



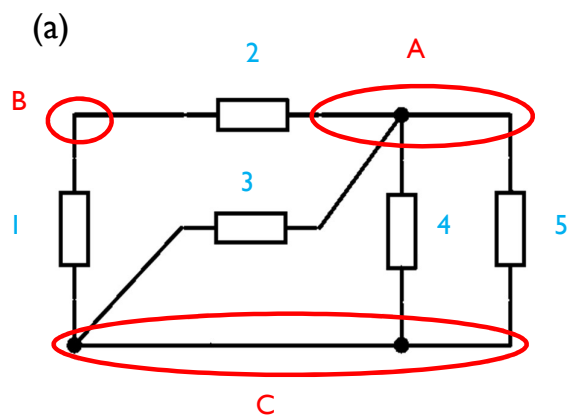
مدار های الکتریکی ۱

نیم سال اول ۹۹-۰۰

قضیه تلگان و قوانین کیرشهف

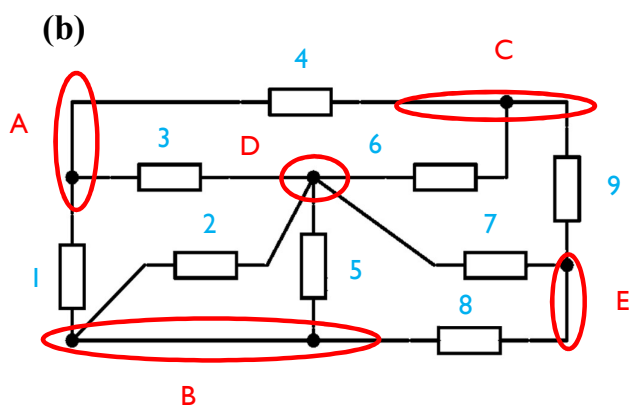
پاسخ تمرین سری دوم

۱.



۳ گره (A, B, C)

۵ شاخه



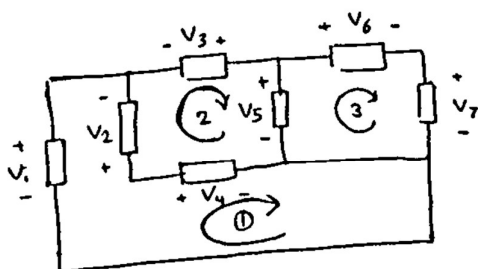
۵ گره (A, B, C, D, E)

۹ شاخه

(ب) خیر نیازی نیست در همه گره ها KCL بنویسیم (ج) بله اگر جریان های انتخابی باهم تشکیل گره ندهند (نتوان تنها به وسیله آنها KCL نوشت) می توان به وسیله آنها جریان سایر گره ها را هم به دست آورد به عبارتی دیگر باید تعداد متغیر های مستقل جریان را به دست آوریم.

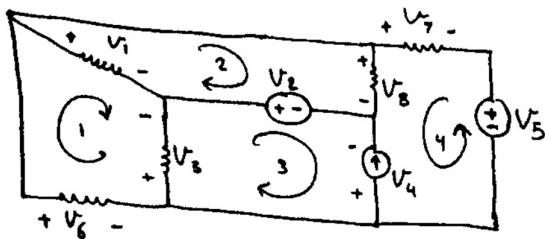
۵.

(A)



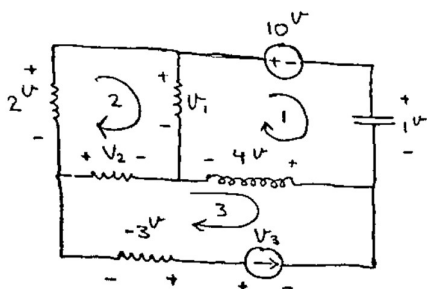
$$\begin{aligned} \text{KVL in } \textcircled{1} : & -V_1 - V_2 + V_4 = 0 \\ \text{KVL in } \textcircled{2} : & -V_3 + V_5 - V_4 + V_2 = 0 \\ \text{KVL in } \textcircled{3} : & +V_6 + V_7 - V_5 = 0 \end{aligned}$$

(B)

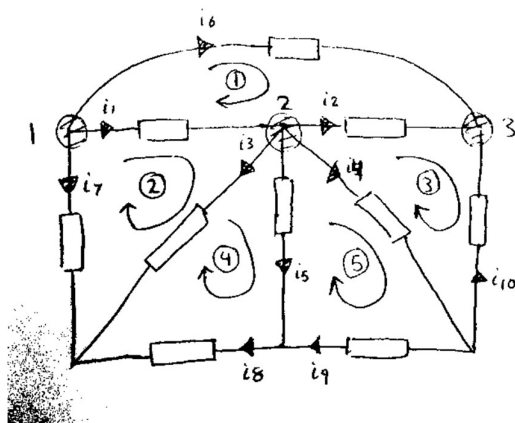


$$\begin{aligned} \text{KVL in } \textcircled{1} : & -V_6 + V_1 - V_3 = 0 \\ \text{KVL in } \textcircled{2} : & +V_8 - V_2 - V_1 = 0 \\ \text{KVL in } \textcircled{3} : & +V_2 - V_4 + V_3 = 0 \\ \text{KVL in } \textcircled{4} : & -V_5 - V_7 + V_8 - V_4 = 0 \end{aligned}$$

