**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Факультет прикладной математики и информатики**

**Кафедра информационных систем управления**

**Отчет**

**По методам вычислений**

Выполнил студент группы № 12

*Шишлянников Иван Викторович*

# Минск 2020

Вариант 10

Весь код написан на C#. Все основные методы для работы матрицами ( транспонирование , умножение, нахождение обратной матрицы и т.д ) реализованы мной. Из библиотек C# я использовал основную библиотеку (циклы , условные , логические операторы и т.д ), библиотеку Random (для генерации случайных чисел), библиотеку Math, для таких операций как определение знака числа, возведение в степень и т.д. То есть я использовал готовые методы только для основной работы с числами.

1. Заполнить верхний треугольник матрицы 𝐴 размером 256 × 256, а также вектор 𝑦 длиной 256 рациональными случайными числами из полуинтервала [−2𝑁⁄4, 2𝑁⁄4) так, чтобы каждое число представляло собой десятичную дробь не менее чем с 13 значащими цифрами. Другими словами, должна быть ненулевая вероятность попасть в ячейку любого числа, начинающегося с тринадцати любых цифр. Нижний треугольник матрицы 𝐴 заполнить таким образом, чтобы выполнялось 𝐴 = 𝐴𝑇. Диагональные элементы получить из формулы 𝑎𝑖𝑖 = ∑𝑗≠𝑖|𝑎𝑖𝑗|. Умножив матрицу 𝐴 на вектор 𝑦 получить вектор правой части 𝑏. Таким образом имеем СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏, точным решением которой является вектор 𝑦.
2. Найти число обусловленности матрицы 𝐴, вычислив 𝐴−1 методом Гаусса-Жордана, в качестве нормы матрицы выбрать кубическую норму.
3. Решить СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 методом Гаусса с выбором главного элемента по матрице.
4. Получить 𝐿𝑈𝑃-разложение матрицы 𝐴 и решить полученную систему 𝐿𝑈𝑥 = 𝑏̃.
5. Решить СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 методом квадратного корня.
6. Получить максимально точное решение СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 методом релаксации с параметром (𝑁 + 1)/6.
7. Решить СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 методом отражений.
8. Из имеющейся матрицы 𝐴 получить матрицу 𝐴̃ – подматрица матрицы 𝐴, размером 256 × 20𝑁, расположенная в левом верхнем углу (первые 20𝑁 столбцов матрицы 𝐴). Решить линейную задачу наименьших квадратов ‖𝐴̃ 𝑥 − 𝑏‖ → min.

2

1. Решить СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 обобщенным методом минимальных невязок (GMRES), построенным на основе подпространств Крылова.
2. Используя алгоритм Арнольди решить СЛАУ 𝐴𝑥 = 𝑏 обобщенным методом минимальных невязок (GMRES), построенным на основе ортонормированного базиса подпространств Крылова.
3. Проделать пункты 1-10 сто раз и вывести отчёт в формате .txt. В отчет должно входить:
   * Минимальное и максимальное число обусловленности, а также среднее арифметическое для всех матриц. Матрицу с максимальным числом обусловленности необходимо сохранить в отдельный файл (понадобится позже).
   * Среднее время нахождения обратной матрицы.
   * Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом Гаусса, с точным решением 𝑦. В качестве нормы вектора взять кубическую норму.
   * Среднее время решения СЛАУ методом Гаусса.
   * Среднее время построения 𝐿𝑈𝑃-разложения.
   * Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного решением СЛАУ 𝐿𝑈𝑥 = 𝑏̃, с точным решением 𝑦.
   * Среднее время решения СЛАУ 𝐿𝑈𝑥 = 𝑏̃.
   * Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом квадратного корня, с точным решением 𝑦.
   * Среднее время решения СЛАУ методом квадратного корня.
   * Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного методом релаксации, с точным решением 𝑦.
   * Среднее время решения СЛАУ методом релаксации.
   * Среднее время решения СЛАУ методом отражений.
   * Минимальная, максимальная и средняя ‖𝐴̃ 𝑦 − 𝑏‖ , где 𝑦 – решение задачи

2

наименьших квадратов.

* + Среднее время решения линейной задачи наименьших квадратов.
  + Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного обобщенным методом минимальных невязок 9, с точным решением 𝑦.
  + Среднее время решения СЛАУ обобщенным методом минимальных невязок 9.
  + Минимальная, максимальная и средняя норма разности решения, полученного обобщенным методом минимальных невязок 10, с точным решением 𝑦.
  + Среднее время решения СЛАУ обобщенным методом минимальных невязок 10.

1. Исследовать (путём решения нескольких СЛАУ) влияние возмущения вектора b на погрешность полученного решения для матрицы с максимальным числом обусловленности (сравнить с теоретической оценкой). Сделайте соответствующие выводы.
2. Построить диаграмму сходимости решения СЛАУ (матрица с максимальным числом обусловленности) методом релаксации (с параметрами равными 0, 1 и (𝑁 + 1)/6). Попробуйте оценить наиболее оптимальный параметр релаксации.
3. Для матрицы размерности 4 × 4 (матрицу выбрать самостоятельно) выполнить пункты 2-10.
4. Написать отчёт в формате .docx (или .pdf), в котором изложить все выводы на основании полученных результатов. Добавить в отчёт полученные результаты пункта 14.
5. Папку с проектом и два файла отчета добавить в итоговый архив .zip, расширение которого по необходимости переименовать в .mv. Итоговый архив прислать на электронную почту по адресу cma.vorobiov@gmail.com.