TUGAS BESAR 1

IF2123 ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI

SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA

SEMESTER 1 TAHUN 2020/2021

oleh

Rayhan Alghifari Fauzta / 13519039

Irvin Andryan Pratomo / 13519162

Reyhan Emyr Arrosyid / 13519167

PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

BANDUNG

2020

BAB I

DESKRIPSI MASALAH

Tugas besar ini merupakan salah satu bentuk pengaplikasian konsep sistem persamaan linier dan determinan yang telah dipelajari di kuliah. Pada tugas ini, mahasiswa diminta untuk membuat sebuah program yang dapat menerima input berbentuk matriks serta melakukan manipulasi dan operasi terhadap matriks tersebut.

Berikut gambaran spesifikasi program:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah *m*, *n*, koefisien *aij*, dan *bi*. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8 10 12
   -3 7 8.3 11 -4
   0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah *n* dan koefisien *aij*. Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8 10
   -3 7 8.3 11
   0.5 -10 -9 12

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah *n*, (*x*0, *y*0), (*x*1, *y*1), ..., (*xn*, *yn*), dan nilai *x* yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

   8.0 2.0794
   9.0 2.1972
   9.5 2.2513

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah *n* (jumlah peubah *x*), semua nilai-nilai *x*1*i*, *x*2*i*, ..., *xni*, nilai *yi*, dan nilai-nilai *xk* yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

5. Untuk persoalan SPL, luaran (*output*) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x4 = -2$, $x3 = 2s - t$, $x2 = s$, dan $x1 = t$.)

6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing

7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada *x* yang diberikan.

8. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file**.

9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.

10. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).

11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

    MENU
    1. Sistem Persamaaan Linier
    2. Determinan
    3. Matriks balikan
    4. Interpolasi Polinom
    5. Regresi linier berganda
    6. Keluar

    Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

BAB II

TEORI SINGKAT

Eliminasi Gauss dan Gauss Jordan

Eliminasi Gauss yang ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss adalah salah satu metode untuk mencari solusi sistem persamaan linear dengan memanfaatkan matriks. Sistem persamaan linear tersebut diimplementasikan ke dalam matriks augmented, seperti contoh berikut.

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 6x_3 &= 9 \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 &= 7 \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= -2 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & -6 & 9 \\ 2 & -6 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

Dalam eliminasi Gauss kemudian dilakukan operasi baris elementer (OBE) terhadap matriks augmented tersebut sehingga diperoleh matriks eselon baris, yaitu matriks segitiga atas dengan elemen $M_{ij} = 1$, saat i = j.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Dari matriks eselon baris tersebut diperoleh solusi SPL sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x_1 + 3/2x_2 - 1/2x_3 &= 5/2 && \text{(i)} \\ x_2 + 1/2x_3 &= 7/2 && \text{(ii)} \\ x_3 &= 3 && \text{(iii)} \end{aligned}$$

Selesaikan dengan teknik penyulihan mundur sbb:

(iii) $x_3 = 3$

(ii) $x_2 + 1/2x_3 = 7/2 \rightarrow x_2 = 7/2 - 1/2(3) = 2$

(i) $x_1 + 3/2x_2 - 1/2x_3 = 5/2 \rightarrow x_1 = 5/2 - 3/2\,(2) - 1/2\,(3) = 1$

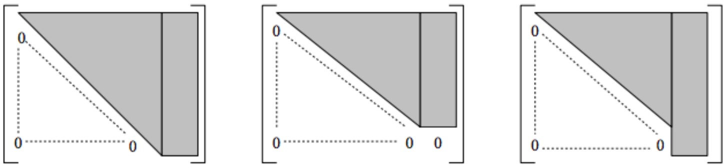
Solusi: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$

Eliminasi Gauss-Jordan adalah lanjutan dari metode eliminasi Gauss yang dikembangkan oleh Wilhelm Jordan. Metode ini memanfaatkan bentuk matriks eselon baris dari eliminasi Gauss dan melakukan OBE lebih lanjut sehingga diperoleh bentuk matriks eselon baris tereduksi

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Dari matriks eselon baris tereduksi tersebut, diperoleh $X_1 = 1$, $X_2 = 2$, dan $X_3 = 3$.

