Время $t = T$, называемое периодом колебаний, удовлетворяет соотношению

$$\omega_0 T = 2\pi,$$

откуда

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Величина ω_0 - это число колебаний за 2π секунд, она называется *циклической* или *круговой частотой*.

Частота ν - это число колебаний за 1с.

Частоту свободных колебаний называют *собственной частотой* колебательной системы.

Таким образом при небольших углах поворота и при пренебрежимо малом трении маятник совершает гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (9.5)$$

9.3. Методика проведения эксперимента

Если измерить период колебаний при различных положениях грузиков 4 и 7 (см. рис. 9.2, подробное описание установки см. в разделе (9.4)), то можно определить параметры маятника - момент инерции и крутильную жесткость нити.

Момент инерции маятника можно представить в виде суммы

$$I = 2mr^2 + I_0 \quad (9.6)$$

Здесь I_0 - момент инерции крестовины и пластин 3 и 8; это - постоянная часть момента инерции, неизменяемая в ходе опыта. Первое слагаемое в формуле (9.6) - момент инерции грузиков 4 и 7, которые на больших расстояниях r от оси можно приближенно рассматривать как материальные точки. Устанавливая грузики 4 и 7 на различных расстояниях r , можно изменять момент инерции маятника на известную величину.

Пусть мы измерили периоды колебаний T_1 и T_2 при двух различных расстояниях r_1 и r_2 соответственно. Тогда, согласно формулам (9.5) и (9.6), можно записать:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2mr_1^2}{D}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2mr_2^2}{D}}$$

Разрешая эту систему уравнений, получим

$$I_0 = 2m \frac{r_1^2 - r_2^2 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2}{\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 - 1} \quad (9.7)$$

$$D = 8\pi^2 m \frac{r_1^2 - r_2^2}{T_1^2 - T_2^2} \quad (9.8)$$

где $m=0,2$ кг.

9.4. Описание экспериментальной установки

В данной работе используется установка, показанная на рис. 9.2. Крутильный маятник состоит из крестовины 11, на горизонтальном стержне 5 которой насажены грузики 3, 8, 4 и 7. Упругая стальная проволока 6 жестко прикрепляется к крестовине, а по краям - к кронштейну. Одинаковые грузы 4 и 7 массой $m = 0,2$ кг каждый можно перемещать по стержню 5, изменяя тем самым момент инерции маятника и период его колебаний. При повороте крестовины в проволоке возникают упругие деформации кручения. Если мы крестовину закрутим, а потом отпустим, то маятник начнет раскручиваться, пройдет положение равновесия, по инерции будет закручиваться в обратную сторону и т.д., то есть, возникнут свободные крутильные колебания, которые постепенно вследствие трения будут затухать.

Пластина 8 служит мишенью для пули, скорость которой можно определить с помощью маятника, а пластина 3 является противовесом пластине 8.

Установка имеет электронный блок 1 для подсчета числа колебаний (периодов) n и суммарного времени t колебаний. Следовательно, период колебаний равен $T = t/n$. На проволоке 6 закреплен небольшой стержень 9, который поворачивается во время колебаний и пересекает световой луч фотоэлектронного датчика 10, управляющего работой электронного блока. Угол поворота маятника можно отсчитывать по шкале 2 в градусах.

9.5. Порядок выполнения работы

1. Основные требования к настройке установки. Проволока должна быть достаточно хорошо натянута и жестко закреплена, чтобы при работе маятника не было никаких проскальзываний. Стержень 9 должен быть установлен так, чтобы он пересекал луч света даже при малом размахе колебаний. В положении равновесия маятник должен находиться вблизи нуля градусной шкалы. Если указанные требования не выполняются, следует обратиться к дежурному инженеру лаборатории.

2. Установите грузы 4 и 7 на расстоянии $r_1 = 9$ см от оси, для чего грузы придвиньте вплотную к пластинам 4 и 8; закрепите грузы винтом.

3. Включите электронный блок, нажав клавишу “СЕТЬ”.

4. Осторожно рукой поверните маятник за верхнюю часть крестовины примерно на 10° , отпустите его и измерьте время $n = 10$ периодов. Для этого во время колебаний нажмите клавишу “СБРОС”. Когда на табло высветится девятый период, нажмите клавишу “СТОП”. В этом случае остановка секундомера произойдет в конце десятого периода. Найдите период колебаний $T_1 = t_1/n$, где $n = 10$. Запишите результаты измерений. Повторите измерение и найдите среднее значение T_1 из двух измерений.

5. Установите грузики на меньшем расстоянии, например, $r_2 = 7$ см. Это легко сделать, учитывая, что расстояние между делениями на стержне 5 равно 1 см. Повторите измерения п. 4.

6. По результатам измерений и формулам (7) и (8) вычислите I_0 (в единицах $\text{кг}\cdot\text{м}^2$) и D (в единицах $\text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$). Вычислите полный момент инерции маятника, когда грузики расположены на расстоянии $r_1 = 9$ см.

