

Cálculo Numérico

Trabalho 4

Aline Werner

16 de julho de 2018

Introdução

Este trabalho tem como objetivo colocar em prática os conceitos aprendidos durante as aulas de Cálculo Numérico a respeito de integração numérica e resolução numérica de equações diferenciais através da programação na linguagem Python.

Questão 1

Resposta: A solução analítica, os resultados obtidos com os três métodos e o erro, que é a diferença entre a solução analítica e os resultados obtidos, são mostrados na figura abaixo. A partir disso, é possível perceber que a Regra 1/3 de Simpson apresentou uma maior precisão para esse caso.

```
Resultado analítico: 98.42768

Resultado Trapézio: 99.99331307969648
Erro: 1.5656330796964824

Resultado 1/3 Simpson: 98.44175237978553
Erro: 0.014072379785531552

Resultado 3/8 Simpson: 98.458927988704
Erro: 0.0312479887040098
```

Figura 1: Resultados obtidos

Questão 2

Resposta: O método utilizado para a resolução deste problema foi a Regra 1/3 de Simpson. Os resultados podem ser vistos na figura abaixo. Sendo assim, o objeto cai $334.178m$ durante o período de $10s$. Foram necessários 16 intervalos para obter o resultado com a precisão desejada.

```
Resultado analítico: 334.17814 m

Número de intervalos: 16
Deslocamento: 334.17886389048573 m
Erro: 0.000723890485744505
```

Figura 2: Resultados obtidos

Questão 3

Resposta: Foram calculados os valores de $f(x) = \rho(x)A_c(x)$ para cada x dado na tabela, utilizando as suas respectivas densidades e áreas. A Regra 1/3 de Simpson foi, então, aplicada normalmente a estes valores. A massa obtida, como mostra a figura abaixo, foi de $534.83Kg$

Massa: 534.8306666666666 Kg

Figura 3: Resultado obtido

Questão 4

Resposta a) Os resultados obtidos com os passos de $h = 0,25$, $h = 0,10$ e $h = 0,05$ foram:

$h = 0.25$	$h = 0.05$
$i = 1, t = 0.25000, u = 0.00000$	$i = 1, t = 0.05000, u = 0.00000$
$i = 2, t = 0.50000, u = 0.07812$	$i = 2, t = 0.10000, u = 0.00063$
$i = 3, t = 0.75000, u = 0.38574$	$i = 3, t = 0.15000, u = 0.00312$
$i = 4, t = 1.00000, u = 1.03462$	$i = 4, t = 0.20000, u = 0.00875$
$i = 5, t = 1.25000, u = 2.02597$	$i = 5, t = 0.25000, u = 0.01873$
$i = 6, t = 1.50000, u = 3.18770$	$i = 6, t = 0.30000, u = 0.03430$
$i = 7, t = 1.75000, u = 4.20712$	$i = 7, t = 0.35000, u = 0.05664$
$i = 8, t = 2.00000, u = 4.81417$	$i = 8, t = 0.40000, u = 0.08692$
	$i = 9, t = 0.45000, u = 0.12622$
	$i = 10, t = 0.50000, u = 0.17557$
	$i = 11, t = 0.55000, u = 0.23588$
	$i = 12, t = 0.60000, u = 0.30793$
	$i = 13, t = 0.65000, u = 0.39239$
	$i = 14, t = 0.70000, u = 0.48973$
	$i = 15, t = 0.75000, u = 0.60023$
	$i = 16, t = 0.80000, u = 0.72397$
	$i = 17, t = 0.85000, u = 0.86080$
	$i = 18, t = 0.90000, u = 1.01033$
	$i = 19, t = 0.95000, u = 1.17191$
	$i = 20, t = 1.00000, u = 1.34466$
	$i = 21, t = 1.05000, u = 1.52742$
	$i = 22, t = 1.10000, u = 1.71885$
	$i = 23, t = 1.15000, u = 1.91736$
	$i = 24, t = 1.20000, u = 2.12120$
	$i = 25, t = 1.25000, u = 2.32847$
	$i = 26, t = 1.30000, u = 2.53719$
	$i = 27, t = 1.35000, u = 2.74529$
	$i = 28, t = 1.40000, u = 2.95075$
	$i = 29, t = 1.45000, u = 3.15158$
	$i = 30, t = 1.50000, u = 3.34589$
	$i = 31, t = 1.55000, u = 3.53198$
	$i = 32, t = 1.60000, u = 3.70833$
	$i = 33, t = 1.65000, u = 3.87366$
	$i = 34, t = 1.70000, u = 4.02698$
	$i = 35, t = 1.75000, u = 4.16759$
	$i = 36, t = 1.80000, u = 4.29505$
	$i = 37, t = 1.85000, u = 4.40925$
	$i = 38, t = 1.90000, u = 4.51034$
	$i = 39, t = 1.95000, u = 4.59873$
	$i = 40, t = 2.00000, u = 4.67502$

