

$$p(w) = \sum_o p(w|o) p(o) \quad \begin{array}{l} w_+ : 0.9 \times 0.5 + 0.2 \times 0.5 = 0.55 \\ w_- : 0.8 \times 0.5 + 0.1 \times 0.5 = 0.45 \end{array}$$

$$p(o, -w, +f, -r, +a) = p(o) p(-w|o) p(+f|o, -w) \quad \text{ب)}$$

$$p(-r) p(+a|-r, +f) =$$

$$0.5 \times 0.1 \times 0.6 \times 0.8 \times 0.7 = 8 \times 21 \times 10^{-4} = 168 \times 10^{-4}$$

ج) ① درست، فونتان به شرط داشتن پیراشون از اعداد زوج متعلق

② نادرست، والد های یک فونتان به شرط درختن فونتان لزوما از هم مستقل نیستند

③ نادرست، یک فرد از فونتان به شرط درختن پیراشون لزوما از هم مستقل نیستند

④ درست، واضح است.

$$P(o|\neg A) \propto P(o, \neg A) = \sum_{r,f,w} P(o, \neg A, r, f, w) =$$

$$\sum_{r,f,w} P(o) P(\neg A|r, f) P(r) p(f|o, w) p(w|o) =$$

$$\sum_{r,f} P(o) p(\neg A|r, f) P(r) \sum_w p(f|o, w) p(w|o) =$$

$$\sum_{r,f} P(o) p(\neg A|r, f) P(r) f_1(f|o) = \sum_r P(o) p(r) f_2(\neg A|r, o) = P(o) f_3(\neg A|o)$$

$$A = \text{Transitions:} \quad \begin{array}{c} s \quad a \quad h \quad r \\ \begin{bmatrix} s & 0.4 & 0.1 & 0 & 0.5 \\ a & 0.4 & 0.4 & 0.2 & 0 \\ h & 0 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ r & 0.2 & 0 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$B = \text{emission:} \quad \begin{array}{c} B \quad H \quad P \quad L \\ \begin{bmatrix} s & 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \\ a & 0 & 1 & 0 & 0 \\ h & 0 & 0.1 & 0.9 & 0 \\ r & 0.2 & 0 & 0.1 & 0.7 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$0.4 \pi(s) + 0.4 \pi(a) + 0.2 \pi(r) = \pi(s)$$

$$\pi: 0.1 \pi(s) + 0.4 \pi(a) + 0.1 \pi(w) = \pi(a)$$

$$0.2 \pi(a) + 0.5 \pi(h) + 0.2 \pi(r) = \pi(h)$$

$$0.5 \pi(s) + 0.4 \pi(h) + 0.6 \pi(r) = \pi(r)$$

$$\text{also } \pi(s) + \pi(a) + \pi(h) + \pi(r) = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi(s) = 0.21 \\ \pi(a) = 0.06 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \pi(h) = 0.13 \\ \pi(r) = 0.62 \end{array} \right.$$

Subject:

Year: Month: Date:

$$S = X_0, a = X_1, h = X_2, r = X_3$$

$$B = Y_0, H = Y_1, P = Y_2, L = Y_3$$

$$a_1(X_0) = P(X_0)P(Y_0|X_0) = 0.21 \times 0.8$$

$$a_1(X_3) = P(X_3)P(Y_0|X_3) = 0.62 \times 0.2$$

$$a_2(X_0) = a_1(X_0)P(X_1|X_0)P(Y_0|X_0) + a_1(X_3)P(X_0|X_3)P(Y_0|X_0)$$

$$= 0.168 \times 0.4 \times 0.8 + 0.124 \times 0.2 \times 0.8 = 0.07$$

$$a_2(X_3) = a_1(X_0)P(X_3|X_0)P(Y_0|X_3) + a_1(X_3)P(X_3|X_3)P(Y_0|X_3)$$

$$= 0.168 \times 0.5 \times 0.2 + 0.124 \times 0.6 \times 0.2 = 0.0287$$

$$a_3(X_0) = a_2(X_0)P(X_0|X_0)P(Y_1|X_0) + a_2(X_3)P(X_0|X_3)P(Y_1|X_0)$$

$$= 0.07 \times 0.4 \times 0.2 + 0.0287 \times 0.2 \times 0.2 = 0.016$$

$$a_3(X_3) = a_2(X_0)P(X_3|X_0)P(Y_1|X_3) + a_2(X_3)P(X_3|X_3)P(Y_1|X_3)$$

$$= 0.07 \times 0.5 \times 0.7 + 0.0287 \times 0.6 \times 0.7 = 0.044$$

$$a_4(X_1) = a_3(X_0)P(X_1|X_0)P(Y_1|X_1) + a_3(X_3)P(X_1|X_3)P(Y_1|X_1)$$

$$= 0.016 \times 0.1 \times 1 + 0.044 \times 0 \times 1 = 0.0016$$

$$a_4(X_2) = a_3(X_0)P(X_2|X_0)P(Y_1|X_2) + a_3(X_3)P(X_2|X_3)P(Y_1|X_2)$$

$$= 0.016 \times 0 \times 0.1 + 0.044 \times 0.2 \times 0.1 = 0.0016 + 0.0028$$

$$P(Y_2=B, B, L, H) = a_4(X_1) + a_4(X_2) = 0.006$$

$$0.21 \times 0.4$$

(د) با توجه به نسبت الف که مربوط به forward است و این مسئله نسبت باقی است
 جمع سه عدد به دست می آید:

$$X_0 = S \rightarrow X_0 = S \rightarrow X_3 = r \rightarrow X_2 = h$$

$$\{S, S, r, h\}$$