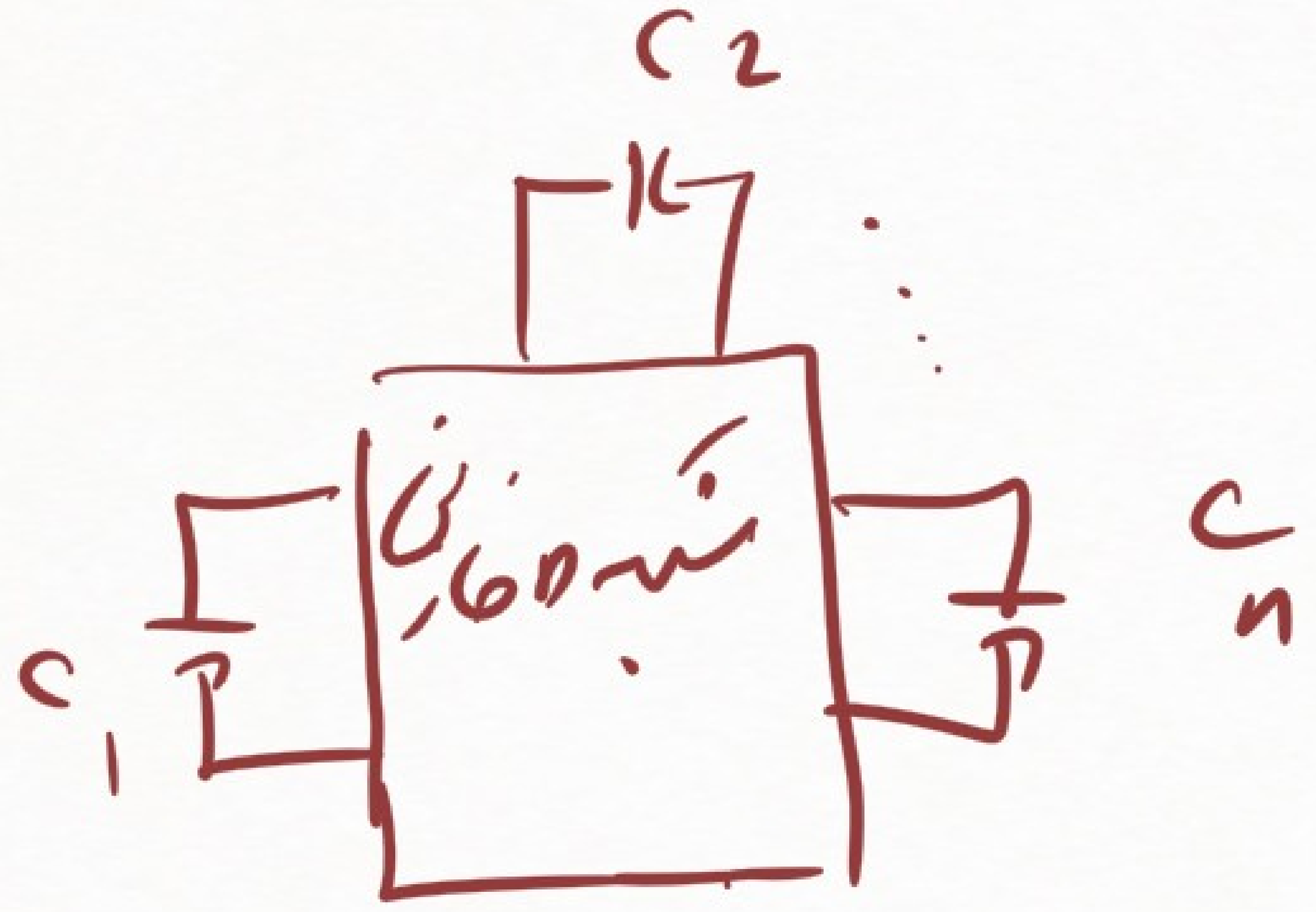
الکترونیک ۳

دکتر حسین مروی - دانشگاه صنعتی شاهرود

بسم الله الرحمن الرحیم

محاسبه فرکانس قطع بالا تقویت کننده به کمک روش ثابت زمانی



در این شبکه n خازنی (با فرض عدم تشکیل حلقه) n قطب داریم

$s_1, s_2, \ldots, s_n$

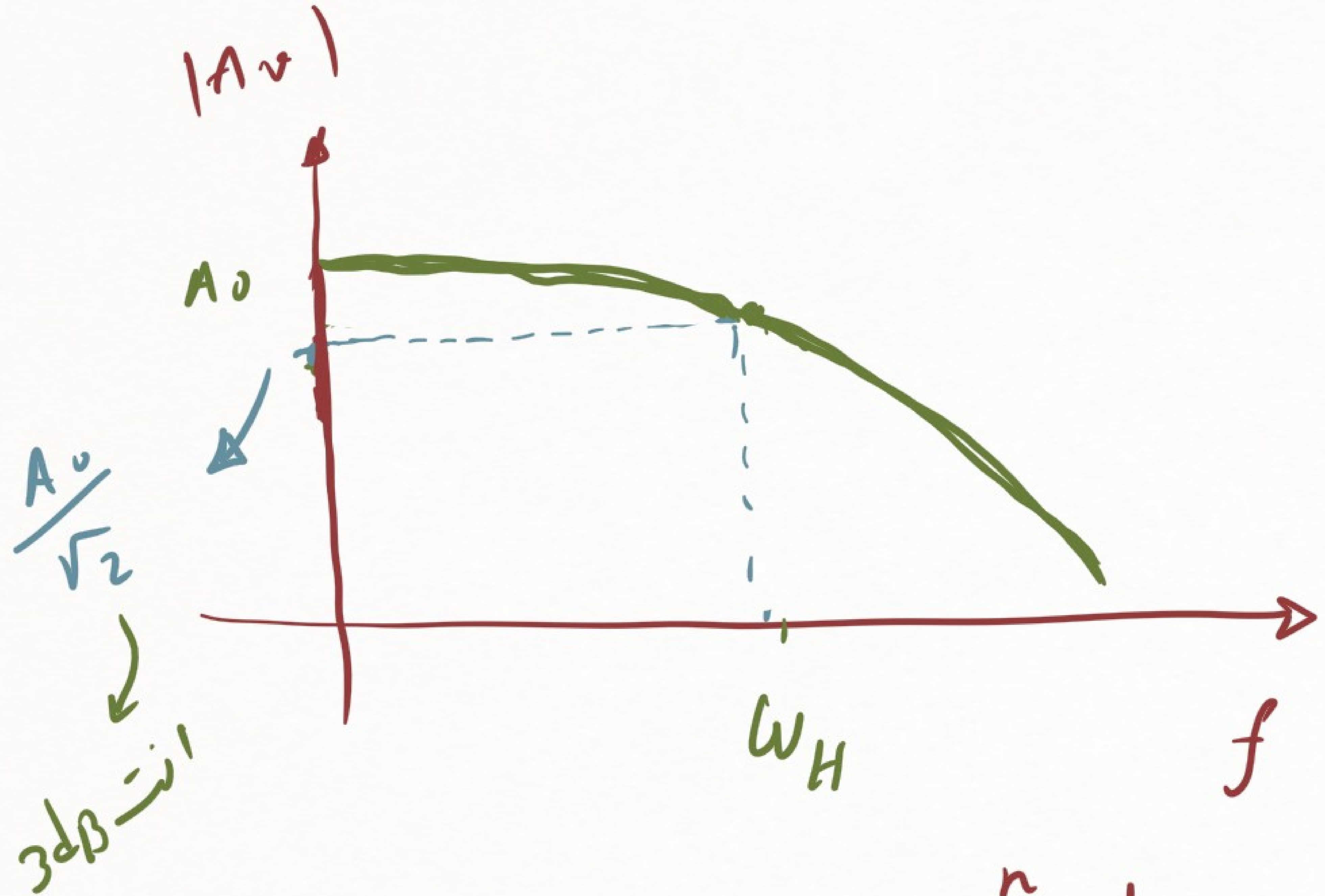
R_{jo} = مقاومت دیده شده از دو سر خازن j ام وقتی بقیه خازن ها اتصال باز ، $\tau_{jo} = R_{jo} C_j$

می توان نشان داد که:

$$\sum_{j=1}^{n} \tau_{jo} = \tau_{1o} + \tau_{2o} + \dots + \tau_{no} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \dots + \frac{1}{s_n}$$

با فرض $s_1 \ll s_2, \ldots, s_n \Longrightarrow \sum_{j=1}^{n} \tau_{jo} \approx \frac{1}{s_1}$ ($s_1 \to j\omega_H$) $\Longrightarrow$

$$\boxed{\omega_H = |s_1| = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \tau_{jo}}}$$



پس در این حالت تقویت کننده را با یک قطب مدل کرده ایم.

