# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени Н.Э. Баумана

Специализированный учебно-научный центр Физико-математический лицей № 1580

Кафедра "Основы физики"

### ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ

10 класс

МЕХАНИКА.

2008

#### Лабораторный практикум по физике. МЕХАНИКА.— МГТУ им. Н.Э.Баумана

Лабораторный практикум по физике для 10 класса состоит из лабораторных работ для занятий учащихся 10 классов в Специализированном учебно-научном центре МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Лабораторные работы, приведенные в сборнике, позволят учащимся глубже изучить законы физики и получить навыки проведения экспериментальных физических исследований.

Составители сборника:

Раздел "Механика"-

И.Н.Грачева, В.И.Гребенкин, А.Е.Иванов, И.А. Коротова, Е.И. Красавина, А.В.Кравцов, Н.С.Кулеба, Б.В.Падалкин, Г.Ю.Шевцова, Т.С.Цвецинская.

Под редакцией И.Н.Грачевой, А.Е.Иванова, А.В.Кравцова.

#### ПРЕДИСЛОВИЕ

Физический практикум содержит описания лабораторных работ для учащихся 10-х классов лицея №1580 при МГТУ имени Н.Э.Баумана.

На выполнение каждой работы отводится два академических часа занятий. Подготовку к выполнению работ учащиеся производят в часы их самостоятельной работы.

Основной задачей лабораторных занятий является приобретение навыков в обращении с измерительными приборами, знакомство с простейшими приемами обработки результатов измерений и привитие учащимся навыков самостоятельной работы.

Наряду с этим выполнение лабораторных работ способствует более осознанному пониманию физических явлений и законов.

В описании работ даны краткая теория, методика выполнения работы, последовательность измерительных операций, а также простейшие приемы обработки результатов измерений.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

При подготовке к выполнению лабораторной работы нужно ознакомиться с ее содержанием, изучить по рекомендованной литературе теоретический материал, дать ответы на контрольные вопросы, продумать измерительные операции, оформить лабораторный журнал. В качестве лабораторного журнала используют общую тетрадь. Оформление каждой работы начинают с новой страницы.

В тетрадь вписывают название, номер работы, дату выполнения, цель, схемы установки, перечень приборов, таблицы, расчетные формулы.

Для вспомогательных записей и расчетов отводят четные страницы; схемы, таблицы выполняются в карандаше; все записи делают чернилами; графики вклеивают в тетрадь.

По окончании всех измерений рассчитывают искомые величины и их погрешность. В конце работы пишут заключение, в котором указывают:

- что и каким методом определили;
- окончательный результат измерений;
- краткое обсуждение полученного результата.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

#### В.1. Предварительное знакомство с теорией погрешностей

В физической лаборатории Вы сможете непосредственно наблюдать те явления, которые будете изучать на лекциях и по учебнику, сможете познакомиться с наиболее важными современными приборами и методами измерений, освоить правила обработки и оформления результатов измерения.

Физическая величина — это характеристика одного из свойств физического объекта, качественно общая для разных объектов, но присущая данному объекту в количественном отношении. Физическими величинами являются, например, масса, сила, температура.

Для получения количественной характеристики физической величины — значения физической величины — устанавливают единицы физической величины (неверным является словосочетание "единица измерения"). Выбор единиц физических величин, определение некоторых из них как основных и формирование систем единиц физических величин осуществляются в процессе развития науки и техники и определяются удобством практического использования. В Российской Федерации принята как обязательная для использования Международная система единиц (СИ).

В основе лабораторного эксперимента лежит измерение - нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Выделяют измерение прямое, при котором искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных, и косвенное, при котором искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

Для производства измерения необходимо взаимодействие средств измерения с элементами измеряемой физической системы. Любое взаимодействие тел изменяет их состояние, а значит, в процессе любого измерения мы определяем значения физических величин, которое они принимают в процессе взаимодействия исследуемого тела с измерительными средствами. Это означает, что полученные в процессе измерения значения исследуемых физических величин отличаются от их значений в отсутствие измерительного взаимодействия. Следовательно, в задачу любого измерения входит не только нахождение значения самой величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности.

Погрешности измерений подразделяются на систематические, случайные и грубые.

Систематическая составляющая погрешности измерения - погреш-

ность, обусловленная одной и той же причиной, которая может быть известна заранее или определена в процессе дополнительных исследований. Эта погрешность остаётся постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины. Она обусловлена, в основном, методом измерений, неучётом некоторых постоянно действующих факторов и погрешностями измерительных приборов, внесёнными при их изготовлении и градуировке. Систематические погрешности в принципе можно устранить, учитывая их в виде поправок к показаниям приборов, выбирая более точный метод или прибор и т.п. На практике некоторая систематическая погрешность результата измерений существует всегда, поскольку точность измерительного прибора имеет конечное значение. При обработке результатов измерений оценивают диапазон значений измеряемой величины, обусловленный точностью прибора.

Случайная составляющая погрешности измерения - погрешность, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Эти погрешности обусловлены разными причинами, которые заранее не известны. Такими причинами могут быть неконтролируемые изменения внешних условий (температуры, давления, влажности, вибраций, освещённости и т.п.). Случайные погрешности принципиально неустранимы, но есть способы их уменьшения.

Существуют общие закономерности в появлении случайных погрешностей:

- отклонения от истинного значения измеряемой величины в сторону завышения и в сторону занижения встречаются в среднем одинаково часто;
  - малые отклонения встречаются чаще, чем большие.

Наличие таких закономерностей позволяет надеяться, что среднее значение результатов нескольких измерений близко к истинному и, чем больше число измерений, тем точнее полученный результат.

Грубая погрешность возникает как следствие ошибок измерений (небрежности при чтении показаний приборов, неправильного включения прибора и т.п.). Эта погрешность существенно превышает ожидаемую при данных условиях погрешность. Результаты, полученные с грубой погрешностью, следует исключать из рассмотрения (как говорят, "отбрасывать"). Методы математической статистики позволяют оценить ожидаемую погрешность и тем самым оценить наличие грубой погрешности.

В принципе, систематические погрешности можно устранить. Исключить случайные погрешности отдельных измерений невозможно, хотя математическая теория случайных явлений позволяет уменьшить

влияние этих погрешностей на окончательный результат измерений и установить разумное значение погрешностей. Для этого необходимо произвести не одно, а несколько измерений, причем, чем меньшее значение случайной погрешности мы хотим получить, тем большее число измерений нужно произвести.

Однако нет смысла производить измерений больше, чем это необходимо. Число измерений целесообразно выбирать таким, чтобы случайная погрешность была несколько меньше систематической, а последняя определяла окончательную погрешность результата.

#### В.2. Абсолютная и относительная погрешности

Абсолютной погрешностью измерения называют разность между истинным и измеренным значениями величины.

$$\Delta x = X_{ucm} - x_i, \tag{B.1}$$

где  $x_i$  – значение величины X, полученное при i - м измерении.

Абсолютная погрешность измерения не полностью характеризует качество измерения. Например, абсолютная погрешность, равная 1 м при измерении расстояния 10 км в целях оценки расхода топлива автомобилем, является малой величиной, а для расстояния 5 м может считаться только грубой оценкой.

Для характеристики качества измерения вводят понятие относительной погрешности

$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta x}{X_{ucm}} \right|. \tag{B.2}$$

Часто относительную погрешность выражают в процентах от истинного значения.

#### В.З. Стандартный способ представления результата измерения

Результат любого измерения имеет смысл только в том случае, если экспериментатор указывает:

- 1. Наилучшую оценку истинного значения измеряемой величины.
- 2. Интервал значений (доверительный интервал), в котором, по мнению экспериментатора, с некоторой задаваемой экспериментатором вероятностью (доверительной вероятностью) находится истинное значение измеряемой величины.
- 3. Саму доверительную вероятность.

Если мы не укажем хотя бы один из этих показателей, то результат нашего эксперимента будет лишен смысла, так как мы не знаем при

этом, насколько надежны наши данные.

Строгая запись результата эксперимента выглядит следующим образом:

$$P(X_{\text{\tiny HAMJ}} \pm \delta) = \alpha, \tag{B.3}$$

где P — обозначение для доверительной вероятности;  $X_{\text{наил}}$  — значение наилучшей оценки истинного значения измеряемой величины;  $\delta$  - полуширина доверительного интервала;  $\alpha < 1$  - значение доверительной вероятности.

На практике чаще используют так называемую стандартную запись результата:

$$x = X_{\text{\tiny HAUT}} \pm \delta \ \left( P = \alpha \right)$$
 (B.4)

Выражение "с вероятностью  $P = \alpha$ " означает, что  $\alpha \cdot 100\%$  измерений будут иметь погрешность не большую, чем  $\delta$ .

Как выбирают значения наилучшей оценки измеряемой величины и доверительного интервала, показано ниже.

#### В.4. Погрешности при прямых измерениях

#### В.4.1. Учет случайных погрешностей

При измерениях физических величин в случаях, когда основную роль играют случайные погрешности, все оценки точности можно сделать с некоторой вероятностью. В большинстве случаев, с которыми приходится сталкиваться на практике, случайные погрешности возникают как результат действия множества независимых факторов, каждый из которых сравнительно слабо влияет на результат измерений. В этих случаях случайные погрешности подчиняются определеному закону распределения по значениям — нормальному, или гауссовскому, закону. Для такого класса погрешностей является верным (это строго доказывается в теории вероятностей) следующее положение: наилучшей оценкой (наиболее вероятным значением) измеряемой величины является среднее арифметическое значение, вычисленное из ряда измеренных значений.

$$X_{HGUVI} = \langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n},$$
 (B.5)

где п - число измерений.

Среднее арифметическое значение тем больше приближается к истинному, чем больше число измерений п.

Мы можем осуществить лишь конечное число измерений, поэтому

никогда не достигаем истинного значения измеряемой величины. Для оценки погрешности измерений используют величину, называемую средним квадратичным отклонением:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\langle x \rangle - x_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta x_i)^2}{n}}.$$
(B.6)

Для нормального распределения случайных погрешностей доверительная вероятность попадания единичного измерения в доверительный интервал полушириной  $\sigma$  составляет 68,2%, полушириной  $2\sigma$  - 95,4%, полушириной  $3\sigma$  - 99,7%.

В теории погрешностей показано, что среднее квадратичное отклонение дает довольно грубую оценку случайной абсолютной погрешности измерений. Уточнить эту оценку можно, исходя из следующих соображений. Разобьем ряд измеренных значений на группы и вычислим средние арифметические значения по каждой группе. Среднее арифметическое значение этих средних по группам, очевидно, является средним по всему массиву измерений. Погрешность же определения такого среднего с вероятностью P = 0.68 при числе измерений n > 5 не превышает значения

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}},$$
(B.7)

Это утверждение тем более справедливо, чем больше п.

Погрешность, вычисленная по этой формуле, называется средне-квадратичной.

Оценка границ доверительного интервала производится по методике, предложенной в 1908 году английским математиком и химиком В.Госсетом, публиковавшим свои работы под псевдонимом Стьюдент. По Стьюденту, доверительный интервал имеет вид

$$\langle x \rangle - \Delta \langle x \rangle < x < \langle x \rangle + \Delta \langle x \rangle,$$
 (B.8)

$$\Delta \langle x \rangle = t_{\alpha}(n) \Delta S. \tag{B.9}$$

Значение коэффициента  $t_{\alpha}(n)$  находится из таблицы B.1.

Таблица В.1

			α		
n	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	6,31	12,71	31,82	63,66	636,62
2	2,92	4,30	6,96	9,92	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
$\rightarrow \infty$	1,64	1,96	2,33	2,59	3,29

Задавая значение  $\alpha$ , по числу проведенных измерений определяют из таблицы В.1 значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha}(n)$ . По формуле (В.9) определяют погрешность  $\Delta < x >$ , после чего результат измерений записывают в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta \langle x \rangle \quad (P = \alpha).$$
 (B.10)

Это означает, что истинное значение величины x попадает в доверительный интервал (<x> -  $\Delta$ <x>, <x> +  $\Delta$ <x>) с вероятностью  $\alpha$ .

#### В.4.2. Учет систематических погрешностей

Систематическая погрешность каждого ряда измерений постоянна и определяется обычно в лабораторном практикуме классом точности прибора, дающим верхнюю границу значения систематической погрешности.

Если случайная погрешность оказывается сравнимой с погрешностью прибора, то нужно учитывать и случайную, и систематическую погрешности одновременно, и границы доверительного интервала в этом случае определяются соотношением

$$\Delta \langle x \rangle = \sqrt{t_{\alpha}^{2}(n) \cdot (\Delta S)^{2} + t_{\alpha}^{2}(m \to \infty)\sigma^{2}}, \qquad (B.11)$$

Часто систематическую погрешность, обусловленную характеристиками измерительных средств, называют инструментальной или приборной.

#### В.5. Косвенные измерения

В большинстве случаев измеряется не непосредственно интересующая нас величина, а другая, зависящая от нее. Оценка погрешности косвенных измерений основана на методах, развиваемых в дифференциальном исчислении функций многих переменных. Здесь мы приведем только конечные результаты для важных частных случаев, когда погрешности непосредственно измеренных величин малы, а сами величины независимы друг от друга.

#### В.5.1. Погрешность суммы двух величин

$$z = a + b$$

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_{\langle z \rangle} = \frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}}{a + b}$$
(B.12)

#### В.5.2. Погрешность разности двух величин

$$z = a - b$$

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_{\langle z \rangle} = \frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}}{\langle a \rangle - \langle b \rangle}$$
(B.13)

#### В.5.3. Погрешность произведения двух величин

$$z = ab$$

$$\Delta z = \sqrt{\langle a \rangle^2 (\Delta a)^2 + \langle a \rangle^2 (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}$$
(B.14)

#### В.5.4. Погрешность отношения двух величин

$$z = \frac{a}{b}$$

$$\Delta z = \sqrt{\frac{1}{b^2} (\Delta a)^2 + \frac{\langle \Delta a \rangle^2}{\langle b \rangle^4} (\Delta b)^2}$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$
(B.15)

#### В.5.5. Погрешность степенной функции

$$z = a^{n}$$

$$\Delta z = \sqrt{n} a^{n-1} \Delta a$$

$$\varepsilon_{z} = \sqrt{n} \varepsilon_{a}$$
(B.16)

#### В.б. О приближенных вычислениях

Точность обработки числового материала должна быть согласована с погрешностью самих измерений. Вычисления, производимые с большим числом значащих цифр, чем это необходимо, требуют лишней затраты труда и создают ложное впечатление о большой точности измерений.

Напомним, что значащими цифрами в записи числа являются все цифры, за исключением нулей, стоящих левее первой отличной от нуля цифры.

При выполнении вычислительных операций с приближенными числами число значащих цифр в результате определяется операндом (участником вычислительной операции) с наименьшим числом значащих цифр.

Существует правило: погрешность, получающаяся в результате вычислений, должна быть примерно на порядок (т.е. в 10 раз) меньше суммарной погрешности измерений, или, другими словами, все вычисления следует производить с числом значащих цифр, превышающим на единицу число значащих цифр, полученных при измерениях. Число значащих цифр окончательного результата определяется значением погрешности измерений.

Для записи приближенных многозначных чисел следует применять стандартную форму их записи  $n \cdot 10^m$ , где мантисса и записывается с нужным числом значащих цифр.

Для сохранения в записи числа нужного количества значащих цифр производят округление числа. Напомним правила округления.

- Если первая из отбрасываемых цифр меньше  $5^1$ , то последнюю из оставляемых цифр не изменяют.
- Если первая из отбрасываемых цифр больше 5, то последнюю из оставляемых цифр увеличивают на единицу.
- Если первая из отбрасываемых цифр равна 5, то если последняя из оставляемых цифр нечетная, то ее увеличивают на единицу, а иначе не изменяют.

Последнее из приведенных правил называют "правилом четной цифры" и применяют для того, чтобы избежать накопления вычислительных погрешностей, возникающих при округлении.

11

 $<sup>^{1}</sup>$  Напоминаем, что цифра — это знак, обозначающий число, поэтому говорить о проведении математических операций с цифрами некорректно, но из-за наглядности это стало общепринятым.

Рассмотрим для примера расчет суммы приближенных чисел. Допустим, при измерениях были получены следующие значения величин, которые нужно просуммировать:  $4.5 \cdot 10^4 + 3.456 \cdot 10^3 + 1.3 \cdot 10^2 = 10^4 \cdot (4.5 + 0.3456 + 0.013) = 4.8586 \cdot 10^4$ . В мантиссе должно быть не более двух значащих цифр, поэтому  $4.8586 \cdot 10^4 \approx 4.8 \cdot 10^4$  (проводим округление с применением правила четной цифры).

Применение правил работы с приближенными числами в физике имеет некоторые особенности.

Допустим, мы рассчитали абсолютную погрешность измерения так, что результат содержит три значащих цифры, например,  $\Delta x = 0.356$ . Правильный с математической точки зрения результат показывает, что мы ошибаемся уже в десятых долях единицы. Погрешность в тысячных долях мало влияет на общую погрешность результата. Конечно, в особых случаях проведения измерений можно добиваться и более высокой точности, но в учебной лаборатории целесообразно округлять значение абсолютной погрешности не более, чем до двух значащих цифр.

При записи среднего значения измеренной величины следует опираться на полученное значение абсолютной погрешности, оставляя не только нужное по расчету число значащих цифр, но и добиваясь, чтобы младший десятичный разряд в записи среднего был такой же, как и в записи абсолютной погрешности. Например,  $x = 12,3 \pm 0,1 -$  запись верная, а  $x = 12,3 \pm 0,11 -$  запись неверная. В последней записи по грешность имеется в том десятичном разряде (в сотых долях), который не гарантируется записью среднего значения.

#### В.7. Графическая обработка результатов

Результаты измерений следует записывать в таблицу.

Часто бывает целесообразно построить график зависимости одной измеряемой физической величины (функции) от другой (аргумента). График дает наглядное представление об исследуемой закономерности, поэтому умение правильно строить его - необходимое условие для формирования навыка экспериментальной работы. График строят, используя табличную запись результатов.

График необходимо строить на масштабно-координатной (миллиметровой) бумаге в следующей последовательности.

