

LAUSNIR

Reglunarfræði T 501

Heimapróf

25. nóvember 2012

Dæmi 1 (60%)

Gefið er yfirfærslufall framrásar í stýrikerfi, sem hefur einingar bakverkun:

$$G(s) = \frac{K (s + 6)}{s (s + 1) (s + 3)}$$

- (a) Dragið upp Bode myndir fyrir opnu rás þessa kerfis á meðfylgjandi blaði í skyssuformi eða með því að reikna og teikna tíðnisvörun kerfisins með ACSYS2007. Mögnunargildið er $K = 2$.
- (b) Hverjar eru brottíðnir (break-frequencies) tíðnisvörunar opnu rásarinnar og hvaða breytingar verða á mögnun og fasa, þegar tíðnin er aukin umfram þessi gildi.
- (c) Útskýrið hegðun mögnunar- og fasaeiginleika opnu rásarinnar á lágtíðni annars vegar og háttíðni hins vegar.
- (d) Ritið tíðnisvörun lokaðu rásarinnar (closed-loop frequency response) fyrir $K=2$. Hver er bandvídd þessa kerfis?
- (e) Getur þetta kerfi með lokaðri rás orðið óstöðugt ef mögnunin í rásinni er aukin, þ.e. getur heildarmögnun opnu rásarinnar orðið 1,0 (0 dB) og fasahornið -180° á einhverri tíðni og þá hverri?

Dæmi 2 (40%)

Bode myndir af tíðnieiginleikum línulegs kerfis (opnu rásarinnar) eru sýndar á meðfylgjandi blaði. Rásinni er lokað með einingar bakverkun.

- (a) Finna skal yfirfærslufall fyrir opna rás, sem gefur góða nálgun við tíðnieiginleikana, sem lesa má af meðfylgjandi Bode gröfum. Útskýrið hvernig niðurstaðan er fengin.
- (b) Gerið skyssu af pólmynd kerfisins (þ.e. mynd af $G(j\omega)$ í tvinntöluplaninu) fyrir $0 < \omega < \infty$.
- (c) Hver er statísk mögnun lokaðu rásarinnar, þ.e. hvert er æstætt (steady-state) útmerki kerfisins með lokaða rás þegar innmerkið er konstant, þ.e. þrep.

25/11/2012

Deini 1 (60%)

(a) Sjá met fylgandi Bode myndir.

(b) Þrottitúinnar samsvara stöðsetningu póla og núlla:

$$\Rightarrow \omega_1 = 1 \quad \omega_2 = 3 \quad \omega_3 = 6 \text{ rad/sök.}$$

$\omega \gg 6$: Mögnurkurvan lækkar um 40 dB/tíund þar sem fjöldi póla umfram núll $= 2$

$$\Rightarrow \text{hallatala mögnunar} = -40 \text{ dB/tíund}$$

$$\Rightarrow \text{fasahornit stefnir á } -180^\circ \text{ } \omega \rightarrow \infty$$
(c) A lágtíðni er $G(j\omega) \approx \frac{2K}{j\omega}$, þ.e.a.s

