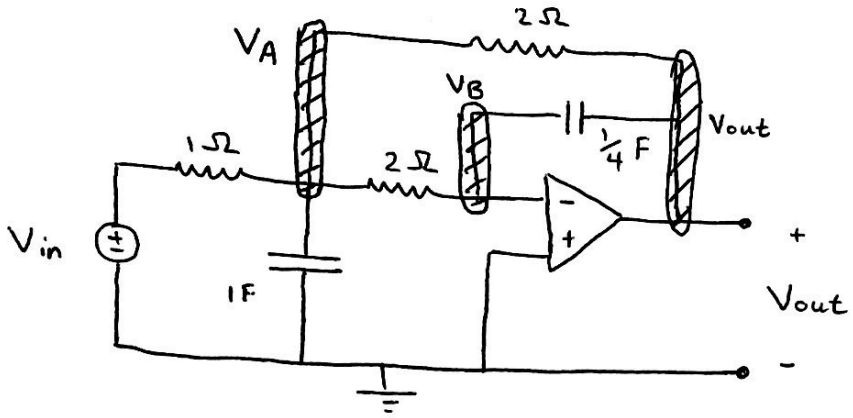
پاسخ تمرین ۲ :

۹۹ / ۱۰ / ۱۲



پاسخ پله و ضربه V_o ؟

پاسخ پله ↗ ورودی پله واحد → $V_{in} = u(t) \xrightarrow{t>0} V_{in} = u(t) = 1$

↘ شرایط اولیه صفر (از اتصال مقطع) → $V_A(0^-) = V_{out}(0^-) = 0$

(I)

KCL in V_A: $\frac{V_A - 1}{1} + 1\,\frac{dV_A}{dt} + \frac{V_A - V_B}{2} + \frac{V_A - V_{out}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{4V_A + 2\frac{dV_A}{dt} - V_{out} = 2}$

KCL in V_B: $\frac{V_B - V_A}{2} + \frac{1}{4}\frac{d(V_B - V_{out})}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{-1}{2}\frac{dV_{out}}{dt}}$ (II)

(II) in (I) $\Rightarrow 4\left(\frac{-1}{2}\frac{dV_{out}}{dt}\right) + 2\frac{d}{dt}\left(\frac{-1}{2}\frac{dV_{out}}{dt}\right) - V_{out} = 2 \Rightarrow \frac{d^2V_{out}}{dt^2} + 2\frac{dV_o}{dt} + V_o = -2$ (b)

2α

$\begin{cases} 2\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 1 \\ \omega_o^2 = 1 \Rightarrow \omega_o = 1 \end{cases}$ ⇒ میرایی بحرانی ⇒ $V_{out}(t) = \underbrace{(c_1 + c_2 t)e^{\lambda t}}_{\text{پاسخ ورودی صفر}} \underbrace{- 2}_{\text{پاسخ حالت دائم: } \frac{b}{\omega_o^2}}$

معادله مشخصه : $\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$

چون در صدر تابع ضربه نداریم، ولتاژ خازن پیوسته است : $V_{out}(0^-) = V_{out}(0^+) \Rightarrow V_{out}(0^+) = c_1 - 2 = 0 \Rightarrow \underline{c_1 = 2}$

$\frac{dV_{out}}{dt}(0^+) : c_1 - c_2 = 0 \Rightarrow \underline{c_1 = c_2}$

$\Rightarrow S(t) = \left[(2 + 2t)e^{-t} - 2\right] \times u(t) \Rightarrow h(t) = \frac{dS(t)}{dt} = \left(-2e^{-t} + 2e^{-t} - 2te^{-t}\right) \times u(t)$

$+ \delta(t)\left((2+2t)e^{-t} - 2\right)$

طبق خاصیت نمونه‌برداری تابع ضربه ←

$\Rightarrow \boxed{h(t) = -2te^{-t} \cdot u(t)}$

Scanned with CamScanner