۶.



$$\begin{aligned} \text{KVL in } \textcircled{1} : & +10 + 1 + 4 - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 15 \text{ V} \\ \text{KVL in } \textcircled{2} : & +V_1 - V_2 - 2 = 0 \Rightarrow V_2 = 13 \text{ V} \\ \text{KVL in } \textcircled{3} : & +V_2 - 4 - V_3 - 3 = 0 \Rightarrow V_3 = 6 \text{ V} \end{aligned}$$



حل الف) $5 = 10 - 6 + 1 =$ تعداد متغیرهای مستقل جریان

با منظور کردن $(i_1, i_2, i_3, i_4, i_6)$ به عنوان متغیر مستقل جریان داریم:

۱ گره $kcl: i_1 + i_6 + i_7 = 0 \rightarrow i_7 = -i_1 - i_6$

۲ گره $kcl: i_1 = i_2 + i_3 + i_4 + i_5 \rightarrow i_5 = i_1 - i_2 - i_3 - i_4$

۳ گره $kcl: i_2 + i_{10} + i_6 = 0 \rightarrow i_{10} = -i_2 - i_6$

۴ گره $kcl: i_8 + i_7 + i_3 = 0 \rightarrow i_8 = -i_7 - i_3 \rightarrow i_8 = i_1 + i_6 - i_3$

۵ گره $kcl: i_5 + i_9 = i_8 \rightarrow i_9 = i_8 - i_5 \rightarrow i_9 = i_1 + i_6 - i_3 - i_1 + i_2 + i_3 + i_4$
 $\rightarrow i_9 = i_2 + i_4 + i_6$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} v_k i_k &\rightarrow v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 + v_6 i_6 + v_7 i_7 + v_8 i_8 + v_9 i_9 + v_{10} i_{10} \\ &= v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 (i_1 - i_2 - i_3 - i_4) + v_6 i_6 + v_7 (-i_1 - i_6) + v_8 (i_1 + i_6 - i_3) \\ &\quad + v_9 (i_2 + i_4 + i_6) + v_{10} (-i_2 - i_6) = 0 \\ &= i_1 (v_1 + v_5 - v_7 + v_8) + i_2 (v_2 - v_5 + v_9 - v_{10}) + i_3 (v_3 - v_5 - v_8) + i_4 (v_4 - v_5 + v_9) \\ &\quad + i_6 (v_6 - v_7 + v_8 + v_9 - v_{10}) = 0 \end{aligned}$$

ضرایب جملات فوق همگی صفر می باشند چون مجموع پتانسیل های درون یک حلقه است.

پس قضیه تلگان برقرار است.

ب) تعداد متغیرهای مستقل ولتاژ شاخه ها برابر است با: $5 = 6 - 1 = 5$ - تعداد گره ها

بنابراین $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ را به عنوان متغیر مستقل ولتاژ انتخاب می کنیم:

$$\text{KVL حلقه ۱: } v_6 - v_2 - v_1 = 0 \rightarrow v_6 = v_2 + v_1$$

$$\text{KVL حلقه ۲: } -v_7 + v_1 + v_3 = 0 \rightarrow v_7 = v_1 + v_3$$

$$\text{KVL حلقه ۳: } -v_4 + v_2 - v_{10} = 0 \rightarrow v_{10} = v_2 - v_4$$

$$\text{KVL حلقه ۴: } -v_3 + v_5 + v_8 = 0 \rightarrow v_8 = v_3 - v_5$$

$$\text{KVL حلقه ۵: } -v_5 + v_4 + v_9 = 0 \rightarrow v_9 = v_5 - v_4$$

$$\sum_{k=1}^{10} v_k i_k = 0 \rightarrow$$

$$v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 + v_6 i_6 + v_7 i_7 + v_8 i_8 + v_9 i_9 + v_{10} i_{10} = 0$$

$$v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 + (v_1 + v_2) i_6 + (v_1 + v_3) i_7 + (v_3 - v_5) i_8$$

$$+ (v_5 - v_4) i_9 + (v_2 - v_4) i_{10} = 0$$

$$v_1 (i_1 + i_6 + i_7) + v_2 (i_2 + i_6 + i_{10}) + v_3 (i_3 + i_7 + i_8) + v_4 (i_4 - i_9 - i_{10})$$

$$+ v_5 (i_5 - i_8 + i_9) = 0$$

چون هر کدام از ضرایب ولتاژها، مجموع جریان های مربوط به گره ای از مدار می باشد

بنابراین مجموع برابر صفر است.