ANÁLISIS NUMÉRICO I/ANÁLISIS NUMÉRICO – 2020
Trabajo de Laboratorio N$^{\underline{o}}$ 5

1. Programar una función en `python` que integre numéricamente usando las reglas compuestas del trapecio, punto medio y Simpson, nombrarla `intenumcomp`. La función deberá ejecutarse:

   ```
   python> S = intenumcomp(fun,a,b,N,regla)
   ```

   donde `fun` es la función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ a ser integrada, $a, b \in \mathbb{R}$ son los extremos de integración, N es la cantidad de subintervalos a usar y `regla` es un string, que deberá ser `trapecio`, `pm` o `simpson`. La salida S debe ser un número real.

2. Ejecutar los comandos necesarios para mostrar en pantalla los errores absolutos de integrar numéricamente
$$\int_0^1 e^{-x}\,dx,$$
usando 4, 10 y 20 subintervalos con las 3 reglas compuestas del ejercicio 1.

3. Escribir una función en `python` llamada `senint` que para cada $x \in \mathbb{R}^n$ retorne $y \in \mathbb{R}^n$ tal que y_i es la aproximación numérica de
$$\int_0^{x_i} \cos(t)\,dt,$$
usando la regla compuesta del trapecio con N_i subintervalos. La cantidad N_i de subintervalos debe ser escogida de forma que la longitud de los subintervalos sea menor o igual a 0.1 (ver comandos `floor, ceil, round`). Para `x = 0,...,`2π, con pasos de 0.5, grafique simultáneamente `sin(x)` y `senint(x)`.

4. Calcular mediante la regla del trapecio compuesta y la regla de Simpson compuesta, las siguientes integrales, con una tolerancia de error de 10^{-5}:

   a) $I = \int_0^1 x\,e^{-x}\,dx,$

   b) $I = \int_0^1 x\,\mathrm{sen}(x)\,dx,$

   c) $I = \int_0^1 (1+x^2)^{3/2}\,dx,$

   d) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2(t)/2}}\,dt.$

5. Calcular las siguientes integrales utilizando la regla de trapecio y Simpson haciendo uso de la librería `scipy` (explorar el módulo `integrate`)

   a) $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx,$

b) $I = \int_0^2 x^2\, log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) dx.$

6. El período de un péndulo de longitud l con amplitud α puede aproximarse con la fórmula:

$$T = 4\frac{\sqrt{l}}{g}\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1 - sen^2\frac{\alpha}{2} sen^2\theta)^{\frac{1}{2}}},$$

donde $g = 9.8m/s^2$

Programar una función, `pendulo`, que reciba una longitud l en metros y α en forma de un número entero entre 0 y 90, transforme el valor a radianes y devuelva el período del péndulo de longitud l. ¿Qué ocurre en el caso de $\alpha = 0$?