

Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Специализированный учебно-научный центр
Лицей №1580 при МГТУ им. Н. Э. Баумана

Кафедра «Основы физики»

Лабораторный практикум по физике
Электронное издание
10 класс

МЕХАНИКА

Лабораторная работа М–13

Измерение ускорения свободного падения
с помощью обратного маятника

Москва, 2014

Лабораторный практикум по физике. Механика. — Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Лабораторный практикум по физике для 10 класса состоит из лабораторных работ для занятий учащихся 10 классов в Специализированном учебно-научном центре МГТУ имени Н. Э. Баумана.

Лабораторные работы, приведенные в сборнике, позволят учащимся глубже изучить законы физики и получить навыки проведения экспериментальных физических исследований.

Составители лабораторных работ:

И. Н. Грачева, В. И. Гребенкин, А. Е. Иванов,
И. А. Коротова, Е. И. Красавина, А. В. Кравцов,
Н. С. Кулеба, Б. В. Падалкин, Г. Ю. Шевцова,
Т. С. Цвечинская.

Под редакцией И. Н. Грачевой, А. Е. Иванова, А. В. Кравцова.

Об ошибках и неточностях просьба сообщать на электронную почту
metod1580@gmail.com

- © Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, 2014
- © Лицей №1580 при МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

13.1 Цель работы

Целью работы является экспериментальное определение ускорения свободного падения.

13.2 Основные теоретические сведения

Физическим маятником называется твердое тело, имеющее возможность совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси. Можно показать, что период малых свободных колебаний физического маятника определяется соотношением

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad (13.1)$$

где g — ускорение свободного падения, m — масса маятника, I — момент инерции маятника относительно оси подвеса, l — расстояние от оси подвеса до центра инерции маятника.

В частности, для математического маятника, масса которого сосредоточена в центре инерции, имеем $I_{\text{м}} = ml^2$. Тогда из равенства (13.1) получаем

$$T_{\text{м}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (13.2)$$

Соотношение (13.1) удобно преобразовать, используя теорему Штейнера

$$I = I_0 + ml^2, \quad (13.3)$$

где I_0 — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр инерции параллельно оси подвеса. Подставив равенство (13.3) в (13.1), находим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}}. \quad (13.4)$$

Представляет интерес анализ зависимости периода T колебаний физического маятника от величины l . В предельном случае больших значений l соотношение (13.4) переходит в (13.2), т. е. получаем математический маятник

$$T(l)|_{l \rightarrow \infty} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (13.5)$$

При малых l маятник близок к положению безразличного равновесия. В этом случае из соотношения (13.4) получаем

$$T(l)|_{l \rightarrow 0} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgl}}. \quad (13.6)$$

Примерный вид графика зависимости $T(l)$ представлен на рис. 13.1. Асимптотическое поведение функции при $l \rightarrow \infty$ и $l \rightarrow 0$ описывается выражениями (13.5) и (13.6). Можно показать, что при $l_{\text{мин}} = \sqrt{I_0/m}$ функция $T(l)$ имеет минимум.

Рассмотрим возможность определения с помощью физического маятника ускорения свободного падения g . Входящую в формулу (13.4) величину I_0 , которую трудно найти

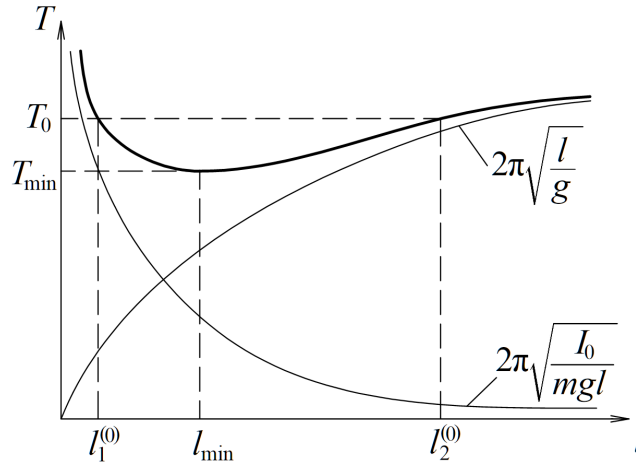


Рис. 13.1

из опыта, можно исключить, измеряя период колебаний при двух разных значениях l . Записав равенство (13.4) для l_1 и l_2 , получим систему уравнений

$$\begin{cases} mgl_1 T_1^2 = 4\pi^2(I_0 + ml_1^2) \\ mgl_2 T_2^2 = 4\pi^2(I_0 + ml_2^2) \end{cases} \quad (13.7)$$

