Subject
Date

۳- میانگین وزنی:
weighted average

میانگین مجموعه‌ای از داده‌های $\bar{X}_w$

$$\mu = \bar{X}_w \triangleq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

(وزن هر داده)

مجموع وزن‌ها

μ از جنس پارامتر برای جامعه هدف مورد بحث است.

مجموعه داده‌ها $\Leftarrow x_1, x_2, \dots, x_n$

وزن مرتبط با هر یک از داده‌ها $\Leftarrow w_1, w_2, \dots, w_n$

نکته: داده‌ها ارزش یکسانی ندارند.

مثال: ۱۸ در درس A — ارزش (۳)

۲۰ در درس B — ارزش (۱)

۴- میانگین هارمونیک - همساز - توافقی یا معکوس

$\bar{X}_h \equiv$ برای داده‌های استفاده می‌شود که میانگین نسبت‌های آن مدنظر باشد.

که صورت و مخرج دارای مقیاس یکسانی نباشند.

مثال: سرعت متوسط m/s یا km/h، مهندسی اپتیک، مطالعات سیستم‌های برق

$$\bar{X}_h \triangleq \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

n → تعداد داده

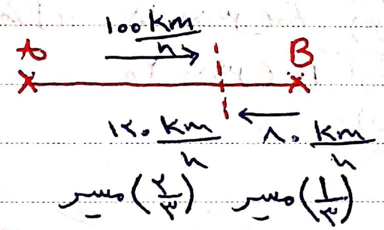
مجموعه داده آماری: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

نکته: در جریان داده‌های آماری ممکن است داده‌ها دارای وزن‌های مختلفی باشند آنگاه میانگین هارمونیک را به صورت ذیل محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X}_h \triangleq \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\frac{w_1}{x_1}+\frac{w_2}{x_2}+\dots+\frac{w_n}{x_n}}$$

برای نسبت‌های کسر تفکیک صورت مخرج یکسان نباشد.

مثال: اتومبیلی مسیری را با سرعت $100 \frac{km}{h}$ رفته و $\frac{1}{3}$ مسیر را با سرعت $80 \frac{km}{h}$ و باقیمانده را با سرعت $120 \frac{km}{h}$ باز می‌گردد سرعت متوسط این اتومبیل را محاسبه کنید.



حل: با استفاده از هارمونیک

ارزش

مسیر رفت $1 : 100 km/h$

مسیر برگشت $\begin{cases} \frac{1}{3} : 80 km/h \\ \frac{2}{3} : 120 km/h \end{cases}$

جواب سئوال: $\bar{X}_h = \frac{1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{100} + \frac{\frac{1}{3}}{80} + \frac{\frac{2}{3}}{120}}$

⑤ - میانگین پیراسته:

- این میانگین زمانی مورد استفاده است که بین داده‌ها، داده‌های موجود باشد که بد

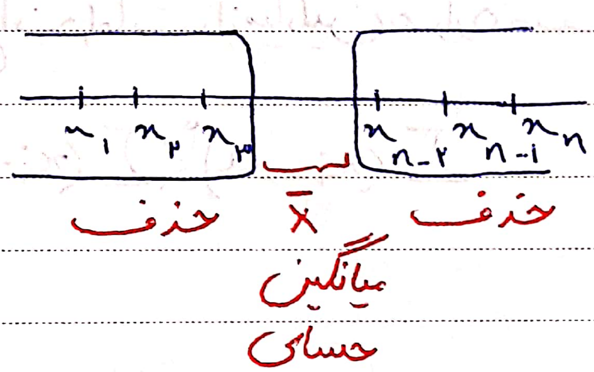
علت بزرگی یا کوچکی بیش از حد با سایر داده‌ها همخوانی نداشته باشند.

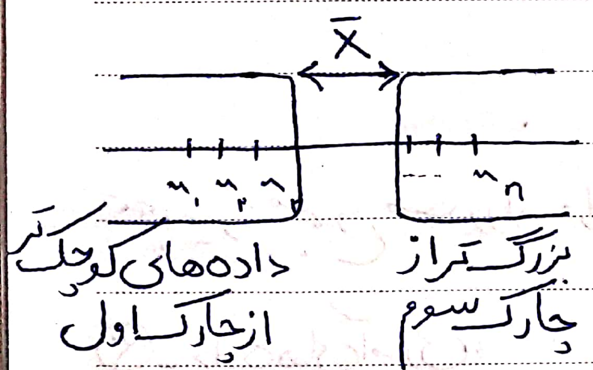
- نحوه محاسبه میانگین پیراسته:

گام اول: ابتدا داده‌ها را از ترتیب به صعودی مرتب می‌کنیم.

گام دوم: تمام مشاهدات پایین‌تر و بالاتر از درصد مشخص را حذف می‌کنیم.

گام سوم: میانگین باقی داده‌های آماری را به صورت حسابی محاسبه می‌کنیم.