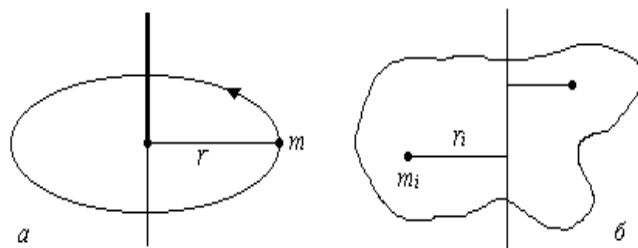


Рис. 9.1. К определению понятия "момент инерции"

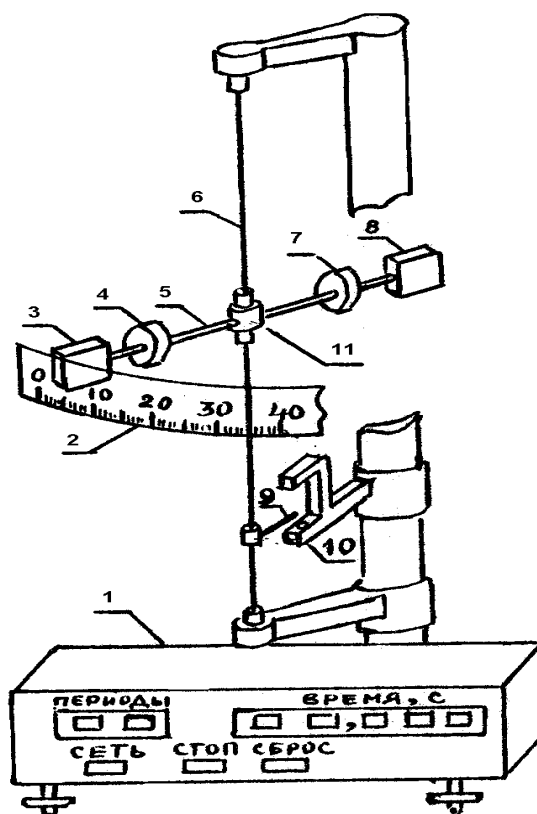


Рис. 9.2. Схема экспериментальной установки

Контрольные вопросы.

1. Цель лабораторной работы №9.
2. Получите основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела, исходя из второго закона Ньютона для материальной точки.
3. Напишите уравнение крутильных колебаний крутильного маятника.
4. Что такое крутильная жесткость проволоки.
5. Расскажите, как проводился эксперимент.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № К-11

Колебательный контур

11.1. Цель работы

Целью работы является изучение резонансных свойств параллельного колебательного контура, состоящего из катушки индуктивности и конденсатора.

11.2. Основные теоретические сведения

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкостью C , соленоида индуктивностью L , резистора сопротивлением R и ключей K_1 и K_2 (рис. 11.1). Если при разомкнутом ключе K_2 конденсатор зарядить до разности потенциалов, $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ разомкнуть ключ K_1 , а затем замкнуть ключ K_2 , то конденсатор начнет разряжаться, и в цепи возникнет ток I . Если длина соединительных проводов мала по сравнению с величиной ct , где c - скорость света, τ - характерное время электромагнитных процессов, протекающих в контуре, а также если пренебречь емкостью и индуктивностью соединительных проводов, то можно считать, что в некоторый момент времени сила тока I во всех сечениях цепи одинакова. В силу этого для мгновенных значений силы тока $i(t)$ должны выполняться все законы, справедливые для цепей постоянного тока.

Пренебрежем сопротивлением соединительных проводов, соленоида и ключа. Тогда, в соответствии с законом Ома,

$$iR = \Delta\varphi + E_L = \Delta\varphi - L \frac{di}{dt} \quad (11.1)$$

Учитывая, что $\Delta\varphi = \frac{q}{C}$, где q - мгновенное значение заряда конденсатора, а $i = -\frac{dq}{dt}$, получим

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (11.2)$$

Знак “минус” в выражении для тока означает уменьшение положительного заряда первой по схеме обкладки конденсатора при протекании тока в указанном на схеме направлении.

Решение уравнения (11.2) имеет вид

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega t + \alpha_0), \quad (11.3)$$

$$\text{где } \omega = \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11.4)$$

Величину ω называют циклической частотой колебаний. Циклическая частота связана с периодом и частотой колебаний следующими соотношениями:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (11.5)$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad (11.6)$$

Из соотношения (11.3) видно, что изменение заряда на обкладках конденсатора носит характер затухающих колебаний. Эти колебания называют свободными затухающими. При увеличении сопротивления R период колебаний увеличивается и при

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (11.7)$$

обращается в бесконечность. При этом решение уравнения (11.2) имеет иной вид, чем (11.3). Процесс в этом случае является аperiodическим.

Если $R=0$, то свободные колебания в контуре становятся незатухающими. В этом случае зависимость заряда на обкладках конденсатора от времени имеет вид

$$q(t) = q_0 \sin(\omega_0 t + \alpha_0), \quad (11.8)$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (11.9)$$

Величину ω_0 , являющуюся циклической частотой свободных незатухающих гармонических электромагнитных колебаний в контуре, называют еще *собственной частотой* контура.

Разделив обе части равенства (11.8) на значение емкости конденсатора C , получим зависимость напряжения на конденсаторе от времени

$$u_C(t) = \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t + \alpha_0). \quad (11.10)$$

Продифференцировав обе части равенства (11.8) по времени, получим зависимость тока в цепи от времени

$$i(t) = -\omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) = -I_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0). \quad (11.11)$$

Выражая I_0 через q_0 , получим

$$I_0 = \omega_0 q_0 = \omega_0 \Delta \varphi_0 C = \Delta \varphi_0 \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (11.12)$$

$$\text{Величину } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (11.13)$$

называют характеристическим сопротивлением контура.