- 1. Установить пределы изменения величин, откладываемых по координатным осям.
- 2. Выбрать масштабы по осям координат в зависимости от погрешности измерений. На миллиметровой бумаге 1 см может соответство-

вать  $10^n$ ,  $2 \cdot 10^n$ ,  $5 \cdot 10^n$  (n = 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , ...) единицам физической величины.

- 3. Поле графика нужно постараться приблизить к квадрату.
- 4. На каждую координатную ось следует наносить шкалу в пределах изменения величин, отложенную в выбранном масштабе, а не координаты точек и не результаты измерений и расчетов.
- 5. Буквенные обозначения и единицы физических величин располагаются, как указано на рис. В.1.
- 6. Результаты измерения в виде точек следует наносить на поле графика, не проводя дополнительных линий.
- 7. Строить график нужно с помощью лекала или линейки путем осреднения: количество точек над и под графиком должно быть примерно одинаковым. Существуют более строгие способы построения экспериментальных кривых. С ними Вы познакомитесь позже.
- 8. Погрешности измерения изображаются отрезками в соответствующем масштабе у экспериментальных точек (см. рис. В.1) как границы доверительного интервала.
- 9. Под графиком помещается название рисунка, пишется номер рисунка и примечания к рисунку.

В таблице В.2 и на рис. В.1 дан пример построения вольт-амперной характеристики несамостоятельного разряда

Таблица В.2 (пример) Результаты измерения разрядного тока при различных значениях напряжения, зазоре 15 мм, высоте пламени 30 мм.

U, B	0	50	100	200	300	400	500
І, мкА	0	0,35	0,55	1,2	2,0	3,2	4,1

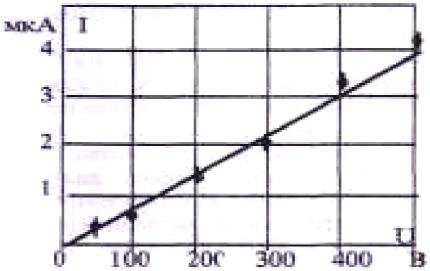


Рис. В.1. Вольт-амперная характеристика разрядного тока

#### В.8. Содержание протокола лабораторной работы

Лабораторная работа N

Наименование работы

Допуск	Выполнение	Защита

- 1. Цель работы.
- 2. Основные теоретические положения и необходимые расчетные соотношения.
  - 3. Схема установки. Основные данные измерительных приборов.
- 4. Результаты измерений. Заполнять только ручкой, при обнаружении ошибочного результата аккуратно зачеркнуть его и рядом написать верный результат.
- 5. Обработка результатов эксперимента. В этом же разделе помещаются графики зависимостей, выполненные на масштабно-координатной (миллиметровой) бумаге. Сравнение полученных данных со справочными данными.
  - 6. Выводы.

#### В.9. Порядок работы в физической лаборатории

К выполнению лабораторной работы следует готовиться заблаговременно (до начала занятий в лаборатории): уяснить цель исследования, методику выполнения измерений, технические приемы измерений. При подготовке к работе нужно ознакомиться с описанием лабораторной работы и, кроме того, проштудировать соответствующие разделы конспекта лекций и учебника.

Протокол лабораторной работы оформляется во время домашней подготовки к работе. Учащиеся, не подготовившие протокол, к выполнению работы не допускаются.

На занятиях лабораторного практикума группа разбивается на бригады по двое учащихся. Протоколы лабораторных работ ведутся каждым учащимся. Учащийся несет персональную ответственность за состояние своего лабораторного журнала.

Перед началом выполнения работы учащиеся должны получить допуск к работе у преподавателя, ведущего занятия. Допуск к работе дается учащимся, знающим основные теоретические и методические особенности выполняемой работы и ознакомившимся с устройством экспериментальной установки. Учащиеся, не получившие допуск к работе в течение первых двадцати минут занятия, к выполнению работы не допускаются. Допуск к работе отмечается преподавателем в

протоколе лабораторной работы с указанием даты.

Если учащийся не допущен к выполнению работы, то он выполняет работу во время, указанное сотрудниками лаборатории при наличии технической возможности лаборатории. При невыполнении в срок работы ставится неудовлетворительная оценка.

Если учащийся отсутствует на занятии по уважительной причине, он должен выполнить работу по дополнительному графику.

Обработка результатов измерений производится во время лабораторных занятий. Получение результата является основанием для отметки о выполнении, которая также ставится преподавателем.

Последним этапом является защита лабораторной работы, которая производится на специальном зачетном занятии. По указанию преподавателя защита может производиться и на других занятиях. Защита проводится в индивидуальном порядке. Проведение побригадных защит запрещено. В процессе защиты учащийся должен показать знание разделов теории, касающихся вопросов, изучаемых в работе, решить предложенные преподавателем задачи и продемонстрировать хорошее знакомство с особенностями работы на экспериментальной установке. В результате защиты учащийся получает оценку.

#### ВВОДНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

#### Измерения в физическом практикуме

### 0.1. Измерительные приборы, используемые в практикуме по механике

Измерительными приборами называют технические устройства, воспринимающие измеряемую величину и выдающие ее значение в виде показания.

Для измерения линейных размеров в лабораторном практикуме применяют линейку, штангенциркуль и микрометр.

- 1. *ЛИНЕЙКА*. Длина измеряется с помощью масштабной линейки. Величина наименьшего ее деления называется ценой одного деления. Обычно цена деления линейки равна 1 мм.
- 2. ШТАНГЕНЦИРКУЛЬ. Если длина измеряется с погрешностью до долей миллиметра, то пользуются вспомогательной шкалой измерительного инструмента нониусом. В инструменте, называемом штангенциркулем, используется нониус, имеющий 10 делений, цена деления равна 0,1 мм.

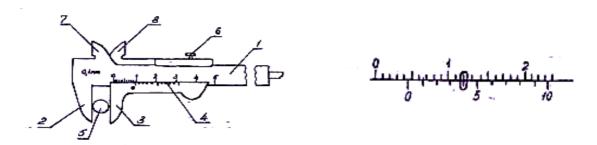


Рис.О.1 Штангенциркуль Рис.О.2. Нониусная шкала Штангенциркуль (рис. 0.1) состоит из миллиметровой линейки 1, с одной стороны которой имеется неподвижная ножка 2.

Вторая подвижная ножка 3 имеет нониус 4 и Штангенциркуль может перемещаться вдоль линейки 1. Когда ножки 2 и 3 соприкасаются, нуль линейки и нуль нониуса должны совпадать. Для того, чтобы измерить длину предмета 5, его помещают между ножками, которые сдвигают до соприкосновения с предметом, и закрепляют винтом 6. После этого делают отсчет по линейке и нониусу и вычисляют длину предмета. Выступающие части ножек 7 и 8 служат для измерения диаметров канавок и всякого рода углублений. На рис. 0.2 в увеличенном виде показаны две шкалы штангенциркуля. Сверху изображена шкала масштабной линейки, снизу - шкала нониуса. Определим показания

этих шкал.

Нуль нониуса находится между 4-м и 5-м делениями масштабной линейки. Это значит, что размер измеряемой детали больше 4 и меньше 5 мм. Размер детали в миллиметрах можно определить по формуле

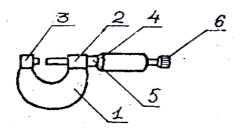
$$l = k + 0.1\mu \tag{0.1}$$

где k - число делений масштабной линейки, укладывающихся в измеряемой длине;

 μ - число, показывающее тот номер деления нониуса, который совпадает с некоторым делением шкалы масштабной линейки.

В нашем случае (см. рис. 0.2) k=4,  $\mu=4$ , так как четвертое деление нониуса совпадает с некоторым делением шкалы масштабной линейки (отмечено кружком). Остальные деления нониуса не совпадают с делениями линейки.

3. МИКРОМЕТР. Для измерения с большей точностью (до сотых долей миллиметра) применяют инструмент, называемый микрометром. Микрометр (рис. 0.3) состоит из двух частей: скобы 1 и микрометрического винта 2, который проходит через отверстие скобы 1 с внутренней резьбой. Против микрометрического винта на скобе имеется упор 3. На этом винте закреплен полый цилиндр (барабан) 4 с делениями по окружности. При вращении микрометрического винта барабан скользит по линейной шкале, нанесенной на стебле 5.



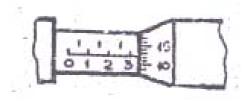


Рис. 0.3. Микрометр

Рис.0.4. Нониусная шкала микрометра

Во время измерения предмет помещают между упором 3 и винтом 2 и вращают винт до тех пор, пока измеряемый предмет не будет зажат между упором 3 и концом винта 2.

Измеряемая деталь должна зажиматься микрометром с определенным усилием, дозволенным техническими нормами эксплуатации. С этой целью при зажиме детали необходимо вращать не барабан 4, а головку 6, называемую трещоткой. В тот момент, когда сжимающее усилие достигнет нормы, дальнейшее вращение головки будет сопровождаться звуком трещотки, означающим, что микрометрический винт больше не вращается. В это время шкалы микрометра показыва-

ют размер детали.

В данной работе применяется микрометр, у которого цена деления линейной шкалы стебля равна 0,5 мм. Верхние и нижние риски шкалы сдвинуты относительно друг друга на полмиллиметра (см. рис. 0.4), цифры проставлены только для делений нижней шкалы, т.е. нижняя шкала - обычная миллиметровая. Если барабан сделает один оборот, он переместится вдоль оси стебля на одно деление, т.е. на 0,5 мм. Число делений барабана равно 50. Следовательно, цена деления барабана равна 0,01 мм.

#### 0.2. Определение плотности твердых тел

Целью эксперимента является определение плотностей тел правильной геометрической формы (металлических цилиндров) по результатам измерения масс  $m_1$  и  $m_2$ , диаметров  $d_1$  и  $d_2$ , высот  $h_1$  и  $h_2$ , пользуясь формулой

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h}.\tag{0.2}$$

Массы определяют путем взвешивания на технических весах. Диаметры и высоты цилиндров находят с помощью штангенциркуля. В заключение необходимо обработать полученные данные и вычислить погрешности измерений.

#### 0.3. Порядок выполнения работы

1. Произвести однократное взвешивание каждого цилиндра на технических весах. Записать массу в граммах в таблицу 0.1 с указанием погрешности измерений (инструментальной). Инструкции по проведению взвешивания получите у преподавателя и дежурного инженера лаборатории.

2. Произвести пять измерений диаметров и высот каждого цилиндра. Таблица 0.1

Номер	Номер	d,	Δd,	h,	Δh,	m,	Δm,	ρ,
цилиндра	измерения	MM	MM	MM	MM	КΓ	КГ	$\kappa\Gamma/M^3$
1	1							
	2							
	3							
	4							
	5							
2	1							
	2							
	3							
	4							
	5							

#### 0.4. Обработка результатов измерений

- 1. Определение плотности тел предложенным методом представляет собой косвенное измерение. Как следует из теории погрешностей, необходимо определить погрешности прямых измерений, т.е.  $\Delta h, \Delta d, \Delta m$ .
  - 2. Для каждой из величин m, h и d составляют таблицы по образцу таблицы 0.2.

Таблица 0.2

Номер из- мерения	Xi	<x> - x<sub>i</sub></x>	$(\langle x \rangle - x_i)^2$
1 2 3 4 5			
< <sub>X</sub> >		$\sum_{i=1}^{n} (\langle \mathbf{x} \rangle - \mathbf{x}_{i})$	) <sup>2</sup> =

Далее проводятся соответствующие расчеты:

$$\Delta h = 2.8 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\langle h \rangle - h_i)^2}{5 \cdot 4}}$$

$$\Delta d = 2.8 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\langle d \rangle - d_i)^2}{5 \cdot 4}}$$

Среднее значение плотности

$$\langle \rho \rangle = \frac{4\langle m \rangle}{\pi \langle d \rangle^2 \langle h \rangle}$$

3.1.Окончательный результат должен быть представлен в виде  $\rho = \left< \rho \right> \pm \Delta \rho \ .$ 

В данной работе рекомендуется рассчитывать по соотношению

$$\Delta \rho = \langle \rho \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{\langle d \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2}.$$

19

4. Ориентируясь на внешние признаки материалов цилиндров, сравнить полученные результаты с табличными значениями плотностей материалов. Результаты всех измерений и расчетов должны быть представлены в системе единиц СИ.

#### 0.6. Контрольные вопросы

- 1. Что значит измерить физическую величину?
- 2. Какие погрешности называются систематическими, какие случайными?
- 3. Какие измерения называются прямыми, какие косвенными? Приведите примеры прямых и косвенных измерений, проведенных в данной работе.
- 4. Какие погрешности называются абсолютными, какие относительными?
- 5. Каким образом в данной работе проводилась обработка результатов измерений?

#### МЕХАНИКА

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-1

### Определение ускорения свободного падения с помощью машины Атвуда

#### 1.1. Цель работы

Целями работы являются экспериментальное определение значения ускорения свободного падения и экспериментальная проверка уравнения прямолинейного равноускоренного движения точечного тела.

#### 1.2. Основные теоретические сведения

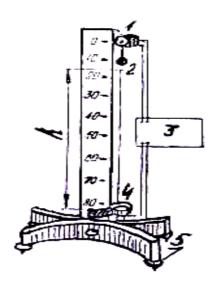
При свободном падении точечного тела с некоторой высоты h (начальная скорость равна нулю) уравнение движения тела имеет вид

$$h = \frac{gt^2}{2}. ag{1.1}$$

Из этого уравнения при известных h и t определяется ускорение свободного падения g

$$g = \frac{2h}{t^2}. ag{1.2}$$

### 1.3. Описание экспериментальной установки и методика проведения работы



Работа выполняется на машине Атвуда с электронным секундомером. Схема установки представлена на рис. 1.1.

При замыкании электрической цепи электромагнит 1 удерживает стальной шарик 2 на конце иглы 6. При разрыве цепи питания (отключении выключателя, находящегося на пульте секундомера 3 )шарик отрывается и начинает свободно падать, при этом включается секундомер.

Рис. 1.1. Схема экспериментальной установки

Приемная площадка 4 оборудована контактами, формирующими сигнал "Стоп" секундомера, следовательно при попадании шарика на площадку секундомер прекращает отсчет времени. При проведении опытов следует учитывать, что работа приемной площадки в значительной степени зависит от того, насколько тщательно выставлена стойка машины Атвуда в вертикальное положение. Если шарик попадает в центр площадки, то секундомер включается практически мгновенно. Для установки стойки служат уравнительные винты 5.

#### 1.4. Порядок выполнения работы и обработки результатов

1. Во время домашней подготовки сделайте таблицу 1.1 для записи результатов измерений и вычислений.

Таблица 1.1

№ измерения	<b>h</b> , м	t, c			<t>,</t>	$c^2$	$g$ , $M/c^2$
		1	2	3			
1	0,1						
2	0,2						
3	0,3						
4	0,5						
5	0,8						

- 2. Ознакомьтесь с устройством прибора и получите допуск к работе у преподавателя.
- 3. Приемную площадку укрепите на шкале против отметки 0,8 м. Площадка должна быть расположена таким образом, чтобы против отметки находилась верхняя кромка прижимной планки.
  - 4. Установите стойку машины в вертикальное положение.
- 5. Включите цепь электромагнита и установите шарик на конце иглы. Нажмите кнопку "Сброс" секундомера.
- 6. Выключателем на панели секундомера разомкните цепь электромагнита. Шарик начнет падать, одновременно начнется отсчет времени секундомером. Приборная погрешность секундомера  $t=10^{-4}$  с. При попадании шарика на приемную площадку отсчет времени прекращается. Если шарик не попал в центр приемной площадки, то подрегулируйте винтами 5 положение стойки и снова повторите п.п. 5 6.
- 7. Выполняя п.п. 5 6, проведите опыты для значений высоты h, указанных в таблице 1.1. Для каждой высоты измерения выполняются по 3 раза. Данные измерений занесите в таблицу 1.1. Выполните расчеты и заполните все графы таблицы 1.1. Расчет g следует выпол-

нять по формуле (1.2). Пользуясь сведениями, изложенными во ВВЕДЕНИИ, рассчитайте погрешность измерения g.

- 8. Постройте график зависимости удвоенной высоты падения 2h от квадрата времени падения  $<t>^2$ . Не забудьте отметить точку 2h = 0 при  $<t>^2 = 0$ . По наклону этого графика определите ускорение свободного падения g.
- 9. Напишите заключение к работе, обязательным элементом которого должно быть сравнение полученных двумя способами (п. 7 и п. 8) значений ускорения свободного падения g с принимаемым за истинное значение  $g = 9.81 \text{ m/c}^2$ .

#### 1.5. Контрольные вопросы

- 1. Зачем необходимо устанавливать прибор в вертикальное положение?
- 2. Сказывается ли сопротивление воздуха на результатах измерений?

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-2

#### Изучение законов поступательного движения

#### твердого тела

#### 2.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальная проверка законов поступательного равноускоренного движения твердого тела.

#### 2.2. Основные теоретические сведения

Твердым телом в механике называется такое тело, у которого во время движения не изменяются расстояния между частицами, составляющими тело.

Движение твердого тела называется поступательным, если прямая, проведенная через две любые точки тела, остается при движении параллельной самой себе.

При поступательном движении все частицы тела имеют одинаковые по величине и направлению скорости и ускорения. Поэтому движение тела можно рассматривать как движение одной материальной точки, имеющей массу всего тела. В качестве такой материальной точки обычно выбирают центр масс тела.

В случае равноускоренного поступательного движения твердого тела (материальной точки) уравнение движения и уравнение для скорости имеют вид:

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t,$$
(2.1)

где  $\vec{r}$  - радиус - вектор конечного положения тела;

 $\vec{r}_0$  - радиус - вектор начального положения тела;

 $\vec{v}_0$  - начальная скорость тела;

 $\vec{\mathcal{V}}$  - скорость тела в момент времени t;

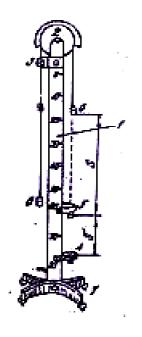
 $\vec{a}$  - ускорение.

