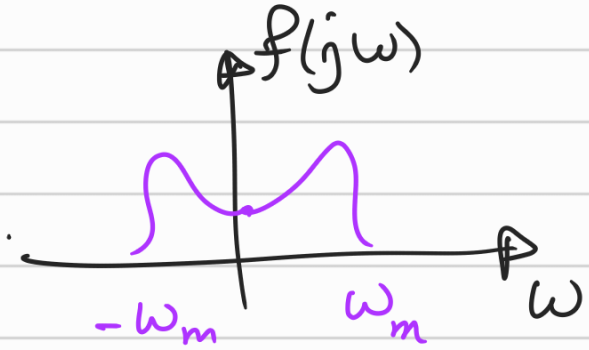
مدولاتورهای دامنه (Amplitude Modulation):

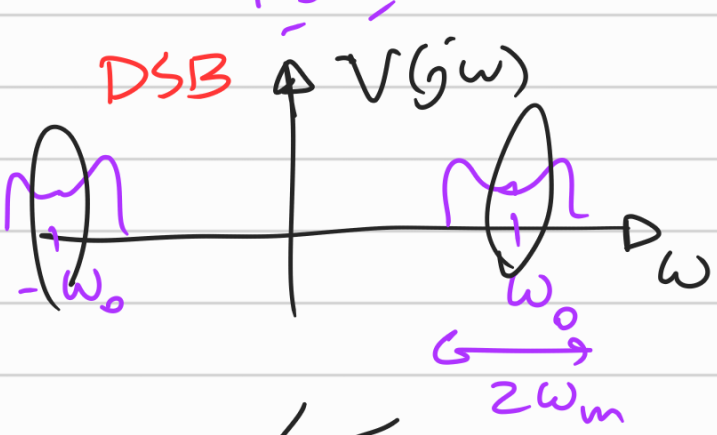
$$v(t) = A(1 + m f(t)) \cos\omega_0 t$$ مدولاسیون دامنه AM

$$v(t) = A f(t) \cos\omega_0 t$$ مدولاسیون DSB

$$v(t) = \frac{1}{2} A f(t) \cos\omega_0 t \pm \frac{1}{2} A \hat{f}(t) \sin\omega_0 t$$

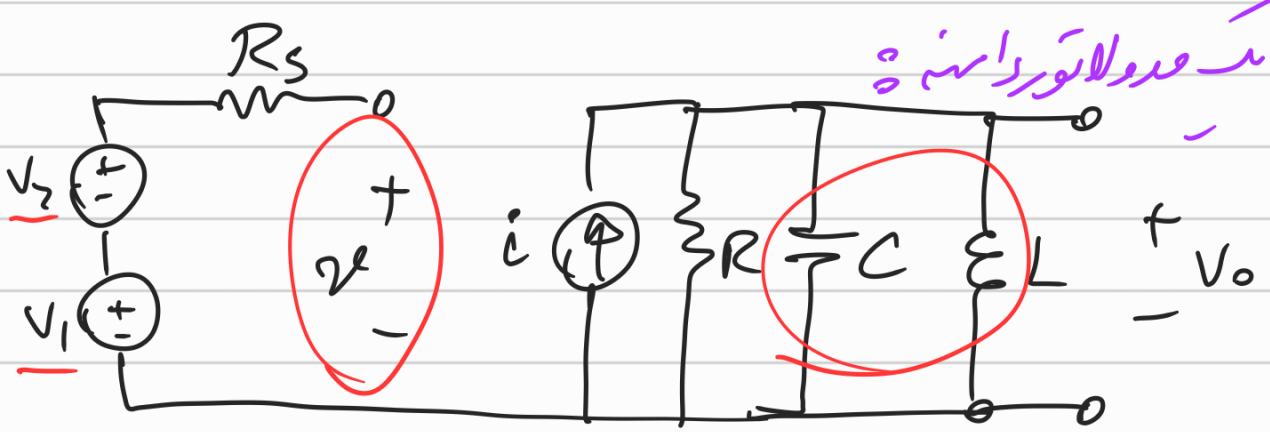
مدولاسیون SSB





از بین مدولاسیون‌های خطی فوق مدولاسیون دامنه به لحاظ آشکارسازی ساده‌تر است و به یک آشکارساز نویس قابل آشکارسازی است. درحالیکه مدولاسیون‌های DSB و SSB نیاز به آشکارساز سنکرون دارند که پیچیده و پرهزینه هستند.

طرح اولیه یک مدولاتور دامنه:



ساده‌ترین مدار مدولاتور دامنه یک ترانزیستور کنداکتانس غیرخطی مربعی به همراه مدار تشدید است. ورودی‌های مدولاتور سیگنال حامل و سیگنال پیام است.

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2$$

پیام — مدولاتور

داریم: $V_2(t) = A f(t)$ و $v_1(t) = V_1 \cos\omega_0 t$

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) = A f(t) + V_1 \cos\omega_0 t$$

$$i(t) = a_0 + a_1 [A f(t) + V_1 \cos\omega_0 t]$$
$$+ a_2 [V_1^2 \cos^2\omega_0 t + 2AV_1 f(t) \cos\omega_0 t + A^2 f^2(t)]$$

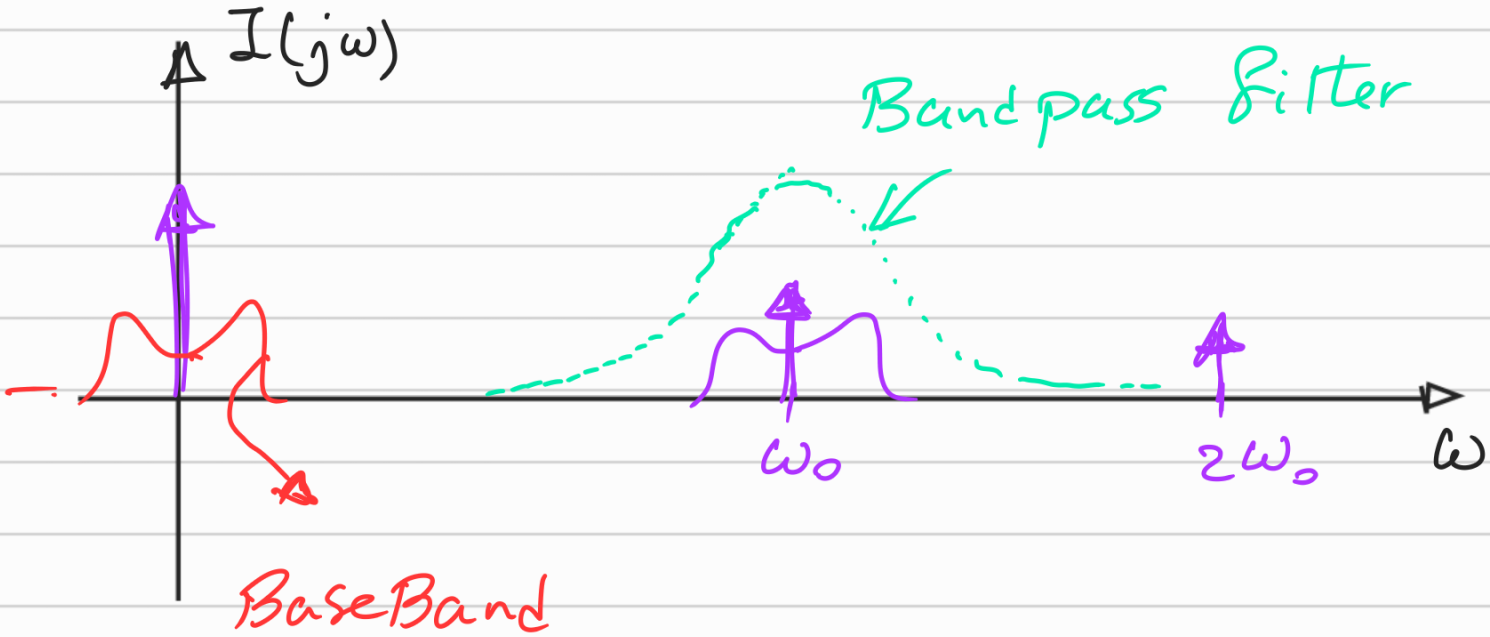
اگر مدار سلف و خازن در فرکانس $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ تنظیم شود و پهنای باند آن یعنی