البته حسبه تبعی رابطه بین ω_H و قطب، صفرهای مدار را بیان نکرده ایم

در این حسبه ω_H را از روی مدار و خازن ها بطور تقریبی با فرض

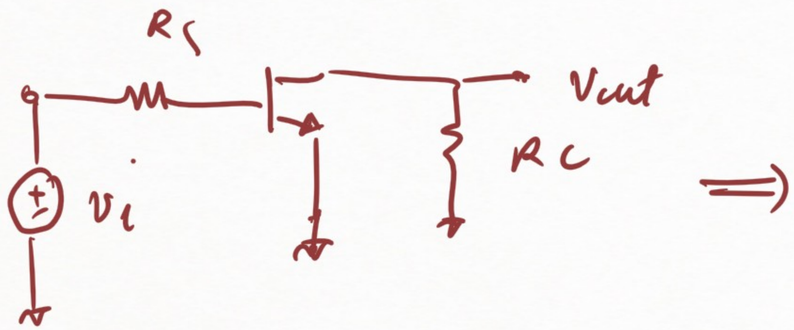
منطق محاسبه شده . ⇐ ترم - فرکانس قطع پایین

$\omega_L = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\tau_{js}}$ ، $\tau_{js} = R_{js} C_j$

توجه - استفاده از روش (*) صحیح است اگر این شرط داشته باشد که مدار صفر نداشته باشد یا اینکه صفرهای صفر بزرگتر باشند که غالباً چنین است

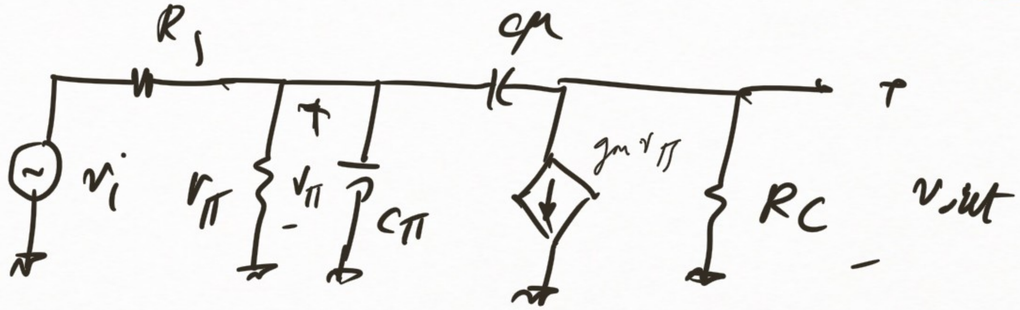
زیرا اینکه قطب غالب وجود داشته باشد این شرط نیز برقرار است)

مثال - تقویت کننده CE ⇐



$\Longrightarrow$

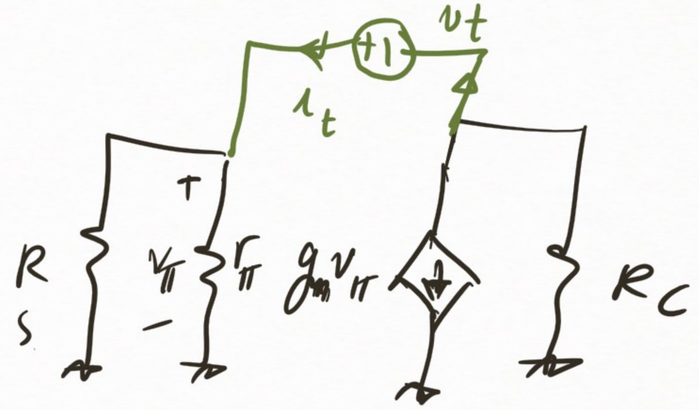
$\omega_H = ?$

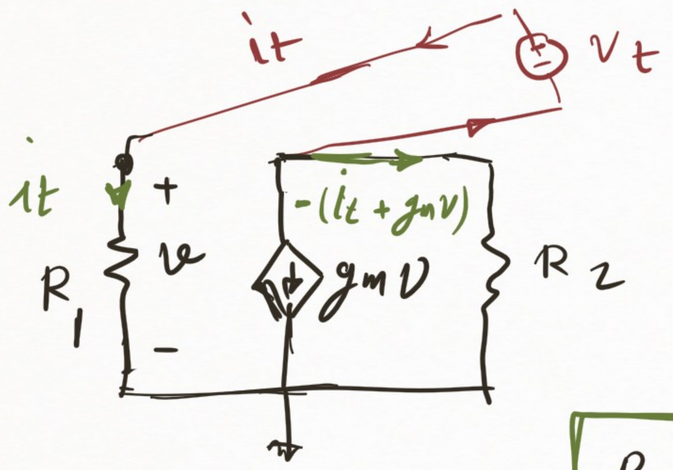


$$\omega_H \simeq \frac{1}{\tau_{H0} + \tau_{\mu 0}} \quad , \quad \tau_{\pi 0} = R_{\pi 0} C_\pi \quad , \quad R_{\pi 0} = R_S \parallel r_\pi$$

$\tau_{\mu 0} = R_{\mu 0} C_\mu$ ، $R_{\mu 0} = ?$

$R_{eq} = \frac{v_t}{i_t}$ برای محاسبه $R_{\mu 0}$ از روش زیر استفاده می‌کنیم





$$R_{eq} = \frac{v_t}{i_t} = ?$$

$$i_t = \frac{v}{R_1}$$

$R_1 i_t$ $\qquad$ $R_1 i_t$

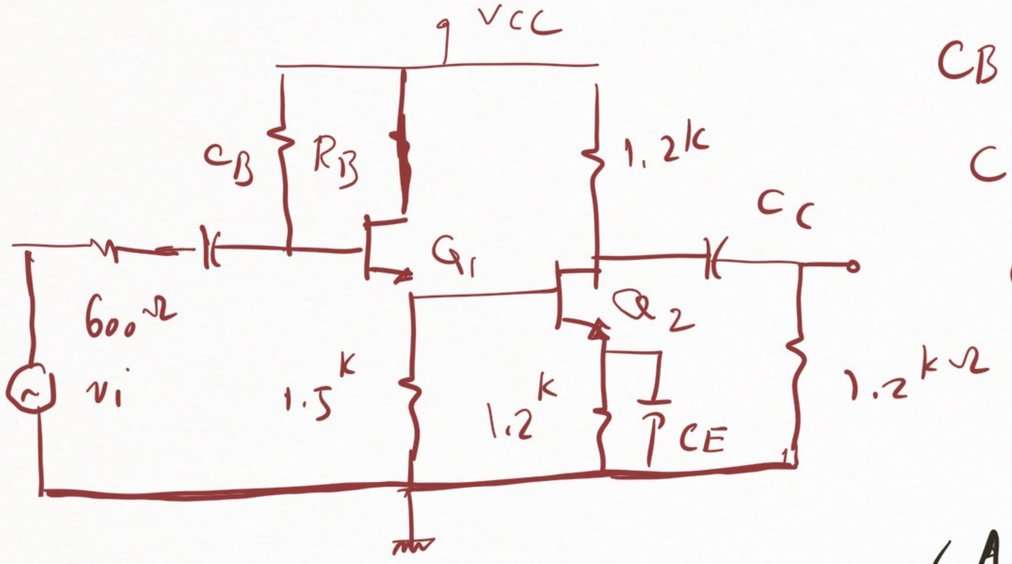
$$KVL \Rightarrow -v_t + v + R_2 (i_t + g_m v) = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{v_t}{i_t} = R_1 + R_2 + g_m R_1 R_2}$$

$$R_{\mu_0} = R_S \| r_\pi + R_C + g_m R_C (R_S \| r_\pi)$$

$$\Rightarrow \omega_H = \frac{1}{\tau_{\pi_0} + \tau_{\mu_0}} = \frac{1}{C_\pi R_{\pi_0} + C_\mu R_{\mu_0}} = \frac{1}{(R_S \| r_\pi) C_\pi + [R_S \| r_\pi + R_C + g_m R_C (R_S \| r_\pi)] C_\mu}$$

$$\Rightarrow \omega_H = \frac{1}{(R_S \| r_\pi)[C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_C)]}$$