Для прямолинейного равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью пройденный путь и скорость зависят от времени движения как

$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$v = at.$$
(2.2)

#### 2.3. Описание экспериментальной установки



Работа выполняется на машине Атвуда (рис. 2.1).

Установка состоит из вертикальной стойки 1 с сантиметровыми делениями и блока 2, укрепленного в подшипнике. Через блок переброшена нить с грузами 6 одинаковой массы. Нить зажимается электромагнитом 3, электропитание которого включается и выключается с пульта электронного секундомера 7. Один из грузов 6 может проходить через кольцо 5, на котором установлен контакт "Старт" секундомера. На приемной площадке 4 установлены контакты "Стоп" секундоме-

ра. Рис. 2.1. Схема экспериментальной установки

#### 2.4. Методика выполнения работы

Правый груз 6 с дополнительным грузом устанавливается на некоторой высоте s над приемной площадкой. При размыкании электромагнита начинается равноускоренное движение этого груза вниз, и происходит пуск электронного секундомера. При касании груза приемной площадки 4 происходит остановка секундомера, таким образом происходит измерение времени прохождения грузом пути s. Пользуясь уравнениями (2.2) для случая  $V_0 = 0$ , можно рассчитать конечную скорость  $V_{\kappa}$  груза в момент удара о приемную площадку 4:

$$v_k = \frac{2s}{t}. (2.3)$$

Затем правый груз 6 с дополнительным грузом устанавливают на том же расстоянии s над кольцом 5. Кольцо 5 задерживает, дополнительный груз, который, касаясь кольца, замыкает цепь пуска секундомера. После снятия дополнительного груза грузы продолжают дви-

гаться равномерно со скоростью, равной  $V_{\kappa}$ . При ударе груза о приемную площадку, расположенную на расстоянии s' от кольца, секундомер останавливается. Скорость равномерного движения определяется выражением где t' - время прохождения грузом расстояния между кольцом 5 и приемной площадкой 4.

Если предположение о постоянстве ускорения при движении груза с дополнительным грузом справедлив о, то  $V_{\kappa} = V'$ . Правильная работа машины Атвуда зависит от точности уравновешивания грузов 6 и тщательности выставления стойки 1 в вертикальное положение уравнительными винтами 7. Груз должен проходить через кольцо 5, не задевая его, и ударяться о приемную площадку 4 в центре ее, а дополнительный груз - легко сниматься кольцом.

#### 2.5. Порядок выполнения работы

- 1. Во время домашней подготовки к работе начертите в лабораторном журнале таблицу 2.1.
- 2. Ознакомьтесь с установкой и запишите технические характеристики электронного секундомера.
- 3. Убрав кольцо 5, отрегулируйте положение машины Атвуда, чтобы правый груз опускался на середину приемной площадки 4.
- 4. Надев на правый груз дополнительный груз, по три раза измерьте время движения груза с высот  $s_1 = 0.6$  м,  $s_2 = 0.4$  м и  $s_3 = 0.2$  м. Результаты измерений запишите в таблицу 2.1

Таблица 2.1

S,		t		<t'></t'>	V <sub>K</sub> M/C	$\Delta V_{\kappa}$	S		ť		<t'></t'>	V	$\Delta V'$
M			c	c	м/с	м/с	M		c		c	м/с	м/с
	1	2	3					1	2	3			
0,6													
0,4													
0,2													

5. Рассчитайте конечные скорости движения груза для трех значений пути по формуле (2.4). Определите погрешности значений конечных скоростей по выражению

$$\Delta v_{k} = \left\langle v_{k} \right\rangle \sqrt{E_{s}^{2} + E_{t}^{2}}, \qquad (2.4)$$

где 
$$E_s = \frac{\Delta s}{s}$$
;  $E_t = \frac{\Delta t}{t}$ ;

 $\Delta s$  - приборная погрешность, равная половине цены деления стойки;

- $\Delta t$  погрешность измерения времени, рассчитываемая по методике, изложенной в разделе B.4 настоящего сборника.
- 6. Постройте график зависимости v(t). По наклону этого графика определите ускорение а, учитывая, что

$$a = \frac{dv}{dt}, (2.5)$$

т.е. необходимо определить тангенс угла наклона графика v(t) к оси t. Пользуясь формулами раздела B.5. настоящего сборника, определите погрешность измерения ускорения  $\Delta a$ .

- 7. Поставьте кольцо 5 на таком расстоянии от приемной площадки 4, чтобы при самом высоком положении груза 6 последний находился на расстоянии  $s_1 = 0.6$  м от кольца 5. Измерьте расстояние s', результат запишите в таблицу 2.1.
- 8. Измерьте по три раза время прохождения грузом 6 расстояния s' при  $s_1 = 0.6$  м,  $s_2 = 0.4$  м,  $s_3 = 0.2$  м. Результаты запишите в таблицу 2.1.
- 9. По формуле (2.3) рассчитайте скорость v' для всех s. Определите погрешность измерения v' по выражениям, аналогичным приведенным в п.5.
- 10. Постройте график зависимости v'(t) (не от t'), где t время движения груза с высоты s, взятое из предыдущего эксперимента. По наклону этого графика определите ускорение a. Пользуясь формулами раздела B.5 настоящего сборника, определите погрешность измерения ускорения  $\Delta a$ .
- 11. Сравните полученные в п.п. 6 и 10 результаты и сделайте вывод о характере движения груза.
  - 12. По данным работы постройте график зависимости s(t).
  - 13. Напишите заключение к работе.

#### 2.6. Контрольные вопросы

- 1. Как относятся между собой пути, проходимые грузом при равнопеременном движении за последовательные равные промежутки времени?
- 2. Как связаны конечная скорость (формула (2.3)) со средней скоростью при равнопеременном движении?
- 3. Покажите с помощью графика s(t) чему равна мгновенная скорость груза в точке (s3, t3)

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-3

#### Изучение второго закона Ньютона

#### 3.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальная проверка основного уравнения динамики материальной точки.

#### 3.2. Основные теоретические сведения

Понятие материальной точки - одно из важнейших понятий механики. Материальной точкой называют тело, формой и размерами которого в заданных условиях движения можно пренебречь.

Всякое реальное тело можно разбить на большое число частей, сколь угодно малых по сравнению с размерами самого тела.

Каждую такую часть можно рассматривать как материальную точку, а само тело - как систему материальных точек.

Второй закон Ньютона - основной закон динамики материальной точки. В соответствии с ним ускорение  $\vec{a}$  , сообщаемое материальной точке, прямо пропорционально вызывающей его силе  $\vec{F}$  и обратно пропорционально массе тела m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{3.1}$$

Силой, действующей на тело (или приложенной к телу), называют физическую величину, являющуюся мерой механического воздействия на это тело со стороны другого тела. Мы можем рассматривать движение тела под действием других тел как движение тела под действием приложенных к нему сил.

Если на материальную точку одновременно действуют несколько сил, то каждая из них сообщает материальной точке ускорение, определяемое выражением (3.1) для данной силы, а суммарное ускорение является геометрической суммой сообщаемых силами ускорений. При этом говорят, что на материальную точку действует результирующая сила (равнодействующая), равная геометрической сумме отдельных действующих сил. Приведенные выше рассуждения выражают принцип независимости действия сил.

Соотношение (3.1) показывает, что тела обладают свойством инертности. Именно благодаря своей инертности тело приобретает при действии силы конечное ускорение, изменяя свою скорость не

мгновенно, а постепенно. Мерой инертности тела является масса.

Классическая механика исходит из того подтвержденного повседневным опытом положения, что масса тела - величина постоянная. В специальной теории относительности показано, что в общем случае масса тела зависит от его скорости, но при скоростях тел, намного меньших скорости света, эта зависимость незначительна. Классическая механика как раз и рассматривает движение тел при малых по сравнению со скоростью света скоростях.

Масса системы материальных точек равна сумме масс всех материальных точек, входящих в систему. Это утверждение выражает свойство аддитивности массы.

#### 3.3. Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3.1. Установка состоит из рельса 1, тележки 2 с подвесными грузами 3, датчиков "Старт" 4 и "Стоп" 5, ограничителя 6, троса 7, тарелки 8 с грузами 9 и электронного секундомера 10.

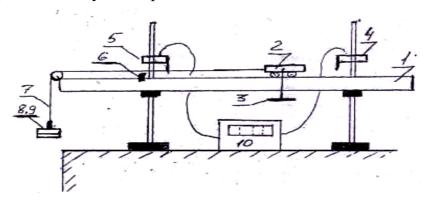


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки

Сила тяжести, действующая на тарелку 8 с грузами 9, создает ускорение системы "тележка - трос - тарелка". Если тележка с этим ускорением движется с нулевой начальной скоростью от датчика "Старт" 4 до датчика "Стоп" 5, то значение этого ускорения можно рассчитать из выражения

$$a = \frac{2s}{t^2}. (3.2)$$

Перемещение тележки с грузами измеряют линейкой, время движения - электронным секундомером 10, запускаемого и останавливаемого автоматически с помощью датчиков 4 и 5.

В работе исследуются зависимости:

\* ускорения от силы, действующей на систему, при постоянной массе системы;

\* ускорения от массы системы при постоянной силе, действующей на систему.

Для компенсации силы трения, действующей со стороны рельса на тележку с грузами, рельс наклоняют под небольшим углом к горизонтальной плоскости. Значение угла наклона подбирается экспериментально.

### 3.4. Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

<u>Задание 1.</u> Исследование зависимости ускорения от силы, действующей на систему, при постоянной массе системы.

1. Подготовьте в протоколе эксперимента таблицы 3.1, 3.2 и 3.3 для записи результатов измерений и вычислений.

<u>Примечание</u>. Пункт 1 выполняется во время домашней подготовки к работе.

1. Ознакомьтесь с устройством экспериментальной установки и получите у преподавателя допуск к работе.

Таблица 3.1

Масса тарелки $M_1$ , кг	0,003
Масса тележки $M_2$ , кг	0,242
Общая масса системы М, кг (задание 1)	
Перемещение тележки s, м	
Сила, действующая на систему, F, мН (задание 2)	

Таблица 3.2

№	Масса гру-	Масса гру-	Время	Ускоре-	Сила
изме-	зов на та-	зов на те-	движения t		F ,
рения	релке т <sub>1</sub> , кг	лежке та, кг	c	$\mathrm{m/c}^2$	мН
1					
2					
3					
4					

Таблица 3.3

$N_{\underline{0}}$	Масса гру-	Время	Ускорение	Macca	F/M(a),
изме-	зов на те-	движения t	a,	системы	
рения	лежке $m_{2}$ , кг	c	$M/c^2$	М кг	$M/c^2$
1	0				
2	0,120				
3	0,240				

- 2. Для компенсации силы трения положите на тележку грузы общей массой 0,126 кг и наклоните рельс настолько, чтобы тележка двигалась равномерно.
- 3. Измерьте линейкой расстояние между датчиками "Старт" и "Стоп", результат запишите в таблицу 3.1.
- 4. Прикрепите к тележке нить с тарелкой и одним грузом массой 3 г. Перебросьте нить через блок. Рассчитайте общую массу системы и запишите результат в таблицу 3.1.
- 5. Рассчитайте по приведенному ниже выражению (3.3) силу F, действующую на систему, результат расчета запишите в таблицу 3.2.

$$F = (M_1 + m_1)g. (3.3)$$

- 6. Резким, но не сильным ударом по крючку датчика "Старт" пустите тележку. При этом происходит пуск секундомера. В момент прохождения тележки мимо датчика "Стоп" происходит остановка секундомера. Запишите показание секундомера в таблицу 3.2.
- 7. Пользуясь выражением (3.2), рассчитайте ускорение и запишите результат в таблицу 3.2.
  - 8. Переложите с тележки на тарелку один груз массой 3 г.
- 9. Повторите операции п.п. 6 9 несколько раз, пока все малые грузы не будут переложены с тележки на тарелку.
- 10. На миллиметровой бумаге постройте график зависимости ускорения а от силы F при постоянной массе М.

## Задание 2. Исследование зависимости ускорения от массы движущегося тела при постоянной силе, действующей на систему.

- 1. Снимите с тележки все грузы, на тарелку положите два груза массой по 3 г каждый. По выражению (3.3) рассчитайте силу, действующую на систему, результат занесите в таблицу 3.1.
- 2. Определите ускорение тележки, повторив операции п.7 задания 1 и пользуясь выражением (3.2). Результат запишите в таблицу 3.3.
  - 3. Положите на тележку груз массой 120 г и повторите п.2.
  - 4. Повторите п.3 еще один раз.
- 5. Рассчитайте по полученным данным отношения силы к массе движущихся тел F/M, результаты запишите в таблицу 3.3. Постройте график зависимости ускорения от массы системы при постоянной силе, действующей на систему.
- 6. По результатам выполнения заданий 1 и 2 сформулируйте выводы и напишите заключение к работе.

#### 3.5. Контрольные вопросы

- 1. Что является причиной ускорения? Как направлено ускорение?
- 2. Что можно сказать об ускорениях двух взаимодействующих тел?
- 3. Почему нагруженный автомобиль на булыжной мостовой движется более плавно, чем этот же автомобиль без груза?
  - 4. В чем состоит свойство, называемое инертностью тела?
  - 5. Как сравнить массы двух тел в условиях невесомости?
  - 6. Дайте определение понятию "сила".
- 7. Может ли тело, на которое действуют силы, двигаться без ускорения?
  - 8. Сформулируйте второй закон Ньютона.
  - 9. Верны ли следующие утверждения:
    - \* "Скорость тела определяется действующей на него силой";
- \* "Тело движется туда, куда направлена действующая на него сила"?
- 10. Два шара, соединенные невесомой нерастяжимой нитью, лежат на гладкой горизонтальной плоскости. У правого шара масса больше. Одинаковая по модулю сила действует сначала на правый шар вправо, затем на левый шар влево. Одинаково ли натяжение нити в этих случаях?
  - 11. Какую силу называют силой тяжести; весом?
- 12. Масса каких тел, используемых в данной работе, не учитывается при проведении расчетов? Как это влияет на результаты работы?
  - 13. Каким образом в работе компенсируется влияние трения?
- 14. Какая внешняя сила действует на систему тел в работе? Почему в ходе каждого опыта ее можно считать постоянной?
- 15. Второй закон Ньютона выполняется для материальных точек. Тела, используемые в работе, таковыми не являются. Какие допущения позволяют нам считать результаты работы подтверждением второго закона Ньютона?

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-4

### Изучение закона сохранения импульса при упругом соударении

#### 4.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальное изучение основных закономерностей упругого столкновения твердых тел.

#### 4.2. Основные теоретические сведения

Законы динамики дают возможность полностью описать механическое поведение изучаемой системы, если известны силы, действующие на образующую эту систему материальные точки. Применение второго закона Ньютона к каждой из материальных точек позволяет найти ее ускорение в данном месте в данный момент времени и тем самым последовательно, шаг за шагом, проследить ее движение. Но часто такая детальная информация о движении бывает не нужна. Иногда нас интересует только конечное состояние изучаемой системы, а ее промежуточные состояния, через которые система проходит в конечное состояние, не представляют интереса. В некоторых случаях нас вообще интересует только движение системы как целого, а не движение отдельных частиц, входящих в систему. В подобных случаях быстрее всего к цели приводит не непосредственное применение законов Ньютона, а использование законов сохранения.

Физический мир устроен так, что при происходящих в нем изменениях - механическом движении, явлениях теплопередачи, прохождении электрического тока, распространении электромагнитных волн, превращении атомов и ядерных частиц - некоторые физические характеристики рассматриваемых систем остаются неизменными. К таким сохраняющимся величинам, прежде всего, относятся импульс, момент импульса, энергия, электрический заряд.

Самое замечательное в законах сохранения заключается в том, что одна и та же сохраняющаяся величина, например энергия, фигурирует в явлениях разной физической природы, которые изучают в разных разделах физики - механике, электродинамике, квантовой физике. Использование законов сохранения позволяет взглянуть на изучаемые явления с более общих позиций и часто дает возможность найти ответы на некоторые вопросы, касающиеся тех явлений, для которых нам неизвестны описывающие их конкретные законы, например на вопро-

сы о взаимодействиях и взаимных превращениях элементарных частиц.

Справедливость фундаментальных законов сохранения, охватывающих все явления природы, подтверждается опытным путем. Однако для определенного круга явлений, относящихся к какому-либо одному разделу физики, законы сохранения могут быть получены из конкретных законов этого раздела. Так, для механических явлений существование законов сохранения импульса и энергии, формально вытекает из законов динамики, те в свою очередь могут быть получены как прямое следствие законов Ньютона.

Сохраняющимися величинами в механических процессах могут являться импульс, момент импульса и энергия.

Импульс - это одна из самых фундаментальных величин в физике. Знакомство с этой величиной начнем с простейшего случая.

Импульсом  $\vec{p}$  материальной толчки массой m, движущейся со скоростью  $\vec{\mathrm{V}}$  , называется произведение

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{4.1}$$

Из этого определения можно с помощью второго закона Ньютона найти закон изменения импульса частицы в результате действия на нее некоторой силы  $\vec{F}$  . Изменяя скорость частицы, сила изменяет и ее импульс:  $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$ .

В случае постоянной действующей силы

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}. \tag{4.2}$$

Скорость изменения импульса материальной точки равна равнодействующей всех действующих на нее сил. При постоянной силе  $\vec{F}$  промежуток времени  $\Delta t$  в формуле (4.2) может быть взят любым. Поэтому, для изменения импульса частицы за этот промежуток справедливо

$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\Delta t \tag{4.3}$$

В случае изменяющейся во времени силы  $\vec{F}$  весь промежуток времени следует разбить на малые промежутки  $\Delta t_i$ , в течение каждого из которых силу  $\vec{F}_i$  можно считать постоянной. Изменение импульса частицы за отдельный промежуток времени  $\Delta t_i$  вычисляется по формуле (4.3)

$$\Delta \vec{p}_i = \vec{F}_i \Delta t_i \tag{4.4}$$

Полное изменение импульса за весь рассматриваемый промежуток времени равно векторной сумме изменений импульса  $\Delta \vec{p}$  за все промежутки  $\Delta t_i$  :

$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \sum_i \Delta \vec{p}_i = \sum_i \vec{F}_i \Delta t_i. \tag{4.5}$$

Если воспользоваться понятием производной, то вместо (4.2), очевидно, закон изменения импульса частицы записывается как

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \tag{4.6}$$

Изменение импульса за конечный промежуток времени от 0 до t выражается интегралом

$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \int_0^t \vec{F}(t)dt. \tag{4.7}$$

Величина стоящая в правой части (4.3) или (4.5) называется импульсом силы. Таким образом изменение импульса материальной точки за промежуток времени равно импульсу силы действовавшей на него в течении этого промежутка времени.