Отсюда находим

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}. \quad (13.8)$$

На практике трудно точно определить положение центра инерции маятника, т. е. измерить l_1 и l_2 . Эту трудность можно обойти, если взять такие расстояния $l_1^{(0)}$ и $l_2^{(0)}$, чтобы соответствующие периоды были равны (см. рис. 13.1), т. е. выполнялось условие $T_1^{(0)} = T_2^{(0)} = T_0$. Тогда, полагая $l_1^{(0)} \neq l_2^{(0)}$, из равенства (13.8) получаем

$$g = \frac{4\pi^2}{T_0^2} [l_1^{(0)} + l_2^{(0)}]. \quad (13.9)$$

При этом если оси расположены по разные стороны центра инерции, то сумма $l_1^{(0)} + l_2^{(0)}$ есть просто расстояние l_0 между осями, которое легко измерить с высокой точностью.

Итак, если наблюдается равенство периодов колебаний физического маятника относительно двух осей, находящихся по обе стороны центра инерции и на разном расстоянии от него, то величину g можно найти из соотношения

$$g = 4\pi^2 \frac{l_0}{T_0^2}, \quad (13.10)$$

где l_0 — расстояние между осями, T_0 — общий период колебаний.

13.3 Описание экспериментальной установки

В работе используется физический маятник, называемый обратным. Схематически он изображен на рис. 13.2. Основной частью маятника является металлический стержень 1. Осями подвеса служат ребра двух призм 2, закрепленных вблизи концов стержня. В рабочем положении призмы устанавливаются в V-образные опоры штатива. Смещение центра

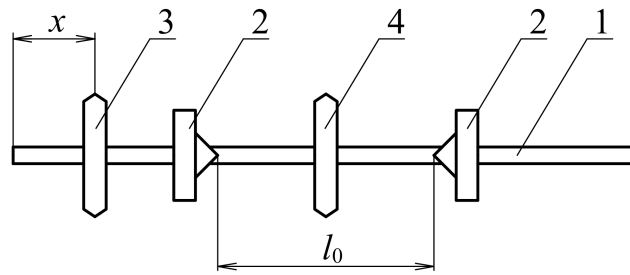
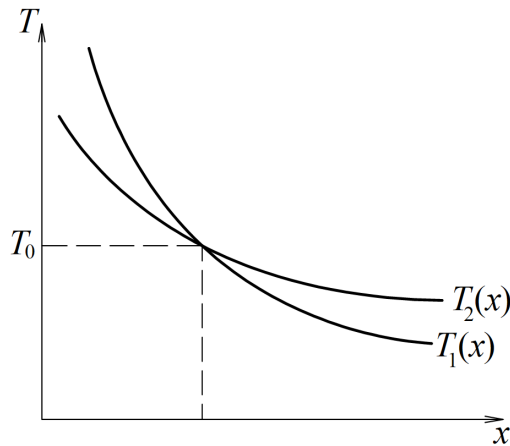


Рис. 13.2: Схема оборотного маятника

инерции, необходимое для изменения расстояния l_1 и l_2 , обеспечивается перемещением массивного груза 3, находящегося у конца стержня. Положение фиксированного груза 4 подобрано так, чтобы с помощью регулировочного груза можно было добиться равенства T_1 и T_2 в прямом и обратном положениях маятника.

Для более точного измерения величины $T_1^{(0)} = T_2^{(0)} = T_0$ в работе исследуется зависимость T_1 и T_2 от положения x регулировочного груза, которое определяется по специальной шкале. Поскольку расстояние l_0 между осями фиксировано, то при смещении груза изменение l_1 и l_2 будет одинаково по величине, но противоположно по знаку. Как видно из рис. 13.1, это приведет к одинаковому по знаку изменению периодов T_1 и T_2 . Однако при достаточной асимметрии в расположении центра инерции зависимость $T(x)$ в обратном положении маятника будет более крутой, чем в прямом.

Таким образом, графики зависимостей $T_1(x)$ и $T_2(x)$ для прямого и обратного положений маятника будут иметь вид, изображенный на рис. 13.3. В результате значение T_0 можно найти как ординату точки пересечения соответствующих кривых.