Рассмотрим подробнее процесс незатухающих свободных колебаний в контуре. В начальный момент времени заряд конденсатора максимален, ток в цепи равен нулю. Начинается разряд конденсатора. Вследствие самоиндукции ток в контуре увеличивается постепенно, заряд конденсатора и напряжение между его обкладками постепенно уменьшается до нуля. В тот момент, когда конденсатор полностью разрядится, и энергия электрического поля, накапливаемая в конденсаторе, станет равной нулю, сила тока в катушке и энергия магнитного поля в ней достигнут своих максимальных значений.

После разряда конденсатора напряжение на выводах катушки равно нулю, и ток в контуре, казалось бы, должен прекратиться. Но убывание силы тока в катушке приводит к уменьшению магнитного потока через витки катушки, что, в соответствии с правилом Ленца, приводит к появлению э.д.с. самоиндукции и индукционного тока, направление которого препятствует уменьшению магнитного потока. Это значит, что индукционный ток имеет такое направление, какое имел ток при разряде конденсатора. Поэтому конденсатор заряжается индукционным током катушки до тех пор, пока весь первоначальный заряд не сосредоточится на другой обкладке конденсатора. При этом ток через катушку прекратится, напряжение на конденсаторе будет равно по модулю и противоположно по знаку первоначальному. Далее весь процесс пойдет в противоположном направлении, пока не установится первоначальное состояние. В силу консервативности системы процесс обмена энергией между конденсатором и катушкой будет осуществляться бесконечно.

При свободных незатухающих электромагнитных колебаниях происходит периодический переход потенциальной энергии электростатического поля, сосредоточенного в конденсаторе, в энергию магнитного поля, локализованного в катушке. В каждый момент времени сумма энергий этих полей, представляющая собой полную энергию электромагнитных колебаний, остается постоянной. Поэтому

$$\frac{C(\Delta \varphi_0)^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \quad (11.14) \text{ и}$$

$$I_0 = \Delta \varphi_0 \rho \quad (11.15)$$

Во многих случаях можно пренебречь потерей контуром энергии в виде излучения. Однако пренебрегать электрическим сопротивлением R реального контура нельзя. В соответствии с законом Джоуля - Ленца, происходит переход части энергии электромагнитных колебаний в тепловую энергию. Поэтому свободные колебания в реальном контуре постепенно затухают. Для получения незатухающих электромагнитных колебаний необходимо извне, от стороннего, по отношению к контуру, источника, подводить энергию, компенсирующую потери энергии в виде тепла. В этом случае в контуре происходят вынужденные колебания. Для осуществления таких колебаний контур должен быть подключен в соответствии со схемой, приведенной на рис. 11.2, к источнику электрической энергии, э.д.с. которого периодически изменяется. При таком соединении колебательный контур как единое целое подключается параллельно источнику электрической энергии, и этот контур называют параллельным колебательным контуром. При предположении, что внутреннее сопротивление источника равно нулю (в теоретической электротехнике такой источник называют источником э.д.с.), напряжение на контуре не будет зависеть от тока во внешней по отношению к контуру цепи. Это предположение не ограничивает общности остальных рассуждений.

Известно, что любой периодический процесс можно представить как сумму гармонических колебаний. Это обстоятельство позволит нам ограничиться случаем, когда э.д.с. источника изменяется по гармоническому закону $E = E_0 \sin \Omega t$. Для цепи, схема которой приведена на рис. 11.2, в соответствии с законом Ома, справедливы уравнения:

$$r_1 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = -U_0 \sin \Omega t \quad (11.16)$$

$$L \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 = U_0 \sin \Omega t, \quad (11.17)$$

где U_0 - напряжение между точками а и б.

Решением уравнения (11.16) является соотношение

$$i_1 = \frac{dq}{dt} = I_{01} \sin(\Omega t + \alpha_1), \quad (11.18),$$

где

$$I_{01} = \frac{U_0}{\sqrt{r_1^2 + \frac{1}{\Omega^2 C^2}}},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1}{\Omega C r_1}.$$

Уравнение (11.17) имеет решение

$$i_2 = I_{02} \sin(\Omega t + \alpha_2), \quad (11.19),$$

где

$$I_{02} = \frac{U_0}{\sqrt{r_2^2 + \Omega^2 L^2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = -\frac{\Omega L}{r_2}.$$

В соответствии с первым правилом Кирхгофа, ток в ветви, содержащей источник э.д.с., представляет собой сумму токов i_1 и i_2 :

$$i = I_{01} \sin(\Omega t + \alpha_1) + I_{02} \sin(\Omega t + \alpha_2) = I_0 \sin(\Omega t + \alpha), \quad (11.20)$$

$$I_0 = \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2 + 2I_{01}I_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)},$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_{01} \sin \alpha_1 + I_{02} \sin \alpha_2}{I_{01} \cos \alpha_1 + I_{02} \cos \alpha_2}.$$

Если считать, что $r_1=r_2=0$, то ток I_0 можно достаточно просто рассчитать с помощью метода векторных диаграмм. Диаграмма для рассматриваемого нами случая изображена на рис. 11.3. Из диаграммы следует, что

$$I_0 = |I_{01} - I_{02}| = U_0 \left| \Omega C - \frac{1}{\Omega L} \right|. \quad (11.21)$$

Если $\Omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то $I_0=0$. Явление резкого уменьшения

амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно соединенные индуктивное и емкостное сопротивления, при приближении циклической частоты вынуждающей э.д.с. к резонансной частоте $\omega_p = \omega_0$ называется резонансом токов.