Система тел, на которые не действуют другие внешние силы или сумма всех внешних сил равна нулю, называется замкнутой.

Импульс замкнутой системы сохраняется при любых происходящих в ней физических процессах.

Поскольку импульс - величина векторная, то равенство  $\vec{p}=$  const эквивалентно постоянству проекций импульса на координатные оси:

$$p_x = \text{const}, p_y = \text{const}, p_z = \text{const}.$$

Наиболее простой случай взаимодействия тел, в котором можно экспериментально проверить закон сохранения, - это упругий удар шаров.

Если массы шаров равны  $m_1$  и  $m_2$ , а их скорости до столкновения были  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , то на основании закона сохранения импульса можно записать

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$
 (4.8)

где  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$  - скорости шаров после столкновения.

Задача упрощается при использовании шаров с одинаковыми массами. В этом случае из закона сохранения импульса следует равенство

$$\vec{\mathbf{v}}_1 + \vec{\mathbf{v}}_2 = \vec{\mathbf{u}}_1 + \vec{\mathbf{u}}_2. \tag{4.9}$$

Если один из шаров до столкновения покоится (  $\vec{\mathbf{v}}_2 = 0$ ), то

$$\vec{\mathbf{v}}_1 = \vec{\mathbf{u}}_1 + \vec{\mathbf{u}}_2 \tag{4.10}$$

Учитывая, что при упругом ударе кинетическая энергия системы

сохраняется 
$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$
, получаем, что 
$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2. \tag{4.11}$$

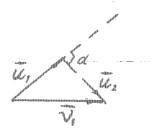


Рис. 4.1. Схема расчета

Рассматривая совместно (4.10) и (4.11), получаем, что угол разлета шаров  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (по теореме косинусов).

#### 4.3. Методика выполнения работы

Дальность полета шара  $\vec{l}_1$  при падении на стол пропорциональна скорости  $\vec{V}_1$  на краю лотка:  $\vec{l}_1 = \vec{V}_1 t$ , где t время падения шара, определяемое высотой лотка над столом. Направление вектора скорости  $\vec{V}_1$  совпадает с направлением вектора  $\vec{AB}$ , соединяющего точку А поверхности стола под краем лотка с точкой В, в которую падает шар. Если на краю лотка поставить второй шар, сместить его на 3-5 мм от траектории движения скатывающегося шара, то при скатывании по лотку первого шара в результате удара в движение приходят оба шара. (Подумайте, что будет при абсолютно упругом центральном ударе?) Отметив точки С и D падения шаров на стол, можно определить направление векторов скоростей  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$  (рис. 4.2). Длина отрезков АС и АD пропорциональны модулям скоростей шаров  $u_1$  и  $u_2$ , так как время падения шаров одинаково.

Таким образом, для проверки закона сохранения импульса при упругом столкновении двух шаров одинаковой массы необходимо проверить, равняется ли сумма векторов  $\overline{AC}$  и  $\overline{AD}$  (обозначим ее  $\overline{AB}'$ ) вектору  $\overline{AB}$ , а угол разлета -  $\overline{-}$ .

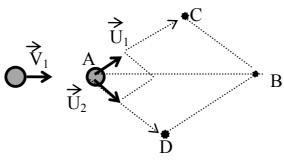


Рис. 4.2. Расчетная схема

## 4.4. Описание экспериментальной установки

Для измерения модулей скоростей шаров и определения направления их движения можно воспользоваться установкой, схема которой изображена на рис. 4.3. В штативе закрепляется наклонный лоток таким образом, чтобы участок поверхности, с которой скатывается шар, после скатывания по лотку, был расположен горизонтально.

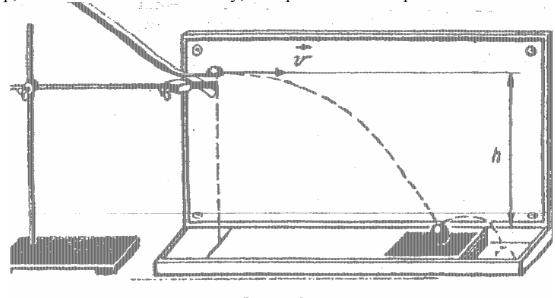


Рис. 4.3. Схема экспериментальной установки

## 4.5. Порядок выполнения работы

1. Приготовить в тетради две таблицы 4.1 и 4.2 для записи результатов измерений и вычислений.

Таблица 4.1

No	АВ', мм	<ab'><u>+</u>Δ(AB'), мм</ab'>	α,°	<α> <u>+</u> Δα
1				
2				
3				

Таблица 4.2

No	АВ, мм	<ab><u>+</u>Δ(AB), мм</ab>

- 2. Установите дугообразный лоток на высоте 5 10 см и закрепите в штативе. Обратите внимание на горизонтальное положение нижнего края лотка.
- 3. На столе под лотком в направлении полета шара положите лист миллиметровой бумаги и покройте его копировальной бумагой. Помните, что в ходе эксперимента миллиметровую бумагу со стола сдвигать нельзя.
- 4. С помощью отвеса отметьте на миллиметровой бумаге т. А под краем лотка.
- 5. Трижды запустите шар с верхнего края лотка, получите три отметки падения шаров на стол. Обозначьте их, осторожно приподняв копировальную бумагу, как  $B^1$ ,  $B^2$ ,  $B^3$ .
- 6. Установите на краю лотка второй шар таким образом, чтобы вектор скорости первого шара не проходил через центр второго шара. Запустите первый шар с верхнего края лотка, получите отметки точек C и D падения обоих шаров на стол. Обозначьте их, осторожно приподняв копировальную бумагу, как точки  $C^1$  и  $D^1$ .
- 7. Опыт повторите 3 раза, каждый раз стараясь поставить шар на прежнее место. Полученные точки отмечайте как в п.6 с индексами соответственно 2 и 3.
- 8. Возьмите лист миллиметровой бумаги с нанесенными на нем точками. С помощью циркуля и линейки постройте параллелограммы  $AC^1B^1D^1$ ,  $AC^2B^2D^2u$   $AC^3B^3D^3$ .
- 9. Измерьте линейкой отрезки  $AB^{1'}$ ,  $AB^{2'}$ ,  $AB^{3'}$  и занесите их значения в таблицу 4.1. Рассчитайте по формулам раздела "Введение" сред-

нее значение расстояния АВ и по приведенной формуле абсолютную погрешность измерения

$$\Delta \langle AB' \rangle = \frac{\left(AB'\right)_{MAX} - \left(AB'\right)_{MIN}}{2}.$$
 (4.12)

10. Измерьте транспортиром углы  $\alpha_1$  ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  и занесите их значения в таблицу 4.1. Рассчитайте

$$\langle \alpha \rangle = \frac{(\alpha_{MAX} + \alpha_{MIN})}{2} \tag{4.13}$$

 $\Delta \langle \alpha \rangle = \frac{(\alpha_{MAX} - \alpha_{MIN})}{2} \tag{4.14}$ 

11. Измерьте линейкой отрезки  $AB^1$ ,  $AB^2$  и  $AB^3$  и занесите их значения в таблицу 4.2. Рассчитайте

$$\langle AB \rangle = \frac{(AB)_{MAX} + (AB)_{MIN}}{2} \tag{4.15}$$

и  $\Delta \langle AB \rangle = \frac{\left(AB\right)_{MAX} - \left(AB\right)_{MIN}}{2}. \tag{4.16}$ 

12. Сравните отрезки AB и AB' и углы  $\alpha$  и  $\frac{\pi}{2}$ , сделайте вывод о выполнении закона сохранения импульса в проведенном опыте, определите погрешность измерений.

13. Напишите заключение к работе.

## 4.6 Контрольные вопросы

- 1. При каких условиях импульс системы сохраняется?
- 2. Почему необходима горизонтальная установка нижнего края лот-ка?
- 3. Можно ли считать систему из шаров, сталкивающихся на горизонтальной части лотка, замкнутой?
  - 4. В чем проявляется закон сохранения энергии в данной работе?
- 5. Может ли человек, стоящий на идеально гладкой горизонтальной (ледяной) площадке, сдвинуться с места, не упираясь острыми предметами в лед?
- 6. Герой книги Э. Распе барон Мюнхгаузен рассказывает: "Схватив себя за косичку, я изо всех сил дернул вверх и без большого труда

вытащил из болота и себя и своего коня, которого крепко сжал обеими ногами, как щипцами". Можно ли таким образом поднять себя?

- 7. В книге А. Некрасова "Приключения капитана Врунгеля" описан следующий способ передвижения лодки: колесо приводят во вращение белки, несущиеся "как бешеные одна за одной по ступенькам внутри колеса" (беличьего колеса). Будет ли двигаться лодка с подобным двигателем?
- 8. Может ли висящая на паутине гусеница повернуться к наблюдателю другим боком?
- 9. Небольшая лодка притягивается канатом к большому теплоходу. Почему теплоход не движется по направленно к лодке?
- 10. Чтобы сойти на берег, лодочник направился от кормы лодки к ее носовой части. Почему при этом лодка отошла от берега?
- 11. Для чего рулевой во время движения лодки наклоняет тело в такт гребцам

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-5

## Определение коэффициента трения скольжения

### 5.1. Цель работы

Целью работы является измерение коэффициента трения скольжения.

#### 5.2. Основные теоретические сведения

Сухое трение возникает на поверхностях соприкосновения твердых тел. Сила трения имеет электромагнитную природу. Ее возникновение обусловлено межмолекулярным взаимодействием. Эта сила направлена вдоль поверхности соприкосновения.

Сила трения скольжения возникает при относительном движении соприкасающихся поверхностей и направлена противоположно относительной скорости. Этим она отличается от силы трения покоя, которая направлена противоположно приложенной силе.

Модуль силы трения скольжения пропорционален модулю нормальной силы N реакции опоры

$$F_{\dot{\alpha}\dot{\alpha}} = \mu N, \tag{5.1}$$

где  $\mu$  - коэффициент трения скольжения.

Выражение (5.1) называют уравнением Амонтона. Коэффициент трения скольжения  $\mu$  не зависит от силы N и площади соприкосновения, но сильно зависит от степени шероховатости и рода вещества соприкасающихся тел.

Коэффициент µ слабо зависит от относительной скорости поверхностей и в большинстве практических применений этой зависимостью пренебрегают.

Сила трения скольжения является неконсервативной силой, работа этой силы зависит от формы траектории. Сила трения скольжения направлена противоположно относительной скорости соприкасающихся тел, а значит, и противоположно перемещению одного тела относительно другого. Из этого следует, что работа силы трения отрицательна.

## 5.3. Методика проведения эксперимента и описание экспериментальной установки

Измерение коэффициента трения скольжения производится на основе использования теоремы о кинетической энергии, в соответствии с которой изменение кинетической энергии тела равно сумме работ внешних сил, приложенных к телу.

Рассмотрим схему экспериментальной установки, приведенную на рис. 5.1. На горизонтальную площадку 1 помещают брусок 2 и пружинный динамометр 4, связанные нитью 3. Динамометр закреплен за штырь 5. При отодвигании бруска от динамометра пружина динамометра деформируется, и на брусок начинает действовать сила  $F_y$  упругости со стороны динамометра. После освобождения брусок будет двигаться до остановки. Во время движения бруска работу совершают сила упругости пружины  $F_y$  и сила трения скольжения  $F_{\tau p}$ . Если растянутая вначале пружина динамометра окажется недеформированной, то изменение кинетической энергии бруска  $\Delta K = 0$  и конечное значение потенциальной энергии, накопленное пружиной,  $\Pi_{\kappa o \mu} = 0$ , значит

$$A_{ynp} + A_{mp} = 0. (5.2)$$

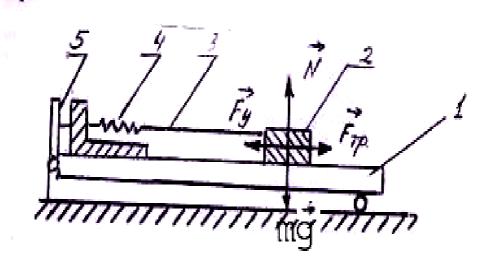


Рис. 5.1. Схема экспериментальной установки

Работа силы упругости пружины связана с изменением потенциальной энергии пружины как

$$Aynp =_{\Delta \Pi} = \frac{F_{ynp}}{2}x \tag{5.3}$$

где x - деформация пружины. Работа силы трения на пути s

$$A_{mp} = -\mu m g s. ag{5.4}$$

Из выражений (5.2) - (5.4) следует, что

$$\mu = \frac{F_{ynp} x}{2mgs}. ag{5.5}$$

## 5.4. Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

1. В процессе домашней подготовки подготовьте в протоколе эксперимента таблицу 5.1.

Таблица 5.1

	Nº	Nº	т, кг	F, H	X, M	S, M	<s>, M</s>	μ	Δμ
(	опыта	измерения							
	1	1							
		2							
	2	1							
		2							
	3	1							
		2							

- 2. К динамометру и бруску привяжите нить длиной примерно 0,1 м.
- 3. Брусок и динамометр поместите на площадку и закрепите динамометр за штырь.
- 4. Массу бруска запишите в таблицу 5.1. Масса бруска указана на самом бруске.
- 5. Оттяните рукой брусок так, чтобы показания динамометра были  $F_v = 3.0 \text{ H}$ . Измерьте линейкой деформацию пружины x.
  - 6. Значения  $F_y$  и x запишите в таблицу 5.1.
- 7. Заметьте положение бруска. Отпустите брусок. Измерьте линейкой путь s, пройденный бруском, измеренное значение запишите в таблицу 5.1.
  - 8. Повторите п.п. 5 7.
- 9. Поместите на брусок дополнительный груз, масса которого указана на установке. Значение суммы масс бруска и дополнительного груза запишите в таблицу 5.1.
  - 10. Повторите п.п. 5 8.
- 11. Снимите дополнительный груз с бруска. Повторите п.п. 5 8, но при значении силы упругости  $F_y$  = 4,0 H.
- 12. Для каждого опыта вычислите среднее значение <s> по формуле

$$\left\langle s\right\rangle = \frac{s_1 + s_2}{2}.\tag{5.6}$$

13. Для каждого опыта вычислите абсолютную погрешность

$$\Delta \mu = \mu \sqrt{\varepsilon_F^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_m^2 + \varepsilon_s^2},$$

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta F}{F}; \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}; \varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m}; \varepsilon_s = \frac{\Delta s}{s};$$

$$\Delta s = \frac{\left(s_1 - s_2\right)}{2};$$
(5.7)

 $\Delta F$ ,  $\Delta m$ ,  $\Delta x$  - приборные погрешности.

14. Сравните полученные результаты, сделайте выводы, напишите заключение к работе.

## 5.5. Контрольные вопросы

- 1. Зависит ли коэффициент трения скольжения от массы бруска и от силы упругости пружины?
- 2. Какие изменения нужно внести в экспериментальную установку, чтобы получить другое значение коэффициента трения скольжения?
- 3. Какие преобразования энергии происходят при выполнении эксперимента

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-6

# Условия равновесия твердого тела с закрепленной осью вращения

#### 6.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальная проверка условий равновесия тела с закрепленной осью вращения.

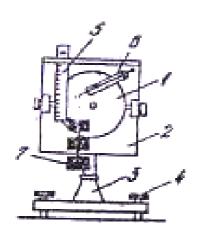
#### 6.2. Основные теоретические сведения

Твердое тело с закрепленной неподвижной осью вращения остается в покое, если сумма моментов сил, действующих на тело, относительно оси вращения равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0 ag{6.1}$$

При этом сумма сил, действующих на тело, также равна нулю из-за возникновения сил реакций со стороны крепления оси вращения.

#### 6.3.Описание экспериментальной установки



Установка изображена на рис. 6.1. В установке неоднородный диск 1 может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его геометрический центр. Положение диска с помощью указателя определяется по круговой шкале, деления которой нанесены на раме 2, укрепленной на стойке 3. Боковыми винтами 8 фиксируют положение диска.

Установка всего прибора по отвесу производится регулировочными винтами 4 в плите 9.

Рис. 6.1 Схема установки

. Изменение высоты центра масс фиксируется по шкале вертикальной линейки 5.Динамометр 6 шарнирно прикрепляется одним концом к раме, другим - к диску. При повороте диска пружина растягивается. Сила натяжения пружины измеряется по шкале динамометра. К диску на тонкой нити подвешиваются грузы 7. Вес диска измеряется спарен-

ным динамометром, не входящим в состав установки и расположенном на столе рядом с описанной установкой.

## 6.4.Порядок выполнения работы

- 1. Во время домашней подготовки к работе выполните в лабораторном журнале таблицы 6.1 6.3.
- 2. Ознакомьтесь с установкой и получите у преподавателя допуск к выполнению работы.