$$B_w = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\omega_0}{R\omega_0 C} = 1/RC$$

اگر پهنای باند BW حداقل دو برابر پهنای باند پیام باشد خروجی مدار مدبرتی سیگنال مدوله شده AM را تولید می‌کند.

$$v_o(t) = R \cdot i_{BP}(t)$$

$$i(t) = \left(a_0 + \frac{a_2 V_1^2}{2}\right) + \left(a_1 A f(t) + a_2 A^2 f(t)^2\right)$$
$$+ a_1 V_1 \left(1 + 2A \frac{a_2}{a_1} f(t)\right) \cos(\omega_0 t)$$
$$+ \frac{a_2}{2} V_1 \cos(2\omega_0 t)$$



$$v_o(t) = a_1 V_1 R \left(1 + \frac{2A a_2}{a_1} f(t)\right) \cos \omega_0 t$$

$$m = \frac{2A a_2}{a_1}$$ اندیس مدولاسیون

امواج در مدولاسیون دامنه:

در مدل مدولاتور قبلی سیگنال پیام بدون امواج سوار کار می‌شود.
اگر در مشخصه غیرخطی ترانس‌کندانتانس تولید مرتبه سوم و بالاتر داشته
باشد داریم:

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + \cdots$$

$$i = a_0 + a_1 [V_1 \cos\omega_0 t + A f(t)]$$
$$+ a_2 [V_1 \cos\omega_0 t + A f(t)]^2$$
$$+ a_3 [V_1 \cos\omega_0 t + A f(t)]^3 + \cdots$$

$$i = a_0 + a_1 [V_1 \cos\omega_0 t + A f(t)]$$
$$+ a_2 [V_1^2 \cos^2\omega_0 t + 2AV_1 f(t) \quad \omega_0 t + A^2 f^2(t)]$$
$$+ a_3 [V_1^3 \cos^3\omega_0 t + 3V_1^2 \cos^2\omega_0 t . A f(t) + 3V_1 \cos\omega_0 t . A^2 f^2(t$$
$$+ A^3 f^3(t)] + \cdots$$

$$i_{BP}(t) = a_1 V_1 \cos\omega_0 t + 2a_2 A V_1 f(t) \cos\omega_0 t$$
$$+ \frac{3}{4} a_3 V_1^3 \cos\omega_0 t + 3a_3 V_1 A^2 f^2(t) \cos\omega_0 t$$

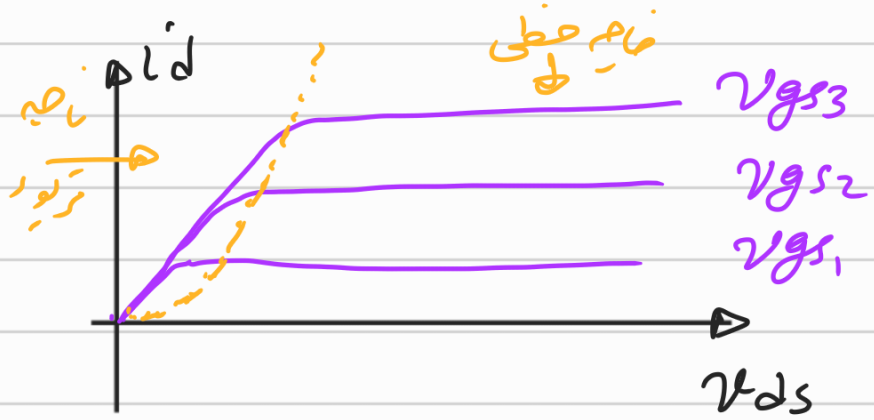
$$v_o(t) = R \cdot i_{BP}(t) = a_1 V_1 R \left(1 + \frac{3}{4}\frac{a_3}{a_1} V_1^3\right) \times$$

$$\left[1 + \frac{2\frac{a_2}{a_1}A}{1+\frac{3}{4}\frac{a_3}{a_1}V_1^2} f(t) + \frac{3\frac{a_3}{a_1}A^2}{1+\frac{3}{4}\frac{a_3}{a_1}V_1^2} f^2(t)\right]\cos\omega_0 t$$

علاوه بر اینکه اندیس مدولاسیون نسبت به مدولاتور قبلی تغییر کرد. توان دوم سیگنال پیام نیز مدوله شد که باعث اعوجاج می‌گردد. به این جمله مؤلفه اعوجاج پیام می‌گویند.

اگر جملات مرتبه بالاتر ترانس کنداکتانس را در نظر بگیریم از جمله توان چهارم مؤلفه دیگری اعوجاج پیام $f^3(t)$ و از جمله پنجم مؤلفه چهارم اعوجاج پیام $f^4(t)$ و ... ظاهر می‌گردد.

برای داشتن مدولاتور بدون اعوجاج می‌بایست ترانس کنداکتانس فقط شامل مؤلفه مربعی (مرتبه دوم) باشد.



مدولاتور آشکار میدان:

$$i_D = I_{DSS}\left(2\left(1-\frac{v_{GS}}{V_P}\right)\left(\frac{v_{DS}}{-V_P}\right)-\left(\frac{v_{DS}}{V_P}\right)^2\right)$$

سازوکار این در ناحیه تریود (غیرخطی)