kerfis hegðar sér eins og tegri met mögnun: $2K = 4$

$$\Rightarrow \text{Mögnurkurvan met hallatölu} = -20 \text{ dB/tíund}$$

$$\Rightarrow \text{Fasahorn} = -90^\circ$$

A háttíðni er $G(j\omega) \approx \frac{K}{(j\omega)^2} = -\frac{K}{\omega^2}$

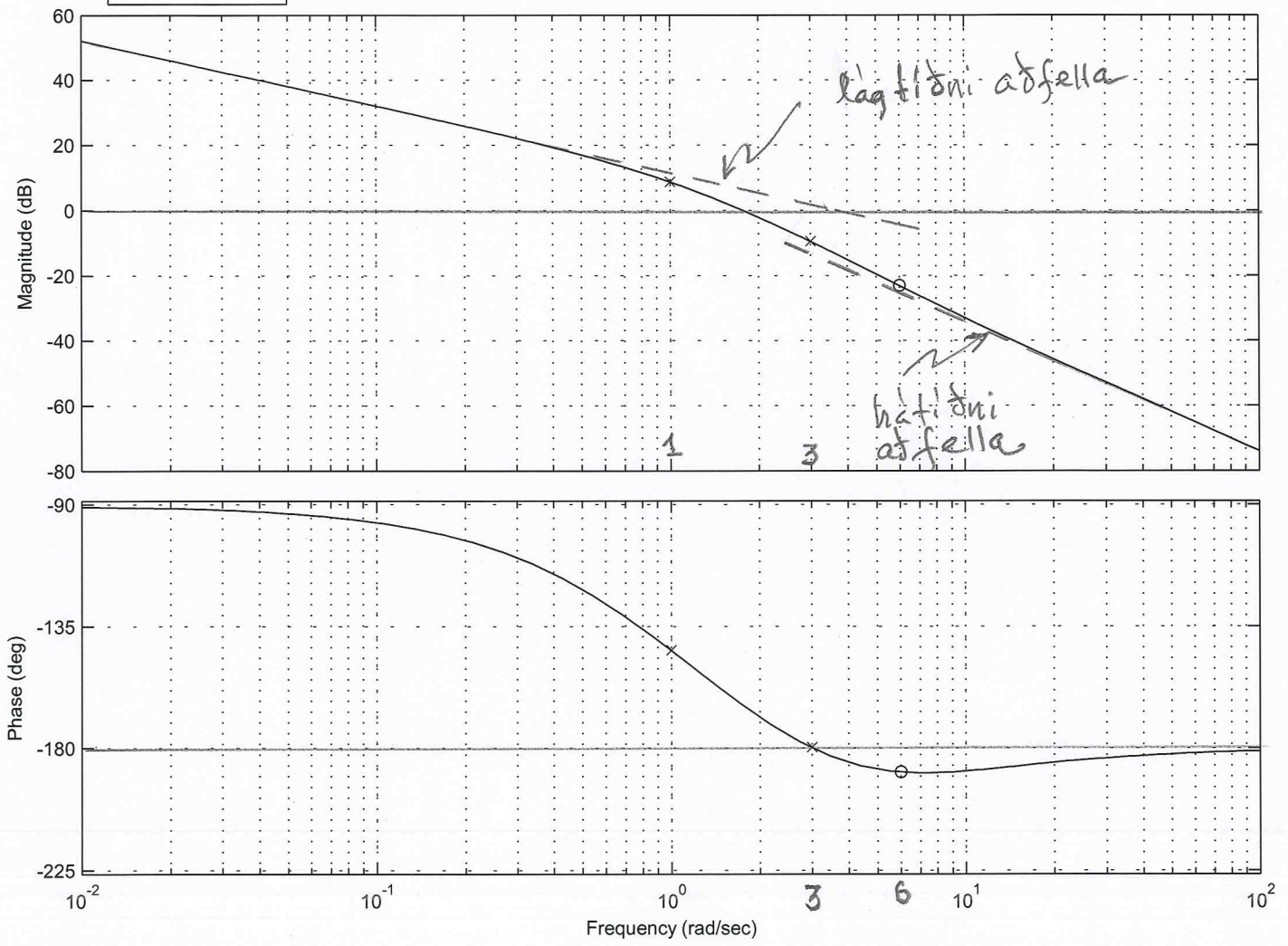
$$\Rightarrow \text{þ.e. hallatalan verður } -40 \text{ dB/tíund}$$

$$\Rightarrow \text{fasahornit er } -180^\circ \text{ (sbr. (b) lit)}$$

Ath.: Fasahornit fer í gegnum -180° þegar $\omega = 3$.

