سوال ۳:

decide $y=0$ if $\frac{P(x|y=0)}{P(x|y=1)} > \frac{\lambda_{12}-\lambda_{22}}{\lambda_{21}-\lambda_{11}} \frac{P(y=1)}{P(y=0)}$

$$\Leftrightarrow \frac{N(0,\sigma^2)}{N(2,\sigma^2)} > \frac{a-0}{a^2-0} = \frac{1}{a}$$

$$\Leftrightarrow a \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\sigma})^2} > \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-2}{\sigma})^2}$$

$$\overset{\ln}{\Leftrightarrow} \ln a - \frac{1}{2}(\frac{x}{\sigma})^2 > -\frac{1}{2}(\frac{x-2}{\sigma})^2$$

$$\Leftrightarrow \ln a > \frac{2x}{\sigma^2} - \frac{2}{\sigma^2}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{\sigma^2}{2}\ln a + 1$$

آستانه به حداقل رسیدن ریسک برابر $\frac{\sigma^2}{2}\ln a + 1$ می باشد.

با افزایش مقدار a، آستانه نیز افزایش می یابد و ناحیهٔ کلاس $y=0$ افزایش می یابد.