Для получившейся правильной рациональной дроби уже найдено ее разложение на элементарные дроби (см. формулу (19.33)):

$$\frac{x^2-1}{x(x^2+1)^2} = -\frac{1}{x} + \frac{2x}{(x^2+1)^2} + \frac{x}{x^2+1},$$

поэтому

$$\int \frac{x^6+2x^4+2x^2-1}{x(x^2+1)^2}\,dx = \int x\,dx - \int \frac{dx}{x} + \int \frac{2x\,dx}{(x^2+1)^2} + \int \frac{x}{x^2+1}\,dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} - \ln|x| + \int \frac{d(x^2+1)}{(x^2+1)^2} + \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{x^2}{2} - \ln|x| - \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C.$$

Следует иметь в виду, что указанный метод вычисления неопределенного интеграла от рациональной дроби является общим: с помощью его можно вычислить неопределенный интеграл от любой рациональной дроби, если можно получить конкретное разложение знаменателя на множители вида (19.10). Однако естественно, что в отдельных частных случаях бывает целесообразнее для значительного сокращения вычислений действовать иными путями.

Например, для вычисления интеграла $I = \int \frac{x^2\,dx}{(1-x^2)^3}$ проще не раскладывать подынтегральную функцию на элементарные дроби, а применить правило интегрирования по частям. Положив $u = x$, $dv = \frac{x\,dx}{(1-x^2)^3}$ и, следовательно, $du = dx$, $v = \frac{1}{4(1-x^2)^2}$, получим

$$I = -\frac{1}{2}\int x\frac{d(1-x^2)}{(1-x^2)^3} = \frac{x}{4(1-x^2)^2} - \frac{1}{4}\int \frac{1}{(1-x^2)^2}\,dx.$$