$C_B = 1\mu F$

$C_E = 47\mu F$

$CC = 1\mu F$

$I = 2.5\,mA$

$\beta_0 = 100$

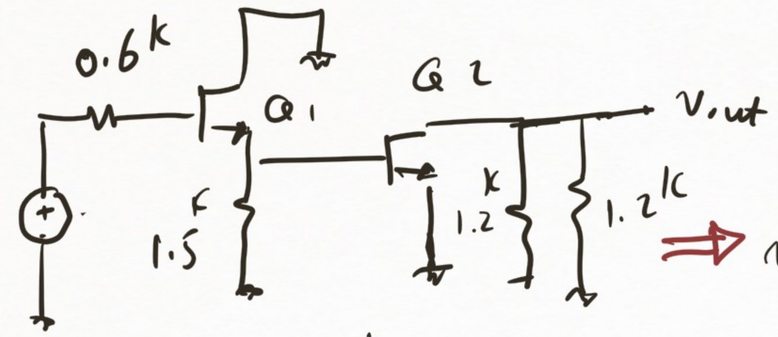
$C_\pi = 50\,pF$

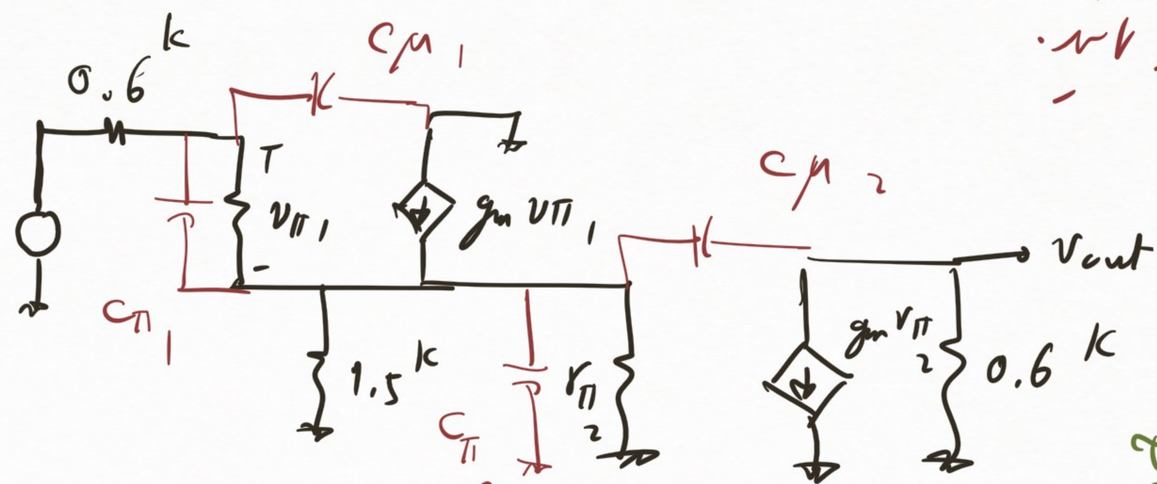
$C_\mu = 3\,pF$

الف - A_0 و ω_L را محاسبه نمایید. پاسخ

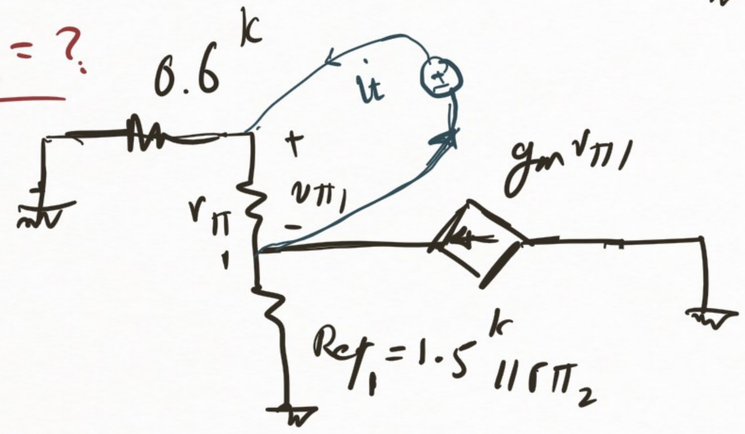
$$\begin{cases} A_0 \simeq -56 \\ \omega_L \simeq 393\,Hz \end{cases}$$

ب - ω_H را بدست آورید.





$R_{\pi 10} = ?$



$R_{\pi 10}$ را بدست آورید.

$$\omega_H = \frac{1}{\tau_{01} + \tau_{02} + \tau_{03} + \tau_{04}}$$

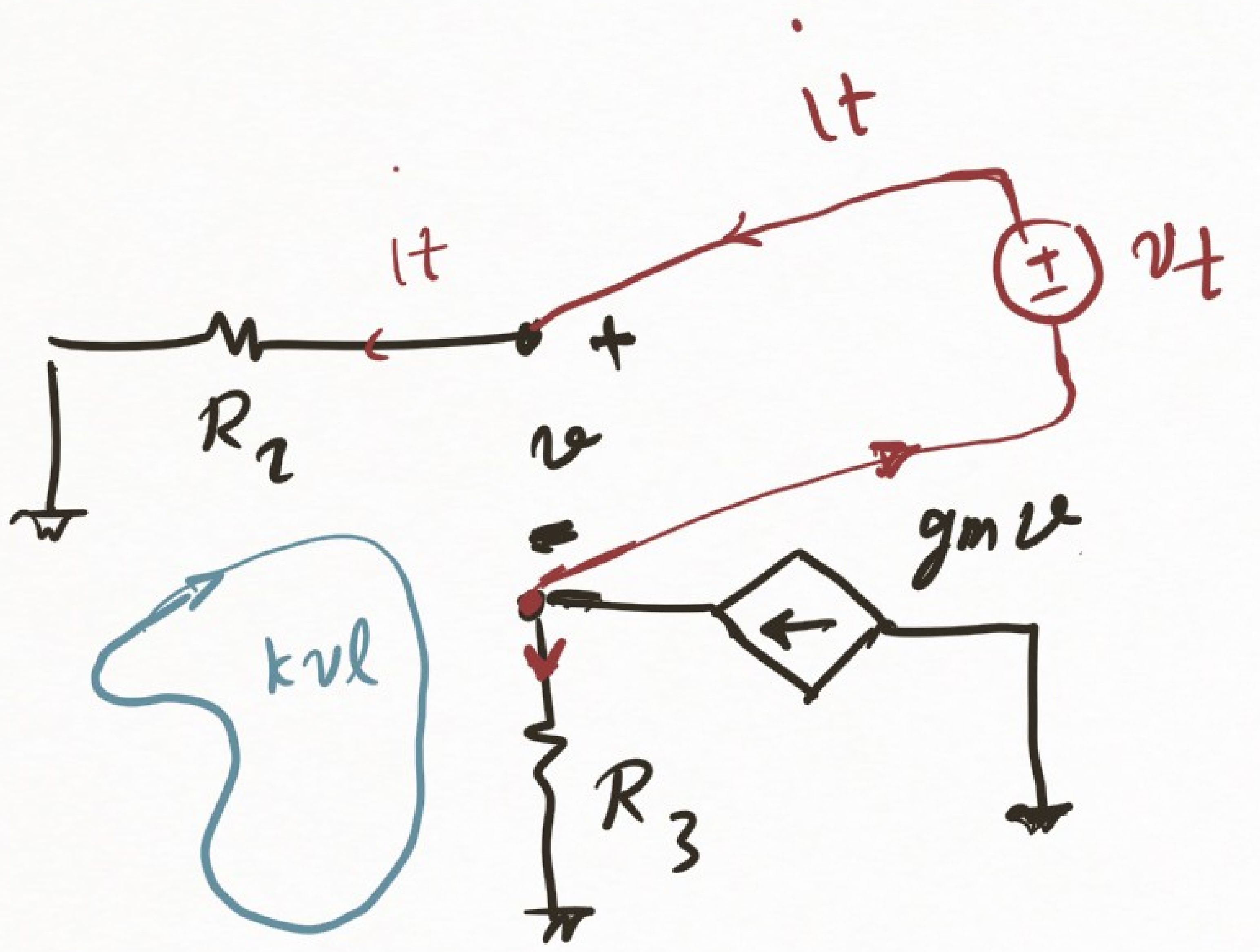
$\tau_{01} = C_{\pi_1} R_{\pi 10}$

$\tau_{02} = C_{\mu_1} R_{\mu 10}$

$\tau_{03} = C_{\pi_2} R_{\pi 20}$

$\tau_{04} = C_{\mu_2} R_{\mu 20}$

برای محاسبه مقاومت معادل صفحه‌نیس شکل مقابل را ابتدا محاسبه می‌کنیم :



$$R_{eq} = \frac{v_t}{i_t} = ?$$

$$kvl \Longrightarrow -R_2 i_t + v_t + R_3 (g_m v - i_t) = 0$$

(with $v \to v_t$ marked above v)

$$R_{eq} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_2 + R_3}{1 + g_m R_3}$$

بنابراین با توجه به شکل بالا لذا مقاومت صفحه‌نیس حاصل شد :

$$R_{\pi 10} = r_{\pi_1} \,\|\, \frac{0.6 + R_{eq_1}}{1 + g_m R_{eq_1}} = 19.8^{\Omega} \Longrightarrow \tau_{\pi 10} = C_{\pi_1} R_{\pi 10} = 0.99\,ns$$

(R_{eq_1} annotated: $r_{\pi_2} \| 1.5^k$)

با توجه به اینکه کلکتور Q2 زمین است لذا $R_{\mu 10}$ مقاومت معادل دیده شده از بیس Q1 به زمین است یعنی : $R_{\mu 10} = ?$

$$R_{\mu 10} = R_s \,\|\, [r_{\pi_1} + (1+\beta_0)(R_{E_1} \| r_{\pi_2})] = 0.643^{k\Omega} \Longrightarrow \tau_{\mu 10} = R_{\mu 10} C_{\mu_1} = 1.93\,ns$$

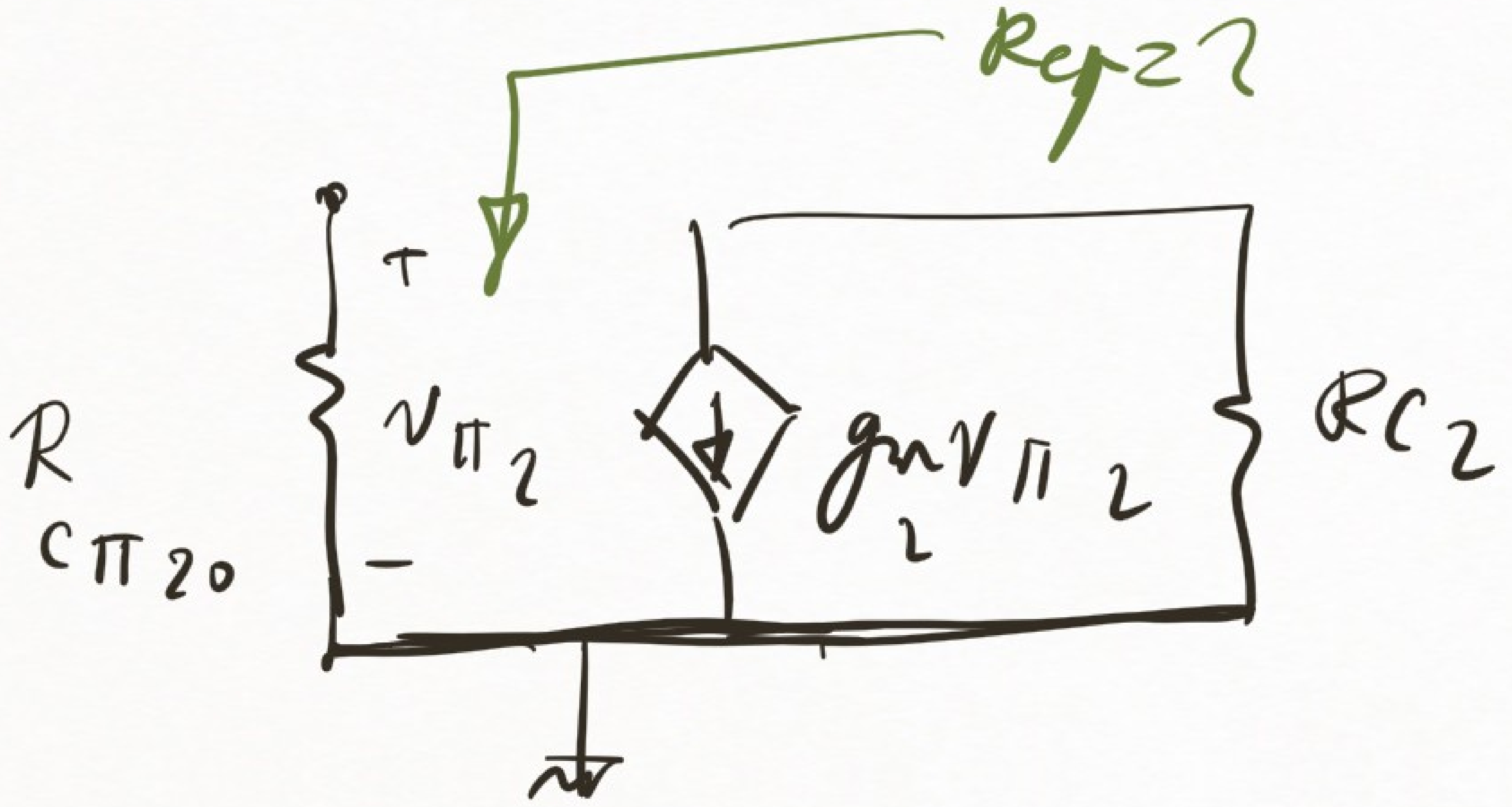
(R_s crossed out and replaced with 0.6^k)