Более подробный анализ показывает, что при учете сопротивлений r_1 и r_2 значение резонансной частоты определяется как

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - r_1^2}{\rho^2 - r_2^2}}. \quad (11.22)$$

Резонанс токов возможен, если сопротивления r_1 и r_2 оба больше или оба меньше характеристического сопротивления контура. При $r_1 = r_2 \neq \rho$ резонансная частота $\omega_p = \omega_0$. При $r_1 = r_2 = \rho$ резонанс наблюдается на любой частоте.

Параллельный колебательный контур широко применяется в радиотехнике и электросвязи. Его применение обусловлено особенностями частотных характеристик электрических режимов контура. Как правило, в радиотехнике и электросвязи применяются контуры с малыми потерями, поэтому для них $\omega_p \approx \omega_0$.

Частотная характеристика контура без потерь, как следует из рассмотренного выше, имеет вид

$$I(\omega) = U_0 \left| \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L} \right| = U_0 \left| \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 \omega L} \right|. \quad (11.23)$$

График этой зависимости приведен на рис. 11.4а.

Для реального контура вводят понятие добротности. Под добротностью понимают отношение максимальной энергии, накапливаемой реактивными элементами контура в течение одного периода, к энергии, рассеянной контуром в виде тепла также в течение одного периода. Добротность связана с другими параметрами контура следующими соотношениями:

$$Q = W_{\text{накопл}} / W_{\text{расс}} = \frac{L I_{01}^2}{\frac{I_{g1}^2 r_1}{\omega_0}} = \frac{\omega_0 L}{r_1} = \frac{\rho}{r_1}, \quad (11.24)$$

где I_{g1} - действующее значение тока в i -й ветви.

$$I(\omega) = I_0 \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}, \quad (11.25)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (\text{См. рис. 11.4б}) \quad (11.26)$$

11.3. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из генератора высокочастотных сигналов, электронного осциллографа и стенда. Схема установки приведена на рис. 11.5.

Генератор имеет следующие особенности работы. Для обеспечения нормальной работы требуется не менее, чем пятиминутный прогрев. Это обеспечивается раздельным включением сетевого питания (выключатель "сеть") и включением высокочастотного выхода генератора (выключатель "генератор"). Частота выходного сигнала задается с помощью многошкального регулятора, выбор шкалы осуществляется переключателем. Амплитуда выходного напряжения устанавливается регуляторами "грубо" и "плавно", значение амплитуды определяется с помощью осциллографа, так как встроенный вольтметр выполняет функции индикатора напряжения. Кабель, соединяющий генератор со стендом, подключается к выходу "0 - 30 V". Регулятор выхода должен находиться в положении "внутр. Нагр."

Стенд состоит из катушки индуктивности, основного и дополнительного конденсаторов емкостями 750 пФ и 1000 пФ соответственно и последовательного резистора сопротивлением 150 Ом. На стенде смонтированы клеммы и ключ для обеспечения необходимых соединений в цепи. Также в составе стенда находятся элементы, в данной работе не используемые.

11.4. Методика проведения эксперимента

При экспериментальном определении параметров параллельного колебательного контура необходимо измерять протекающий в цепи ток. Измерение электрических режимов высокочастотных цепей наиболее удобно производить с помощью электронного осциллографа. Однако осциллограф не позволяет производить непосредственное измерение тока, поскольку обладает большим входным сопротивлением. Поэтому для измерения тока с помощью осциллографа в исследуемую цепь последовательно включают резистор с сопротивлением, малым, по сравнению с сопротивлением исследуемой цепи. На этом резисторе измеряют напряжение, а затем рассчитывают значение тока. При этом следует учитывать, что осциллограф - электронный прибор, и он должен быть включен так, чтобы "общий" провод осциллографа был соединен с "общим" проводом генератора. При несоблюдении этого условия могут наблюдаться искажения исследуемого сигнала.

В процессе эксперимента устанавливается с шагом 10 - 30 кГц частота генератора в интервале частот 200 - 600 кГц, измеряется напряжение на выходе генератора (генератор не идеальный,

напряжение на его выходе изменяется при изменении частоты) и напряжение на резисторе, включенном последовательно с контуром. Строится график зависимости отношения этих напряжений от частоты, по этому графику определяется резонансная частота и с помощью соотношения (11.26) определяется добротность контура. Эксперимент проводится при трех различных значениях емкости конденсатора.

11.5. Порядок выполнения работы

1. Не подключая выходной кабель к генератору, включите генератор в сеть выключателем "сеть" для прогрева.
2. Соберите исследуемую цепь в соответствии с рис. 11.5. В данной цепи используется основной конденсатор контура.
3. После проверки соединений преподавателем подключите выходной кабель к генератору и подайте высокочастотное напряжение в цепь, включив выключатель "генератор".
4. Установите частоту генератора 500 кГц. Установите выходное напряжение амплитудой 20 - 30 В.
5. Изменяя частоту генератора с шагом 20 кГц, измерьте амплитуды выходных напряжений U_1 в диапазоне 160 - 500 кГц. Результаты запишите в таблицу 11.1.
6. Отключите высокочастотное напряжение. Переключите сигнальный конец кабеля осциллографа в точку b цепи. Подключите высокочастотное напряжение.
7. Устанавливая те же значения частот, измерьте амплитуды напряжений U_2 на последовательном резисторе. Результаты занесите в таблицу 11.1.
8. Отключите высокочастотное напряжение.
9. Преобразуйте исследуемую цепь, подключив дополнительный конденсатор параллельно основному (рис 11.5).
10. Подключите высокочастотное напряжение и выполните п.п. 7-8.
11. Подключите дополнительный конденсатор последовательно с основным (рис. 11.5).
12. Выполните п.10.