Таблица 6.1

	P <sub>i</sub> ,H			T,H	$F_{i}$ , $H$			N±∆N,H
i	1	2	3		1	2	3	
	< <b>P&gt;</b> ±∆ <b>P</b> ,H		T±∆T,H	< <b>F&gt;</b> ±∆ <b>F</b> , <b>H</b>				

## Таблица 6.2

dp±∆dp,мм	dT±ΔdT,мм	d <sub>F</sub> ±∆d <sub>F</sub> ,мм	
P±∆P,H	T±ΔT,H	F±ΔF,H	
$M_p$ $\pm \Delta M_P$ , $H_M$	$M_T$ $\pm \Delta M_T$ , $H$ м	$M_F \pm \Delta M_F$ , HM	

Таблица 6.3

d'р±∆d'р,мм	d' <sub>N</sub> ±Δd' <sub>N</sub> ,мм	
P±∆P,H	N±ΔN,H	M'±ΔM',Hm
М' <sub>р</sub> ±∆М' <sub>Р</sub> ,Нм	$M'_N \pm \Delta M'_N, H_M$	

Расчетные соотношения к таблицам 6.2 и 6.3:

 $\Delta d$  - приборная погрешность измерительной линейки; значения P, T, F,  $\Delta P$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta F$  берутся из таблицы 6.1;

$$\Delta M_p = \sqrt{\left(d_p \Delta P\right)^2 + \left(P \Delta d_p\right)^2};$$

для  $\Delta M_T$  и  $\Delta M_F$  - аналогично;

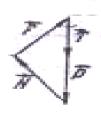
$$\Delta M = \left\langle M \right\rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta M_p}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_T}{M_T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_F}{M_F}\right)^2} \,.$$

<u>Задание 1.</u> Определение массы и положения центра тяжести неоднородного диска.

- 1. С помощью спаренного динамометра, укрепленного на штативе, взвесьте три раза диск. Измеренные значения силы тяжести  $P_i$  запишите в таблицу 6.1. Пользуясь разделом В.4 настоящего сборника, определите погрешность измерения P.
- 2. Найдите положение центра тяжести диска следующим образом. Прикрепив к диску лист миллиметровой бумаги с вырезом посередине (вырез должен быть сделан так, чтобы пересечение двух взаимно перпендикулярных утолщенных линий "миллиметровки" проходило через центр диска), подвесьте диск вместе с отвесом последовательно в трех точках диска. На пересечении трех прямых, проведенных по отвесу, отметьте точкой положение центра тяжести. Если на пересечении прямых образуется маленький треугольник, то точку центра тяжести ставят в точке пересечения медиан этого треугольника.

**Задание 2.** Определение силы реакции  $\vec{N}$  , действующей на диск со стороны оси вращения.

- 1. Надев диск на ось, прикрепите к нему динамометр и подвесьте на нити грузы такой массы, чтобы пружинка растянулась примерно вдвое. Диск, остановившийся в положении равновесия, закрепите стопорными винтами. Запишите показания F динамометра в таблицу 6.1. Проведите на миллиметровке линии действия силы упругости  $\vec{F}$  пружины динамометра, силы натяжения  $\vec{T}$  нити крепления грузов и силы тяжести  $\vec{P}$ . Сила тяжести приложена к центру тяжести.
- 2. Освободив стопорные винты, повторите измерения по п.1 еще два раза. Результаты запишите в таблицу 6.1.
- 3. По массам грузов определите силу натяжения  $\vec{T}$  нити. Относительную погрешность определения силы  $\vec{T}$  считать равной 1%.



4 Определите силу реакции  $\hat{N}$  графическим способом. На листе миллиметровой бумаги в определенном масштабе отложите векторы

 $\vec{P} + \vec{T}$ ,  $\vec{F}$  так, как показано на рис.6.2.

Используя условие равновесия системы

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = 0$$
, (6.3)

получаем  $-\vec{N} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{T}$ . (6.4)

Расчет силы реакции опор

рис. 6.2

Следовательно, для нахождения вектор  $\hat{N}$  необходимо соединить конец вектора  $\vec{P}$  и начало вектора  $\vec{F}$  . Значение модуля N запишите в таблицу 6.1. Рассчитайте погрешность измерения N по выражению

$$\Delta N = \left\langle N \right\rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2}.$$
 (6.5)

## Задание 3. Изучение правила моментов.

- 1. Снимите миллиметровую бумагу с диска, с обратной стороны заклейте отверстие бумагой. Обозначьте точкой ось вращения диска. Измерьте плечи  $d_p$ ,  $d_F$ ,  $d_T$  сил  $\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$  относительно оси вращения диска.
  - 2. Выполнив необходимые расчеты, заполните таблицу 6.2.
- 3. Убедитесь, что правило моментов справедливо для любой оси, параллельной той, вокруг которой тело вращается в действительности. Рассмотрите ось, перпендикулярную плоскости диска и проходящую через точку пересечения линий действия сил  $\vec{T}$  и  $\vec{F}$ . Измерьте плечи d' и d' сил  $\vec{P}$  и  $\vec{N}$  относительно этой оси, запишите результаты в таблицу 6.3. Сопоставив результаты измерений по таблицам 6.2 и 6.3, сделайте выводы и напишите заключение к работе.

## 6.5. Контрольные вопросы

- 1. Сформулируйте условия равновесия твердого тела с закрепленной осью вращения.
- 2. Тело находится на закрепленной оси вращения. Как должна проходить линия действия силы, приложенной к телу, чтобы оно находилось в состоянии равновесия?
- 3. Может ли тело, находящееся в равновесии, двигаться поступательно или вращаться

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-7

# Изучение динамики равномерного движения тела по окружности

## 7.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальное исследование законов динамики материальной точки при ее движении по окружности.

#### 7.2. Основные теоретические сведения

При равномерном движении материальной точки по окружности вектор ее скорости, оставаясь по модулю постоянным, изменяет свое направление, что обусловливает наличие у нее ускорения. В любой точке окружности ускорение направлено к центру (по нормали к траектории) и называется нормальным (центростремительным) ускорением. Модуль нормального ускорения  $a_n$  определяется выражением

$$a_n = \frac{v^2}{r},\tag{7.1}$$

где v - модуль линейной скорости материальной точки;

r - радиус окружности.

С учетом известных соотношений

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{r} \quad \mathbf{u} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \tag{7.2}$$

численное значение нормального ускорения может быть выражено через период T

$$a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} r. {(7.3)}$$

## 7.3. Методика выполнения работы

Изучение динамики равномерного движения материальной точки по окружности можно выполнить с помощью конического маятника, который представляет собой шарик, подвешенный на нити и равномерно движущийся по окружности (рис. 7.1).

На шарик массой m действуют две силы - сила тяжести  $m \vec{g} = \vec{P}$  и сила  $\vec{N}$  натяжения нити. Для любого положения шарика равнодейст-

вующая этих сил  $m\vec{a}=\vec{P}+\vec{N}$  направлена к центру окружности и обеспечивает движение шарика с нормальным ускорением  $\vec{a}$  .

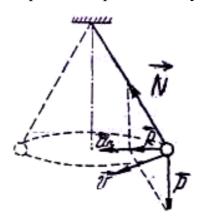


Рис. 7.1. Силы, действующие на конический маятник

В соответствии со вторым законом Ньютона,

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}.\tag{7.4}$$

Модуль равнодействующей определяется выражением

$$R = \sqrt{N^2 - P^2} \,. \tag{7.5}$$

Учитывая выражение (7.3),

$$R = m \frac{4\pi^2}{T^2} r. (7.6)$$

В работе проводится проверка второго закона Ньютона применительно к равномерному движению материальной точки по окружности. При этом используется методика сравнения значений равнодействующей  $\vec{R}$ , вычисленных с помощью выражений (7.5) и (7.6).

## 7.4. Описание экспериментальной установки

Схематическое изображение экспериментальной установки приведено на рис. 7.2.

Установка состоит из массивной стойки 1, с которой связан кронштейн 2. К кронштейну прикреплен электродвигатель 3, к валу которого прикреплен динамометр 4 с шариком 5. Электродвигатель питается от источника 6. Угловая скорость вращения вала регулируется ручкой 10 регулятора напряжения. Подаваемое на электродвигатель напряжение измеряется вольтметром 7. Для измерения радиуса окружности, по которой движется шарик, используется планшет 8 с линейкой 9, которые располагаются под динамометром с шариком. Динамометр снабжен муфтой, свободно перемещающейся вдоль шкалы

и обеспечивающей снятие показания динамометра после остановки системы: указатель пружины, надавливая на муфту, смещает ее. С помощью динамометра также производится взвешивание шариков.

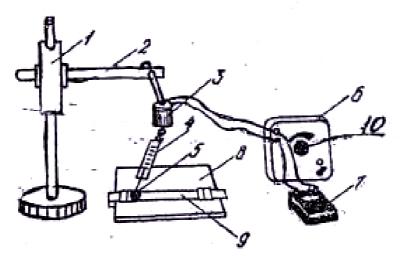


Рис 7.2. Схема экспериментальной установки

#### 7.5. Порядок выполнения работы

- 1. Значение массы шарика и приборную погрешность запишите в таблицу 7.1.
- 2. Наденьте динамометр с подвешенным шариком на крючок вала электродвигателя так, чтобы шарик немного не касался плоскости планшета. Придвиньте муфту вплотную к указателю.
- 3. Включите источник 6, при этом должна загореться сигнальная лампа. Вращением ручки 10 подайте на электродвигатель напряжение, указанное на приборе (около 40 В), измеряя его вольтметром 7. При этом вал электродвигателя начнет вращение, вовлекая в движение подвешенный динамометр с шариком.
- 4. Выждите 5 10 минут, пока режим вращения не установится. Установление режима можно определить, поместив визир линейки под одно из крайних положений шарика и убедившись, что центр шарика будет все время проходить над визиром. После этого под другое крайнее положение шарика поставьте второй визир, зафиксировав тем самым диаметр окружности вращения шарика.
  - 5. Измерьте три раза с помощью секундомера время t десяти (n = 10) оборотов маятника. Данные запишите в таблицу 7.1.
- 6. Вращением ручки 10 регулятора напряжения остановите вращение установки. По положению муфты динамометра определите силу Т, с которой была натянута пружина динамометра при равномерном вращении маятника.

- 7. По расстоянию между визирами вычислите радиус вращения шарика.
- 8. Пользуясь разделом В.4, определите погрешности прямых измерений, проведите расчеты по выражениям (7.4) и (7.5), заполните таблицу 7.1.
  - 9. Напишите заключение к работе.

Таблица 7.1

Измеряемые	m,	Р,	r,	t, c		<t>,</t>	Τ,	N,	
величины	ΚΓ	Η	М	1	2	3	С	С	Η
Значение									
Погрешность									
Расчетные	а	<sub>n</sub> , M/0	C <sup>∠</sup>	ma <sub>n</sub> , H		R, H			
величины									
Значение									·
Погрешность									

Расчетные соотношения:

m, P, r, N, t - данные прямых измерений;

 $\Delta$ m,  $\Delta$ P,  $\Delta$ r,  $\Delta$ N - приборные погрешности.

$$\Delta(ma) = (ma)\sqrt{\varepsilon_r^2 + (2\varepsilon_T)^2};$$

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{n};$$

$$T = \frac{\langle t \rangle}{n};$$

$$\Delta R \approx \Delta N \left(\frac{R}{P}\right)^2$$

## 7.6. Контрольные вопросы

1. Для нормального ускорения известны два выражения:  $a_n = \frac{v^2}{r}$ ,

и  $a_n = \omega^2 r$ . Усматриваете ли Вы противоречие в том, что, согласно одному из них, ускорение обратно пропорционально, а, согласно другому, - прямо пропорционально радиусу г окружности, по которой движется материальная точка.

2. Можно ли утверждать, что равномерное движение материальной точки по окружности происходит под действием постоянной силы? С постоянным ускорением? Почему?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-8

## Определение коэффициента трения качения

## 8.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальное определение коэффициента трения качения шара по плоской пластине при различных углах наклона пластины.

#### 8.2. Основные теоретические сведения

При качении по плоской поверхности тел, имеющих форму круговых цилиндров или шаров, возникают не только упругие, но и пластические деформации. Из-за этого линия действия реакции опорной поверхности не совпадает с линией действия нормального давления. Направление линии действия реакции опорной поверхности качественно может быть определено из следующих соображений.

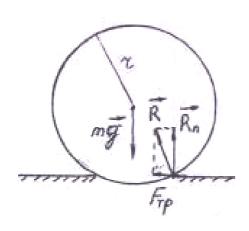


Рис.8.1. Силы, действующие при качении

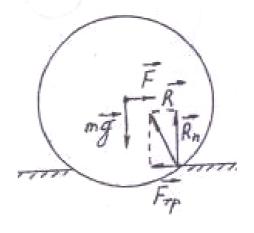


Рис. 8.2. Силы, действующие при равномерном качении

Сила трения является диссипативной силой, следовательно, центр масс тела движется замедленно, а угловое ускорение направлено противоположно угловой скорости. Для соблюдения этих условий точка приложения реакции опорной поверхности должна находиться впереди (относительно перемещения) центра масс, а сама сила реакции опоры должна быть направлена вверх-назад причем линия действия этой силы должна проходить впереди центра масс (рис. 8.1). В случае равномерного качения под действием силы F (рис. 8.2) нормальная к плоскости составляющая  $R_n$  реакции опорной поверхности

R численно равна mg, где m - масса тела, а горизонтальная составляющая  $F_{\text{тр}}$  является силой трения качения, равную (по Кулону)

$$F_{mp} = f_{\kappa} \frac{R_n}{r} \tag{8.1}$$

где  $f_{\kappa}$  - коэффициент трения качения, имеющий размерность длины и зависящий при качении от материалов тел, состояния их поверхностей и ряда других факторов;

r - радиус катящегося тела.

Пара сил  $R_n$  и  $F_n$ , приложенных к катящемуся телу, создает момент трения

$$M_{mp} = F_{mp}r = f_k R_n \tag{8.2}$$

Из выражения (8.2) видно, что  $f_{\kappa}$  численно равен плечу  $R_n$ , т.е. расстоянию от линии действия  $R_n$  до оси вращения.

В данной работе экспериментально определяется коэффициент трения качения пары "шар - плоская пластина". полных колебаний измерить угол полного отклонения  $\alpha_n$ , то, в соответствии с законом изменения механической энергии, можно записать

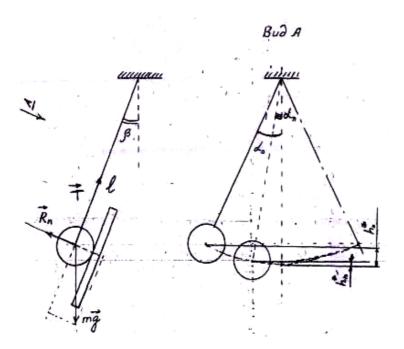


Рис. 8.3 схема опыта.

$$mgh_0^* - mgh_n^* = A_{mp}$$
 (8.3)

гле

$$h_0^* = 2l\sin^2\frac{\alpha_0}{2}\cos\beta...(8.4)$$

$$h_n^* = 2l \sin^2 \frac{\alpha_n}{2} \cos \beta ... (8.5)$$

При малых углах (не превышащих5°)  $\sin x \approx x$  и

$$h_0^* \approx \frac{\alpha_0^2}{2} l \cos \beta ......(8.6)$$

$$h_n^* \approx \frac{\alpha_n^2}{2} l \cos \beta \dots (8.7)$$

Работа сил трения рассчитывается как  $A_{mn} = M_{mn} \varphi$  (8.8)

где  $M_{\text{тр}}$  вычисляется в соответствии с выражением (8.2), а

$$\varphi = 2\pi l \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2} \cdot 4N \frac{1}{2\pi r},\tag{8.9}$$

где г - радиус шара;

l - длина нити подвеса;

 $\alpha_0$  - начальное отклонение шара от положения равновесия;

 $\alpha_n$  - максимальное отклонение шара от положения равновесия после N периодов.

Решая совместно уравнения (8.2) - (8.9) относительно  $f_{\kappa}$ , получим расчетное соотношение

$$f_{\eta} = \frac{r}{tg\beta} \cdot \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{4N} \tag{8.10}$$

#### 8.3. Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 8.4. К основанию 1 прикреплена труба 2, на которой смонтирован корпус 3 с червячной передачей, с помощью которой вращается кронштейн 4. К кронштейну прикреплены шкалы 5 и 6 и штатив 7, на который подвешен на нити шар 8. На кронштейне же закреплена опорная пластина 9 и фотоэлектрический датчик 11, управляющий миллисекундомером 12. Червячная передача вращается с помощью ручки 10.

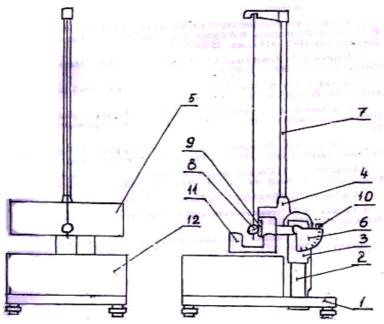


Рис. 8.4. Схема экспериментальной установки

## 8.4. Порядок выполнения работы

5.1. Подготовьте таблицу 8.1 в 4 экземплярах.

Таблица 8.1

$\beta =$						
α₀, град						
α <sub>n</sub> град						
t, c						
Число периодов N						

- 5.2. Запишите в протокол измерений погрешности приборов.
- 5.3. Включите установку в сеть 220 В.
- 5.4. Вращением ручки 10 отклоните штатив 7 на угол  $\beta = 5^{\circ}$  от вертикали.
- 5.5. Измерьте длину нити подвеса.
- 5.6. Нажмите кнопку "Сброс" секундомера.
- 5.7. Отклоните шар от положения равновесия на  $\alpha_0 = 4^{\circ}$  и отпустить.
- 5.8. После совершения 10 полных колебаний измерьте визуально угол наибольшего отклонения по шкале и время по секундомеру, нажав после совершения нужного числа колебаний кнопку "Стоп" секундомера.
- 5.9. Измерения по п.п. 5.6 5.8 повторите 3 раза.
- 5.10. Измерения по п.п. 5.6 5.9 повторите для значений  $\alpha_0$ , равных 6° и 12°.
- 5.11. Измерения по п.п. 5.6 5.10 произведите для углов  $\beta$ , равных  $10^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ .
- 5.12. Результаты всех измерений запишите в таблицы.
- 5.13. С помощью выражения (8.10) вычислите значения коэффициентов трения качения.
- 5.14. В соответствии с методикой, изложенной в разделе "Введение", рассчитайте погрешности измерений коэффициента трения качения.
- 5.15. Постройте на одном графике зависимости  $f_{\kappa}(\alpha)$  при различных  $\beta$ .
- 5.16. Сформулируйте выводы.