$R_{\pi 20} = ?$

مقاومت $R_{\pi 20}$ مقاومت دیده شده از بیس Q_2 اما در واقع امیتر Q_1 به زمین است یعنی:

$$R_{\pi 20} = r_{\pi 2} \| \left[R_{E1} \| \left(\frac{r_{\pi 1} + R_S}{1 + \beta_0} \right) \right] \simeq 66\ \Omega \Longrightarrow \tau_{\pi 20} = C_{\pi 2} R_{\pi 20} = 3.102\ ns$$

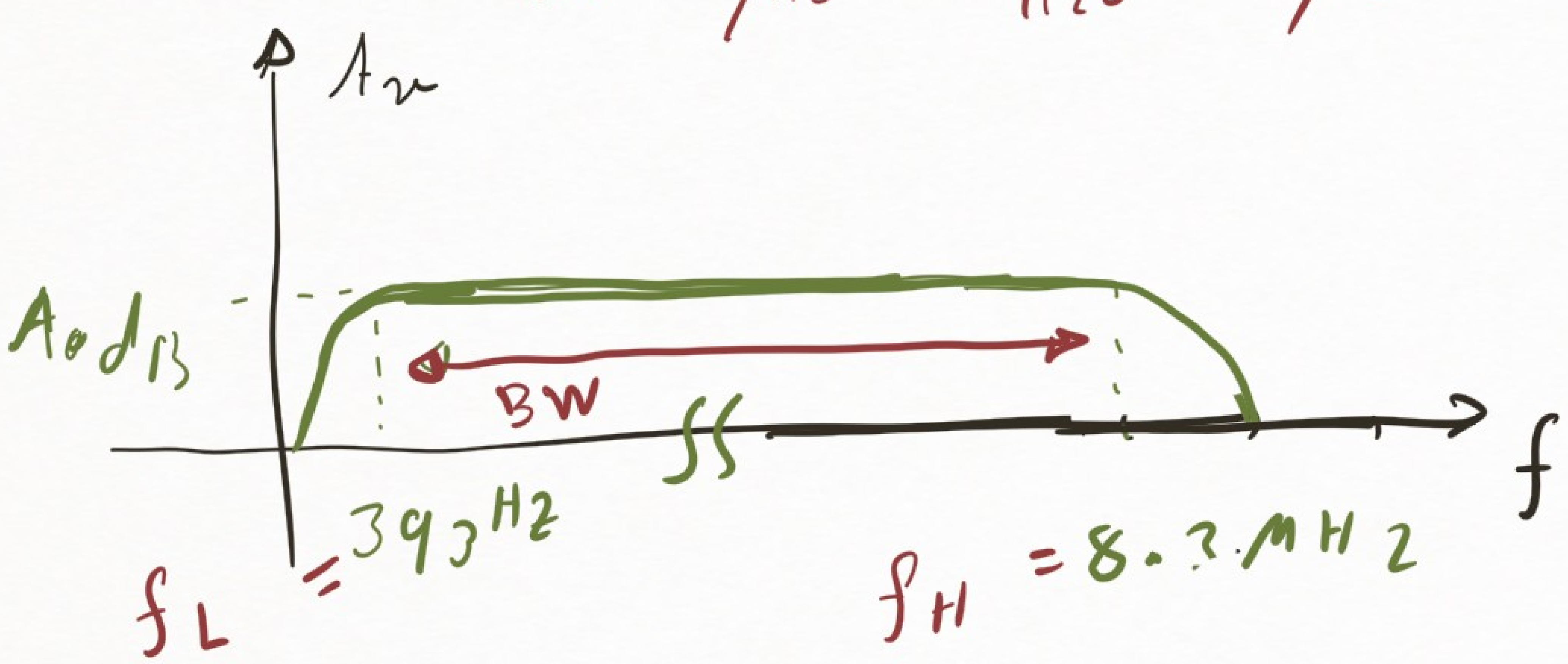
$R_{\mu 20} = ?$ برای محاسبه این مقاومت شکل مقابل را داریم



$$\Longrightarrow R_{eq} = R_{\mu 20} = R_{C\pi 20} + R_{C_2} + g_{m2} (R_{C\pi 20})(R_C)$$

$$R_{\mu 20} = 4.385\,k \Longrightarrow \tau_{\mu 20} = C_{\mu 20} R_{\mu 20} = 13.15\ ns$$

$$\Longrightarrow \omega_H = \frac{1}{\tau_{\pi 10} + \tau_{\mu 10} + \tau_{\pi 20} + \tau_{\mu 20}} = 52.14\ \frac{Mrad}{s} \Longrightarrow f_H = 8.3\ MHz$$



تمرین- قطب و صفرهای فرکانس بالای مدار را از روش کامل بطور تقریبی محاسبه بنمایید و نتایج را با نتیجه حل شده در شکل مقایسه نمایید.

روش تابت زمانی برای محاسبه تابع انتقال فرمان بازه

$$A_{cl}(s) = \frac{A_0}{(1+\frac{s}{p_1})(1+\frac{s}{p_2})(1+\frac{s}{p_3})} = \frac{A_0}{1+a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

با فرض اینکه $p_1 \ll p_2 < p_3$

$$a_1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \simeq \frac{1}{p_1} \Longrightarrow p_1 = \frac{1}{a_1}$$

$$a_2 = \frac{1}{p_1 p_1} + \frac{1}{p_2 p_3} + \frac{1}{p_1 p_3} \simeq \frac{1}{p_1 p_2} = \frac{a_1}{p_2} \Longrightarrow p_2 = \frac{a_1}{a_2}$$

$$a_3 = \frac{1}{p_1 p_2 p_3} \simeq \frac{a_2}{p_3} \Longrightarrow p_3 \simeq \frac{a_2}{a_3}$$

$$a_1 = \sum_{i=1}^{n} \tau_i^0 = \sum_{i=1}^{n} R_i^0 \cdot c_i \quad , \quad R_i^0 = \text{مقاومت دیده شده از دو سر خازن با اگر دنی بقیه خازن ها اتصال باز باشند.}$$

$$a_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \tau_i^0 \tau_j^i \quad ; \quad \tau_j^i = R_j^i c_j \quad , \quad R_j^i = \text{مقاومت دیده شده از دو سر خازن } j \text{ ام دنی}$$

که دو سر خازن i ام اتصال کوتاه و بقیه خازن ها اتصال باز باشند.

نتیجه ۵ / (یعنی مدار شامل شش خازن) $n=6$

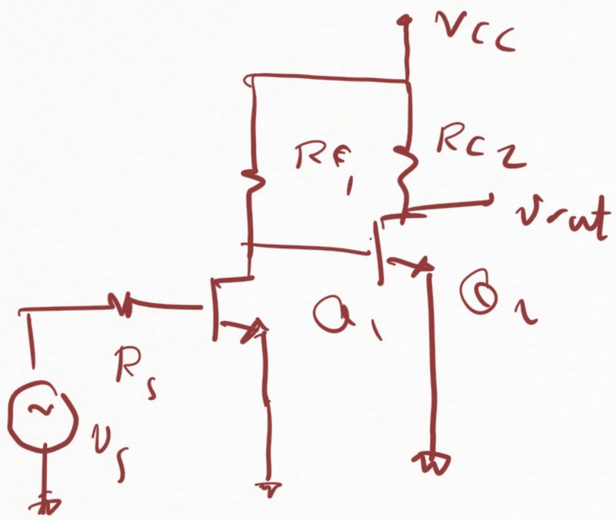
$$a_2 = \sum_{i=1}^{} \sum_{j=2}^{} \tau_i^0 \tau_j^1 = \tau_1^0 [\tau_2^1 + \tau_3^1 + \tau_4^1 + \tau_5^1 + \tau_6^1] + \tau_2^0 [\tau_3^2 + \tau_4^2 + \tau_5^2 + \tau_6^2]$$

$$+ \tau_3^0 [\tau_4^3 + \tau_5^3 + \tau_6^3] + \tau_4^0 [\tau_5^{64} + \tau_6^{64}] + \tau_5^0 \tau_6^5$$

$$a_3 = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^{n} \tau_i^0 \tau_j^i \tau_k^{ij} \quad , \quad \tau_k^{ij} = C_k R_k^{ij}$$

R_k^{ij} مقاومت دیده شده از سر خازن C_k وقتی که خازن‌های C_i و C_j اتصال کوتاه و سایر خازن‌ها اتصال باز باشند.