11.6. Обработка результатов измерений

1. Постройте в одном масштабе графики зависимостей отношений $\frac{U_2}{U_1}$ от частоты для всех проведенных измерений. Определите по графикам значения резонансных частот. Учитывайте, что шкала генератора проградуирована в значениях частот, а не циклических частот.
2. Рассчитайте с помощью выражения (11.9) по известным значениям емкостей и по полученным значениям резонансных частот

значения индуктивности во всех трех опытах. Дайте объяснение полученному результату.

3. Рассчитайте с помощью выражения (11.26) по полученным резонансным кривым значения добротностей контуров в трех опытах. Дайте объяснение полученному результату.

Таблица 11.1

f, кГц	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500
U ₁ , В																		
U ₂ , В осн																		
U ₂ /U ₁ осн																		
U ₂ , В пар																		
U ₂ /U ₁ пар																		
U ₂ , В посл																		
U ₂ /U ₁ посл																		

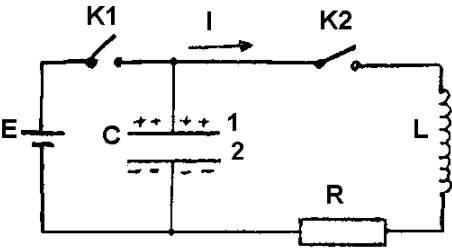


Рис. 11.1. Принципиальная электрическая схема RLC - контура

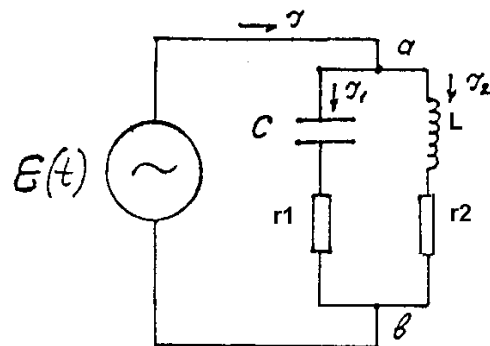


Рис. 11.2. Принципиальная электрическая схема параллельного колебательного контура

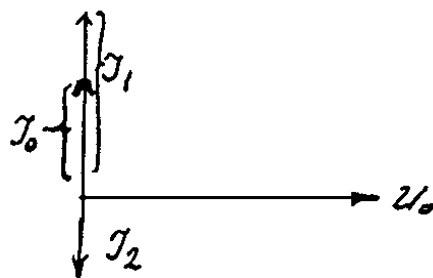
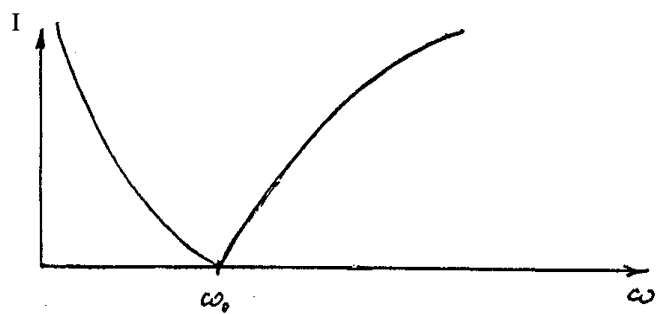
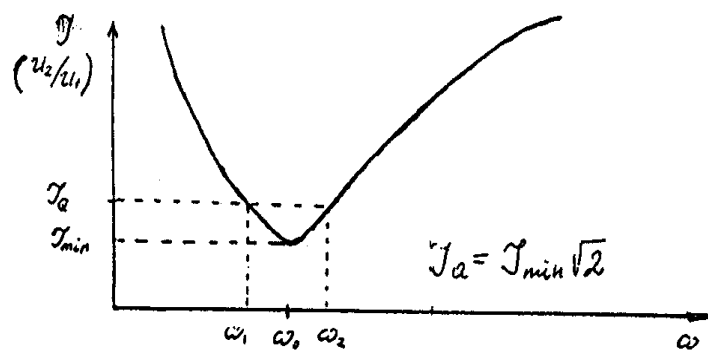


Рис. 11.3. Векторная диаграмма токов в параллельном колебательном контуре



а. Частотная характеристика контура без потерь.



б. Частотная характеристика контура с учетом r_1 и r_2 .

Рис. 11.4. Частотные характеристики параллельных колебательных контуров

ПРИЛОЖЕНИЕ

Аналоговый вычислительный комплекс АВК - 6

Структурные схемы

Моделирование на аналоговой вычислительной машине (АВМ) осуществляется по структурной схеме исследуемого процесса. Для того, чтобы смоделировать какой-либо физический процесс, надо составить его структурную схему. Структурная схема состоит из блоков.

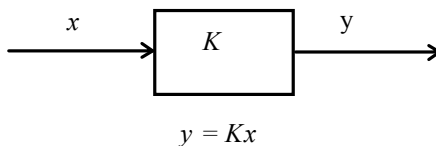
Блоки

При моделировании на АВМ блоки структурной схемы соответствуют электронным устройствам, выполняющим определенную математическую операцию. Для большинства динамических процессов, изучаемых в курсе физики, структурную схему можно построить, используя всего три типа блоков: усилитель, сумматор и интегратор.

