

حل مثال‌های مختلف جبر خطی (جلسه دوازدهم)

---

1- حدود پارامتر  $b$  را به قسمی بیابید که ماتریس زیر مثبت معین شود.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -b & -b \\ -b & 1 & b \\ -b & b & 1 \end{pmatrix}$$

2- حدود پارامتر  $a$  را به قسمی بیابید که ماتریس زیر مثبت نیمه معین شود.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

3- علامت ماتریس زیر را تعیین نمایید.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4- مقدار پارامتر  $a$  را به قسمی بیابید که ماتریس زیر منفرد شود. سپس به ازای

$a = 1$  عدد حالت آن را بیابید.

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5-  $a$ ،  $b$  و  $c$  را چنان بیابید که رتبه ماتریس زیر یکبار 1، یکبار 2 و یکبار 3 گردد.

$$A = \begin{pmatrix} a & -3 & c \\ 1 & 3 & -1 \\ b & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

6- رتبه ماتریسهای زیر را بدست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ب}) \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \quad (\text{الف})$$

7- آیا بردارهای زیر فضای برداری  $R^3$  را اسپن می کنند.

$$\mathbf{u} = [4, 4, 0], \quad \mathbf{v} = [2, 0, -1], \quad \mathbf{w} = [1, 2, 1]$$

8- آیا بردارهای زیر برای فضای برداری  $R^3$  تشکیل یک پایه را می دهند.

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

9- انواع نرم ها را برای ماتریس زیر بدست آورید.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

10- صحت عبارات زیر را بررسی نمایید:

الف) اگر  $\|a\| = 7$  و  $\|b\| = 4$  باشد، حداکثر مقدار ممکن برای  $\|a + b\|$  یازده می باشد.

ب) نرم یک بردار  $a = [2, 1 - j, 1]$  برابر با 2 است.

ج) اگر تمامی درایه های یک ماتریس  $A_{3 \times 3}$  در دو ضرب شوند آنگاه دترمینان ماتریس در 6

ضرب می شود.

د) معکوس یک ماتریس متعامد با ترانهاده آن برابر است.