2)

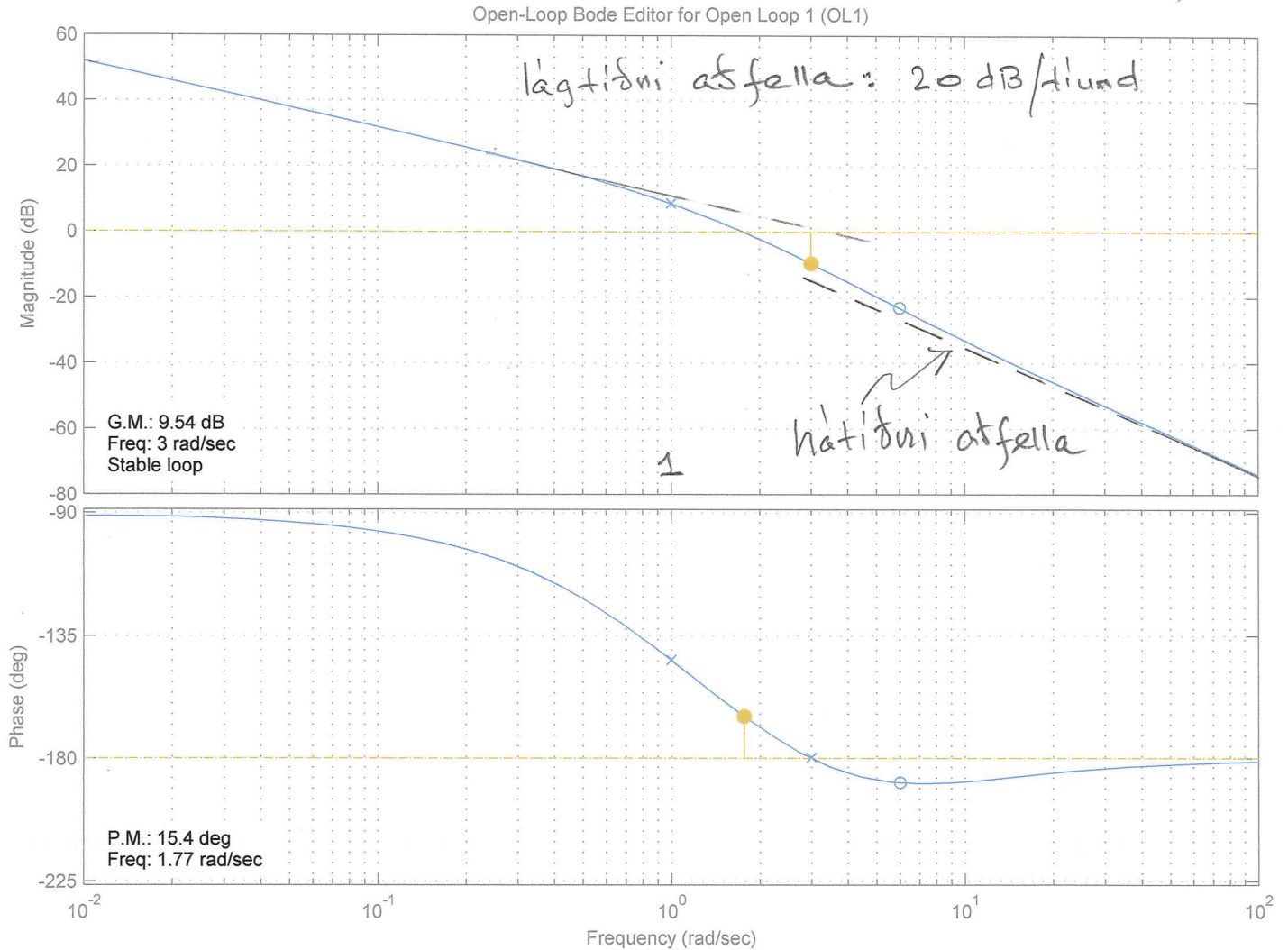
Dæmi 1 a)



Dæmi 1

BODE mynd með mögunnaröryggi (G.M.)
og fasaöryggi (P.M.)