Каждый блок имеет свое условное обозначение. Переменную величину, с которой работает блок, обозначают стрелкой. Если стрелка направлена к блоку, то переменную называют входной, в противоположном случае - выходной.

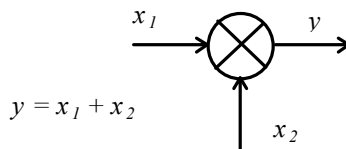
Усилитель

Усилитель выполняет операцию умножения на постоянный коэффициент. Он изображается следующим образом:

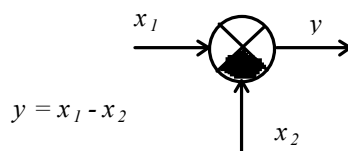


Сумматор

Сумматор выполняет операции сложения и вычитания. Сложение двух величин x_1 и x_2 изображается на схеме в виде



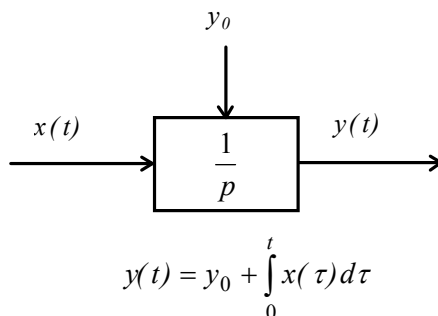
Если какой-либо из секторов закрашен, то соответствующая величина вычитается



Если имеется более трех входных переменных, то к одному входу могут подходить несколько стрелок.

Интегратор

Интегратор осуществляет интегрирование входной переменной. Он изображается в виде



Блок интегратора служит для того, чтобы находить функцию $y(t)$, если известны ее производная $x(t)$ и ее значение в начальный момент времени $y(0) = y_0$.

Устройство АВК-6

Аналоговый вычислительный комплекс АВК-6 состоит из генератора сигналов, коммутатора, электронно-лучевого индикатора, служебного модуля и монтажного поля на 6 позиций для установки решающих модулей.

Решающий модуль - это сменное электронное устройство в котором выполняются математические операции. На крышке решающего модуля изображены блоки. Чтобы промоделировать исследуемый процесс, блоки надо соединить между собой в соответствии со структурной схемой процесса. Соединение (коммутация) блоков осуществляется с помощью проводов и перемычек.

Электронно-лучевой индикатор позволяет наблюдать сигналы с амплитудой до 10 В. На нем, в частности, наблюдают решения исследуемых задач в виде графиков. Управление работой индикатора осуществляется через пульт управления индикатором, расположенным в служебном модуле.

Электронный коммутатор позволяет наблюдать на индикаторе одновременно несколько графиков. Он имеет три канала. В каждом канале коммутируются четыре входных сигнала.

Генератор сигналов обеспечивает сигналы прямоугольной, треугольной, синусоидальной и косинусоидальной формы в диапазоне частот 0,1 - 1100 Гц с независимо регулируемыми амплитудами в диапазоне 0 - 10 В. Диапазон частот разбит на 4 поддиапазона, отличающиеся друг от друга в 10 раз. В каждом поддиапазоне частота регулируется плавно в пределах от ν до 11ν , где ν - минимальная частота в данном поддиапазоне. Минимальная частота указана в герцах на кнопках выбора поддиапазона: "0,1", "1,0", "10". Если ни одна из этих кнопок не нажата, то это означает 4-й поддиапазон, в котором $\nu = 100$ Гц.

Служебный модуль предназначен для выполнения вспомогательных операций при моделировании. Он содержит следующие элементы:

- сумматоры (2 шт.);
- источники эталонных напряжений: +1 В, +10 В, -1 В, -10 В - которые используются для настройки коэффициентов решающих модулей;
- делители (2 шт.). Делитель можно рассматривать как частный случай усилителя, когда коэффициент усиления находится в пределах $0 < K < 1$. При этом вместо термина "коэффициент усиления" используют термин "коэффициент передачи". Ручкой потенциометра можно плавно регулировать коэффициент передачи делителя;
- цифровой вольтметр, предназначенный для измерения постоянных напряжений в пределах 0 - 10 В с погрешностью 5%;
- измеритель длительности, показывающий половину периода сигнала, обеспечиваемого генератором;
- пульт управления индикатором. На переднюю панель пульта выведены входы X и Y, которые управляют отклонением луча индикатора соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях. Входы X и Y имеют по три клеммы (10, 5 и 1). Луч индикатора отклоняется от центра до края экрана при подаче на эти клеммы сигнала с амплитудой соответственно 10, 5 и 1 В. **Одновременно можно подавать сигнал только на одну из клемм каждого из этих входов.** Вход Z предназначен для управления яркостью луча индикатора. Установка переключки между входом Z и одним из гнезд " \lceil " или " \rfloor " позволяет гасить луч соответственно в прямом либо в обратном направлении.

Линейный модуль

Линейный модуль предназначен для интегрирования по времени входных сигналов или может использоваться в качестве усилителя. Он состоит из сумматора, трех усилителей (блоки "К", "а" и "с"), делителя (блок "Б"), интегратора (блок " $\frac{1}{p}$ ") и потенциометра

начальных условий. Блоки соединены между собой как показано на крышке модуля.

Блок " $\frac{1}{p}$ " может работать как интегратор или как повторитель.