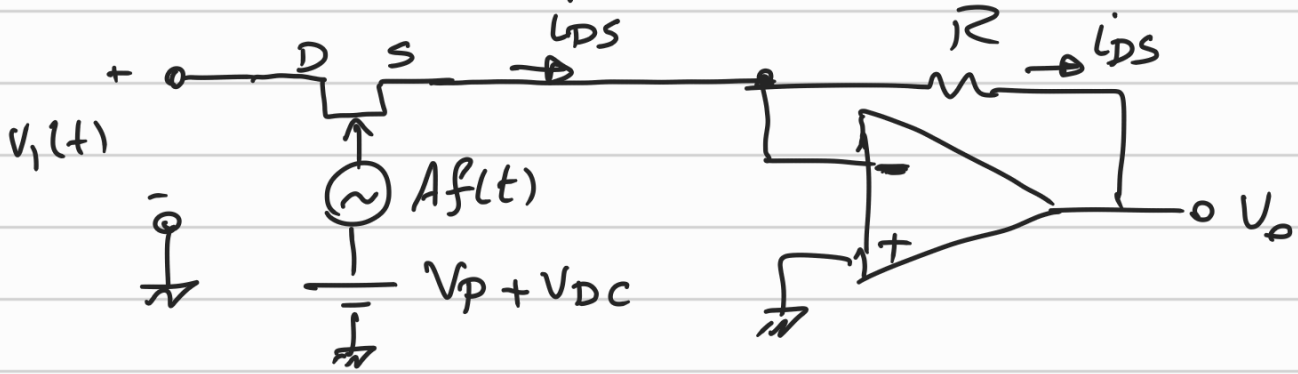
اگر از جمله توان دوم صرفنظر شود

$$\left|\frac{v_{DS}}{V_P}\right| \ll 2\left(1-\frac{V_{GS}}{V_P}\right)$$

$$i_D \simeq \frac{2I_{DSS}}{-V_P}\left(1-\frac{V_{GS}}{V_P}\right)v_{DS}$$

$$g_{ds} \simeq \frac{2I_{DSS}}{-V_P}\left(1-\frac{V_{GS}}{V_P}\right)$$

در این صورت FET در ناحیه تریود را می‌توان یک مقاومت کنترل شونده با ولتاژ V_{GS} در نظر گرفت. با افزایش ولتاژ V_{GS} هدایت g_{ds} افزایش و با عکس با کاهش ولتاژ V_{GS} هدایت g_{ds} کاهش می‌یابد.



$$v_{GS}(t) = v_g(t) - v_s(t) = Af(t) + V_P + V_{DC} - 0$$

سورس زمین مجازی شده است (به خاطر OPAMP)

$$g_{ds} = \frac{2I_{DSS}}{-V_P}\left(1 - \frac{Af(t) + V_P + V_{DC}}{V_P}\right)$$

$$g_{ds} = \frac{2I_{DSS}}{V_P}\left[\frac{Af(t) + V_{DC}}{V_P}\right]$$

$$v_o(t) = -R\, i_{DS}(t) = -R\left(g_{ds}(t)\, v_{DS}(t)\right)$$

$$= -R\,\frac{2I_{DSS}}{V_P}\left[\frac{Af(t) + V_{DC}}{V_P}\right] \cdot V_1 \cos\omega_0 t$$

$$= -R\,\frac{2I_{DSS}}{V_P^2} V_1 V_{DC}\left[1 + \frac{A}{V_{DC}} f(t)\right]\cos\omega_0 t$$

مشابه HW مدولاسیون AM را نشان می‌دهد با اندیس مدولاسیون

$$m = \frac{A}{V_{DC}}$$

برای اینکه FET در ناحیه وصل باقی بماند و عملکرد صحیح داشته باشد باید همواره:

$$V_P < v_{GS}(t) < 0$$

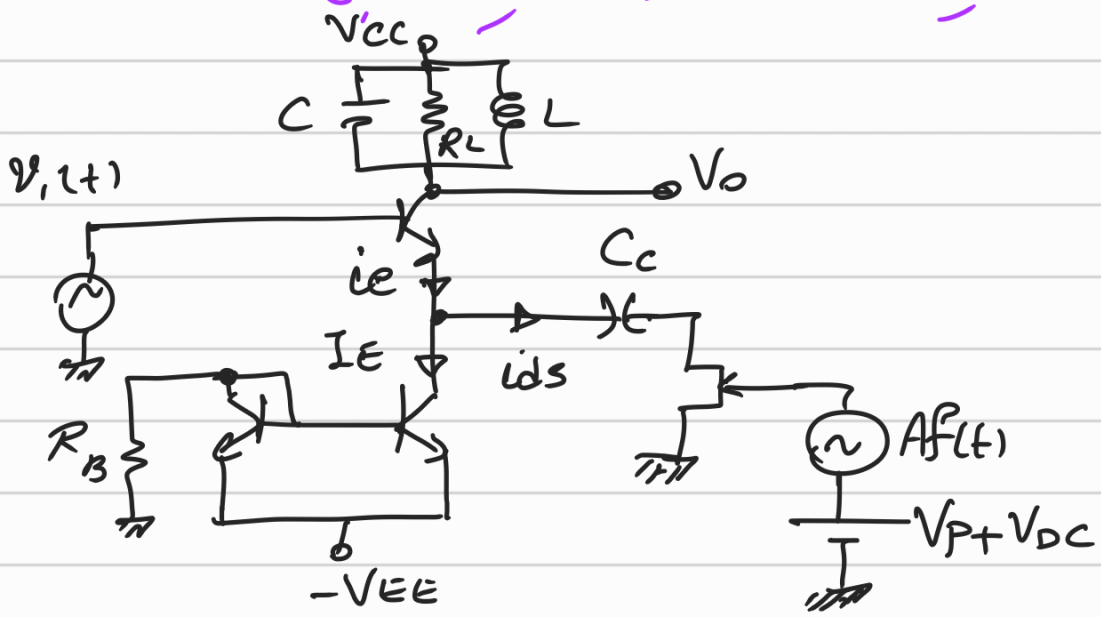
$$V_P < Af(t) + V_P + V_{DC} < 0$$

از طرفی فرض بر این است که دامنه پیام حداکثر یک باشد: $-1 \le f(t) \le 1$

$$\begin{cases} A + V_P + V_{DC} < 0 \\ V_P < -A + V_P + V_{DC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + V_{DC} < |V_P| \\ A < V_{DC} \end{cases}$$

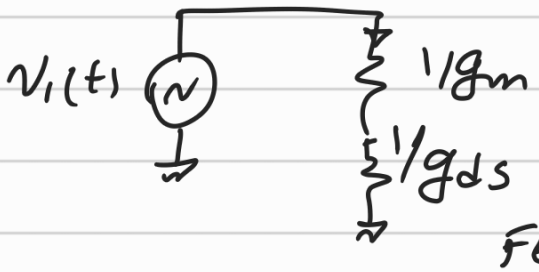
توجه شود که برای باقی ماندن مدولاتور در ناحیه مقاومت متغیر باید V_{ds} سیگنال کوچک باشد. استفاده از OPAMP مزاحمتی کار این مدولاتور را محدود می کند.