(æði var spurt um þat í heimaþrófinu)



Dæmi 1

(d) Titni svörum löbustu rásarinnar:

$$T(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)}$$

$$\Rightarrow T(j\omega) = \frac{2(j\omega + 6)}{j\omega(j\omega + 1)(j\omega + 3) + 2(j\omega + 6)}$$

Þetta má laga til og rita:

$$\Rightarrow T(j\omega) = \frac{12 + j2\omega}{(12 - 4\omega^2) + j(5\omega - \omega^3)}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} T(\omega) = 1 \text{ eða } 0 \text{ dB}$$

Bandviddin rætst af gildi ω þegar
mögnum $T(j\omega)$ hefur leikið um 3 dB, þ.e.

$$|T(j\omega)| = -3 \text{ dB þegar } \omega \approx 2,6$$

Bandviddin er þá:

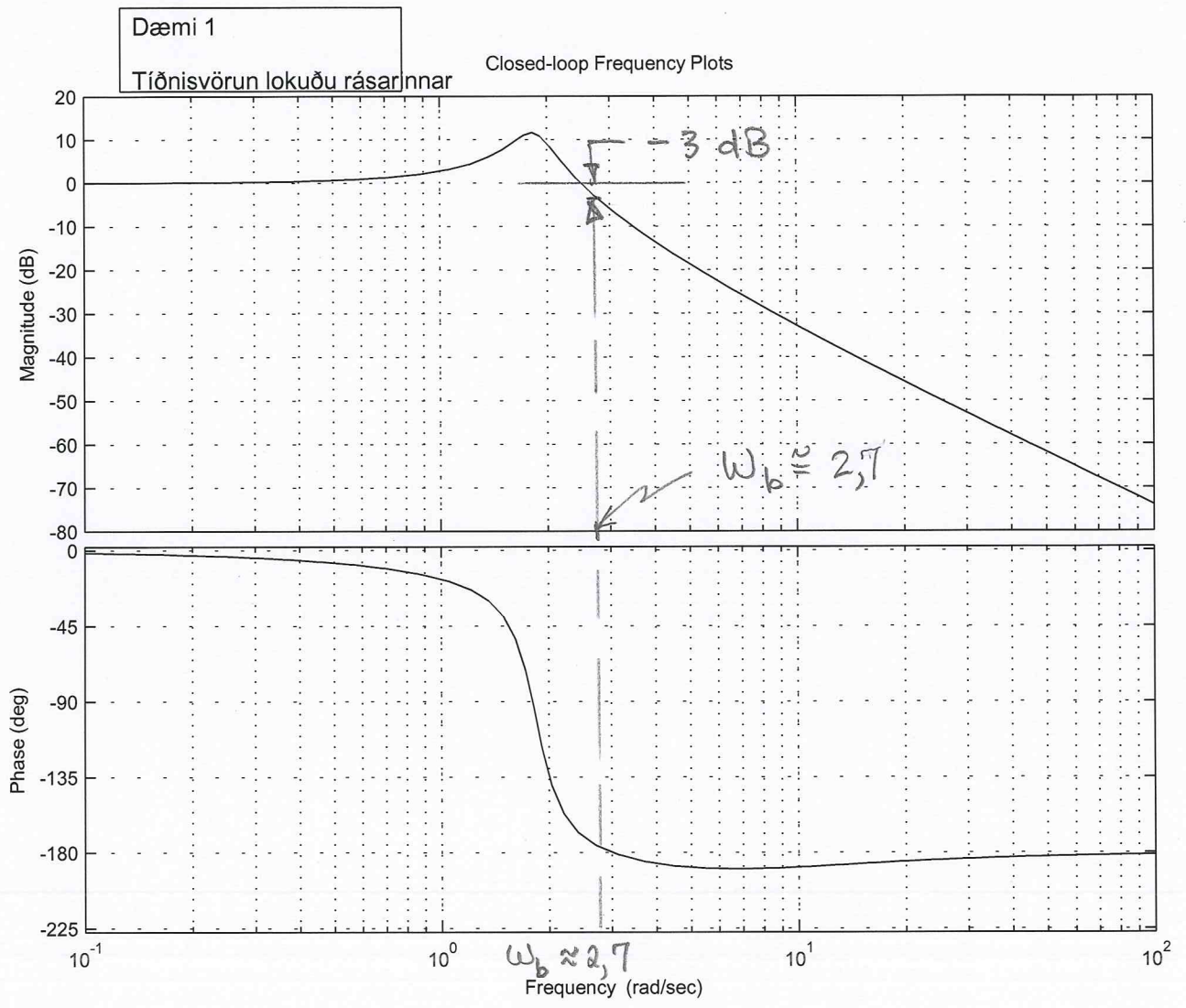
$$\omega_b \approx 2,6 \text{ rad/set.}$$