Bentuk matriks eselon baris yang dihasilkan dari eliminasi Gauss atau Gauss-Jordan, dapat digunakan untuk menentukan kemungkinan solusi dari sistem persamaan linear yang ada. Bentuk-bentuk tersebut adalah sebagai berikut.



Solusi unik   Solusi banyak   Tidak ada solusi

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriks Balikan

Matriks balikan atau invers adalah teorema matriks yang menyatakan bahwa jika suatu matriks A memiliki balikan berupa matriks B sedemikian sehingga

AB = BA = I

Matriks invers dapat disimbolkan dengan tanda A^{-1}, sehingga sifat matriksnya menjadi

$AA^{-1} = A^{-1}A = I$

Untuk suatu matriks 2x2 balikannya dapat diperoleh dengan cara berikut

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

dengan syarat $ad - bc \neq 0$

ad – bc dalam perhitungan tersebut adalah determinan dari matriks A, sehingga apabila sebuah matriks memiliki determinan 0, maka matriks tersebut tidak memiliki balikan. Untuk matriks berukuran nxn, balikannya dapat dihitung dengan menggunakan memanfaatkan metode Gauss-Jordan.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Dari bentuk tersebut, dilakukan OBE sehingga diperoleh :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -40 & 16 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}\right) = (I|A^{-1})$$

Maka, balikan dari matriks A adalah :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Determinan

Misalkan A adalah sebuah matriks berukuran nxn,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Maka, determinan dari matriks A dapat dilambangkan sebagai

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinan dari sebuah matriks nxn dapat dicari dengan memanfaatkan matriks segitiga (upper triangular atau lower triangular).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \Longrightarrow \det(A) = a_{11}a_{22}\,a_{33}a_{44}$$

Hal-hal yang menjadi teorema dari determinan matriks adalah sebagai berikut:

1. Jika A mengandung baris / kolom yang semua anggotanya nol, maka det(A) = 0
2. Jika A^T adalah transpose matriks A, maka det(A) = det(A^T)
3. Jika A = BC, maka det(A) = det(B)det(C)
4. Matriks memiliki balikan jika det(A) $\neq$ 0
5. det(A^{-1}) = 1/det(A)

Matriks Kofaktor dan Adjoint Matriks

Misalkan A adalah matriks nxn dan C_{ij} adalah kofaktor entri a_{ij}, maka kofaktor matriks A adalah

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Adjoint dari matriks A adalah transpose dari matriks kofaktor A. Adjoin matriks dapat dimanfaatkan untuk mencari matriks balikan, menggunakan persamaan sebagai berikut

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

Kaidah Cramer

Jika Ax = b adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dan n variabel / peubah, sedemikian sehingga det(A) ≠ 0, maka SPL tersebut memiliki solusi unik, yaitu

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j matriks A dengan

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Interpolasi Polinom

Pada interpolasi polinom, diberikan sebuah n+1 buah titik (X_0, Y_0), …., (X_n, Y_n) sedemikian sehingga terdapat $P_n(X_i)$ yang menginterpolasikan himpunan titik-titik $\{(X_0, Y_0), \ldots, (X_n, Y_n)\}$. $P_n(X_i)$ dapat digunakan untuk memprediksi nilai Y dari suatu nilai X pada selang $[X_0 \ldots X_n]$. Dalam persamaan Lagrange, polynomial p(x) dapat diperoleh sebagai berikut

$$p(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\cdots(x_0-x_n)}y_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\cdots(x_1-x_n)}y_1 + \ldots + \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\cdots(x_n-x_{n-1})}y_n$$

Dengan menggunakan matriks, interpolasi polinomial dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} x_0^n & x_0^{n-1} & x_0^{n-2} & \ldots & x_0 & 1 \\ x_1^n & x_1^{n-1} & x_1^{n-2} & \ldots & x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_n^n & x_n^{n-1} & x_n^{n-2} & \ldots & x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}.$$

Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda digunakan untuk menjelaskan hubungan suatu variabel tak bebas (Y) dengan dua atau lebih variabel bebas (X_1, X_2, X_3, …,X_n). Regresi linier berganda bertujuan untuk memprediksi nilai dari variabel tak bebas (Y), jika nilai-nilai variabel bebasnya (X) diketahui. Secara matematik, regresi linier berganda dapat dituliskan sebagai berikut