## 8.5. Контрольные вопросы

- 6.1. Что такое коэффициент трения качения, его физический смысл?
- 6.2. Сформулировать закон сохранения энергии.
- 6.3. Чем обусловлено возникновение трения качения?
- 6.4. Что такое систематическая и случайная погрешности измерения?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-9А

## Определение модуля Юнга методом тензометрии

### 9.1. Цель работы

Целью работы является экспериментальное определение модуля Юнга методом тензометрии и знакомство с этим методом.

## 9.2. Основные теоретические сведения о методе тензометрии

Между силой, растягивающей металлический стержень, и его удлинением существует линейная зависимость. Она носит название закона Гука, и записывается обычно в виде

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{9.1}$$

где  $\sigma$  – *механическое напряжение* в стержне, определяющееся по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A},\tag{9.2}$$

F — растягивающая сила, A — площадь поперечного сечения стержня;  $\varepsilon$  — *относительная деформация* стержня, которая выражается формулой:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L},\tag{9.3}$$

 $\Delta L$  – приращение длины стержня, L – его первоначальная длина;

E - коэффициент пропорциональности, называемый *модулем Юнга*.

**Примечание.** Закон Гука справедлив не всегда. При усилиях, больших некоторого порогового значения, называемого пределом текучести, связь между напряжением и деформацией становиться нелинейной, а затем растянутый стержень разрушается. В пределах упругости, то есть когда действует закон Гука, металлы деформируются очень мало, длина растянутого стержня возрастает не более чем на 0,01-0,05% от первоначального размера. Размеры машин и приборов рассчитывают так, чтобы действующие на них нагрузки не приводили к появлению напряжений, превышающих предел текучести. Для оценки правильности расчетов на прочность очень важно знать, какие напряжения и деформации в действительности возникают в конструкции

при действии нагрузки. Для этого, как правило, измеряют деформации и по ним вычисляют напряжения.

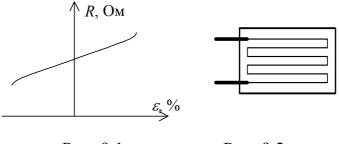


Рис. 9.1. Рис. 9.2.

Для измерения деформаций используется свойство некоторых материалов изменять удельное электрическое сопротивление в зависимости от деформации. Например, у константана — сплава, состоящего из 60% меди и 40% никеля, электрическое сопротивление в определенных пределах линейно зависит от деформации (рис. 9.1). Это свойство использовано для создания *тензорезисторов* — датчиков для измерения деформации. Тензорезистор (рис. 9.2) представляет собой решетку из проволоки или фольги, наклеенной на непроводящую основу и выводных проводников.

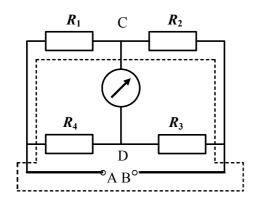
Тензорезистор наклеивают на поверхность металла и в качестве активного сопротивления включают в цепь. Для определения величины и знака деформации часто используется мостовая схема, изображенная на рис. 9.3. Тензорезистор, предназначенный для измерения деформации, включается в одно из плеч моста как сопротивление  $R_1$ . На клеммы цепи АВ подается постоянное напряжение, а между точками С и D подключается гальванометр. Между сопротивлениями  $R_3$  и  $R_4$  находится переменное сопротивление — реохорд. Его ползунок электрически соединен с гальванометром, и при перемещении ползунка сопротивление плеч меняется. Мост сбалансирован, если:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 . (9.4)$$

При этом разность потенциалов между точками С и D равна нулю. Когда тензорезистор под действием нагрузки изменяет свое сопротивление, между точками С и D возникает разность потенциалов. Как правило, применяют *нулевой метод* измерения, при котором мост сбалансируется вновь путем изменения сопротивлений  $R_3$  и  $R_4$  с помощью реохорда. Величина смещения ползунка реохорда и определяет меру деформации. Признаком того, что мост сбалансирован, служит нулевое показание гальванометра.

Сопротивление  $R_2$  тоже представляет собой тензорезистор, который размещают вблизи от активного тензорезистора  $R_1$ . Изменение температуры приводит к одинаковому изменению их сопротивлений, и

баланс моста не нарушается. Поэтому сопротивление  $R_2$  называют температурным компенсатором (или компенсирующим тензорезистором).



Обычно сопротивления  $R_3$  и  $R_4$ , гальванометр, блок питания и реохорд объединяются в один прибор — измеритель деформации. К нему подключаются активный тензорезистор  $R_1$  и температурный компенсатор  $R_2$ .

Рис. 9.3.

## 9.3. Методика выполнения работы и описание экспериментальной установки

В лабораторной работе используется алюминиевый стержень. Он установлен в деревянной раме (рис.9.4). Растягивающая сила создается рычагом, короткое плечо которого соединено со стержнем, а на длинное подвешиваются грузы. Соотношение плеч составляет 1:8. Активный тензорезистор, предназначенный для измерения деформации стержня, наклеен на него в центре. Компенсирующий тензорезистор наклеен на алюминиевую площадку на рычаге. Выводные проводники обоих тензорезисторов закрыты, чтобы избежать повреждений. Тензорезисторы подключаются к электронному измерителю деформации.

Цель работы — экспериментальное определение модуля Юнга алюминия. Для этого алюминиевый стержень растягивается заранее заданной силой, его деформация измеряется с помощью тензорезистора, и из закона Гука (9.1) вычисляется модуль Юнга :

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \frac{\Delta F / A}{K_{\varepsilon} \Delta N}, \tag{9.5}$$

где  $\Delta \sigma$ -приращение напряжения,  $\Delta \mathcal{E}$ - приращение деформации,  $\Delta F$ -приращение растягивающего усилия,  $\Delta N$ - приращение показаний измерителя деформации,  $K_{\mathcal{E}}$ - цена деления измерителя деформации.

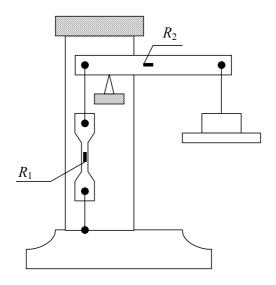


Рис. 9.4. Схема размещения терморезисторов

## 9.4 .Порядок выполнения работы

- 1. Проверьте правильность присоединения проводов к электронному измерителю деформаций.
- 2. Включите питание электронного измерителя, переведя переключатель в положение "Работа".
- 3. Сбалансируйте мост, вращая рукоятку реохорда. Стрелка гальванометра должна быть на отметке "0". Запишите в таблицу 9.1 показания измерителя деформации.
- 4. Подвесьте на рычаг груз массой 1 кг, вновь сбалансируйте мост и запишите новое показание измерителя.
- 5. Добавляя грузы, доведите общую нагрузку до 5 кг. После каждого увеличения нагрузки вновь сбалансируйте мост и запишите показания измерителя.
- 6. Снимите все грузы, сбалансируйте мост и отключите питание электронного измерителя.
- 7. Подсчитайте растягивающую силу и приращения показаний измерителя деформации, соответствующие одной ступени нагружения. Постройте график зависимости F(N).
- 8. Подсчитайте среднее приращение показаний измерителя деформации на одной ступени нагружения. Определите модуль Юнга.

Таблица 9.1

No	Масса груза, кг	Растяги- вающая сила <i>F</i> , Н	рителя деформа-	Приращение показания измерителя деформации, делений шкалы
1	_	_		_
2	1			
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			

Среднее приращение показаний измерителя деформации (в делениях шкалы) рассчитайте по формуле:

$$\overline{\Delta N} = \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3 + \Delta N_4 + \Delta N_5}{5} \cdot$$

Модуль Юнга можно вычислить по формуле (9.5).

Для расчетов используйте следующие данные: размеры поперечного сечения стержня: 2,5 мм  $\times$  14 мм, площадь его поперечного сечения  $A=35~{\rm mm}^2$ ; цена деления измерителя деформации  $K_{\mathcal{E}}=7,2\cdot 10^{-8}$  единиц деформации / деление шкалы.

## 9.5. Контрольные вопросы

- 1. Сформулируйте закон Гука, запишите его аналитическое выражение и укажите единицы входящих в него физических величин.
  - 2. Что называется механическим напряжением?
- 3. Что такое модуль упругости (модуль Юнга)? Какова единица СИ модуля упругости?
  - 4. Как связаны коэффициент жесткости и модуль Юнга?
- 5. Если пружину жесткости k разрезать пополам, то какой будет жесткость каждой половинки пружины?
- 6. Если однородный цилиндрический стержень подвесить за один конец к потолку, то каким будет удлинение  $\Delta L$  стержня под действием его собственного веса? Длина стержня равна L. Считайте, что плотность материала стержня  $\rho$  и его модуль Юнга E известны.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-9В

## Определение модуля Юнга

#### 9.1 Цель работы

Экспериментальное определение модуля Юнга в образце и оценка точности метода.

## 9.2 Основные теоретические сведения

Модуль Юнга – характеристика упругих свойств материала, из которого изготовлен образец, не зависящая от размеров и формы образца. В 1676 году Роберт Гук сделал открытие: при растяжении пружины возрастающей силой удлинение пружины растет прямо пропорционально этой силе. Закон выполняется и тогда, когда удлинение пружины в несколько раз превосходит ее первоначальную длину. По закону Гука происходят деформации во многих случаях растяжения и сжатия, скручивания и изгиба. Например, при растяжении проволоки ее удлинение пропорционально приложенной силе. При растяжении или сжатии стержня сохраняется то же соотношение между изменением длины стержня и приложенной силой. При кручении стержня угол закручивания пропорционален закручивающему моменту силы. Прогиб балки под нагрузкой пропорционален величине нагрузки. Сжатие твердого тела или жидкости дает изменение объема, пропорциональное приложенному давлению. Все свидетельствует о том, что деформация пропорциональна приложенной силе. Однако пределы, в которых могут наблюдаться упругие деформации, у разных материалов и тел различны. Нарушение закона Гука под нагрузкой свидетельствует о близости разрушения образца. Таким образом, задача определения упругих характеристик образца является актуальной при строительстве различных инженерных сооружений.

Кроме формы записи F = -kx, где  $k - коэффициент упругости, или жесткость, закон Гука может иметь вид <math>\sigma = E$   $\epsilon$ , где  $\epsilon -$  относительное удлинение образца, а  $\sigma -$  напряжение, созданное упругой силой. Напряжение измеряется в Паскалях, то есть  $\sigma = F/S$ , - где S - площадь поперечного сечения образца. Если образцы из одного и того же материала, но разных диаметров, испытывают одинаковое напряжение, имея одинаковую начальную длину, удлинение у них также будет

одинаковым. То есть, отношение напряжения к относительной деформации является постоянной величиной, характеризующей жесткость данного материала. Эта величина называется модулем Юнга и обозначается Е. Физический смысл модуля Юнга следующий: это такое напряжение, при котором длина образца увеличится вдвое. Разумеется, это не означает, что такое возможно для любого материала. Тем не менее, численное значение модуля Юнга именно по этой причине так велико для большинства твердых материалов. Если стальная пружина может увеличить свою длину, не разрушаясь, в 5 или 10 раз, то для стальной проволоки это невыполнимо. Прочность проволоки зависит от межатомных сил, которые действуют внутри кристаллической структуры стали. В этих масштабах закон Гука выполняется на расстояниях, сравнимых с межатомными. Этим объясняется тот факт, что длина металлического стержня под нагрузкой в пределах выполнимости закона Гука изменяется не более, чем на 0,05%.

Ниже приведен график зависимости силы межмолекулярного взаимодействия от расстояния между центрами двух молекул. Часть графика над горизонтальной осью соответствует силе отталкивания, под ней – притяжения. Точка пересечения графика с осью расстояний дает положение равновесия, равное удвоенному радиусу молекулы. Если молекулу представить более или менее жестким шариком, то это положение соответствует касанию двух соседних шариков. При сближении их центров на меньшие расстояния, как и на большие, возникают силы, характеризующиеся жирной линией, в небольших пределах около положения равновесия. Эта линия совпадает с прямой, т.е. сила на малом участке отвечает закону Гука.

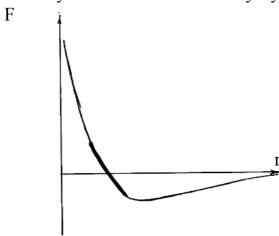
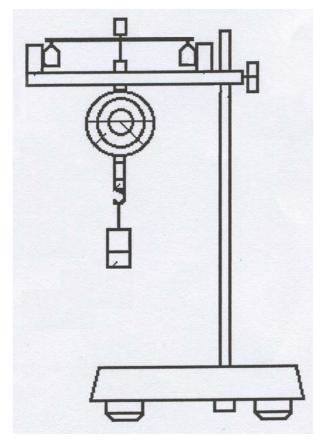


Рис.9.1.

Существует несколько разных способов определения модуля Юнга. В этой работе вы познакомитесь с двумя из них: измерение удлинения пружины под действием веса грузов, прикрепленных к ее свободному

концу, и измерение прогиба металлической пластины под действием веса грузов, приложенного к ее середине. Для оценки эффективности этих способов, произведя измерения и вычислив модуля Юнга, необходимо определить относительную погрешность результатов.

#### 9.3. Порядок выполнения работы



- 1. Установить одну из исследуемых пластин на призматические опоры и отрегулировать циферблатный индикатор таким образом, чтобы его острие касалось пластины.
- 2. Последовательно подвешивать на нагрузочную скобу гири различной индикатора массы, фиксируя по его шкале величину прогиба. Для повыточности шения проводить прогиба с гирей измерения одного достоинства не менее пяти раз. Результаты заносить в таблицу протокола.
- 3. С помощью штангенциркуля определить линейные размеры исследуемой пластины.

рис 9.2 4. Вычислить модуль Юнга по расчетной формуле для каждого измерения и провести статистическую обработку результатов.

Расчетная формула:

$$E = PL^3/4bh^3x,$$

где P – вес гири, L – длина пластины, h – ее толщина, b – ширина, x – величина прогиба.

Все результаты измерений занесите в таблицу 9.1.

No	Масса груза,	Растягивающая сила,	Величина деформации,
	КГ	Н	M

## 9.4. Обработка результатов измерений

По данным таблицы рассчитать средние значения измеренных величин и их средние квадратичные погрешности.

Подставить полученные величины в формулу для вычисления относительной погрешности косвенных измерений:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta P}{P} + 3\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta B}{B} + 3\frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta x}{x}$$

## 9.5. Контрольные вопросы

- 1. Как связаны коэффициент жесткости и модуль Юнга?
- 2. Как изменяется жесткость пружины при изменении ее длины?
- 3. Найти жесткость системы из двух пружин, соединенных последовательно (параллельно), если известны коэффициенты жесткости обеих: к<sub>1</sub> и к<sub>2</sub>
- 4. Изменится ли механическое напряжение образца, если вместо растяжения сжать его на ту же величину?
- 5. Во сколько раз необходимо увеличить силу, чтобы свитой шнур из четырех одинаковых проволочек получил такое же относительное удлинение, как и одна из них?

- 6. Во сколько раз увеличивается нагрузка на ноги собаки, когда ее рост увеличивается в два раза? Во столько же раз изменяются и другие ее размеры.
- 7. Деформация протяженного тела возникает тогда, когда различные его части при поступательном движении совершают различные перемещения. Как сила упругости в некотором сечении тела зависит от положения этого сечения относительно точки приложения внешней силы?
- 8. С помощью закона Гука найдите удлинение подвешенного вертикально за один конец стержня под действием силы тяжести. Пусть известна первоначальная длина стержня, его плотность и модуль Юнга.

## 9.5. Контрольные вопросы

- 1. Как связаны коэффициент жесткости и модуль Юнга?
- 2. Как изменяется жесткость пружины при изменении ее длины?
- 3. Найти жесткость системы из двух пружин, соединенных последовательно (параллельно), если известны коэффициенты жесткости обеих:  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$
- 4. Изменится ли механическое напряжение образца, если вместо растяжения сжать его на ту же величину?
- 5. Во сколько раз необходимо увеличить силу, чтобы свитой шнур из четырех одинаковых проволочек получил такое же относительное удлинение, как и одна из них?
- 6. Во сколько раз увеличивается нагрузка на ноги собаки, когда ее рост увеличивается в два раза? Во столько же раз изменяются и другие ее размеры.
- 7. Деформация протяженного тела возникает тогда, когда различные его части при поступательном движении совершают различные перемещения. Как сила упругости в некотором сечении тела зависит от положения этого сечения относительно точки приложения внешней силы?
- 8. С помощью закона Гука найдите удлинение подвешенного вертикально за один конец стержня под действием силы тяжести. Пусть известна первоначальная длина стержня, его плотность и модуль Юнга.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-10

## Изучение закона сохранения энергии с помощью маятника Максвелла

#### 10.1 Цель работы

Ознакомление со сложным движением твердого тела и изучение закона сохранения энергии на примере движения маятника Максвелла.

## 10.2 Основные теоретические сведения

Маятник Максвелла представляет собой металлический ролик

– диск, насаженный на стержень, укрепленный на бифилярном подвесе. Для изменения условий опыта даны сменные кольца, которые надеваются на диск. Если нити подвеса симметричным образом от концов стержня к диску намотать на стержень и освободить, то ролик начинает совершать сложное колебательное движение: поступательное вверх и вниз и вращательное вокруг оси симметрии. Считая, что нить не проскальзывает по стержню, можно ожидать, что изменение потенциальной энергии ролика при намотке нитей будет равно полной кинетической энергии маятника в низшей точке его траектории. Эта энергия состоит из двух составляющих: кинетической энергии поступательного движения центра масс маятника и кинетической энергии вращения его вокруг оси, проходящей через центр масс.

$$W_{K} = (mv^{2} + I\omega^{2})/2$$

Начальная потенциальная энергия маятника  $W_{\pi} = mgh$ .

Масса ролика складывается из массы стержня 0,019 кг и массы диска 0,1 кг. Массы колец определяются взвешиванием. Все размеры для вычисления момента инерции маятника определяются с помощью штангенциркуля. Момент инерции маятника, как и его масса, является аддитивной величиной. Он складывается из трех величин:

Момента инерции стержня ролика  $m_c r^2/2$ , момента инерции диска ролика, насаженного на стержень,  $m_D(r^2+R^2)/2$  и момента инерции съемного кольца  $m_k(R_1^2+R_2^2)/2$ .

