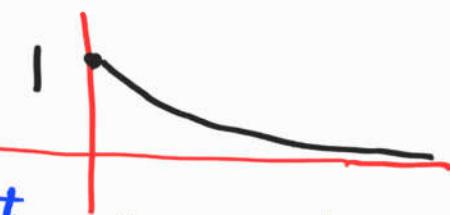


جواب

($a > 0$) $f(t) = e^{-at}$ برای L_∞, L_p, L_1 : ($\widetilde{f(t)}$ بحث ادرازی)



$$\|f\|_1 = \int_0^\infty |f(t)| dt = \int_0^\infty |e^{-at}| dt = \int_0^\infty e^{-at} dt$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} e^{-at} \Big|_0^\infty = -\frac{1}{a} (0 - 1) = \boxed{\frac{1}{a}}$$

$$\|f\|_p = \left(\int_0^\infty f(t)^p dt \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_0^\infty e^{-pat}^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

$$\Rightarrow \|f\|_p = \boxed{\frac{1}{\sqrt{pa}}} \quad \downarrow \quad -\frac{1}{pa} e^{-pat} \Big|_0^\infty = \boxed{\frac{1}{pa}}$$

$$\|f\|_\infty = \sup_{t \geq 0} |f(t)| = \sup_{t \geq 0} |e^{-at}| = \boxed{1}$$

ضرب ماتریس ها

$$A_{c \times r} \quad B_{r \times r} \rightarrow AB \quad \checkmark$$

$$BA \quad \times$$

① $AB \neq BA \quad \checkmark$

\hookrightarrow if $AB = BA \rightarrow A = \begin{bmatrix} a_1 & \dots \\ \vdots & a_r \end{bmatrix}$

 $B = \begin{bmatrix} b_1 & \dots \\ \vdots & b_r \end{bmatrix}$

② $(AB)C = A(BC)$ نمایش پذیری

$n \times m \quad m \times r \quad r \times p$

③ $A_{n \times m}, B_{n \times m}, C_{m \times 1}, D_{m \times 1}$ عملیات

$$(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$$

نمایش ماتریس، تغییر

$$A(t) = \begin{bmatrix} 1+t & e^{-t} \\ -r & t^r \end{bmatrix} \rightarrow \frac{d}{dt} A(t) = \begin{bmatrix} 1 & -e^{-t} \\ 0 & rt \end{bmatrix}$$

$$\int A(t) dt = \begin{bmatrix} t + \frac{t^r}{r} & -e^{-t} \\ -rt & \frac{t^c}{c} \end{bmatrix}$$

(أ) Trace

الحد المثلثي : مatrix trace

$$\text{trace}(A) = \text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

$$\text{tr}(\alpha A) = \alpha \text{tr}(A)$$

$$\text{tr}(A+B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{n \times n}, B_{n \times n} \end{array} \right.$$

$$\text{if } A_{n \times m}, B_{m \times n} \rightarrow \text{tr}(AB) = \text{tr}(BA) \quad \checkmark$$

$$\text{tr}(A) = \begin{array}{l} \leftarrow \\ \text{def} \end{array} A = \begin{bmatrix} r & c & d \\ 1 & f & r \\ r & 1 & s \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}(A) = \left\langle \begin{array}{l} \leftarrow \\ \text{def} \end{array} \right. B = \begin{bmatrix} 1 & r \\ -1 & c \\ c & -f \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & c & d \\ r & -f & v \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta \\ -r & -f & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & r \\ -1 & z \\ c & -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -rv \\ \delta & -fr \end{bmatrix}$$

$\hookrightarrow \text{tr}(AB) = -rv$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & r \\ -1 & z \\ c & -f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta \\ r & -f & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & -1 & 1 \\ r & -rf & r \\ -\delta & 1 & -c \end{bmatrix}$$

$\hookrightarrow \text{tr}(BA) = -cr$

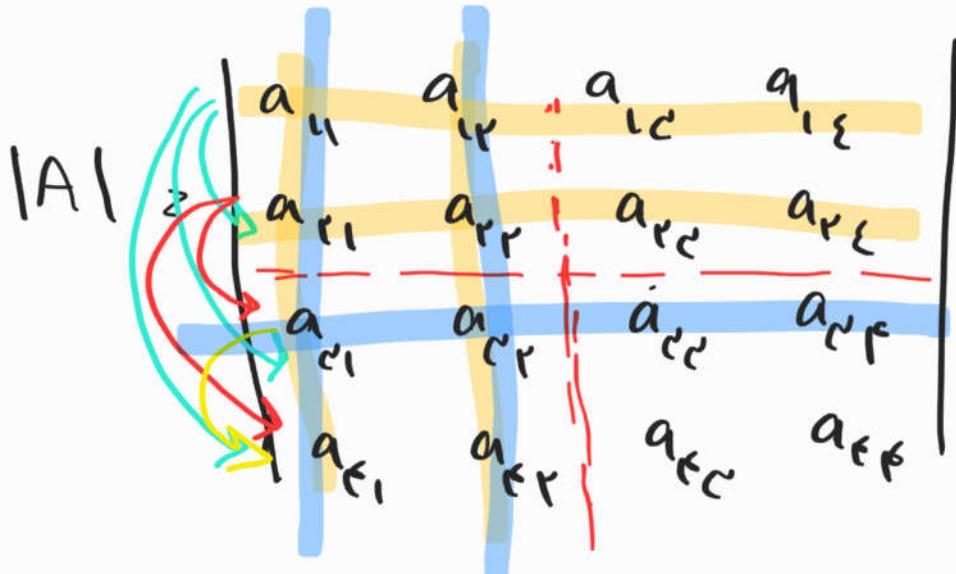
$$\det(A) = |A| = \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (-1)^{i+j} \det(A_{i:j})}_{(n-1) \times (n-1)}$$