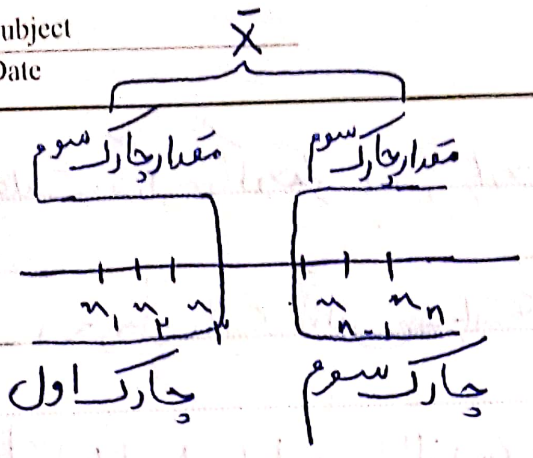




داده‌های کوچک‌تر از چارک اول
بزرگ‌تر از چارک سوم
حذف می‌کنیم.

⑥ میانگین وینسور شده:

اگر به جای هر یک از داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و به جای هر یک از داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم مقدار چارک سوم جایگذاری شود و پس میانگین حسابی محاسبه شود.



خواص مهم میانگین:

① - $\sum (x_i - \mu) = 0$

مجموع انحرافات از میانگین همواره صفر است.

② - $\sum (x_i - \mu)^2 < \sum (x_i - a)^2$ a، عددی است دلخواه و ثابت

مجموع مجذور انحرافات از میانگین > مجموع مجذور انحرافات از عددی دلخواه

تعبیر: مجموع مجذور انحرافات از میانگین همواره حداقل مقدار ممکن است.

③ - داده های آماری:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n \to \bar{x}$

$ax_1+b, ax_2+b, \dots, ax_n+b \to ?$ a و b اعداد ثابت دلخواه

میانگین حسابی $\bar{y} \triangleq \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$

$y_i = ax_i + b, \; i = 1, 2, \dots, n$ فرض کنیم

n تعداد داده ها

$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (ax_i + b)}{n}$

Subject

Date

$$\Rightarrow \bar{y} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} a x_i}{n}\right] \pm \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} b}{n}\right] \Rightarrow \bar{y} = \underbrace{\frac{a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}_{\bar{x}} \pm \underbrace{\frac{b\sum_{i=1}^{n} 1}{n}}_{n}$$

$$\xrightarrow{\text{پس}} \bar{y} = a\bar{x} + b$$

۴- b عدد ثابت: $\mu_{x \pm b} = \mu_x \pm b$

۵- a عدد ثابت: $\mu_{ax} = a\mu_x$

۶- a عدد ثابت: $\mu(a) = a$

۷- a عدد ثابت: $\mu_{\frac{x}{a}} = \frac{1}{a}\mu_x$

۸- $\mu_{x \pm y} = \mu_x \pm \mu_y$ جامعه آماری x: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ، جامعه آماری y: $y_1, y_2, \ldots, y_n$

۹- میانگین در یک جامعه آماری منحصر به فرد unique ⎨ فقط یک میانگین برای یک جامعه آماری خاص داریم. خاص

۱۰- مقادیر بزرگ و کوچک به سهم خود در میانگین سهم دارند.

۱۱- میانگین تنها پارامتر جامعه آماری است که اگر به جای تمامی داده ها قرار داده شود مجموع آنها تغییر نمی کند.

۱۲- میانگین به تنهایی پارامتر مناسبی برای مقایسه دو یا چند جامعه آماری نیست.

Subject
Date

۲. پارامتر مرکزی دوم : مُد یا نما _ Mo

- متغیری که دارای بیش‌ترین فراوانی است مد یا نما نامیده می‌شود.

- Mo : کم اهمیت‌ترین پارامتر مرکزی است.

- نحوه محاسبه :
  - ۱- برای داده‌های طبقه‌بندی نشده
  - ۲- برای داده‌های طبقه‌بندی شده (جدول تنظیم شده)

① . برای داده‌های طبقه‌بندی نشده

مُد یا نما : داده‌ای که بیش‌ترین فراوانی را داراست.

جامعه آماری : ۱ ، ۱ ، ۳ ، ۳ ، ۳ ، ۴ ، ۵ $\boxed{Mo = ۳}$

کاربرد : مثل تشخیص گروه خونی خاص در یک جامعه آماری

② . برای داده‌های طبقه‌بندی شده :

گام اول : ابتدا در ستون فراوانی مطلق طبقه‌ای را پیدا می‌کنیم که بیش‌ترین فراوانی مطلق را داراست.

گام دوم : Mo را از رابطه ذیل محاسبه می‌کنیم.

$$Mo = \text{حد پایین طبقه مُددار} + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times \text{طول هر طبقه}$$

$d_1 =$ [فراوانی مطلق طبقه مددار] - [فراوانی مطلق طبقه ماقبل مددار] و $d_2 =$ [" " "] - [" " ما بعد از مددار]

Subject
Date

مثال: فرض کنید جدول آماری ذیل را داریم مقدار مد یا نما را بدست آورید؟

طبقات جدول	F_i
۳ - ۵	۴
۶ - ۸	۲۰
۸ - ۱۰	۱۲

حل:

$Mo = ?$ (طبقه بندی شده)

$$\Rightarrow Mo = 6 + \frac{d_1}{d_1 + d_2}(2) \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 20 - 4 = 16 \\ d_2 = 20 - 12 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Mo = 6 + \frac{16}{16+8}(2) = \square$$