Для определения линейной и угловой скорости маятника воспользуемся системой уравнений динамики поступательного и вращательного движения и кинематической связи между угловыми и линейными характеристиками при движении без проскальзывания нити:

$$ma = mg - 2T$$
 $I\varepsilon = 2Tr$ 
 $a = \varepsilon r$ 

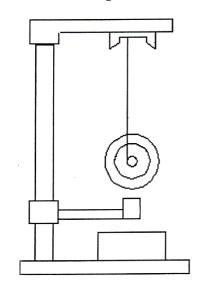
Здесь т - масса маятника, І - его момент инерции, д - ускорение силы тяжести, г - радиус стержня, Т - сила натяжения одной из нитей,

- а ускорение поступательного движения центра масс маятника,
- ε угловое ускорение маятника.

Зная линейное и угловое ускорение маятника, найдем линейную и угловую скорость маятника в нижней точке его траектории:

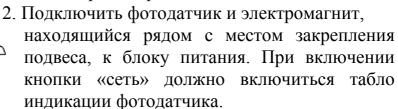
$$v = at$$
  
 $\omega = \varepsilon t$ 

### 10.3. Порядок выполнения работы

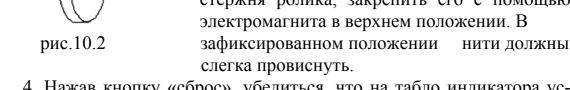


Внимание! В целях сохранения симметрии тела маятника его нужно оберегать от ударов.

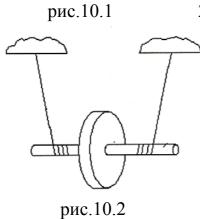
1. Собрать установку, укрепив нижний кронштейн с фотодатчиком в нижнее положение шкалы так, чтобы верхняя плоскость кронштейна совпала с одной из рисок шкалы. Основание установки отрегулировать с помощью опор так, чтобы подвешенный диск находился против центра окна фотодатчика. Нижний край диска должен находиться на 4-5 мм ниже оптической оси фотодатчика. При ЭТОМ ролика должна ось иметь строго горизонтальное положение.



3. Симметрично наматывая нити маятника виток к витку от периферии к центру стержня ролика, закрепить его с помощью



- 4. Нажав кнопку «сброс», убедиться, что на табло индикатора установлены нули.
- 5. Нажатием кнопки «пуск» освободить ролик от электромагнита. В момент отключения электромагнита начинается отсчет времени движения таймером блока. Отсчет времени прекращается при перекрытии диском окна фотодатчика.



Время движения ролика t и его ход h, определенный по шкале на стойке, занести в таблицу. Для повторения опыта нажать предварительно кнопку «сброс».

6. По данным опыта определить относительную погрешность эксперимента для экспериментального и теоретического значения линейного ускорения:

$$a_3 = 2h/t^2$$
  
 $a_T = g/(1 + I/mr^2)$   
 $\epsilon = 100\%(a_3 - a_T)/a_T$ 

7. По данным опыта вычислить кинетическую и потенциальную энергию маятника Максвелла в крайних положениях. Найти работу сил трения как разность их значений.

#### 10.4. Контрольные вопросы

- 1. Получить формулу момента инерции кольца массой m с внутренним и внешним радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , пользуясь известной формулой для момента инерции диска и свойством аддитивности этой физической величины.
- 2. Вывести формулу для теоретического значения ускорения центра масс маятника.
- 3. Как изменится ход рассуждений о сохранении и изменении механической энергии маятника Максвелла, если за нулевой уровень потенциальной энергии принять уровень верхнего, а не нижнего положения ролика?

## Лабораторная работа № М-11 Измерение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

#### 11.1. Цель работы

Определение значения ускорения свободного падения и экспериментальная проверка закономерностей движения математического маятника.

## 11.2.Основные теоретические сведения

В физике под маятником понимают твёрдое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной точки или оси.

Математическим маятником называют идеализированную систему состоящую из невесомой нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке. Достаточно хорошем приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжёлый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити. Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом  $\varphi$ , образован-

ным нитью с вертикалью (рис.11.1)

Будем рассматривать малые колебания, когда угол  $\varphi$  не превосходит нескольких градусов. В этом случае  $\sin \varphi \approx \varphi$ , а дуга A и хорда а практически совпадают, так что в первом приближении можно считать движение груза прямолинейным, а колебания — гармоническими (происходящей по гармоническому закону синуса или косинуса). Таким образом, при малых амплитудах математический маятник совершает гармо-

нические колебания с частотой  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$  и периодом  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 

l a h

Рис 11.1

Формулой периода можно воспользоваться для определения ускорения силы тяжести в той или иной точке Земли, поскольку длину маятника и период его колебаний можно измерить весьма точно.

Ускорение свободного падения в разных точках Земли несколько различно. При не очень точных измерениях этой разницей (которая не превышает 0.6%) пренебрегают и считают  $g=9.81~\text{m/c}^2$ .

## 11.3.Описание экспериментальной установки.

Схема установки показана на рис.(11.2). в качестве математического маятника используется металлический шар 1, подвешенный на двух капроновых нитях к кронштейну 2. На этом же кронштейне укреплён фотодатчик 4. Расстояние между кронштейнами определяется по нанесённой на штатив шкале 5.

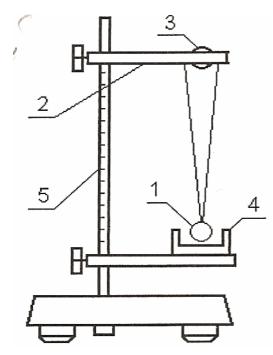


Рис. 11.2. Схема установки

## 11.4. Порядок выполнения эксперимента

1. Установите нижний кронштейн с фотодатчиком 4 в крайнее нижнее положение шкалы 5 так, чтобы верхняя плоскость кронштейна совпала с одной из рисок Установите верхний шкалы. кронштейн таким образом, чтобы шарик 1 математического маятника оказался в рабочей зоне фотодатчика. Вращая ролик 3, добейтесь такого положения шарика, при котором его центральная риска будет совпадать по высоте с фотодатчике. По риской на шкале на вертикальной стойке оп-

ределите длину математического маятника  $\ell_1$ .

- 2. Приведите математический маятник в колебательное движение, отклонив металлический шарик на угол 5-6 градусов, после чего нажиите на кнопку СБРОС на блоке. По показанию таймера определите значение времени 40...50 колебаний маятника. Определите среднее значение периода колебания маятника по формуле T<sub>1</sub>=t<sub>1</sub>/N, где t<sub>1</sub> время колебаний, N- число колебаний.
- 3. Передвиньте вверх кронштейн с фотодатчиком на два деления шкалы вертикальной стойки. Вращая ролик 3, добейтесь такого положения шарика, при котором его центральная риска будет совпадать по высоте с риской на фотодатчике. По шкале вертикальной стойки оп-

ределите длину математического маятника  $\ell_2$  . Повторите эксперимент по п.2.

4. Повторите эксперимент по п. 3, уменьшая длину маятника, 6 раз, запишите полученные результаты в таблицу (11.1).

Таблица 11.1

	,	•					таолица	<i>u</i> 11.1
$\mathcal{N}_{\underline{0}}$	$\ell$ ,	t,			<t>,</t>	Т,	$\begin{bmatrix} T^2, \\ c^2 \end{bmatrix}$	$g_9,$ $M/c^2$
измерения	M	c					$C^2$	$M/C^2$
		1	2	3	c	c		
1								
2								
3								
4								
5								
6								

- 5. Постройте график зависимости квадрата периода колебаний от длины маятника. Аппроксимируйте полученную зависимость прямой линией  $T^2=a\,\ell$ +b. Определите коэффициент наклона, а по методу наименьших квадратов (см. Приложение). Найдите величину ускорения свободного падения  $g=\frac{4\pi^2}{2}$ .
- 6. Сравните теоретическое и экспериментальное значение ускорения свободного падения, определите относительную погрешность по формуле  $\eta = \frac{\left[g_{_{3}} g_{_{T}}\right]}{g_{_{T}}} \cdot 100\%$  .

## 11.5. Контрольные вопросы

- 1. Каким образом в данной работе проводилась обработка результатов измерений?
  - 2. В чём состоит метод наименьших квадратов?
- 3. По какой траектории будет двигаться шарик математического маятник, если нить маятника пережечь в тот момент, когда шарик переходит положение равновесия? Ответ поясните рисунком.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

На практике часто целью измерений является установление вида некоторой функциональной зависимости y = f(x), где x — независимая переменная, а y — зависимая переменная. В эксперименте одновременно определяются как значения x, так и соответствующие им значения y, а задачей является установление математической модели исследуемой зависимости — подборе аналитической функции, наилучшим образом описывающей экспериментальные данные.

Искомая математическая модель функциональной зависимости может быть найдена лишь в результате совместной обработки всех полученных значений х и у. Задача выбора вида функциональная зависимости(эмпирической формулы) — задача не формализуемая, так как одна и та же кривая на данном участке примерно с одинаковой точностью может быть описана самыми различными аналитическими выражениями. Иногда эмпирическую формулу удаётся выбрать, исходя из физического смысла в виде линейной зависимости, экспоненциальной или логарифмической функции и т. п., то есть в виде компактного и содержательного выражения, где параметры имеют определённый смысл (интерпретируемый). После того как выбран вид функциимодели, с помощью которой пытаются описать экспериментальные результаты, должны быть найдены параметры, входящие в эту формулу (а, b и т. д.).

Основной способ нахождения этих параметров – метод наименьших квадратов (МНК), хотя он не является единственным.

Пусть после предварительного анализа была выбрана линейная модель вида y=a·x+b. Теперь задача состоит в том, чтобы найти наилучшее значение параметров модели а и b. Нам известны значения xi и yi – конкретные числа, полученные в опытах (см. рис.11.3).

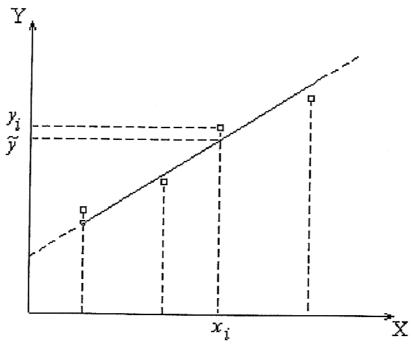


Рис. 11.3. Линейная Аппроксимация.

Для определения неизвестных параметров можно составить систему условных линейных уравнений, каждое из которых имеет вид:

$$yi = a \cdot xi + b, i = 1,2,3,K,n.$$
 (11.1)

Система уравнений (11.1) при п-кратных измерениях может быть избыточной, если n >2 и, вообще говоря, несовместна, т.к. результаты измерений величин х и у неизбежно содержит ошибки. Поэтому из этих уравнений можно определить лишь оценки ископаемых параметров A и B, которые являются случайными величинами.

Будем считать, что все пары экспериментальных значений  $x_i$ ,  $y_i$  равновероятны (т.е. измерения равноточные), случайные ошибки величин х и у распределены по нормальному закону, а систематическими ошибками можно пренебречь. Между рассчитанными по модели значениями и экспериментальными отсчётами  $y_i$  будут наблюдаться отклонения. Введём для них обозначения  $\Delta_i = y_i - y_i = y_i - (A \cdot x_i + B)$ . Математики Лежнадр и Гаусс показали, что оценки параметров A и В будут наиболее вероятными, если сумма квадратов отклонений по всем точкам п будет наименьшей.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \Delta_{i}^{2} \rightarrow \min$$
 (11.2)

Минимум этой суммы находится по правилам дифференциального исчисления условием минимума функции является обращение в нуль частных производных функций Q по независимым переменным A и Б:

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = 0; \ \frac{\partial Q}{\partial B} = 0; \tag{11.3}$$

Представляя (11.2) в (11.3), получаем:

$$\begin{cases} A \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i} + n \cdot B - \sum_{i=1}^{n} y_{i} = 0, \\ B \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i} + A \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot y_{i} = 0. \end{cases}$$
(11.4)

Решая эту систему уравнений относительно параметров А и В, находим:

$$A = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot y_{i} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_{i}}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}},$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_{i} - \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot y_{i}}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} y_{i}\right)^{2}}$$
(11.5)

Если разделить числители и знаменатели уравнений системы (11.5) на n², то после несложных преобразований можно выразить коэффициенты A и B через средине значения величин, входящих в эти уравнения. Тогда получим:

$$A = \frac{\langle x \cdot y \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2},$$

$$B = \frac{\langle x^2 \rangle \cdot \langle y \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle x \cdot y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2},$$
(11.6)

где

$$x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i, \langle y \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i, \langle x \cdot y \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i, \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

- средние арифметические значения соответствующих величин. Нахождение искомых оценок A и B по уравнениям (11.6) удобно при ручном счете на микрокалькуляторах или на ЭВМ.

Теория даёт возможность определить также дисперсию (рассеяние, отклонение экспериментальных точек от модельной прямой) и дисперсию коэффициентов A и B. Если обозначить  $S_0^2$  - дисперсию точек,  $S_A^2$  и  $S_B^2$  - дисперсии коэффициентов A и B, то

$$S_0^2 = \frac{n}{n-2} \cdot \left\{ \left\langle y^2 \right\rangle - \left\langle y \right\rangle^2 - \frac{\left[ \left\langle x \cdot y \right\rangle - \left\langle x \right\rangle \cdot \left\langle y \right\rangle \right]^2}{\left\langle x^2 \right\rangle - \left\langle x \right\rangle^2} \right\}$$
(11.7)

$$S_A^2 = \frac{S_0^2}{n \cdot \left[ \left\langle x^2 \right\rangle - \left\langle x \right\rangle^2 \right]} \tag{11.8}$$

$$S_B^2 = S_A^2 \cdot \left\langle x^2 \right\rangle. \tag{11.9}$$

Интервалы, в которых с доверительной вероятностью eta могут находится коэффициенты а и b, записываются в виде

$$A - t_{\beta, n-2} \cdot S_A \le a \le A + t_{\beta, n-2} \cdot S_A B - t_{\beta, n-2} \cdot S_A \le b \le B + t_{\beta, n-2} \cdot S_B$$
 (11.10), (11.11)

Где  $t_{\beta,n-2}$  - коэффициент Стьюдента.

Полученные формулы непосредственно могут быть использованы для расчёта параметров линейных аппроксимирующих зависимостей в лабораторных работах.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М – 12.

# Изучение законов соударения тел.

## 12.1 Цель работы

Определение коэффициентов восстановления, скорости и энергии при центральном ударе двух шаров, времени и средней силы соударения.

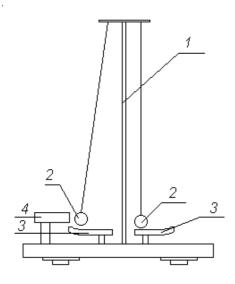


рис. 12.1

### 12.2 Описание установки

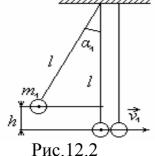
Схема установки показана на рис. 12.1. К штативу 1 прикреплены два шара 2. Углы отклонения подвесов от вертикали определяются по шкалам 3. Электромагнит 4 служит для удержания одного из шаров в отклонённом положении.

# 12.3 Основные теоретические сведения.

Отведём один из шаров (например, левый) на некоторый угол  $\alpha_1$  и отпустим его без начальной скорости. Отклонённый шар

будет двигаться вниз, при этом его потенциальная энергия будет переходить в кинетическую. Пусть столкновение со вторым шаром происходит в тот момент, когда нить первого шара становится вертикально. По закону сохранения механической энергии (см. рис. 12.2)

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2},$$
 (12.1)



 $\overrightarrow{\overrightarrow{V}} \xrightarrow{\bigoplus_{m_1 \to m_2} \overrightarrow{\overrightarrow{V}}^2} \mathbf{x}$ 

Рис.12.3

где  $m_1$  - масса шара,

g - ускорение свободного падения,

h – высота шара в отведенном положении относительно нижней точки траектории,

 ${\it v}_1$  - скорость первого шара в нижней точке перед соударением вторым.

Из рисунка видно, что

$$h = l - l\cos\alpha_1, \qquad (12.2)$$

где l – расстояние от точки подвеса до центра тяжести шара,  $\alpha_1$  - угол начального отклонения нити. Подставляя (12.1) в (12.2) и преобразуя уравнение, найдем выражение для скорости через угол начального отклонения:

$$v_1 = \sqrt{2gh};$$

$$h = l(1 - \cos \alpha_1) = 2\sin^2 \frac{\alpha_1}{2} v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2}. \quad (12.3)$$

Массы шаров подобраны так, чтобы после удара они разлетались в разные стороны. После удара шары получают скорости  $v_1^{'}$  и  $v_2^{'}$  (см. рис. 12.3), и, разлетаясь, отклоняют нити на максимальные углы  $\alpha_1^{'}$  и  $\alpha_2^{'}$  соответственно. Аналогично соотношению (12.3) получаем

$$v_{1}^{'} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha_{1}^{'}}{2}, v_{2}^{'} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha_{2}^{'}}{2}.$$
 (12.4)

Если удар происходит достаточно быстро так, что нити не успевают отклониться на заметный угол, то в направлении горизонтальной оси х не возникает внешних сил и выполняется закон сохранения импульса в проекции на эту ось:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_1. (12.5)$$

Коэффициент  $\mathcal{E}_{v}$  восстановления скорости определяется как отношение относительной скорости шаров после удара к относительной скорости шаров до удара:

$$\varepsilon_{v} = \frac{v_{omh}^{'}}{v_{omh}}.$$
 (12.6)

В данном случае формула (12.6) с учетом (12.3), (12.4) преобразуется к виду:

$$\varepsilon_{v} = \frac{v_{2}^{'} + v_{1}^{'}}{v_{1}} = \frac{\sin\frac{\alpha_{2}^{'}}{2} + \sin\frac{\alpha_{1}^{'}}{2}}{\sin\frac{\alpha_{1}}{2}}$$
 (12.7)

Для абсолютно упругого удара  $\mathcal{E}_{v}$ =1. В случае столкновения реальных шаров удар не является абсолютно упругим и  $\mathcal{E}_{v}$  < 1.

