

(۱) از تابع  $f(x, y, z) = x^2 + z^2$  روی خم  $C(t) = (e^t, t, e^t)$  در فاصله  $[0, 2]$  انتگرال بگیرید.

(۲) یک قاب سیمی به شکل بیضی با معادله  $3x^2 + 4y^2 = 1$  را از درون یک سیال با جریان  $\mathbf{F} = (x^3 + 2x - 4 \sin y)\mathbf{i} + (e^x - \cosh(xz))\mathbf{j} - (e^y z + 3x^2 z)\mathbf{k}$  عبور می دهیم. شار برونسوی عبوری این سیال را از قاب فوق محاسبه کنید.

(۳) از میدان برداری  $\mathbf{F} = (x^2 y - z e^x)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{3}x^3 + \cos z\right)\mathbf{j} - (y \sin z + e^x)\mathbf{k}$  روی پاره خط واصل از نقطه  $(1, 2, 0)$  تا نقطه  $(-1, 1, \pi)$  انتگرال بگیرید.

(۴) فرض کنید  $D$  ناحیه ای در ربع اول  $\mathbb{R}^2$  محدود به تابع  $y = x^3$  و خط  $x = 1$  باشد. مطلوبست محاسبه  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  که در آن  $\mathbf{F} = (y^2 + xy - e^{x^2})\mathbf{i} + \left(x^2 + xy + \frac{2}{y^2 + 1}\right)\mathbf{j}$  میدان برداری و  $C$  مرز  $D$  است که پادساعتگرد جهت دار شده است.

(۵) صورت قضیه دیورژانس را برای میدان برداری  $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  گذرنده از سطح خارجی رویه  $S$  متشکل از نیم مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  محدود به صفحه  $z = 2$  بررسی کنید.

(۶) فرض کنید  $S$  نیمه بالایی بیضیگون  $x^2 + \frac{4}{9}y^2 + 5z^2 = 4$  باشد و  $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + 2x^2\mathbf{j} + (3^{xyz} - 3 \sin^2 z^4)(x^2 + y^2 + z^2)\mathbf{k}$  یک میدان برداری در  $\mathbb{R}^3$  باشد. مقدار انتگرال  $\iint_S \text{curl} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$  را محاسبه کنید (توجه شود  $\text{curl} \mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F}$ ).