$Y = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \ldots + b_n X_{ni}$

Regresi linier berganda juga dapat diselesaikan dengan menggunakan matriks. Misalkan suatu persamaan regresi sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
&an + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 = \sum Y \\
&a \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 = \sum X_1 Y \\
&a \sum X_2 + b_1 \sum X_2 X_1 + b_2 \sum X_2^2 = \sum X_2 Y
\end{aligned}
$$

Sebagai contoh, persamaan tersebut dapat dituliskan seperti ini :

$$
\begin{aligned}
&m_{11} a + m_{12} b_1 + m_{13} b_2 = h_1 \\
&m_{21} a + m_{22} b_1 + m_{23} b_2 = h_2 \\
&m_{31} a + m_{32} b_1 + m_{33} b_2 = h_3
\end{aligned}
$$

Dalam tugas ini, bentuk persamaan tersebut dapat dibuat matriks yang digunakan untuk melakukan penyelesaian dengan metode eliminasi Gauss.

BAB III

IMPLEMENTASI PROGRAM

3.1. Class Matriks

3.1.1. Atribut

int M {Jumlah baris dari matriks}
int N {Jumlah baris dari matriks}
double[][] Mat {Nilai-nilai matriks dalam array dua dimensi}

3.1.2. Method

Matriks (int M, int N) { Konstruktor Matriks, membentuk matriks kosong dengan ukuran MxN }
Matriks (File f) { Membaca matriks dari sebuah file }
Matriks (double [ ][ ] A) { Membentuk matriks dari array 2 dimensi }
Matriks clone () { Membentuk matriks baru hasil copy matriks input }
Void inputMatriks () { I.S. M dan N terdefinisi } { F.S. Terbentuk Matriks berukuran M x N dengan input dari pengguna }
Void printMatriks () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Matriks ditampilkan di layar }
Void swapRow (int i, int j) { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Matriks memiliki baris yang sudah ditukar posisinya }
int leadingCoef (int i) { Mencari dan mengembalikan indeks kolom leading coefficient di baris i }
boolean rowZero (int i) { Melakukan cek apakah satu baris bernilai nol semua atau tidak }
Void gauss () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Terbentuk matriks eselon baris }

Void gaussJordan () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Terbentuk matriks eselon baris tereduksi }
Matriks transpose () { Mengembalikan matriks transpose }
Matriks getCofactorMatriks () { Mengembalikan matriks kofaktor }
double detRowReduction () { Menghitung determinan matriks menggunakan metode reduksi baris, dan mengembalikan nilainya (prekondisi : matriks persegi) }
double detCofactor () { Menghitung determinan matriks menggunakan metode kofaktor dan mengembalikan nilainya (prekondisi : matriks persegi) }
Matriks inverseCofactor () { Mengembalikan matriks balikan dengan metode ekspansi kofaktor (prekondisi: matriks persegi dan determinan tidak 0) }
Matriks inverseGaussJordan { Mengembalikan matriks balikan dengan metode gauss jordan (prekondisi: matriks persegi dan determinan tidak 0) }

3.2. Class InverseSolver

3.2.1. Atribut

Matriks mat {Matriks yang akan dicari inversenya}
Matriks inv {Matriks inverse yang didapat dari mat}
boolean toFile {Nilai boolean untuk menandakan output program ke file atau layar}

3.2.2. Method

InverseSolver () { Konstruktor yang menerima input matriks dari file atau dari keyboard pengguna }
Void printInv () { I.S. Inverse matriks terdifinisi } { F.S. Inverse matriks ditulis ke layar pengguna atau ke dalam file }
Void solveCofactor () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S Inverse matriks terbentuk dengan metode kofaktor }

Void solveGaussJordan () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Inverse matriks terbentuk dengan metode gauss jordan }

3.3. Class DeterminanSolver

3.3.1. Atribut

Matriks mat {Matriks yang akan dicari determinannya}
double det {Nilai determinan yang didapat dari mat}
boolean toFile {Nilai boolean untuk menandakan output program ke file atau layar}

3.3.2. Method

DeterminanSolver () { Menerima input matriks dari file atau keyboard pengguna }
Void printDet () { I.S. Determinan matriks terdefinisi } { F.S. Determinan matriks ditulis ke layar pengguna atau ke dalam file }
Void solveCofactor () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Determinan matriks dihasilkan dengan metode ekspansi kofaktor }
Void solveRowRed () { I.S. Matriks terdefinisi } { F.S. Determinan matriks dihasilkan dengan metode reduksi baris }