مدولاتور دامنه با ترانزیستور FET و ترانزیستور دوقطبی؟



$$i_e(t) = I_E + g_{ds} V_1(t)$$

اگر $g_m >> g_{ds}$

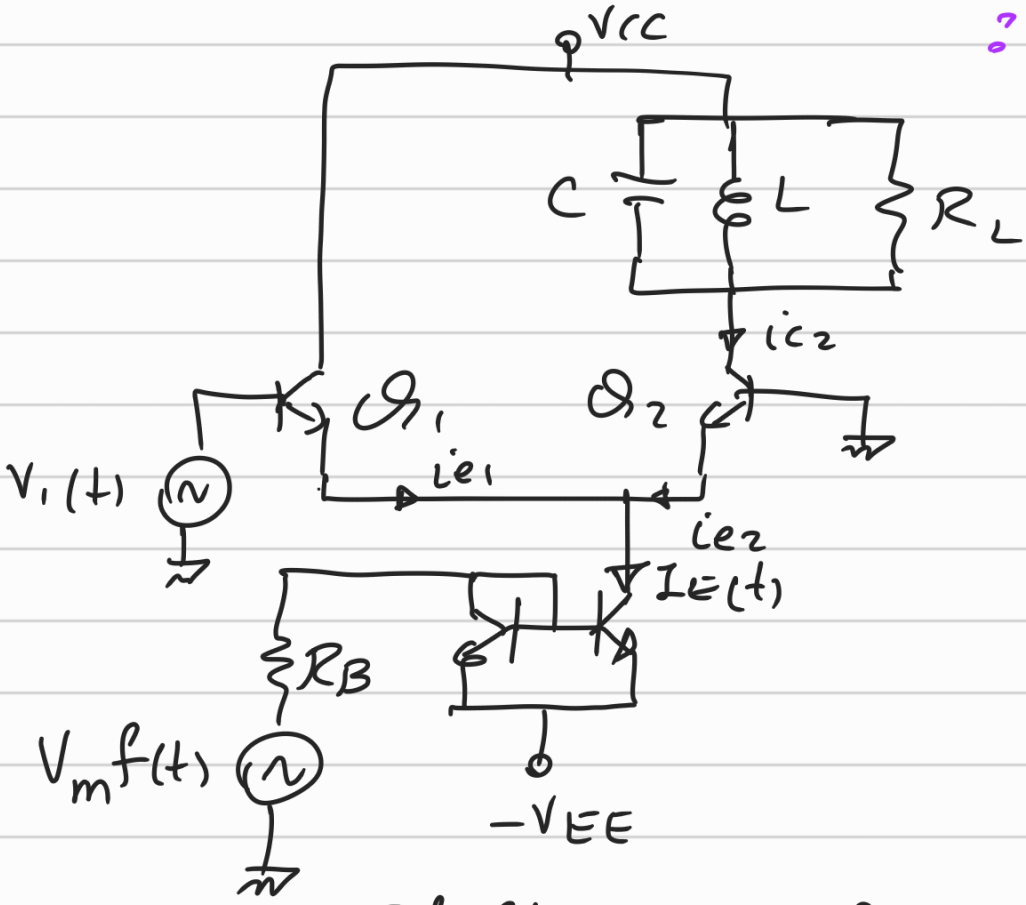


مدار معادل مقاومت متغیر FET

$$v_o(t) = V_{CC} - \alpha g_{ds} R_L V_1 \cos\omega_0 t$$

$$v_o(t) = V_{CC} - \alpha \frac{2I_{DSS}}{V_P^2} R_L V_1 \left[V_{DC} + A f(t) \right] \cos\omega_0 t$$

مدولاتور دیفرانسیل :



$$I_E(t) = \alpha \frac{V_m f(t) + V_{EE} - V_{BE}}{(2-\alpha) R_B}$$

$$I_E(t) = \underbrace{\alpha \left(\frac{V_{EE} - V_{BE}}{(2-\alpha) R_B} \right)}_{I_{E_0}} \left[1 + \underbrace{\frac{V_m}{V_{EE} - V_{BE}}}_{\text{اندیس مدولاسیون } m} f(t) \right]$$

$$I_E(t) = I_{E_0} \left(1 + m f(t) \right)$$

$$i_{e2}(t) = \frac{I_E(t)}{2} \left[1 - \tanh\left(\frac{x}{2} \cos \omega_0 t \right) \right], \quad x = \frac{V_1}{V_T}$$

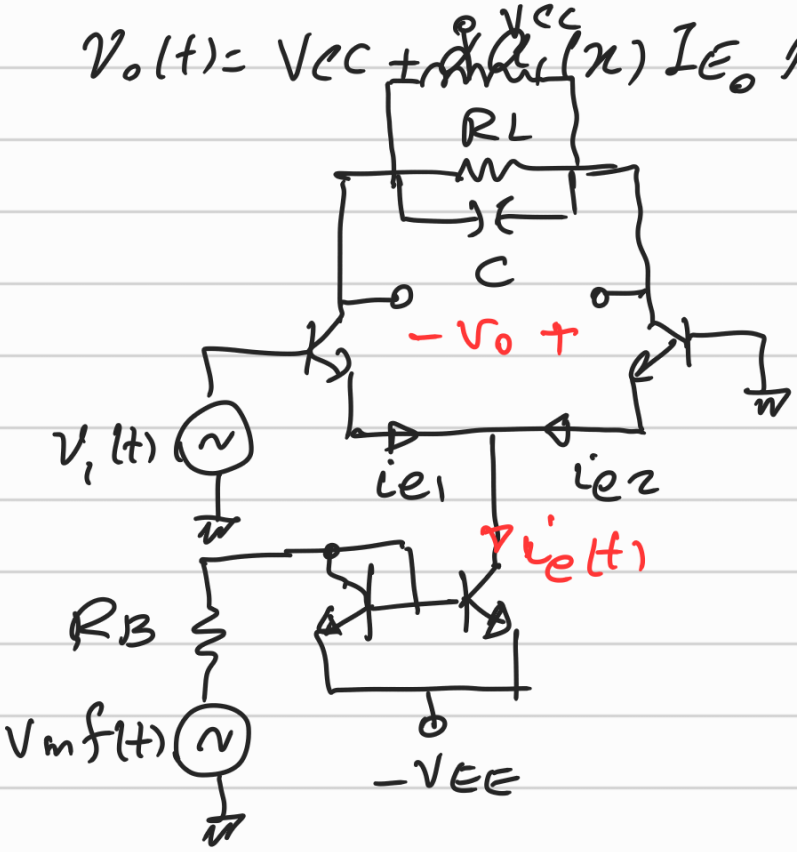
$$i_{e2}(t) = I_E(t) \left[1/2 - a_1(x) \cos \omega_0 t - a_3(t) \cos 3\omega_0 t - \dots \right]$$

$$V_o(t) = V_{CC} + \alpha I_{E_0} a_1(x) R_L \left[1 + m f(t) \right] \cos \omega_0 t$$