$h = 0.1$
$i = 1, t = 0.10000, u = 0.00000$
$i = 2, t = 0.20000, u = 0.00500$
$i = 3, t = 0.30000, u = 0.02498$
$i = 4, t = 0.40000, u = 0.06976$
$i = 5, t = 0.50000, u = 0.14864$
$i = 6, t = 0.60000, u = 0.26992$
$i = 7, t = 0.70000, u = 0.44021$
$i = 8, t = 0.80000, u = 0.66364$
$i = 9, t = 0.90000, u = 0.94116$
$i = 10, t = 1.00000, u = 1.26993$
$i = 11, t = 1.10000, u = 1.64294$
$i = 12, t = 1.20000, u = 2.04914$
$i = 13, t = 1.30000, u = 2.47406$
$i = 14, t = 1.40000, u = 2.90095$
$i = 15, t = 1.50000, u = 3.31236$
$i = 16, t = 1.60000, u = 3.69208$
$i = 17, t = 1.70000, u = 4.02691$
$i = 18, t = 1.80000, u = 4.30813$
$i = 19, t = 1.90000, u = 4.53230$
$i = 20, t = 2.00000, u = 4.70114$

Figura 4: Valores de i , t_i e u_i para cada passo

Resposta b) Plotando-se os pontos (t_i, u_i) calculados, em vermelho, juntamente com a solução exata, em azul, foram obtidos os gráficos mostrados na figura abaixo. Como é possível perceber, a solução com um menor passo aproximou-se mais da solução exata.

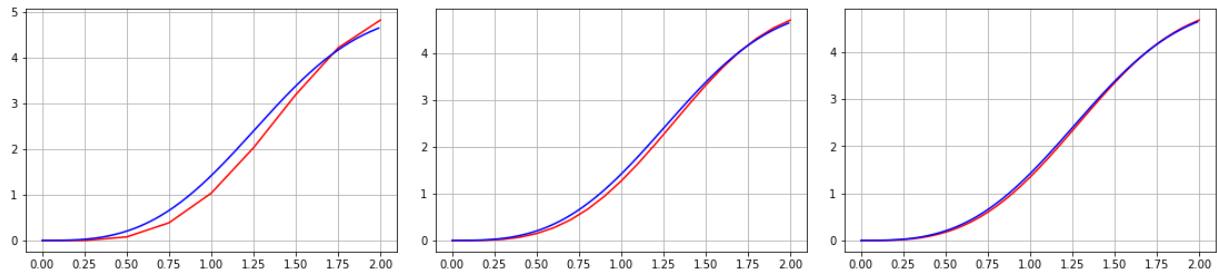


Figura 5: Gráficos para, da esquerda para a direita, $h = 0,25$, $h = 0,10$ e $h = 0,05$

Resposta c) O limitante superior para o erro obtido em cada um dos três casos foi:

```

Erro máximo para h = 0.25 : 0.1606756360154062
Erro máximo para h = 0.1 : 0.025864627096251324
Erro máximo para h = 0.05 : 0.006466156774062831

```

Figura 6: Erros máximos cometidos

A partir dos resultados acima, é possível perceber que, conforme diminuimos os passos, o erro também diminuiu, como era esperado.

Questão 5

Resposta: O gráfico obtido para os resultados, utilizando-se um passo de $h = 0.5$, foi o seguinte:

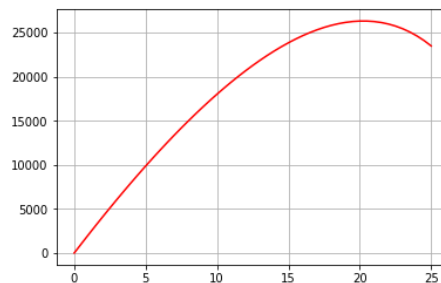


Figura 7: Gráfico do calor em função do tempo