3.4. Class SPLSolver

3.4.1. Atribut

Matriks mat {Matriks augmented yang akan dicari solusinya}
double[] solutions {Solusi dari SPL}
boolean toFile {Nilai boolean untuk menandakan output program ke file atau layar}

3.4.2. Method

SPLSolver () { Menerima input SPL dari file atau keyboard pengguna }
Void printSols () { I.S. Solusi SPL terdefinisi dan merupakan solusi unik } { F.S. Solusi SPL dituliskan ke layar pengguna atau ke dalam file }
Void printParametrik () { I.S. Solusi SPL terdefinisi dan merupakan solusi banyak } { F.S. Solusi parametrik SPL dituliskan ke layar pengguna atau ke dalam file }
Void cramer () { I.S. Matriks SPL terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi SPL menggunakan metode cramer }
Void gauss () { I.S. Matriks SPL terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi SPL menggunakan metode gauss }
Void gaussJordan () { I.S. Matriks SPL terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi SPL menggunakan metode gauss jordan }
Void inverse () { I.S. Matriks SPL terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi SPL menggunakan metode inverse }

3.5. Class LinearRegression

3.5.1. Atribut

Matriks mat {Matriks yang berisi SPL *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*}
double[] xk {Nilai-nilai xk untuk menghitung taksiran}
boolean toFile {Nilai boolean untuk menandakan output program ke file atau layar}

3.5.2. Method

LinearRegression () { Menerima input titik-titik dari file atau keyboard pengguna dan menyimpannya ke dalam matriks }
Void LRSolve () { I.S. Matriks regresi linear terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi regresi linier dengan metode gauss pada matriks dan

menuliskannya ke layar pengguna atau ke dalam file }

3.6. Class Interpolasi

3.6.1. Atribut

Matriks mat {Matriks yang berisi SPL dari persamaan polinom}
double x {Nilai x yang akan ditaksir hasilnya}
boolean toFile {Nilai boolean untuk menandakan output program ke file atau layar}

3.6.2. Method

Interpolasi () { Menerima input titik-titik dari file atau keyboard pengguna dan menyimpannya ke dalam matriks }
Void solve () { I.S. Matriks berisi titik-titik input dari file atau keyboard pengguna terdefinisi } { F.S. Terbentuk solusi interpolasi dengan metode gauss pada matriks dan menuliskannya ke layar pengguna atau ke dalam file }

3.7 Garis Besar Program

Secara umum, program akan menampilkan menu pilihan, pengguna kemudian memasukkan pilihannya dalam bentuk angka, setelah itu pengguna akan diminta untuk memberikan data-data yang diperlukan, dapat berupa file ataupun masukan dari keyboard. Setelah itu, program akan melakukan perhitungan sesuai dengan masukan pengguna, misal menghitung determinan sebuah matriks. Setelah itu program akan mengeluarkan hasil sesuai dengan pilihan, keluaran dapat ditampilkan di layar ataupun juga ke dalam sebuah file.

BAB IV

EKSPERIMEN

1

a

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 1
SPL tidak memiliki solusi
```

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 2
SPL tidak memiliki solusi
```

b

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 1

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 3.0 + s
X2 = 2.0s
X3 = r
X4 = -1.0 + s
X5 = s
```

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 2

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 3.0 + s
X2 = 2.0s
X3 = r
X4 = -1.0 + s
X5 = s
```

c

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 1

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = r
X2 = 1.0 - 1.0t
X3 = s
X4 = -2.0 - 1.0t
X5 = 1.0 + t
X6 = t
```

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 2

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = r
X2 = 1.0 - 1.0t
X3 = s
X4 = -2.0 - 1.0t
X5 = 1.0 + t
X6 = t
```

d

n = 6 :

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 3

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 8.080835703092752
X2 = -23.558849265341944
X3 = -31.735397070348398
X4 = 108.01793918185997
X5 = -43.69940932286645
X6 = -17.952854951421955
```