ولتاژ خروجی

$$v_o(t) = V_{CC} + \alpha a_1(x) I_{E_0} R_L [1 + m f(t)] \cos\omega_0 t$$

مدولاتور دامنه متوازن



$$v_o = -\alpha \frac{R_L}{2}(i_{e2} - i_{e1})$$

$$i_{e1} = i_e(t)\left[1/2 + a_1(x)\cos\omega_0 t + \cdots\right]$$

$$i_{e2} = i_e(t)\left[1/2 - a_1(x)\cos\omega_0 t + \cdots\right]$$

$$i_{e2} - i_{e1} = -2 i_e(t)\, a_1(x)\cos\omega_0 t$$

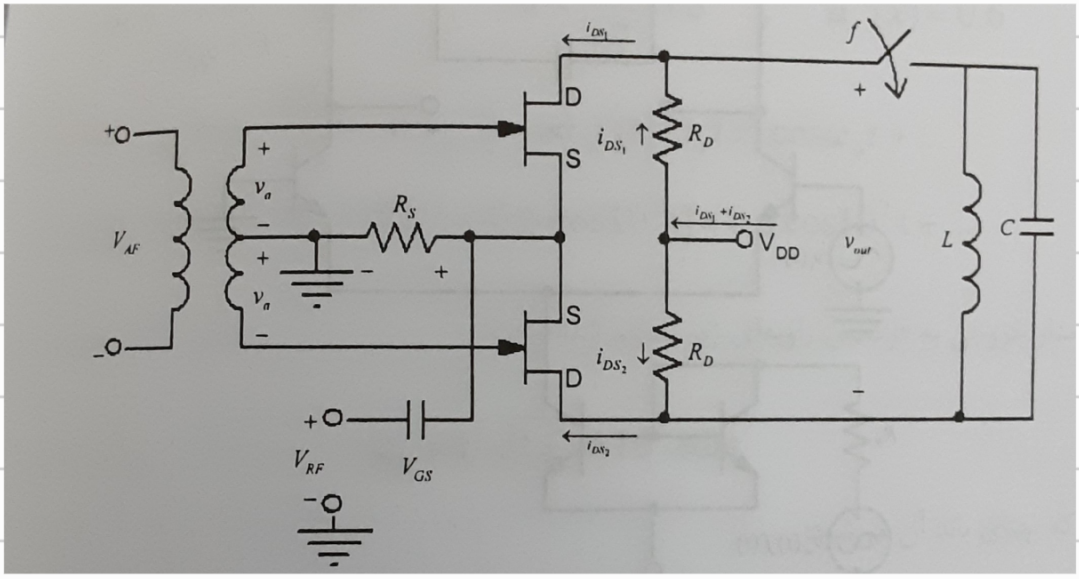
لذا ولتاژ خروجی

$$v_o(t) = \alpha I_{E_0} R_L a_1(x)\,[1 + m f(t)]\cos\omega_0 t$$

در این صورت خروجی شامل مؤلفه DC نمی‌گردد.

مدولاتور متوازن با FET :

DSB
مدولاتور



ترانزیستورهای FET مشابه در حالت فعال کار می‌کنند.

$$i_{DS} = I_{DSS}(1 - V_{GS}/V_P)^2 \quad (1)$$

مقاومت R_S تعیین کننده نقطه کار هر دو ترانزیستور است.

$$V_{GS} = -2R_S I_{DS} \quad (2)$$

از حل معادلات (1) و (2) جریان نقطه کار ترانزیستورها بدست می‌آید.

$$v_{gs_1}(t) = V_{GS} + V_a(t) - v_{RF}(t)$$

$$v_{gs_2}(t) = V_{GS} - V_a(t) - V_{RF}(t)$$

$$i_{DS_1}(t) = I_{DSS}\left(1 - 2\frac{v_{gs_1}(t)}{V_P} + v_{gs_1}^2/V_P^2\right) \quad (3)$$

$$i_{DS_2}(t) = I_{DSS}\left(1 - 2v_{gs_2}(t)/V_P + v_{gs_2}^2/V_P^2\right) \quad (4)$$

$$v_{out}(t) = R_D\left(i_{DS_1}(t) - i_{DS_2}(t)\right)$$

با جایگذاری معادلات ۳ و ۴ در معادله بالا داریم:

$$v_{out}(t) = \frac{4V_a(t)}{V_P} R_D I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} + \frac{v_{RF}(t)}{V_P}\right)$$

اگر پیام را بصورت $v_a(t) = V_m f(t)$ در نظر بگیریم و کاریر را بصورت $v_{RF}(t) = V_{RF}\cos\omega_0 t$ داریم:

$$v_{out}(t) = \frac{4V_m}{V_P} R_D I_{DSS} f(t)\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_P} + \frac{V_R\cos\omega_0 t}{V_P}\right]$$

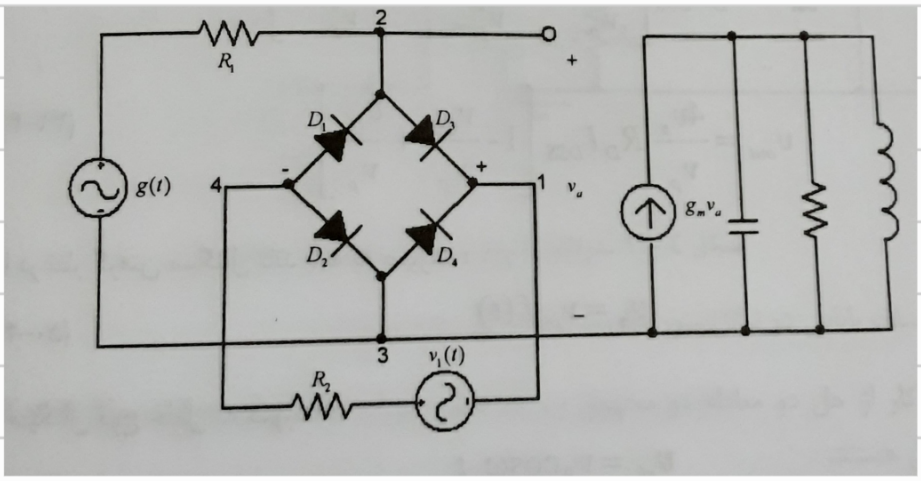
چنانچه سوئیچ در خروجی مدار بسته شود به کمک فیلتر LC مؤلفه باند پایه حذف می‌گردد:

$$v_{out}(t) = \frac{4R_D I_{DSS}}{V_P^2} V_m V_{RF} f(t)\cos\omega_0 t$$

خروجی مدولاسیون DSB را نشان می‌دهد.

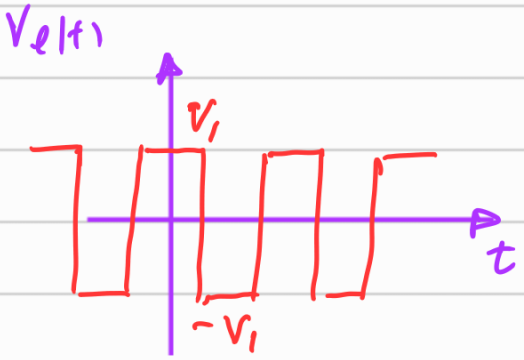
نکته: اگر جای سیگنال RF و پیام در مدولاتور متوقف عوض شود خروجی مدار مدولاسیون AM خواهد بود (این موضوع را تحقیق کنید.)

مدولاتور متوازن (DSB) با پل دیودی:



دامنه $V_l(t)$ سیگنال کاریر اگر بزرگ فرض شود پل دیودی را می‌تواند مرتباً قطع و وصل نماید

در این صورت پیام $g(t)$ در $V_l(t)$ مرتباً سوئیچ می‌شود.



منتهی $g(t)$ نیز سیگنال بزرگ می‌باشد

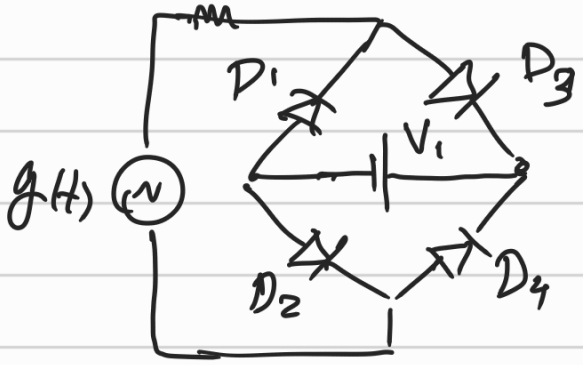
می‌بایست دامنه $g(t)$ و V_l طوری محاسبه شوند که روشن و خاموش شدن دیودها در پل توسط $V_l(t)$ کنترل شود.