(Выходной сигнал повторителя равен входному). Коэффициент передачи интегратора (величина на которую умножается результат интегрирования) может быть равен 1, 10 или 100 в зависимости от

положения переключки в блоке " $\frac{1}{p}$ ". Установка переключки повыше

превращает интегратор в повторитель. Загорание расположенных в блоке световых индикаторов указывает, что выходное напряжение блока вышло за допустимые пределы.

Для того, чтобы задавать начальное условие, надо установить переключку между выходной клеммой потенциометра начальных

условий и верхней клеммой блока " $\frac{1}{p}$ ". Вращением ручки

потенциометра можно задавать начальное условие в пределах от -10 В до +10 В. Если переключку не установить, то начальное условие предполагается равным нулю.

Коэффициенты усиления блоков "К", "а", "Б" и "с" устанавливаются с помощью расположенных на них ручек. Проставленные на блоках числа показывают пределы изменения коэффициентов усиления.

В зависимости от положения переключки в блоке "К", его коэффициент усиления может изменяться в пределах от 0 до 1 или от 0 до 10.

Блоки "К" и "Б" служат для умножения суммируемых сигналов на постоянные величины. Блоки "а" и "с" позволяют умножать выходное напряжение интегратора на коэффициенты, регулируемые в пределах от -1 до +1.

Задание 1 . Генератор сигналов и индикатор

1. Установите частоту генератора в диапазоне от 50 до 100 Гц. При этом клавиша "10" должна быть нажата.

2. Подайте треугольный сигнал с генератора импульсов на X - вход индикатора. Для этого соедините выход треугольного сигнала генератора с одним из гнезд X - входа индикатора. Этот сигнал обеспечивает развертку луча в горизонтальном направлении.

3. Замкните клеммы "┐" и Z переключкой. При этом гасится обратный ход луча.

4. Ручкой реостата, регулирующего амплитуду треугольного сигнала, добейтесь того, чтобы изображение горизонтальной прямой занимало весь экран индикатора, но не выходило за его пределы.

5. Получите изображение синусоидального сигнала. Для этого выход синусоидального сигнала генератора соедините с Y - входом индикатора. При этом на экране индикатора должна наблюдаться половина периода синусоиды. Ручкой регулировки амплитуды добейтесь того, чтобы изображение не выходило за пределы экрана индикатора. Осциллограмму зарисуйте в журнал.

6. Переключите переключку с клемм индикатора " \square " и Z на клеммы " \square " и Z . На экране должна появиться вторая половина синусоиды. Зарисуйте осциллограмму в журнал. Затем верните переключку в первоначальное положение.

7. Получите на экране индикатора развертку первого полупериода треугольного сигнала, т.е. функцию $y = x$. Для этого подайте с генератора треугольных импульсов на Y - вход индикатора. Зарисуйте осциллограмму в журнал.

Задание 2. Суммирование сигналов

1 Соедините выход одного из сумматоров с Y - входом индикатора (предварительно отсоединив от Y - входа сигнал с генератора треугольных импульсов).

2. Подайте треугольный сигнал генератора на складывающий вход сумматора. На экране индикатора должен появиться график функции $y = x$.

3. Переключите треугольный сигнал генератора на вычитающий вход сумматора. На экране индикатора должен появиться график функции $y = -x$ Осциллограмму зарисуйте в журнал.

4. На складывающий вход сумматора подайте синусоидальный сигнал генератора. На вычитающий вход сумматора вместо треугольного сигнала подайте прямоугольный, т.е. провод с выхода генератора треугольных сигналов переключите на выход генератора прямоугольных сигналов. Регулируя амплитуду прямоугольного сигнала, получите смещение графика в вертикальном направлении. На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух значений амплитуды прямоугольного сигнала.

5. На складывающий вход сумматора подайте синусоидальный сигнал, а на вычитающий - треугольный. При этом на экране должен появиться график функции $y = -x + a \sin x$. Изменяя амплитуду синусоидального сигнала, получите на экране графики для разных значений a . На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух различных значений a .

Задание 3. Коммутатор

1. Выход одного из каналов коммутатора соедините с У - входом индикатора .
2. На входы этого канала подайте прямоугольный, треугольный, синусоидальный и косинусоидальный сигналы генератора.
3. Регулируя амплитуду сигналов, добейтесь того, чтобы графики на экране индикатора не выходили за пределы экрана и чтобы их амплитуда была одинакова.
4. Осциллограмму зарисуйте в журнал.
5. Нажмите на генераторе клавишу "1,0".
6. Уменьшите частоту генератора настолько, чтобы было видно, как движется луч на экране индикатора.
7. Нажмите кнопку под надписью "ИНДИКАТОР". При нажатой и не нажатой кнопке изображение нескольких графиков на экране будет формироваться разными способами. Объясните в чем отличие этих способов.

Задание 4. Интегрирование функций

1. Установите частоту генератора в диапазоне от 50 до 100 Гц. При этом клавиша "10" должна быть нажата.
2. Подайте треугольный сигнал с генератора импульсов на Х - вход индикатора. Для этого соедините выход треугольного сигнала генератора с одним из гнезд Х - входа индикатора. Этот сигнал обеспечивает развертку луча в горизонтальном направлении. При этом клеммы "┐" и Z должны быть замкнуты перемычкой (гасится обратный ход луча) .
3. Ручкой реостата, регулирующего амплитуду треугольного сигнала, добейтесь того, чтобы изображение горизонтальной прямой занимало весь экран индикатора, но не выходило за его пределы.
4. Подайте на вход блока "К" прямоугольный сигнал с выхода генератора. Перемычку в блоке "К" установите в положение "10", а ручку потенциометра выведите в крайнее правое положение.
5. Перемычку в блоке " $\frac{1}{p}$ " установите в положение "100".
6. Соедините выход интегратора с У - входом индикатора (например, с клеммой "10").
7. Вращая ручку потенциометра генератора прямоугольных сигналов, добейтесь того, чтобы сигнал находился в пределах экрана индикатора. На экране должен наблюдаться график функции

Этот график представляет собой прямую линию, тангенс угла наклона которой равен А. Изменяя амплитуду прямоугольного сигнала, т.е. константу А., убедитесь, что изменяется наклон графика.