```
Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 4

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 8.080835703092752
X2 = -23.558849265341948
X3 = -31.735397070348398
X4 = 108.01793918185999
X5 = -43.69940932286645
X6 = -17.9528549514219 6
```

		n = 10 : Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 3 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = 8.092524298258368 X2 = -22.433567171676486 X3 = -1.3507806785810317 X4 = -14.128309430659485 X5 = 18.347173805024283 X6 = 41.72976896283076 X7 = 5.338138809992984 X8 = 42.20421492234456 X9 = -3.8111251651205293 X10 = -81.48005388379003 Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 4 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = 8.09252429825913 X2 = -22.43356717167818 X3 = -1.3507806785830772 X4 = -14.128309430659428 X5 = 18.347173805026873 X6 = 41.72976896283324 X7 = 5.338138809994221 X8 = 42.20421492234699 X9 = -3.811125165122186 X10 = -81.48005388379529
2	a	Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 1 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = -1.0 + s X2 = 2.0r X3 = r X4 = s Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 2 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = -1.0 + s X2 = 2.0r X3 = r X4 = s
	b	Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 1 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = 0.0 X2 = 2.0 X3 = 1.0 X4 = 1.0 Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 2 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = 0.0 X2 = 2.0 X3 = 1.0 X4 = 1.0
3	a	Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 3 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = -0.22432432432432434 X2 = 0.18243243243243243 X3 = 0.7094594594594594 X4 = -0.258108108108108 Sisten Persamaan Linier 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Pilihan: 4 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 X1 = -0.22432432432432434 X2 = 0.18243243243243243 X3 = 0.7094594594594594 X4 = -0.2581081081081081

<table>
<tr><td></td><td>b</td><td>Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 1
SPL tidak memiliki solusi

Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 2
SPL tidak memiliki solusi</td></tr>
<tr><td colspan="2">4</td><td>Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 1

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 6.956521739130435
X2 = -5.217391304347829
X3 = -1.7391304347826058
X4 = -6.956521739130435
X5 = -1.7391304347826058
X6 = -1.7391304347826058
X7 = 165.21739130434776
X8 = 147.82608695652172
X9 = 139.1304347826087
X10 = 113.04347826086958

Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 2

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 6.9565217391304355
X2 = -5.217391304347825
X3 = -1.7391304347826075
X4 = -6.9565217391304355
X5 = -1.7391304347826075
X6 = -1.7391304347826075
X7 = 165.21739130434776
X8 = 147.82608695652172
X9 = 139.1304347826087
X10 = 113.04347826086958

Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 3

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 6.956521739130435
X2 = -5.217391304347823
X3 = -1.739130434782609
X4 = -6.956521739130435
X5 = -1.739130434782609
X6 = -1.739130434782609
X7 = 165.2173913043478
X8 = 147.82608695652172
X9 = 139.1304347826087
X10 = 113.04347826086958

Sisten Persamaan Linier
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
Pilihan: 4

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
X1 = 6.956521739130435
X2 = -5.217391304347826
X3 = -1.7391304347826086
X4 = -6.9565217391304355
X5 = -1.7391304347826086
X6 = -1.7391304347826086
X7 = 165.21739130434784
X8 = 147.82608695652175
X9 = 139.13043478260872
X10 = 113.04347826086959</td></tr>
<tr><td colspan="2">5</td><td>Nilai x yang akan ditaksir: 0.2

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
Persamaan polinom:
-0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0260x^4

Nilai taksiran: 0.0330

Nilai x yang akan ditaksir: 0.55

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
Persamaan polinom:
-0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0260x^4

Nilai taksiran: 0.1711

Nilai x yang akan ditaksir: 0.85

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
Persamaan polinom:
-0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0260x^4

Nilai taksiran: 0.3372

Nilai x yang akan ditaksir: 1.28

1. Output ke layar
2. Output ke file
Pilihan: 1
Persamaan polinom:
-0.0230 + 0.2400x + 0.1974x^2 + 0.0260x^4