Рис. 13.3: Графики зависимостей $T_1(x)$ и $T_2(x)$

Период колебаний маятника можно определить по формуле

$$T = \frac{t}{N}, \quad (13.11)$$

где t — время, за которое совершается полное число N колебаний. При повторных измерениях удобно регистрировать время t одного и того же числа колебаний N . Тогда нет

необходимости сразу переходить к величине T . Практически удобнее исследовать зависимости $t(x)$ для прямого и обратного положений маятника. Точка пересечения соответствующих графиков даст величину $t_0 = t_1^{(0)} = t_2^{(0)}$. Тогда с учетом выражений (13.10) и (13.11) получаем для расчета ускорения свободного падения соотношение

$$g = 4\pi^2 l_0 \left(\frac{N}{t_0} \right)^2. \quad (13.12)$$

Вследствие погрешностей измерений экспериментальные точки на графике $t(x)$ могут не находиться на плавной кривой, предсказываемой теорией (см. рис. 13.3). Поэтому при обработке результатов измерений кривые $t_1(x)$ и $t_2(x)$ следует провести приближенно, стремясь минимизировать их средние отклонения от полученных из опыта точек.

13.4 Порядок выполнения работы

Таблица 13.1

x , см					
t_1 , с					

Таблица 13.2

x , см					
t_2 , с					

1. При подготовке к выполнению работы следует установить стойку строго вертикально. Нижний конец стержня должен свободно проходить между окнами фотодатчика. Установить маятник так, чтобы регулировочный груз находился на расстоянии 2 см от конца стержня.

Внимание! При работе с маятником следует соблюдать осторожность и убедиться, что ребро призмы, служащей осью подвеса, находится в углублении V-образной опоры. Амплитуда колебаний должна составлять около 10° .

Измерить время t_1 для фиксированного N от 10 до 15 полных колебаний маятника. Запуск и остановка секундомера осуществляется фотоэлектрическим датчиком. При нажатии на клавишу «ПУСК» начинается отсчет времени от момента прохождения маятником положения равновесия. При нажатии клавиши «СТОП» секундомер фиксирует длительность t целого числа колебаний на момент ближайшего во времени прохождения маятником положения равновесия. Число колебаний фиксируется специальным индикатором. Записать значения t , N и положение x груза.

2. Перевернуть маятник и повторить задание п. 1. Определить время t_2 .
3. Повторить опыт при четырех — пяти различных значениях x , перемещая груз из одного крайнего положения в другое. Для повышения точности, измерения при каждом x повторить два — три раза. Результаты занесите в таблицы.
4. Измерить расстояние l_0 между ребрами призмы, служащими осями подвеса маятника, и оценить его погрешность Δl_0 .
5. При оформлении отчета построить графики зависимостей $t_1(x)$ и $t_2(x)$ для прямого и обратного положений маятника. Найти величину t_0 как ординату точки пересечения соответствующих кривых. По формуле (13.12) рассчитать величину g .
6. Оценить ошибку определения t_0 и рассчитать погрешность нахождения g .

13.5 Расчет погрешности

Используя правила вычисления погрешности косвенных измерений, из выражения (13.12) получаем следующую формулу для относительной погрешности величины g :

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta t_0}{t_0}\right)^2}, \quad (13.13)$$

где Δl_0 и Δt_0 — абсолютные погрешности величин l_0 и t_0 .

Поскольку расстояние l_0 измеряется непосредственно, то его погрешность определяется как обычно по данным многократных измерений.

Величина t_0 определяется косвенным методом по графикам зависимостей $t_1(x)$ и $t_2(x)$. При этом вследствие наличия погрешностей Δt при измерении времени t , график $t(x)$ фактически должен изображаться не линией, а полосой шириной около $2\Delta t$.

Погрешность Δt следует найти по данным многократных измерений промежутков времени t и нанести на график. Тогда в результате пересечения кривых $t_1(x)$ и $t_2(x)$, проведенных с учетом погрешности, получим некоторую область. Величина t_0 находится как ордината ее центра. Оценку погрешности Δt_0 получаем, учитывая, что максимальный размер указанной области вдоль оси ординат составляет $2\Delta t_0$. При оценке Δt_0 следует учитывать, что точность построений на графике не превосходит 0,5 мм.

13.6 Контрольные вопросы

1. Дайте определение физического маятника.
2. Сформулируйте теорему Штейнера.
3. Каким образом задается и определяется значение T_0 ?
4. Что такое мгновенная ось вращения и чем она замечательна?