(e) Samkvæmt Bode myndinni verður

$$\Rightarrow \text{fasahornit } -180^\circ \text{ í } \omega = 3 \text{ rad}$$

Ef mögnum er aukin um 9,5 dB
verður hún um 0 dB á þessari
titni og kerfið er óstöðugt.

5)



Dæmi 2 (40%)

$$(a) \quad G(j\omega) = \frac{K j\omega}{(j\omega + 2)(j\omega + 10)}$$

þar sem $\omega = 2$ og $\omega = 10$ eru brottstíðir núll! $s = 0$;

Í lágstíðni má rita: $G(j\omega) \approx \frac{K j\omega}{20}$

$$G(j0,1) = j \frac{K \cdot 0,1}{20}$$

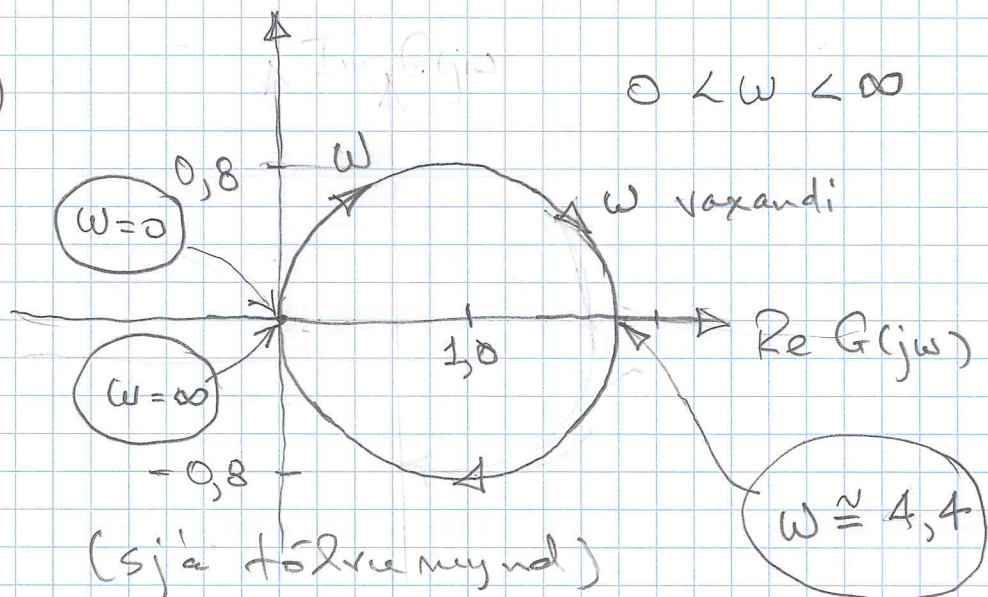
finn K met því að velja lágst gildi ω , t.d. $\omega = 0,1$

$$20 \log |G(0,1j)| = \log K - \log(200) = -20 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \log K = -46 - 20 = \underline{\underline{26 \text{ dB}}}$$

$$\underline{K = 20}$$

(b)