На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений A .

8. Установите перемычку между потенциометром начальных условий и блоком " $\frac{1}{p}$ ". При этом к результату интегрирования

прибавляется постоянная C , соответствующая положению ручки потенциометра начальных условий. Результат интегрирования теперь имеет вид

$$y(t) = C + \int_0^t A d\tau = C + At.$$

Вращая ручку потенциометра начальных условий, убедитесь, что график смещается в вертикальном направлении. На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений C .

9. Проинтегрируйте функцию $f(t) = A \sin t$ в пределах от 0 до t при $t \in [0, \pi]$, т.е. для первого полупериода синусоиды. Для этого сигнал с генератора синусоидальных импульсов подайте на вход интегратора. Перемычку между потенциометром начальных условий и блоком " $\frac{1}{p}$ " удалите. На экране должен появиться график функции

$$y(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^t A \sin \tau \cdot d\tau = -A \cos \tau \Big|_0^t = -A \cos t + A = A(1 - \cos t).$$

Осциллограмму зарисуйте в журнал.

10. Задайте начальные условия, соединив перемычкой потенциометр начальных условий с блоком " $\frac{1}{p}$ ". Вращая ручку

потенциометра начальных условий из положения "-10" через "0" в положение "+10", получите изменение графика функции

$$y(t) = A - A \cos t + C$$

на экране индикатора в зависимости от величины C . На одном рисунке зарисуйте осциллограммы для двух разных значений C

11. Разберите схему коммутации, оставив на своих местах все перемычки.

Приложение 2.

Абсолютная и относительная погрешности

Абсолютной погрешностью измерения называют разность между истинным и измеренным значениями величины.

$$\Delta x = X_{ист} - x_i, \quad (1)$$

где x_i – значение величины X , полученное при i - м измерении.

Абсолютная погрешность измерения не полностью характеризует качество измерения. Например, абсолютная погрешность, равная 1 м при измерении расстояния 10 км в целях оценки расхода топлива автомобилем, является малой величиной, а для расстояния 5 м может считаться только грубой оценкой.

Для характеристики качества измерения вводят понятие относительной погрешности

$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta x}{X_{ист}} \right|. \quad (2)$$

Часто относительную погрешность выражают в процентах от истинного значения.

Строгая запись результата эксперимента выглядит следующим образом:

$$P(X_{наил} \pm \delta) = \alpha, \quad (3)$$

где P – обозначение для доверительной вероятности; $X_{наил}$ – значение наилучшей оценки истинного значения измеряемой величины; δ – полуширина доверительного интервала; $\alpha < 1$ – значение доверительной вероятности.

На практике чаще используют так называемую стандартную запись результата:

$$x = X_{наил} \pm \delta \quad (P = \alpha) \quad (4)$$

Выражение "с вероятностью $P=\alpha$ " означает, что $\alpha \cdot 100\%$ измерений будут иметь погрешность не большую, чем δ .

Погрешность суммы двух величин

$$z = a + b$$

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{\langle z \rangle} = \frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}}{a + b}$$

Погрешность разности двух величин

$$z = a - b$$

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_{\langle z \rangle} = \frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}}{\langle a \rangle - \langle b \rangle} \quad (13)$$

Погрешность произведения двух величин

$$z = ab$$

$$\Delta z = \sqrt{\langle b \rangle^2 (\Delta a)^2 + \langle a \rangle^2 (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2} \quad (14)$$

Погрешность отношения двух величин

$$z = \frac{a}{b}$$

$$\Delta z = \sqrt{\frac{1}{b^2} (\Delta a)^2 + \frac{\langle a \rangle^2}{\langle b \rangle^2} (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}. \quad (15)$$

Погрешность степенной функции

$$z = a^n$$

$$\Delta z = \sqrt{n} a^{n-1} \Delta a \quad (16)$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{n} \varepsilon_a$$

Содержание

Колебания и волны

Лабораторная работа № К-1. Исследование колебаний	
математического маятника	3
Лабораторная работа № К-2. Изучение ультразвуковых волн	
в воздухе	9
Лабораторная работа № К-3. Закон Ома для цепи	
переменного тока.....	19
Лабораторная работа № К-4. Изучение стоячих механических	
волн на примере колебаний струны.....	27
Лабораторная работа № К-5. Маятник Максвелла	34
Лабораторная работа № К-7. Определение скорости звука в	
воздухе методом зондирования точек звуковой волны с	
заданной разностью фаз	40
Лабораторная работа № К-8. Моделирование на АВК колебаний	
пружинного маятника.....	45
Лабораторная работа № К-9. Изучение вращательных	
колебаний.....	51
Лабораторная работа № К-11. Колебательный контур.....	57
ПРИЛОЖЕНИЕ. Аналоговый вычислительный комплекс АВК - 6.....	69
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Абсолютная и относительная погрешность	76