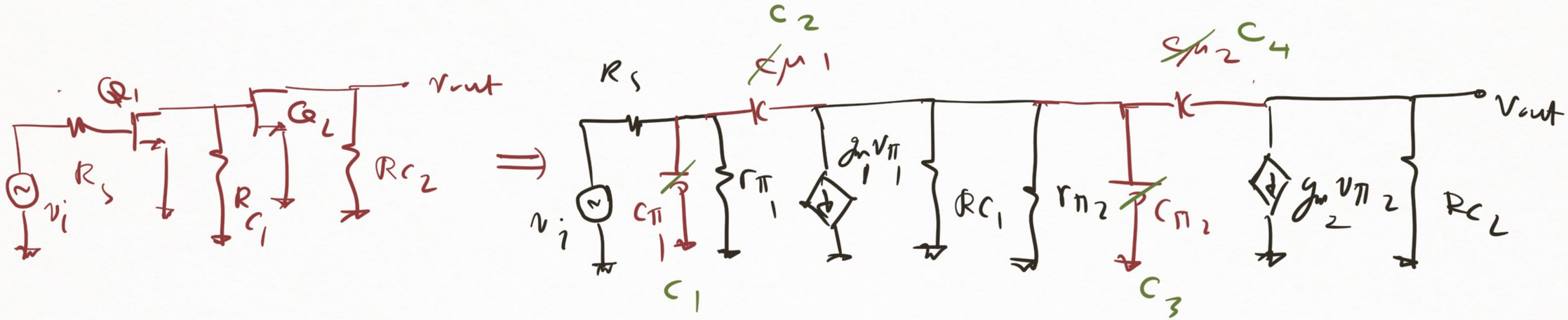
مثال - ارزش ثابت زمانی صفر در طبقه اول مدار زیر را محاسبه کنید.



$R_S = 0.6\,k\Omega$
$R_{C_1} = 1.5\,k$
$R_{C_2} = 0.6\,k\Omega$
$r_{\pi_1} = 1.2\,k\Omega$
$g_{m_1} = 0.1\,\mho$

$C_{\pi_1} = 24.5\,pF$
$C_{\mu_1} = 0.5\,pF$
$r_{\pi_2} = 2.4\,k\Omega$
$g_{m_2} = 0.05\,\mho$

$C_{\pi_2} = 19.3\,pF$
$C_{\mu_2} = 0.5\,pF$



$a_1 = ?$

$$a_1 = \tau_1^0 + \tau_2^0 + \tau_3^0 + \tau_4^0 = R_1^0 C_1 + R_2^0 C_2 + R_3^0 C_3 + R_4^0 C_4$$

$R_1^0 = r_{\pi_1} \| R_s = 1.2^k \| 0.6^k = 0.4^k$, $R_2^0 = R_1^0 + R_{C_1} \| r_{\pi 2} + g_{m_1} R_1^0 (R_{C_1} \| r_{\pi_2}) = 38.2^k$

$R_3^0 = R_{C_1} \| r_{\pi 2} = 1.5^k \| 2.4^k = 0.923^k\Omega$, $R_4^0 = R_3^0 + R_{C_2} + g_{m_2} R_3^0 R_{C_2} = 29.2k$

$a_1 = 0.4 \times 24.5 + 0.5 \times 38.7 + 0.923 \times 19.5 + 0.5 \times 29.7 = 61.5ns$

$$p_1 = \frac{1}{a_1} = 1.63 \times 10^7 \ rad/s \Longrightarrow f_{H_1} = 2.59\,MHz$$

$a_2 = ?$

$$a_2 = \sum\sum \tau_i^{0}\tau_j^{i} = \tau_1^{0}[\tau_2^{1} + \tau_3^{1} + \tau_4^{1}] + \tau_2^{0}[\tau_3^{2} + \tau_4^{2}] + \tau_3^{0}\tau_4^{3}$$

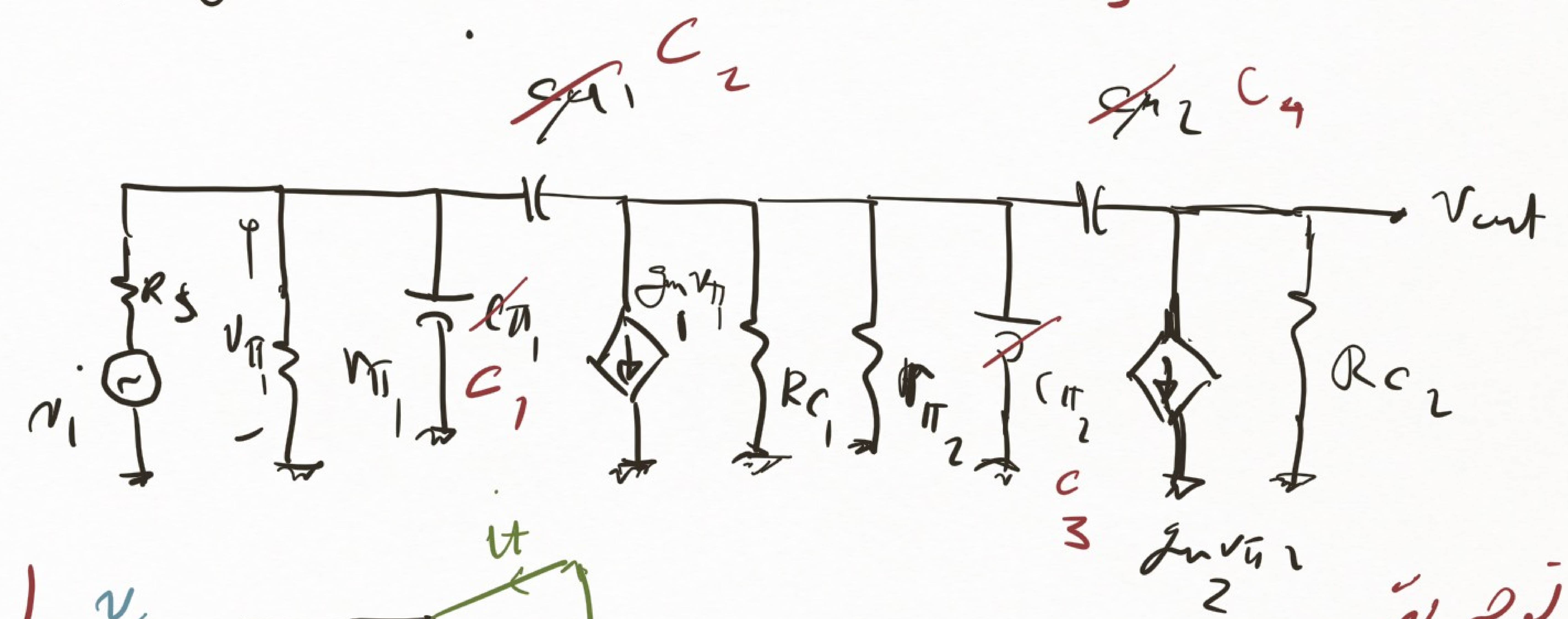
$R_1^0 C_1$, $R_2^1 C_2$, $R_3^1 C_3$, $R_4^1 C_4$, $R_2^0 C_2$, $R_3^2 C_3$, $R_4^2 C_4$, $R_4^3 C_4$, $R_3^0 C_3$

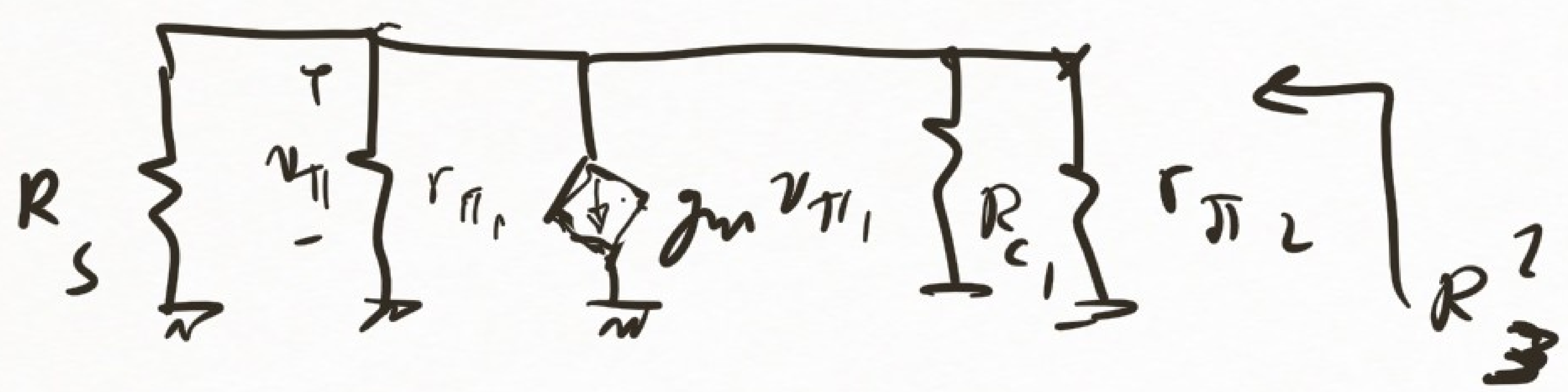
$$R_2^1 = R_{C_1} \| r_{\pi_2} = R_3^0$$