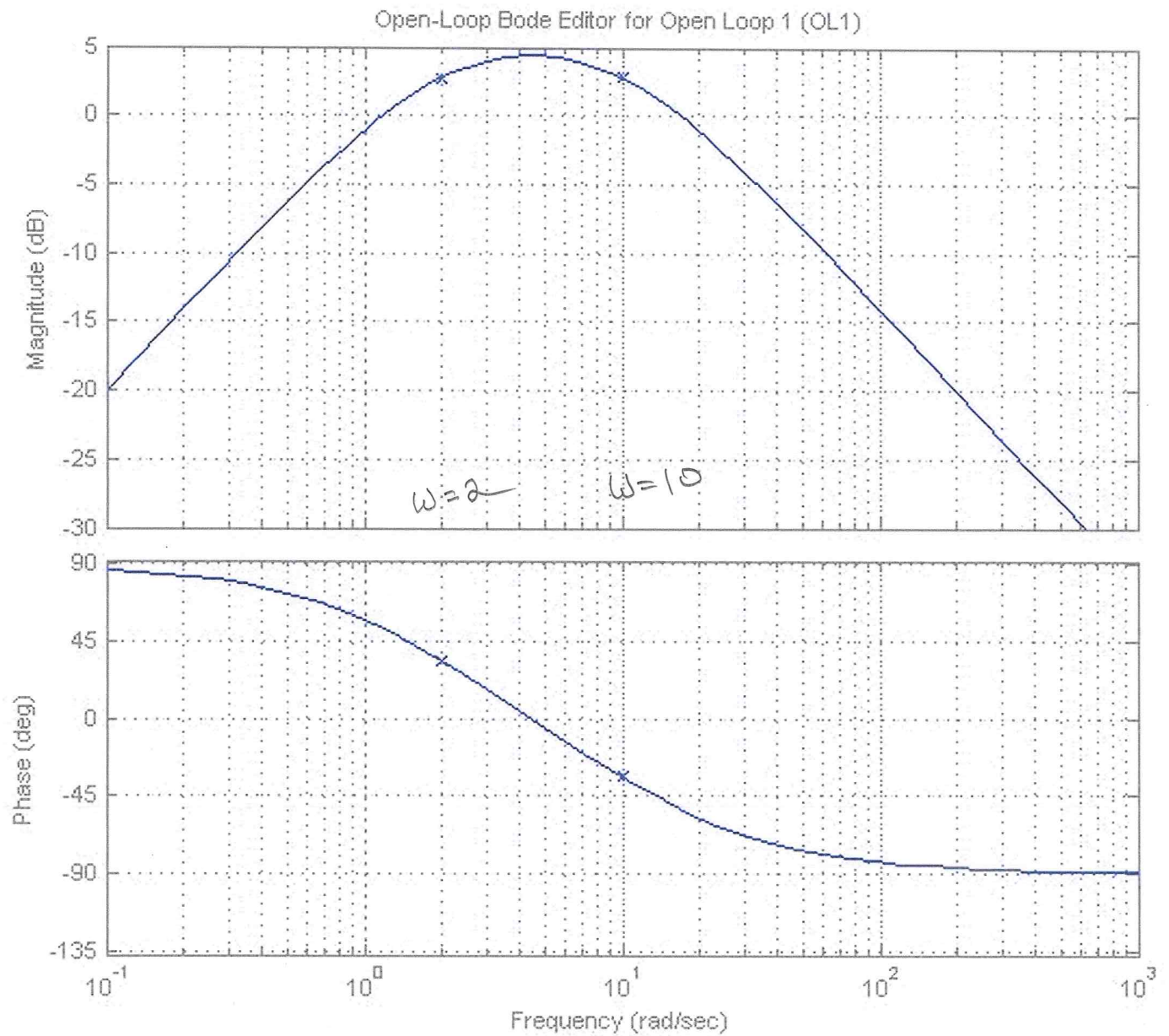


(c)