حالت ۱) $V_l(t) = -V_l$ در این صورت دیودها در پل باید قطع باشند.

$g(t) > 0 \rightarrow$ D_2 و D_3 ممکن است روشن شوند

$g(t) - V_l < 2V_{\gamma D}$

$V_l > g(t) - 2V_{\gamma D}$



$g(t) < 0 \rightarrow$ D_4 و D_1 ممکن است روشن شوند $\rightarrow$ $g(t) - V_l < 2V_{\gamma D}$

پس برای اینکه پیام $g(t)$ در شیفت و خاموش شدن دیودها تأثیر نگذارد باید:

$$V_\ell > V_m - 2V_{\gamma D}$$

V_m دامنه پیام $g(t)=V_m f(t)$

و ولتاژ $V_{\gamma D}$ آستانه وصل دیود است

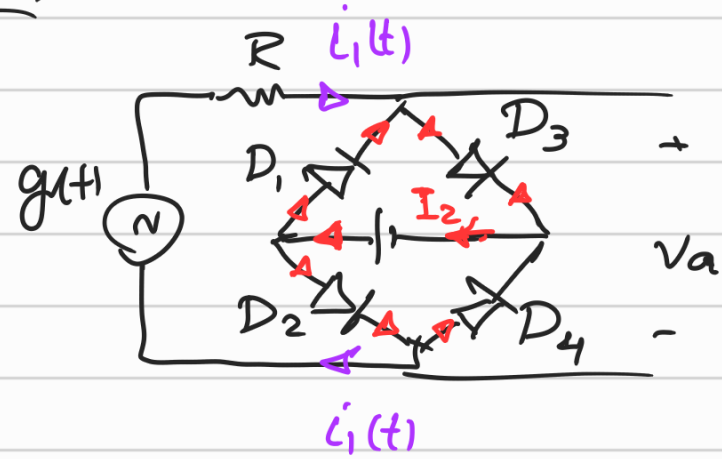
حالت ۲) وقتی دیودها وصل هستند جریان دیودها از دو مؤلفه تشکیل می‌شود

$$i_{D_1} = i_{D_4} = \frac{I_2 - i_1(t)}{2}$$

جریان ناشی از منبع پیام

جریان بوع حامل

$$i_{D_2} = i_{D_3} = \frac{I_2 + i_1(t)}{2}$$



جریان دیودها در حالت مستقیم

$$i_D \simeq I_s e^{v_D/V_T}$$

$$V_a = V_{D_2} - V_{D_1} = V_{D_3} - V_{D_4}$$

$$V_a = V_T\left(\ln \frac{i_{D_1}}{I_s} - \ln \frac{i_{D_2}}{I_s}\right) = V_T \ln \frac{i_{D_1}}{i_{D_2}}$$

$$V_a = V_T \ln\left[\frac{1+ i_1(t)/I_2}{1- i_1(t)/I_2}\right]$$

با در نظر گرفتن بسط تیلور $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ داریم:

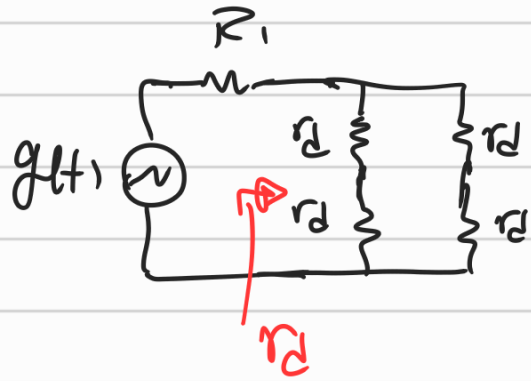
$$V_a = V_T \frac{2i_1}{I_2}\left(1+\frac{i_1^2}{3I_2^2}+\frac{i_1^4}{5I_2^4}+\cdots\right)$$

برای نادیده گرفتن اعوجاج در مدولاسیون AM می‌بایست جملات توان ۲ به بالا در رابطه نادیده گرفته شود:

$$\frac{i_1^2}{3I_2^2} \ll 1 \longrightarrow \frac{i_1^2}{3I_2^2} \le 0.01 \longrightarrow \frac{i_1}{I_2} \le 0.173$$

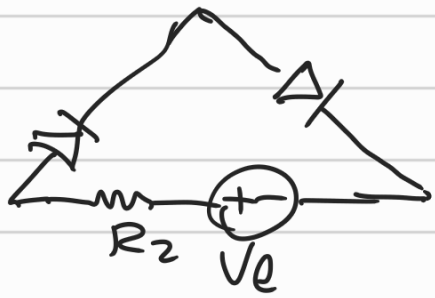
$$i_1(t) = \frac{g(t)}{R_1 + r_d}$$

و



که تقاوت دینامیکی دیود

$$I_2 = \frac{V_\ell - 2V_{\gamma D}}{R_2}$$

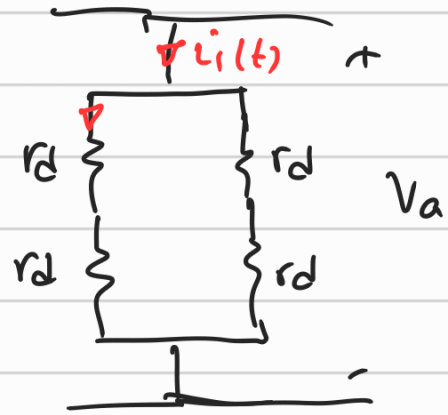


$$\frac{i_1}{I_2} \le 0.173 \longrightarrow \frac{g(t)}{R_1+r_d}\cdot\frac{R_2}{V_\ell - 2V_{\gamma D}} \le 0.173$$

$$\frac{5.8\,g(t)}{R_1+r_d} R_2 \le V_\ell - 2V_{\gamma D}$$

$$V_l \geq \frac{5.8\, g(t)}{R_1 + r_d} R_2 + 2V_{\gamma D}$$

$$V_l \geq V_m - 2V_{\gamma D}$$



$$V_a(t) = r_d\, i_1(t)$$

مثال: چنانچه دامنه سیگنال پیام ۱۰ ولت باشد مقادیر مناسب V_l ، R_1 ، R_2 را در مدار تقویت‌کننده زیر بدست آورید:

$$g(t) = 10\delta(t)$$

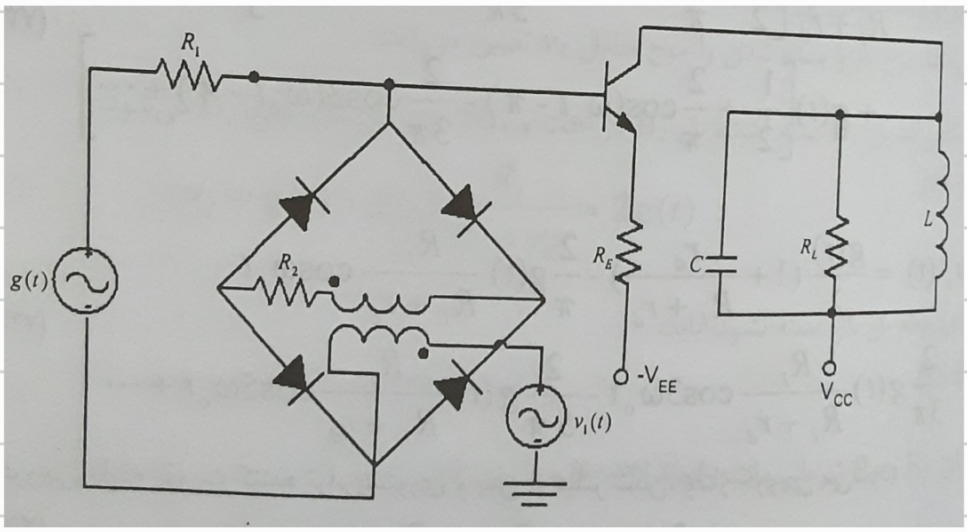
$$V_l > V_m - 2V_0 = 10 - 2\times 0.7 = 8.6 \text{ Volt}$$