$$R_3^1 = R_3^0 = R_{C_1} \| r_{\pi_2}$$

$$R_4^1 = R_4^0 = R_3^0 + R_{C_2} + g_{m_2} R_3^0 R_{C_2}$$

$R_3^2 = ?$



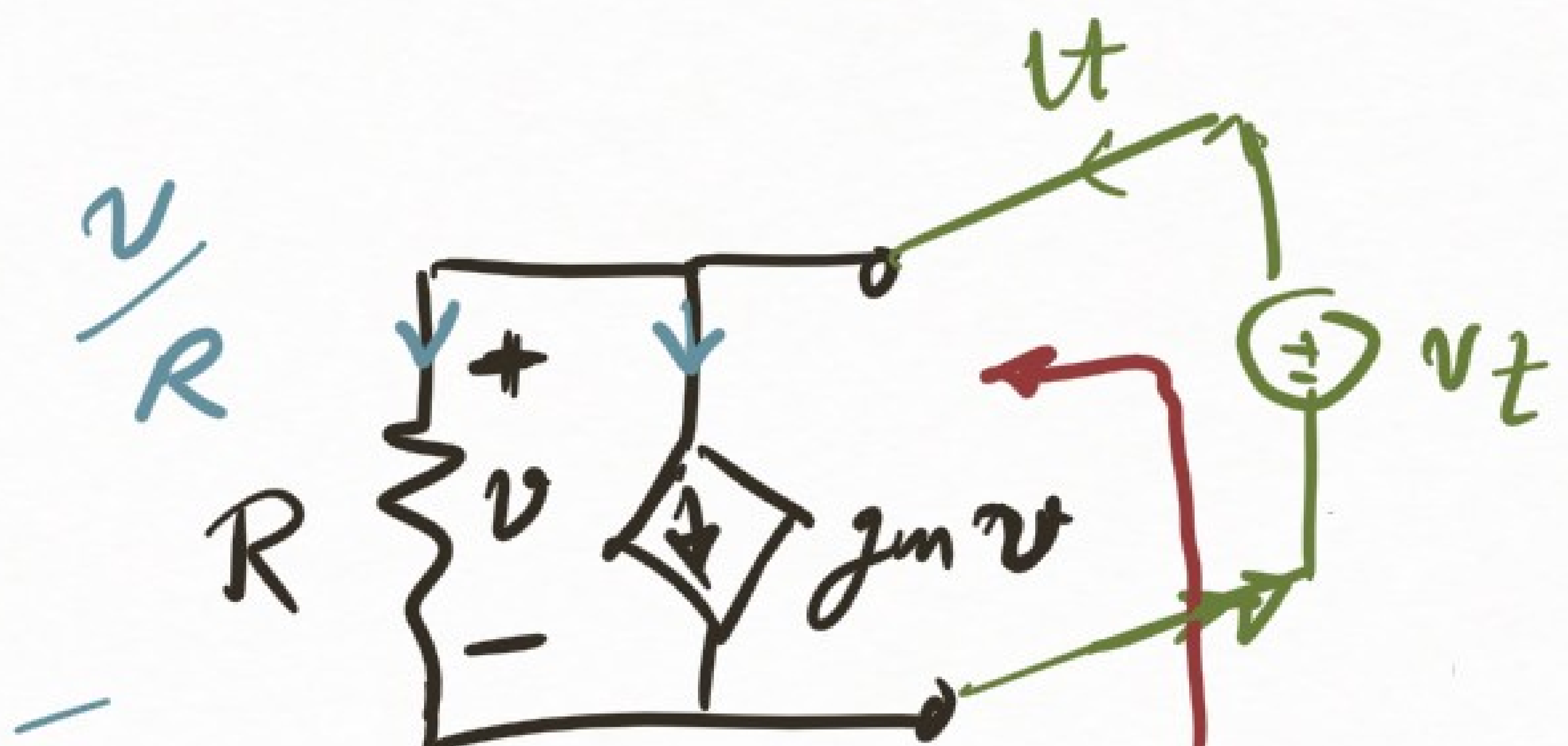


$$R_3^2 = R_s \| r_{\pi_1} \| R_{C_1} \| r_{\pi_2} \| \frac{1}{g_{m_1}} = 0.01\,k\Omega$$

$$R_4^2 = R_3^2 + R_{C_2} + g_{m_2} R_3^2 R_{C_2} = 0.91\,k\Omega$$

$$R_4^3 = R_{C_2}$$

نکته مهم



$R_{eq} = ?$

KCL: $i_t = g_m v + v/R$

$v_t = v \Rightarrow i_t = (1/R + g_m) v_t$

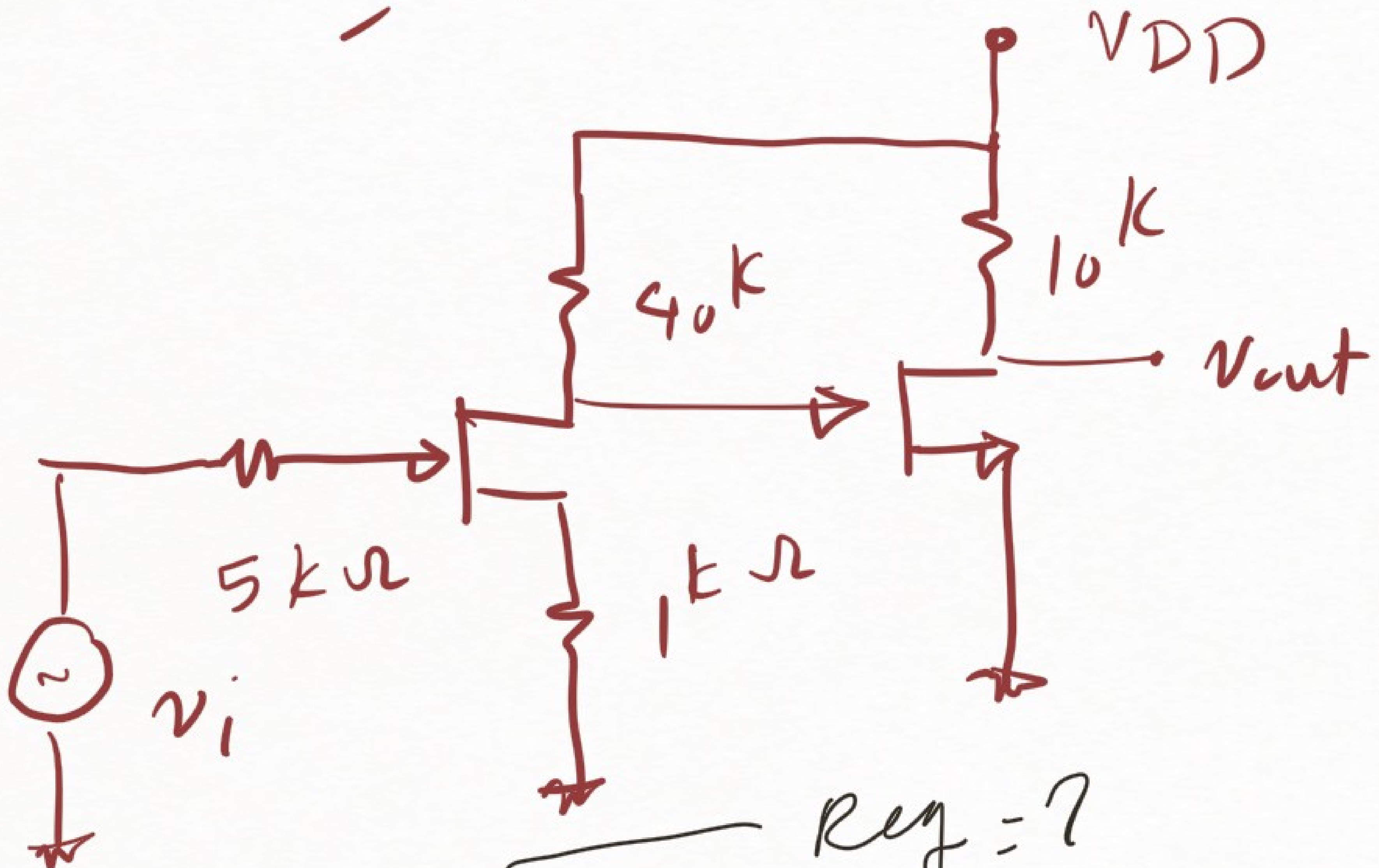
$$\Rightarrow \frac{i_t}{v_t} = g_m + \frac{1}{R} \rightarrow R_{eq} = \frac{v_t}{i_t} = R \| \frac{1}{g_m}$$

نکته مهم

با مقدارگذاری بجای مقاومت‌ها و خازن‌ها در فرمول a_2 حاصل می‌شود!

$$a_2 = 342 \times 10^{-18}\, s^2 \Longrightarrow p_2 = \frac{a_1}{a_2} = 1.8 \times 10^{8}\, \mathrm{rad/s} \Longrightarrow f_2 = 28.6\, \mathrm{MHz}$$

تمرین ۱- با استفاده از روش نظری ثابت زمانی قطب‌ها و صفرهای مدار را بدست آورده و با نتایج فصل مقایسه نمایید.