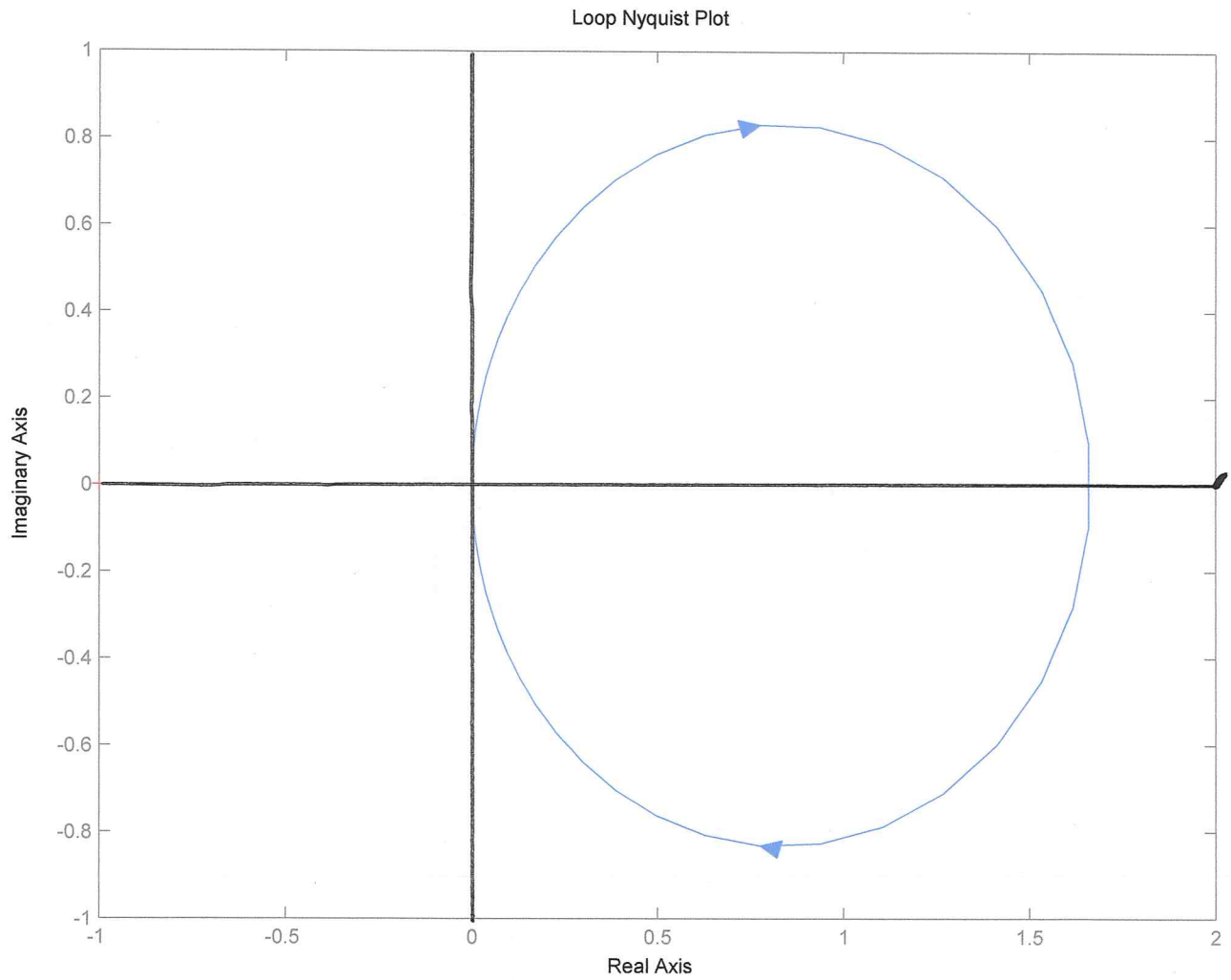
$$T(0) = 0 \quad \text{statísk mögnun er } 0$$

enda hefur kerfið sér eins og diffur
a lágstíðni.

Dæmi 2 - Bode mynd af svörun opnu rásarinnar.



(b) Pólmengd af tíðnisvörnum opnu
rásarinnar



8)

Mögnun og fasaöryggi kerfisins í dæmi 2.

G.M. = gain margin = ∞

P.M. = phase margin = 127 gr.

