

آمار و احتمال مهندسی - تمرین سری سوم-مبحث احتمال شرطی و متغیر تصادفی

(۱) از داخل مربعی به ضلع a نقطه ای بطور تصادفی انتخاب می شود. احتمال آنکه فاصله این

نقطه تا مرکز مربع کمتر از فاصله آن تا هر یک از اضلاع آن باشد، چقدر است؟

(۲) در جدول زیر آمار تعداد قطعات معیوب و سالم تولیدی دو کارخانه آورده شده است:

جمع	کارخانه ۲	کارخانه ۱	
۲۰	۵	۱۵	معیوب
۸۰	۳۵	۴۵	سالم
۱۰۰	۴۰	۶۰	جمع

اگر یک قطعه بطور تصادفی از قطعات تولیدی این دو کارخانه انتخاب شود و این قطعه سالم باشد، احتمال آنکه از تولیدات کارخانه ۱ باشد را بدست آورید.

(۳) سکه ای نامتقارن داریم که احتمال شیر آمدن آن ۰,۶ است. این سکه را چهار بار پرتاب می

کنیم. تعداد شیرها در این چهار پرتاب را متغیر تصادفی X می نامیم. مطلوب است توزیع

تجمعی و تابع وزن احتمال، میانگین و واریانس و میانه X .

(۴) فردی برای رفتن به محل کار خود چهار گزینه به شرح زیر می تواند انتخاب کند:

گزینه ۱- اتوبوس با زمان سیر ۴۵ دقیقه و هزینه ۳۰۰ ریال

گزینه ۲- قطار شهری با زمان سیر ۲۰ دقیقه و هزینه ۱۰۰۰ ریال

گزینه ۳- تاکسی با زمان سیر ۳۰ دقیقه و هزینه ۵۰۰ ریال

گزینه ۴- تاکسی تلفنی با زمان سیر ۱۵ دقیقه و هزینه ۵۰۰۰ ریال

این فرد در صورت داشتن وقت کافی کم هزینه ترین گزینه را انتخاب می کند. در صورتیکه

بدانیم زمان خروج او از منزل بطور یکنواخت از یک ساعت تا ربع ساعت مانده به ساعت شروع

کار است: الف- تابع وزن احتمال و توزیع تجمعی X شماره گزینه انتخابی را محاسبه و رسم

کنید. ب- این فرد بطور متوسط برای رفتن به سر کار چقدر هزینه می کند؟

(۵) در کیسه ای ۲۰ گوی از ۱ تا ۲۰ شماره گذاری شده اند. از این کیسه سه گوی با جایگذاری

خارج می کنیم. متغیر تصادفی Y کوچکترین شماره این سه گوی است. تابع توزیع تجمعی

و تابع وزن احتمال Y را بدست آورید.

(۶) تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X بصورت زیر داده شده است:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^2 & |x| \leq k \\ 0 & |x| > k \end{cases}$$

الف) k را بیابید. ب) تابع توزیع تجمعی را بدست آورید. ج) احتمالات زیر را محاسبه کنید:

$$\Pr([x] = -1) \quad \Pr(|x| \leq 1)$$

(۷) فرض کنید شرکت بیمه افراد جامعه را به سه گروه خطرناک، عادی و محتاط که به ترتیب ۲۰ ، ۵۰ و ۳۰ درصد افراد جامعه هستند تقسیم کرده است. احتمال تصادف در طول یکسال افراد خطرناک ۰,۳، افراد عادی ۰,۱۵ و افراد محتاط ۰,۰۵ است.

الف- احتمال آنکه فرد بیمه شده در طول یکسال تصادف نکند را بیابید.

ب- احتمال اینکه فرد انتخاب شده در قسمت الف از افراد عادی باشد چقدر است؟

(۸) از داخل مربعی به ضلع ۲ یک نقطه بطور تصادفی انتخاب می شود. فاصله این نقطه تا یک قطر معین از این مربع را متغیر تصادفی X نامگذاری می کنیم. تابع چگالی احتمال و توزیع تجمعی این متغیر تصادفی را یافته و احتمال اینکه این فاصله کمتر از یک باشد را بدست آورید. احتمال اینکه X بین ۰,۵ و ۱ باشد را محاسبه کنید.

(۹) در یک مسابقه فوتبال بین دو تیم سفید و سیاه، داور اعلام ضربه پنالتی به سود تیم سیاه می کند. آمار نشان می دهد که دروازه بان تیم سفید از میان ضربات پنالتی که در چهارچوب دروازه باشند، ۲۰ درصد ضربات به راست، ۴۰ درصد ضربات به چپ و ۱۰ درصد ضربات به مرکز دروازه را مهار می کند. همچنین آمار نشان می دهد که پنالتی زن تیم سیاه ۱۰ درصد ضربات به راست، ۵۰ درصد ضربات به چپ و ۱۵ درصد ضربات به مرکز دروازه را به خارج چهارچوب می زند (جهت راست و چپ در هر دو حالت از دید ناظر رو به دروازه است): الف) اگر شما مربی تیم سیاه بودید به پنالتی زن تیمتان توصیه می کردید ضربه را به کدام سمت بزنید؟ ب) اگر شما مربی تیم سفید بودید به دروازه بان تیم خود چه توصیه ای می کردید؟ ج) با فرض مساوی بودن احتمال زدن ضربه به چپ، راست و یا مرکز، احتمال گل شدن ضربه پنالتی چقدر است؟