Nilai taksiran: 0.6775</td></tr>
<tr><td colspan="2">6</td><td>25/05/2020 :</td></tr>
</table>

	Nilai x yang akan ditaksir: 5.806 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan polinom: 227096353.2909 - 415842608.5817x + 318150045.0401x^2 - 136003277.2104x^3 + 36176037.4468x^4 - 6249554.2438x^5 + 704212.2555x^6 - 50061.9531x^7 + 2041.9197x^8 - 36.4710x^9 Nilai taksiran: 22794.6910 30/08/2020 : Nilai x yang akan ditaksir: 8.967 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan polinom: 227096353.2909 - 415842608.5817x + 318150045.0401x^2 - 136003277.2104x^3 + 36176037.4468x^4 - 6249554.2438x^5 + 704212.2555x^6 - 50061.9531x^7 + 2041.9197x^8 - 36.4710x^9 Nilai taksiran: 175729.2952 15/09/2020: Nilai x yang akan ditaksir: 9.500 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan polinom: 227096353.2909 - 415842608.5817x + 318150045.0401x^2 - 136003277.2104x^3 + 36176037.4468x^4 - 6249554.2438x^5 + 704212.2555x^6 - 50061.9531x^7 + 2041.9197x^8 - 36.4710x^9 Nilai taksiran: 68216.4266 17/08/2020: Nilai x yang akan ditaksir: 8.566 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan polinom: 227096353.2909 - 415842608.5817x + 318150045.0401x^2 - 136003277.2104x^3 + 36176037.4468x^4 - 6249554.2438x^5 + 704212.2555x^6 - 50061.9531x^7 + 2041.9197x^8 - 36.4710x^9 Nilai taksiran: 146540.6055
7	1. Sistem Persamaaan Linier 2. Determinan 3. Matriks balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Regresi linier berganda 6. Keluar Pilihan: 4 1. Input dari keyboard 2. Input dari file Pilihan: 2 Nilai x yang akan ditaksir: 1.5 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan polinom: + 2.0347x - 3.5499x^2 + 3.2329x^3 - 1.4188x^4 + 0.2358x^5 Nilai taksiran: 0.5835

8	1. Sistem Persamaaan Linier 2. Determinan 3. Matriks balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Regresi linier berganda 6. Keluar Pilihan: 5 1. Input dari keyboard 2. Input dari file Pilihan: 2 Masukkan x1: 50 Masukkan x2: 76 Masukkan x3: 29.30 1. Output ke layar 2. Output ke file Pilihan: 1 Persamaan regresi: -3.5078 - 0.0026x1 + 0.0008x2 + 0.1542x3 Nilai taksiran: 0.9384

BAB V

KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

5.1. Kesimpulan

Setelah melalui proses pengerjaan dan pengujian, program untuk menghitung sistem persamaan linier, determinan, dan aplikasinya berhasil dibuat menggunakan bahasa pemrograman Java. Secara umum, program dapat menerima input dari pengguna melalui *keyboard* dan melalui file. Seluruh fitur berhasil diimplementasikan pada program yang terdiri atas:

1) Memecahkan sistem persamaan linier menggunakan metode eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, matriks balikan, dan kaidah Cramer.
2) Melakukan pembalikan matriks dan menghitung determinan menggunakan metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor.
3) Menghitung hasil fungsi menggunakan interpolasi polinom.
4) Melakukan regresi linear berganda dengan metode *normal equation* dan menghitung persamaan yang didapat menggunakan metode Gauss.

Sebagai tambahan, penggunaan GUI untuk interaksi dengan pengguna juga berhasil diimplementasikan pada proses input menggunakan file.

5.2 Saran

Program dapat diuji lebih lanjut dengan memberikan lebih banyak kasus uji yang beragam. Selain itu, modularitas program juga dapat ditingkatkan dengan membuat fungsi atau prosedur untuk lebih banyak subrutin. Penggunaan GUI juga dapat diimplementasikan untuk seluruh program demi meningkatkan *user-friendliness*.

5.3 Refleksi

Kondisi pembelajaran daring saat ini membuat penulis harus bekerja secara *remote* yang membutuhkan beberapa adaptasi. Meskipun tidak dapat bertemu langsung, penulis tetap dapat berkomunikasi satu sama lain dengan baik dan mengerjakan tugas relatif lancar. Penggunaan GitHub untuk berkolaborasi juga sangat membantu dalam pengerjaan tugas, dan mungkin dapat diimplementasikan pula untuk tugas-tugas berikutnya. Sebagai penutup, penulis berharap situasi pandemi ini dapat berlalu dalam waktu singkat dan kita semua dapat bertemu dan berinteraksi kembali secara langsung.

DAFTAR PUSTAKA

Munir, Rinaldi. 2020. IF2123 Aljabar Geometri http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/algeo20-21.htm. Diakses 23 September 2020

https://stackoverflow.com/, diakses 22 September 2020 hingga 1 Oktober 2020

https://www.geeksforgeeks.org/, diakses 24 September 2020 hingga 30 September 2020

https://www.w3schools.com/java/, diakses 19 September 2020 hingga 1 Oktober 2020