Кроме коэффициента восстановления скорости соударение тел характеризуется коэффициентом  $\mathcal{E}_w$  восстановления энергии, равным отношению кинетической энергии тел после удара к их кинетической энергии до удара:

$$\varepsilon_{w} = \frac{\frac{1}{2}m_{1}v_{1}^{'2} + \frac{1}{2}m_{2}v_{2}^{'2}}{\frac{1}{2}m_{1}v_{1}^{'2} + \frac{1}{2}m_{2}v_{2}^{'2}}.$$

Учитывая, что скорость второго шара до удара  $v_2 = 0$  и подставляя для скоростей выражения (12.3), (12.4), находим формулу для коэффициента восстановления энергии:

$$\varepsilon_{w} = \frac{m_{1} \sin^{2} \frac{\alpha_{1}'}{2} + m_{2} \sin^{2} \frac{\alpha_{2}'}{2}}{m_{1} \sin^{2} \frac{\alpha_{1}}{2}}$$
(12.8)

Если известна длительность удара т, то из второго закона Ньютона по изменению импульса левого шара можно определить среднюю силу взаимодействия между шарами:

$$F_{cp} = \frac{m_2 v_2}{\tau} \tag{12.9}$$

# 12.4 Порядок выполнения работы

- 1. Подключите электромагнит 4 и клеммы верхнего кронштейна к электронному блоку.
- 2. Вставьте шары 2 в скобы подвеса. С помощью регулировочных опор выставьте основание установки таким образом, чтобы нижние визиры скоб подвеса указывали на нули шкал.
- 3. Отрегулируйте положение шаров в вертикальной и горизонтальной плоскостях до совмещения верхних визиров скоб подвеса. Регулировка производится с помощью изменения длины подвеса шаров, а также изменения положения узлов крепления нитей на верхнем кронштейне.
- 4. На пульте блока нажмите кнопку "СБРОС". При этом на табло индикации высветятся нули, на электромагнит будет подано напряжение.
- 5. Отведите левый шар и зафиксируйте его с помощью электромагнита. Определите начальный угол отклонения первого шара  $\alpha_1$ .
- 6. Нажмите кнопку "ПУСК", при этом произойдет удар шаров. По таймеру блока определите время соударения шаров τ.
- 7. Определите время соударения для различных пар шаров по методике, описанной в пп. 4-6.
- 8. В правую скобу подвеса вставьте алюминиевый шар со стальной вставкой, а в левую латунный или стальной шар.
- 9. Выполните пп. 4-6. При помощи шкал визуально определите углы отскока шаров  $\alpha_1^{'}$  и  $\alpha_2^{'}$ . Повторите измерения углов отскока не менее трех раз. (Начальные углы отклонения должны быть равны). Найдите среднее значение каждого из углов  $\alpha_{1cp}^{'}$  и  $\alpha_{2cp}^{'}$ . Все результаты занесите в таблицу 12.1.
- 10. По формуле (12.3) определите скорость  $v_1$  первого шара перед ударом. Используя среднее значение углов отскока по формулам (12.4) определите скорости обоих шаров сразу после удара  $v_1^{'}$  и  $v_2^{'}$ . Результаты занесите в таблицу 12.2. Проверьте выполнение закона сохранения импульса.
- 11. Используя среднее значение углов отскока по формулам (12.7), (12.8) определите коэффициенты восстановления скорости и энергии.

12. Используя найденное выше значение  $v_2$ , по формуле (12.9) определите среднюю силу, с которой шары действуют друг на друга во время удара.

Таблица 12.1

$\alpha_1$	τ, c	$\alpha_1$	$lpha_{1cp}$	$\alpha_{2}^{'}$ .	$lpha_{2cp}^{'}$

Таблица 12.2

$v_1^{'}$ ,m/c	$v_2$ , M/c	$\mathcal{E}_{v}$	$\mathcal{E}_{w}$	$F_{cp}$ ,H

# 12.5 Контрольные вопросы

- 1. Сформулируйте закон сохранения полной механической энергии.
- 2. Сформулируйте закон сохранения импульса системы материальных точек.
  - 3. Какой удар называется абсолютно упругим?
  - 4. Сформулируйте закон изменения импульса.
  - 5. Выведите формулу 12.3.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № М-13

# **Измерение ускорения свободного падения с помо- щью оборотного маятника**

## 13.1 Цель работы

Целью работы является экспериментальное определение ускорения свободного падения.

## 13.2 Основные теоретические сведения

Физическим маятником называется твердое тело, имеющее возможность совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси. Можно показать, что период малых свободных колебаний физического маятника определяется соотношением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \tag{13.1}$$

где g - ускорение свободного падения, m - масса маятника, I - момент инерции маятника относительно оси подвеса, l -расстояние от оси подвеса до центра инерции маятника.

В частности, для математического маятника, масса которого сосредоточена в центре инерции, имеем

 $I_{\text{м}} = ml^2$ . Тогда из равенства (13.1) получаем

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{13.2}$$

Соотношение (13.1) удобно преобразовать, используя теорему Штейнера

$$I = I_0 + ml^2 (13.3)$$

где  $I_0$  - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси подвеса. Подставив равенство (13.3) в (13.1), находим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}} \tag{13.4}$$

Представляет интерес анализ зависимости периода T колебаний физического маятника от величины l. В предельном случае больших

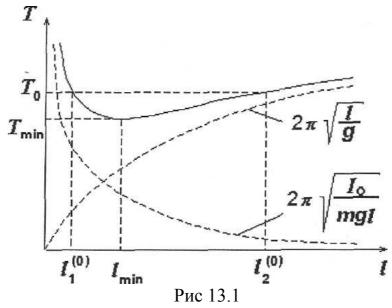
значений l соотношение (13.4) переходит в (13.2), т.е. получаем математический маятник

$$T(l)/_{l\to\infty} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
 (13.5)

При малых l маятник близок к положению безразличного равновесия. В этом случае из соотношения (13.4) получаем

$$T(l)/_{l\to 0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgl}}$$
 (13.6)

Примерный вид графика зависимости T(l) представлен на рис. 13.1. Асимптотическое поведение функции при  $l \to \infty$  и  $l \to 0$  описывается выражениями (13.5) и (13.6). Можно показать, что при  $l_{\min} = (I_0 / m)^{1/2}$  функция T(l) имеет минимум.



Рассмотрим возможность определения с помощью физического маятника ускорения свободного падения g. Входящую в формулу (13.4) величину  $I_0$ , которую трудно найти из опыта, можно исключить, измеряя период колебаний при двух разных значениях l. Записав равенство (13.4) для  $l_1$  и  $l_2$  получим систему уравнений

$$\begin{cases}
 mgl_1 T_1^2 = 4\pi^2 (I_0 + ml_1^2) \\
 mgl_2 T_2^2 = 4\pi^2 (I_0 + ml_2^2)
\end{cases}$$
(13.7)

Отсюда находим

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}$$
 (13.8)

На практике трудно точно определить положение центра инерции маятника, т.е. измерить  $l_1$  и  $l_2$ . Эту трудность можно обойти, если взять такие расстояния  $l_1^{(0)}$  и  $l_2^{(0)}$  чтобы соответствующие периоды были равны (см. рис.13.1), т.е. выполнялось условие  $T_1^{(0)} = T_2^{(0)} = T_0$ . Тогда, полагая  $l_1^{(0)} \neq l_2^{(0)}$  из равенства (13.8) получаем

$$g = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \left[ l_1^{(0)} + l_2^{(0)} \right]$$
 (13.9)

При этом если оси расположены по разные стороны центра инерции, то сумма  $l_1^{(0)} + l_2^{(0)}$  есть просто расстояние  $l_0$  между осями, которое легко измерить с высокой точностью.

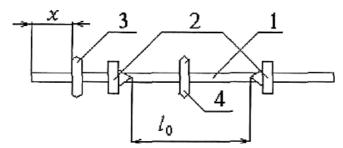


Рис. 13.2 Схема оборотного маятника.

Итак, если наблюдается равенство периодов колебаний физического маятника относительно двух осей, находящихся по обе стороны центра инерции и на разном расстоянии от него, то величину g можно найти из соотношения

$$g = 4\pi^2 \frac{l_0}{T_0^2} \tag{13.10}$$

где  $l_{0}$  - расстояние между осями;  $T_{0}$  - общий период колебаний.

# 13.3 Описание экспериментальной установки

В работе используется физический маятник, называемый оборотным. Схематически он изображен на рис.13.2. Основной частью маятника является металлический стержень 1. Осями подвеса служат ребра двух призм 2. закрепленных вблизи концов стержня. В рабочем положении призмы устанавливаются в V-образные опоры штатива. Сме-

щение центра инерции, необходимое для изменения расстояния  $l_1$  и  $l_2$  обеспечивается перемещением массивного груза 3, находящегося у конца стержня. Положение фиксированного груза 4 подобрано так, чтобы с помощью регулировочного груза можно было добиться равенства  $T_1$  и  $T_2$  в прямом и обратном положениях маятника.

Для более точного измерения величины  $T_1^{(0)} = T_2^{(0)} = T_0$  в работе исследуется зависимость  $T_1$  и  $T_2$  от положения x регулировочного груза, которое определяется по специальной шкале. Поскольку расстояние  $l_0$  между осями фиксировано, то при смещении груза изменение  $l_1$  и  $l_2$  будет одинаково по величине, но противоположно по знаку. Как видно из рис.13.1, это приведет к одинаковому по знаку изменению периодов  $T_1$  и  $T_2$ . Однако при достаточной асимметрии в расположении центра инерции зависимость T(x) в обратном положении маятника будет более крутой, чем в прямом.

Таким образом, графики зависимостей  $T_1(x)$  и  $T_2(x)$  для прямого и обратного положений маятника будут иметь вид изображенный на рис. 13.3. В результате значение  $T_0$  можно найти как ординату точки пересечения соответствующих кривых.

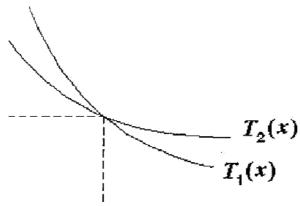


Рис. 13.3. Графики зависимостей  $T_1(x)$  и  $T_2(x)$ .

Период колебаний маятника можно определить по формуле

$$T=t/N, (13.11)$$

где t - время, за которое совершается полное число N колебаний. При повторных измерениях удобно регистрировать время t одного и того же числа колебаний N. Тогда нет необходимости сразу перехо-

дить к величине T. Практически удобнее исследовать зависимости t(x) для прямого и обратного положений маятника. Точка пересечения соответствующих графиков даст величину  $t_0=t_1^0=t_2^0$ . Тогда с учетом выражений (13.10), (13,11) получаем для расчета ускорения свободного падения соотношение

$$g = 4\pi^2 l_0 (\frac{N}{t_0})^2 \tag{13.12}$$

Вследствие погрешностей измерений, экспериментальные точки на графике t(x) могут не находиться на плавной кривой, предсказываемой теорией (см. рис. 13.3). Поэтому при обработке результатов измерений кривые  $t_1(x)$  и  $t_2(x)$  следует провести приближенно, стремясь минимизировать их средние отклонения от полученных из опыта точек.

# 13.4 Порядок выполнения работы

1. При подготовке к выполнению работы следует установить стойку строго вертикально. Нижний конец стержня должен свободно проходить между окнами фотодатчика. Установить маятник так, чтобы регулировочный груз находился на расстоянии 2 см от конца стержня.

**Внимание!** При работе с маятником следует соблюдать осторожность и убедиться, что ребро призмы, служащей осью подвеса, находится в углублении V-образной опоры. Амплитуда колебаний должна составлять около 10 градусов.

Измерить время  $t_1$  для фиксированного N от 10 до 15 полных колебаний маятника. Запуск и остановка секундомера осуществляется фотоэлектрическим датчиком. При нажатии на клавишу "ПУСК" начинается отсчет времени от момента прохождения маятником положения равновесия. При нажатии клавиши "СТОП" секундомер фиксирует длительность t целого числа колебаний на момент ближайшего во времени прохождения маятником положения равновесия. Число колебаний фиксируется специальным индикатором. Записать значения t, N и положение x груза.

- 2. Перевернуть маятник и повторить задание п. 1. Определить время  $t_2$
- 3. Повторить опыт при четырех пяти различных значениях x, перемещая груз из одного крайнего положения в другое. Для повышения точности, измерения при каждом x повторить два три раза. Результаты занесите в таблицы.

Таблица № 13.1

$t_1$			
$\boldsymbol{x}$			

Таблица № 13.2

$t_2$			
$\overline{x}$			

- 4. Измерить расстояние  $l_0$  между ребрами призмы, служащими осями подвеса маятника, и оценить его погрешность  $\Delta \ l_0$ .
- 5. При оформлении отчета построить графики зависимостей  $t_1(x)$  и  $t_2(x)$  для прямого и обратного положений маятника. Найти величину  $t_0$  как ординату точки пересечения соответствующих кривых. По формуле (13.12) рассчитать величину g.
- 6. Оценить ошибку определения  $t_0$  и рассчитать погрешность нахождения g.

## 13.5 Расчет погрешности

Используя правила вычисления погрешности косвенных измерений, из выражения (13.12) получаем следующую формулу для относительной погрешности величины g:

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta t_0}{t_0}\right)^2} , \qquad (13.13)$$

где  $\Delta l_0$  и  $\Delta t_0$  -абсолютные погрешности величин  $l_0$ и  $t_0$ .

Поскольку расстояние  $l_0$  измеряется непосредственно, то его погрешность определяется как обычно по данным многократных измерений.

Величина  $t_0$  определяется косвенным методом по графикам зависимостей  $t_1(x)$  и  $t_2(x)$ . При этом вследствие наличия погрешностей  $\Delta t$  при измерении времени t, график t(x) фактически должен изображаться не линией, а полосой шириной около  $2 \Delta t$ .

Погрешность  $\Delta t$  следует найти по данным многократных измерений промежутков времени t и нанести на график. Тогда, в результате пересечения кривых  $t_i(x)$  и  $t_2(x)$ , проведенных с учетом погрешности, получим некоторую область. Величина  $t_0$  находится как ордината ее центра. Оценку погрешности  $\Delta t_0$  получаем, учитывая, что максимальный размер указанной области вдоль оси ординат составляет  $2\Delta t_0$ . При оценке  $\Delta t_0$  следует учитывать, что точность построений на графике не превосходит 0,5 мм.

## 13.6 Контрольные вопросы.

- 1. Дайте определение физического маятника.
- 2. Сформулируйте теорему Штейнера.
- 3. Каким образом задается и определяется значение  $T_0$ ?
- 4. Что такое мгновенная ось вращения и чем она замечательна?

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Физика. Учебник для 9 класса основной школы. Любое издание.
- 2. Физика. Учебное пособие для 10 кл. школ и классов с углубленным изучением физики./ Ю.И.Дик, О.Ф.Кабардин, В.А.Орлов и др.; Под ред. А.А.Пинского. М.: Просвещение, 1993. 416 с.: ил. ISBN 5-09-004011-7.
- 3. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С. Физика: В 3 кн. Кн.1. Механика. М.: Физматлит. 1994. 368 с. ISBN 5-02-014794-7.
- 4. Детлаф А.А. и др. Курс физики. Изд. 4-е. перераб. Учебное пособие для втузов.- М.: Высшая школа, 1973,- 384 с.
- 5. Тульчинский М.Е. Качественные задачи по физике в средней школе. Пособие для учителей. Изд. 4-е, перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1972.- 240 с.
- 6. Леонович А.А. Физический калейдоскоп./Под ред. А.И.Черноуцана.- М.: Бюро Квантум, 1994.- 192 с. (Приложение к журналу "Квант". Вып.2).
- 7. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учебное пособие. 6-е изд., стер. М.: Высш. школа, 1993.- 352 с., ил., ISBN 5-06-002686-8.
  - 8. Стрелков С.П. Механика. М.: Наука, 1975. 560 с., ил.
- 9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. школа, 1972. 368 с., ил.
- 10. Турчак Л.И. Основы численных методов: Учеб. пособие. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 320 с.
- 11. Фетисов В.А. Оценка точности измерений в курсе физики средней школы. М.: Просвещение, 1991. 96 с.
- 12. Элементарный учебник физики. Т.1 «Механика, теплота, молекулярная физика».Ред.:Г.С. Ландсберг. М., «Физматлит». 2001.
- 13. Физические величины. Справочник. Ред.:И.С.Григорьев, Е.З. Мейлихов. «ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ».1991.
  - 14. Кухлинг Х.Справочник по физике. М. «Мир».1982.
- 15. Иверонова. Физический практикум: механика и молекулярная физика. М., «Наука» 1967.

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Методические указания	
Введение	
Вводная лабораторная работа. Измерения в физическом	
практикуме	16
МЕХАНИКА	
Лабораторная работа № М-1. Определение ускорения сво	бодного
падения с помощью машины Атвуда	21
Лабораторная работа № М-2. Изучение прямолинейного	
равнопеременного движения	24
<b>Лабораторная работа № М-3.</b> Изучение второго закона	
Ньютона	28
Лабораторная работа № М-4. Изучение закона сохранени	Я
импульса при упругом соударении	33
Лабораторная работа № М-5. Определение коэффициента	трения
скольжения	41
Лабораторная работа № М-6. Условия равновесия твердо	го тела
с закрепленной осью вращения	45
<b>Лабораторная работа № М-7.</b> Изучение динамики равном	
движения тела по окружности	49
Лабораторная работа № М-8. Определение коэффициента	трения
качения	53
Лабораторная работа № М-9а. Определение модуля Юнг	a
методом тензометрии.	
<b>Лабораторная работа № М-9в.</b> Определение модуля Юнг	a62
Лабораторная работа № М-10. Изучение закона сохранен	<b>Р</b>
энергии с помощью маятника Максвелла	67
Лабораторная работа № М-11. Измерение ускорения сво	бодног
падения с помощью математического маятника	70
Лабораторная работа № М-12. Изучение законов соударен	<b>R</b> ИН
тел	
Лабораторная работа № М-13. Измерение ускорения сво	бодног
падения с помощью оборотного маятника	82
ЛИТЕРАТУРА	89