Olinjörds

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1r} \\ a_{r1} & a_{rr} \end{vmatrix} = a_{11}a_{rr} - a_{1r}a_{r1}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1r} & a_{1c} \\ a_{r1} & a_{rr} & a_{rc} \\ a_{c1} & a_{cr} & a_{cc} \end{vmatrix} = a_{11} \left(a_{rr}a_{cc} - a_{rc}a_{cr} \right)$$

$$- a_{ir} \left(a_{r1} a_{cc} - a_{rc} a_{c1} \right) + a_{ic} \left(a_{r1} a_{cr} - a_{rr} a_{c1} \right)$$



$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1r} \\ a_{r1} & a_{rr} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{cc} & a_{cf} \\ a_{fc} & a_{ee} \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1r} \\ a_{cl} & a_{cr} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{rc} & a_{rf} \\ a_{fc} & a_{ee} \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1r} \\ a_{ri} & a_{rf} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{rc} & a_{re} \\ a_{cc} & a_{cf} \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}$$

$$+ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}$$

~~~~~ ~~~~~ ~~~~~ ~~~~~

### خواص دترمینان

۱- آنچهای دو سطر (یا دو ستون) با یکدیگر عوض شوند  $\leftrightarrow$  علامت دترمینان تغییر کنند

۲- آنچهای دو سطر (یا یک ستون) را بایک طرف (یا یک ستون) جمع نمایند تغییر نمایند

۳- آنچهای ماتریس دو سطر (یا دو ستون) میان دترمینان خواهند بود

۴- آنچهای دو سطر (یا یک ستون) در یک عدد اسکالر ضرب شوند  $\leftrightarrow$  دترمینان در K ضرب شوند

۵- آنچهای درایهای ماتریس A در K  $n \times n$  ضرب شود  $\leftrightarrow$  دترمینان  $|kA| = k^n |A|$

ما ترسن منفرد / غير منفرد / مقلوب

non singular  $B_{n \times n}$   $A_{n \times n}$  ماترس منفرد (نادر)  $\Leftrightarrow$  ماترس غير منفرد (نادر)  $\Leftrightarrow$  ماترس مقلوب

وجود داشته باشد  $AB = BA = I$  باشد .  
 $\downarrow A^{-1}$

$\checkmark$  اگر  $A^{-1}$  وجود داشته باشد  $\leftarrow A \leftarrow$  منفرد باشد و پس

$\checkmark$  زمانی وجود دارد  $|A| \neq 0$ ;  $A^{-1}$  غير منفرد باشد .

$\checkmark$   $AB$  منفرد باشد  $\leftarrow B_{n \times n}, A_{n \times n} \leftarrow$  غير منفرد  
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$\checkmark$   $\leftarrow$   $A_{n \times n}$  غير منفرد  $\leftarrow$  ماترس غير منفرد و  $K$   $\leftarrow$  ماترس مقلوب

$$(A^{-1})^{-1} = A \quad , \quad (KA)^{-1} = \frac{1}{K} A^{-1}$$

$1 = |AA^{-1}| = |\bar{A}^T A| \leftarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad \checkmark$

مقدمة

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)$$

العاقِل

هـ عـنـصـرـ تـراـنـهـادـهـ Aـ اـزـ دـرـرـيـلـ (ـمـاـسـيـسـ مـسـاـخـرـ)ـ  
حـذـفـ سـعـرـ ظـلـ وـ سـعـلـ زـُـمـ بـيـتـ

$$A(\text{adj}(A)) = (\text{adj}(A))A = (\det(A))I$$

↑ غير متفرد با A

$$\checkmark AA^{-1} = I \rightarrow A \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = I$$

$$\rightarrow A(\text{adj}(A)) = \det(A)I$$

$$A^{-1}A = I \rightarrow \frac{\text{adj}(A)}{|A|}A = I$$

$$\rightarrow (\text{adj}(A))A = \det(A)I$$

✓ دستهیان  
مقدار ماتریس بیشترین  
ما تریس ؟

نرم ماتریس ها

$$\|A\| = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$$



$A = \circ \rightarrow \|A\|$ , ?

$$\hookrightarrow Ax = \circ \rightarrow \|A\| = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|}{\|x\|} = \circ$$

$A = I \rightarrow ?$