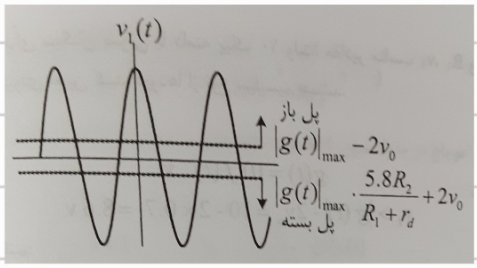
$V_l = 9$ Volt انتخاب می‌کنیم

$$V_l > 5.8\, \underbrace{\cancel{g(t)}}_{10} \frac{R_2}{R_1 + r_d} + 2V_0 \Rightarrow \frac{R_1 + r_d}{R_2} > 7.63$$

معمولاً $r_d \ll R_1$ لذا اگر $R_2 = 1k\Omega$ انتخاب شود مقدار $R_1 = 7.7\,k\Omega$ مناسب خواهد بود.

مدار عملی مدولاتور متوازن (DSB) با پل دیودی :



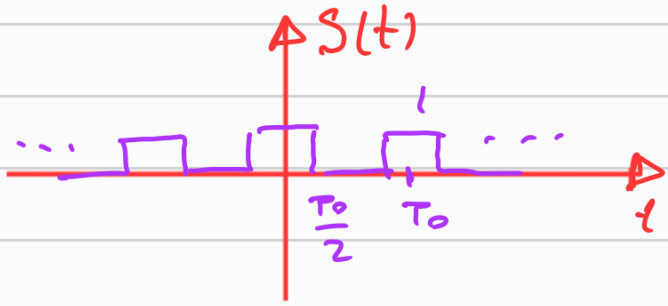


در عمل ولتاژ کاری بصورت سینوسی به پل اعمال می شود.

$$V_a(t) = g(t) \cdot \frac{r_d}{r_d + R_1}$$ در حالتیکه دیودها در پل وصل هستند

$$V_a(t) = g(t) \cdot \frac{R_r}{R_r + R_1} \simeq g(t)$$ وقتی دیودها در پل قطع هستند

$$V_a(t) = \frac{r_d}{r_d + R_1} \cdot s(t) \cdot g(t) + s\left(t - \frac{T_0}{2}\right) \cdot g(t)$$



$$V_a(t) = \frac{r_d g(t)}{R_1 + r_d}\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t - \frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t + \cdots\right]$$

$$+ g(t)\left[1/2 + \frac{2}{\pi}\cos(\omega_0 t - \pi) - \frac{2}{3\pi}\cos(3(\omega_0 t - \pi))\right]$$

$$V_a(t) = \frac{g(t)}{2}\left(1 + \frac{r_d}{R_1 + r_d}\right) - \frac{2}{\pi} g(t) \frac{R_1}{R_1 + r_d}\cos\omega_0 t$$

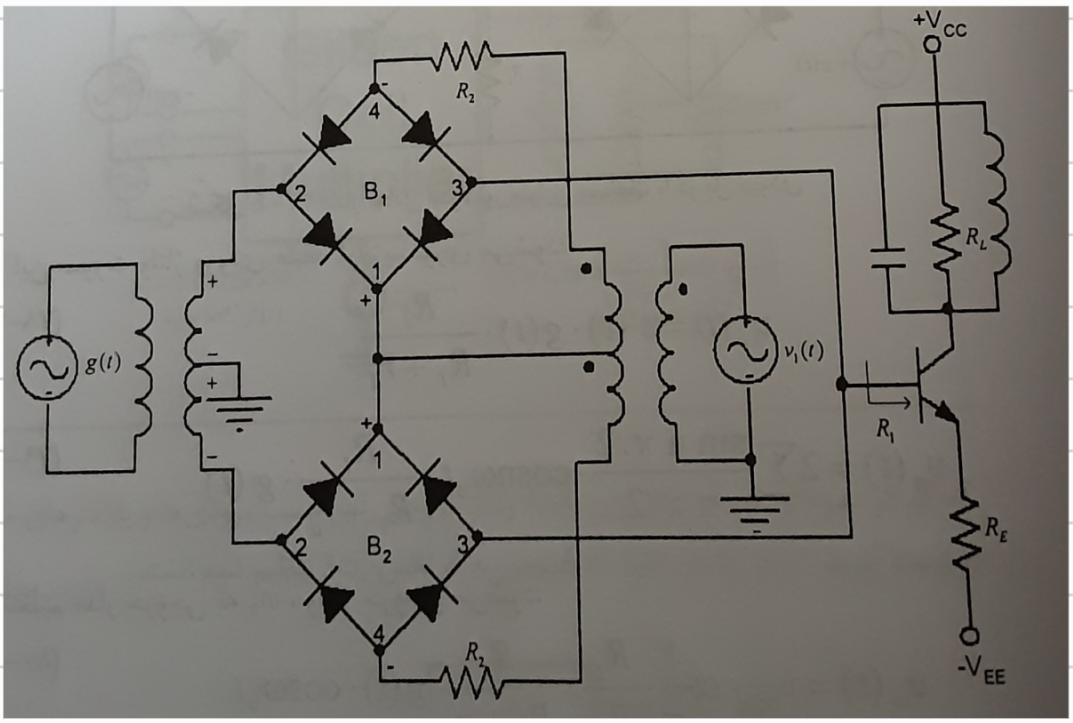
$$+ \frac{2}{3\pi} g(t) \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_d}\cos 3\omega_0 t - \frac{2}{5\pi} g(t) \frac{R_1}{R_1 + r_d}\cos 5\omega_0 t + \cdots$$

پس از عبور از فیلتر خروجی مؤلفه DC و باند پایه و هارمونی های بالاتر حذف می شوند

$$V_{out}(t) = V_{CC} + \frac{2}{\pi} g(t) \frac{R_1}{R_1 + r_d} \cdot \frac{R_L}{R_E}\cos\omega_0 t$$

در این مدار بدون نیاز به فیلتر در خروجی مؤلفه کاری در فرکانس ω_0 ضرب می گردد.

مدولاتور متوازن (DSB) مضاعف:



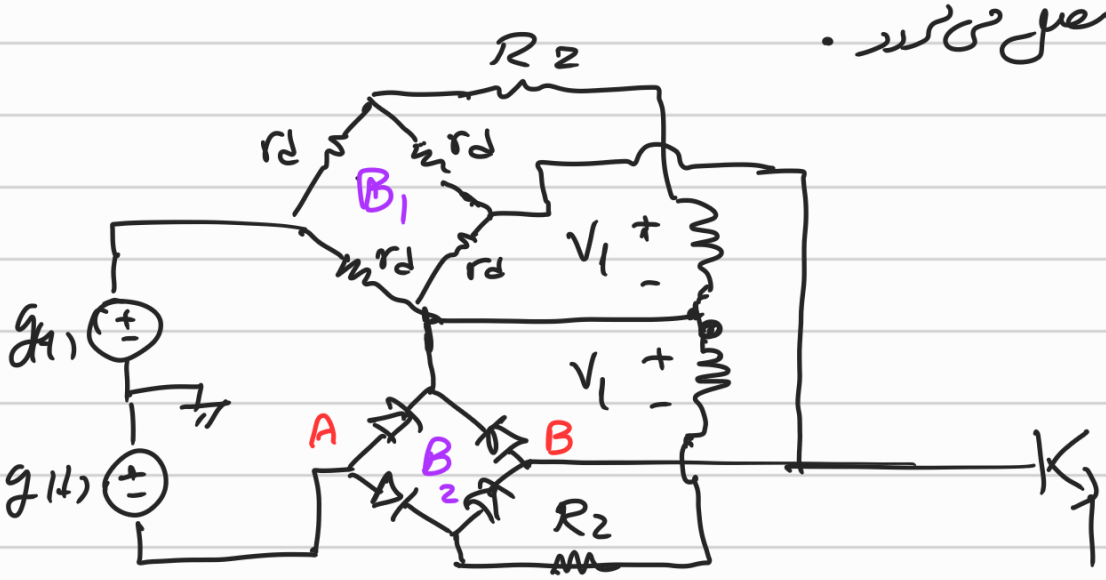
در این مدار موج حامل و سیگنال باند پایه بدون فیلتر کردن حذف می‌شوند.

پل های B_1 و B_2 به تناوب به ازای V_l مثبت و منفی بسته می‌شوند

هنگامیکه B_1 بسته است، B_2 باز می‌باشد $+g(t)$ به بیس ترانزیستور متصل

می‌گردد. برعکس وقتی B_2 بسته است، B_1 باز می‌باشد و $-g(t)$ به

بیس ترانزیستور متصل می‌گردد.



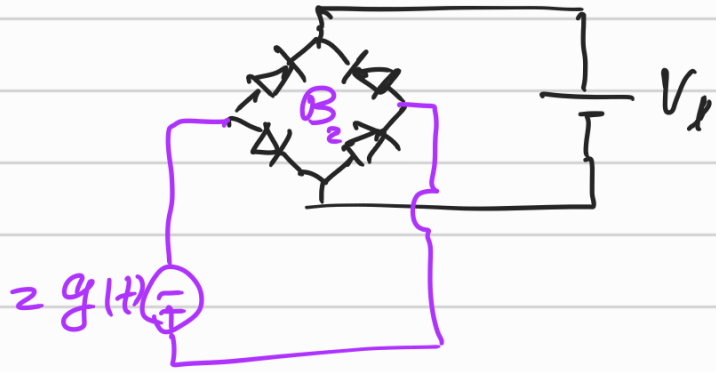
هنگامیکه پل B_1 بسته و پل B_2 باز است

$$V_{AB} = V_A - V_B = -g(t) - \left(g(t) \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_d}\right) \simeq -2g(t)$$

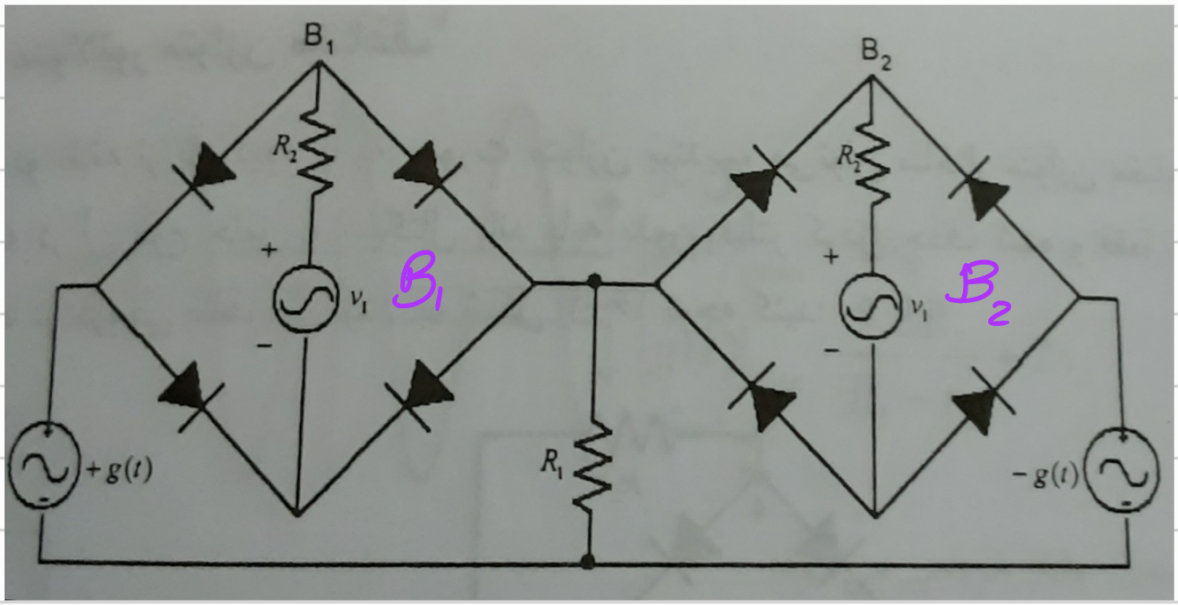
$$g(t) = V_m f(t)$$

$$V_\ell > 2|g(t)| - 2V_0$$

$$V_\ell > 2V_m - 2V_0$$

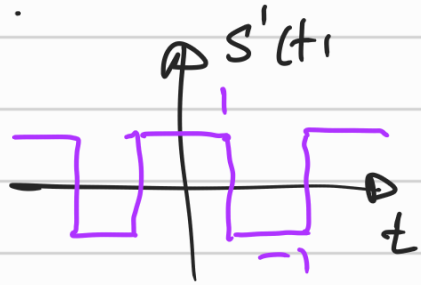


مدار معادل :



ولتاژ ورودی طبقه ترانزیستوری (بیس) برابر است با :

$$V_a(t) = s'(t) \cdot g(t) \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_d}$$



$$V_a(t) = 2 \sum \frac{\sin n\pi/2}{n\pi/2} \cdot \cos n\omega_0 t \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_d} \cdot g(t)$$

اگر فیلتر LC خروجی بر روی ω₀ تنظیم گردد:

$$v_o(t) = V_{cc} - \alpha \frac{4}{\pi} \cdot \frac{R_L}{R_E} \cdot \frac{R_1}{R_1 + r_d} g(t) \cdot \cos\omega_0 t$$

که مدولاسیون دامنه متوازن DSB را نشان می‌دهد. توابع باند پایه $g(t)$ و حاصل $\cos\omega_0 t$ قبل از فیلتر وجود ندارند.