$g_m = 1\,m℧$

$C_{gs} = 5pF$

$C_{dg} = 1pF$

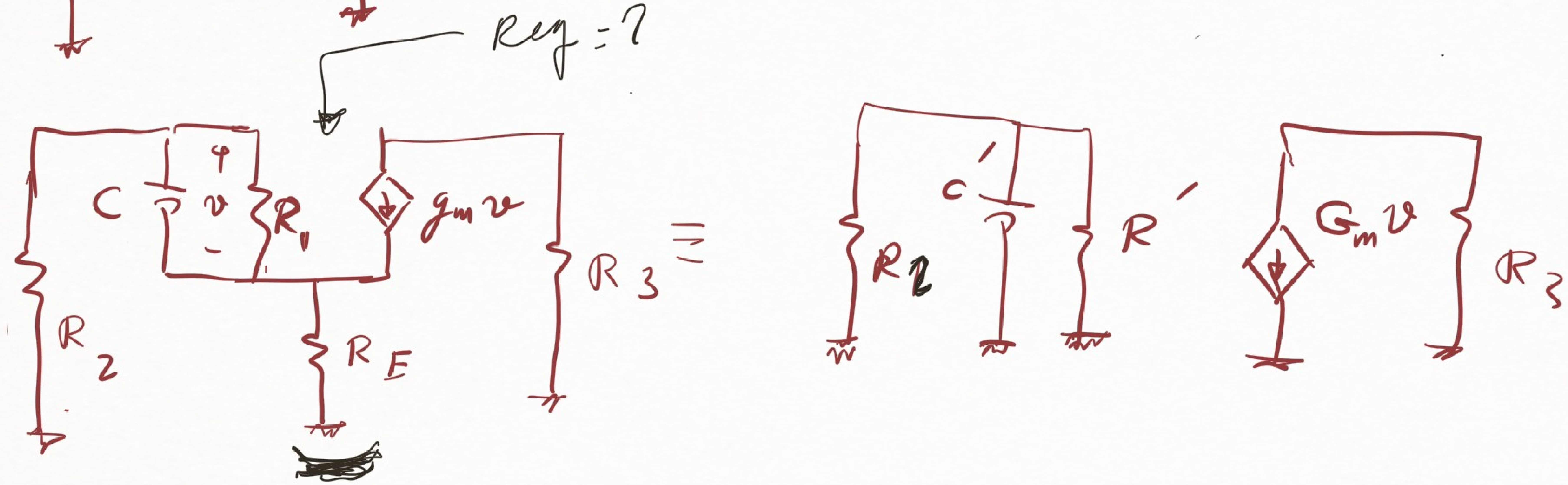
$r_o = 40k\Omega$

تمرین ۲- ارائه روش نظری قطب‌ها و صفرها

$\Longrightarrow a_1 , a_2 = ?$ ثانیه

$f_{H_1} , f_{H_2} = ?$

تمرین ۳- نشان دهید:



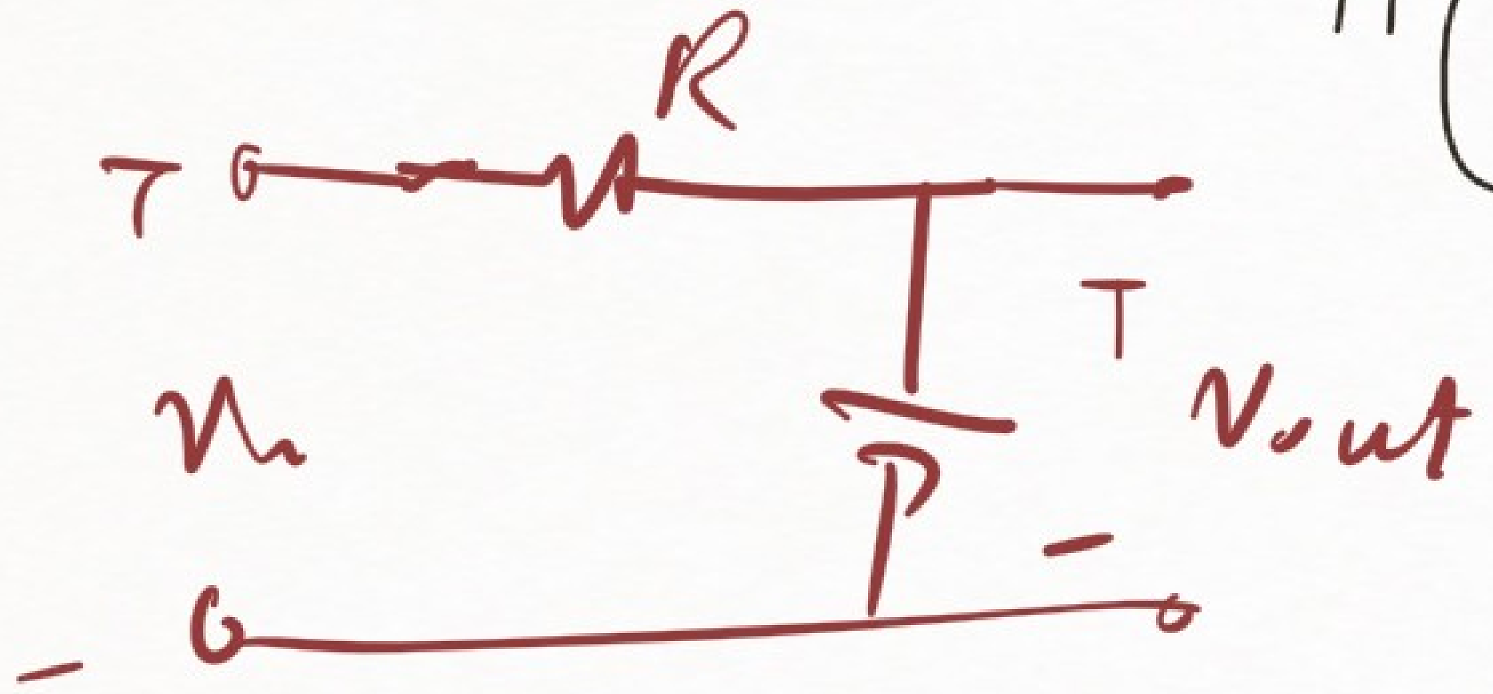
$R' = R_1 (1 + g_m R_E)$

$C' = \dfrac{C}{1 + g_m R_E}$

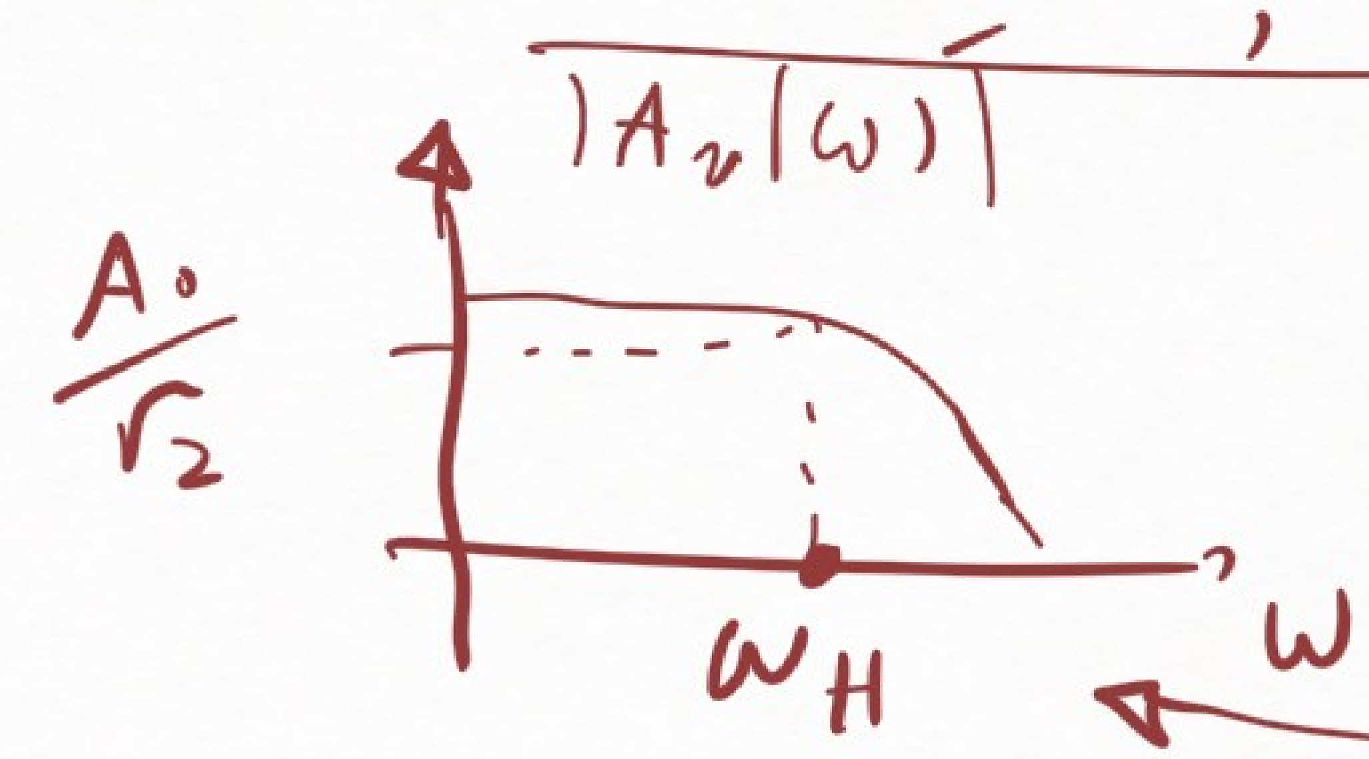
$G_m = \dfrac{g_m}{1 + g_m R_E}$

پاسخ پله تقویت کننده - اگر تقویت کننده را با یک قطب غالب مدل کنیم -

فیلتر پایین گذر



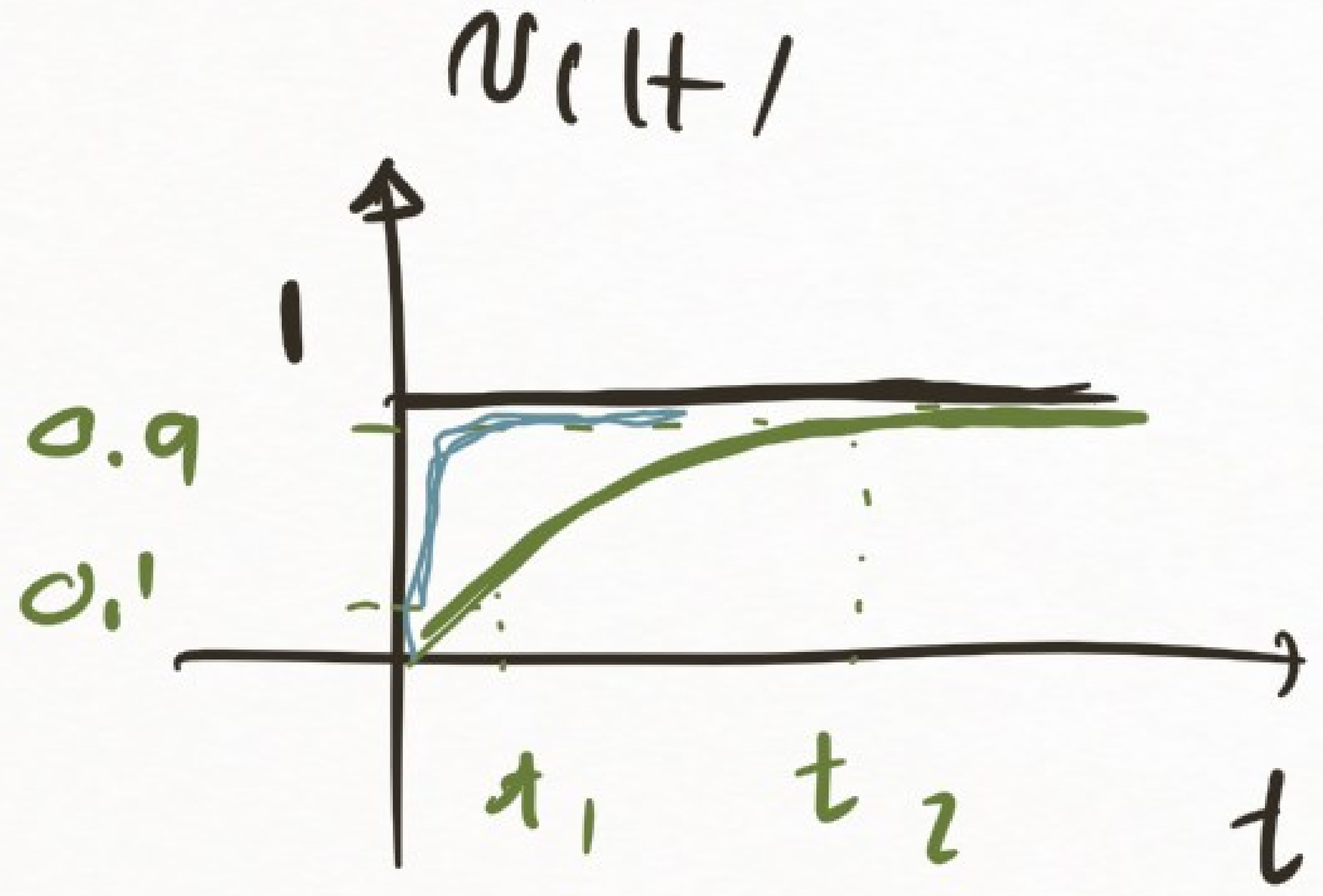
$$A_v(s) = \frac{1/sC}{R + 1/sC} = \frac{1}{1+sRC}$$



زمان صعود و رابطه آن با f_H :

$$|A_v(j\omega)| = \frac{1}{1+j\omega RC} \Rightarrow |A_v(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_H^2}}}$$

$$\omega_H = \frac{1}{RC}$$



از روی سایر مقادیر داریم:

$$\begin{cases} t_1: \text{ زمان رسیدن به 0.1 مقدار نهایی } = 0.1RC \\ t_2: \text{ 〃 〃 0.9 〃 〃 } = 2.3RC \end{cases}$$

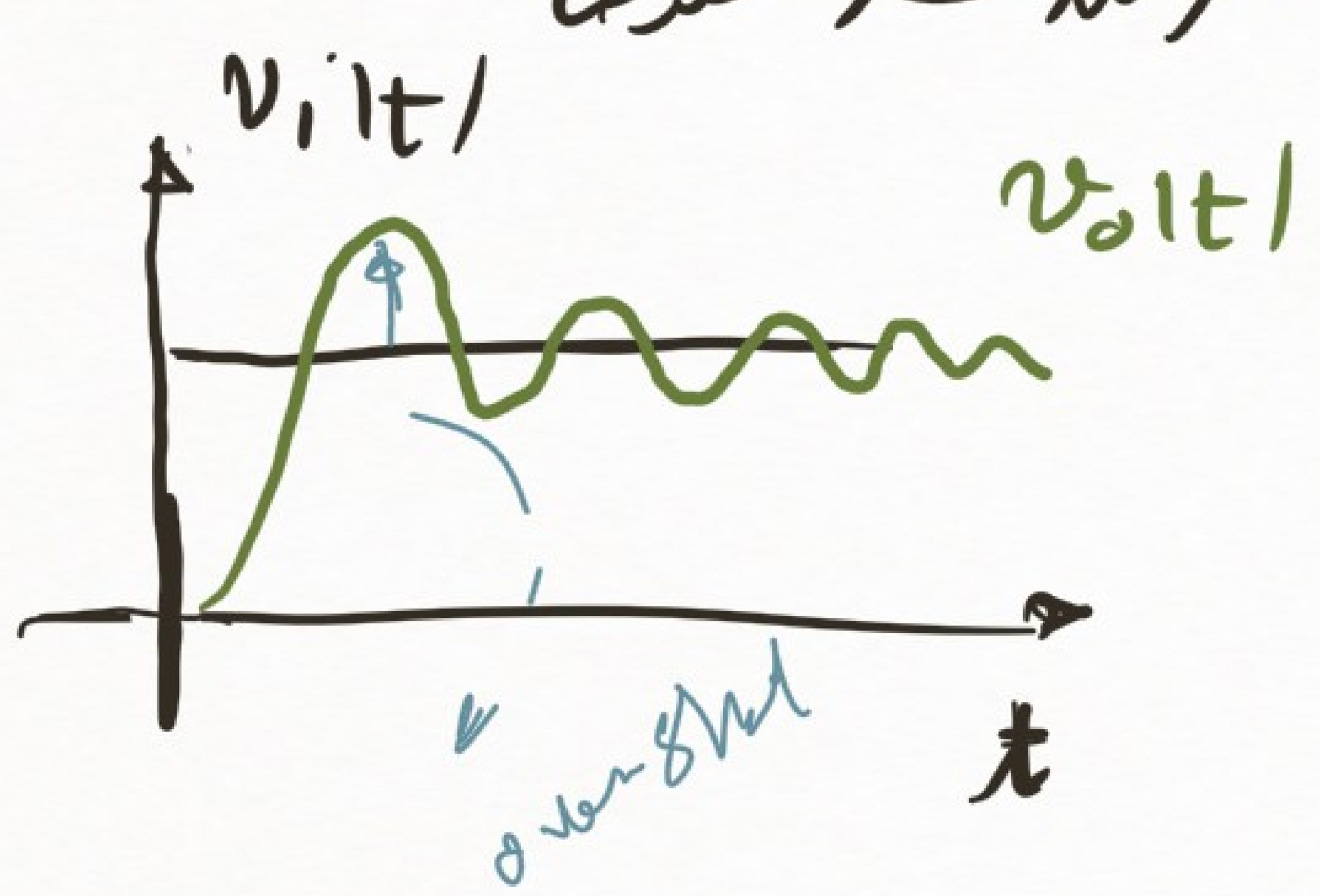
$$t_r = t_2 - t_1 = 2.3RC - 0.1RC = 2.2RC$$

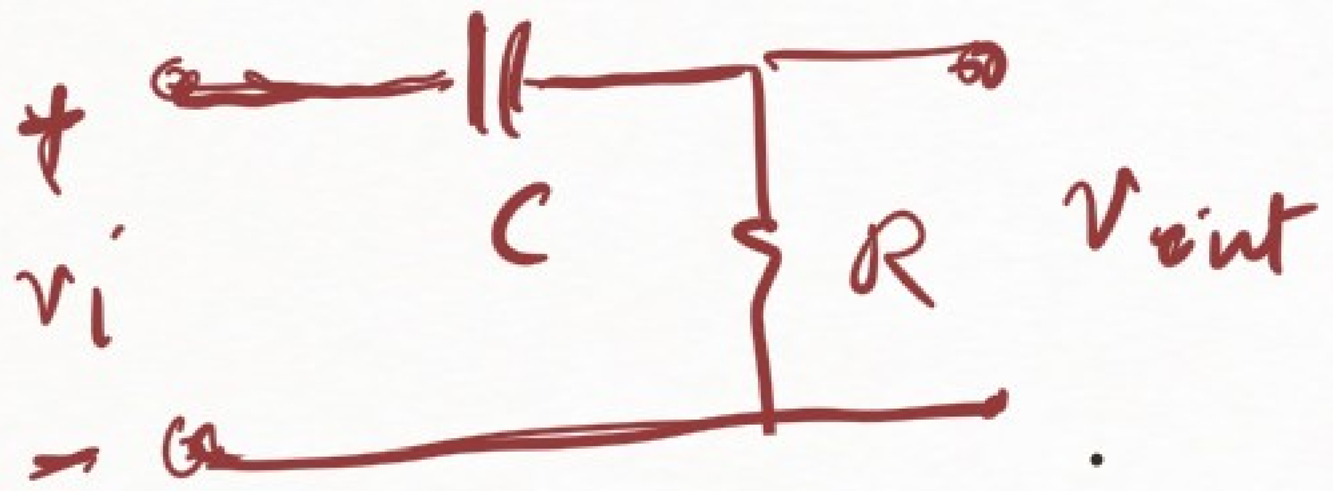
Rise time زمان صعود

$$\begin{cases} v_i(t) = u(t) \\ v_o(t) = 1 - e^{-t/RC} \end{cases}$$

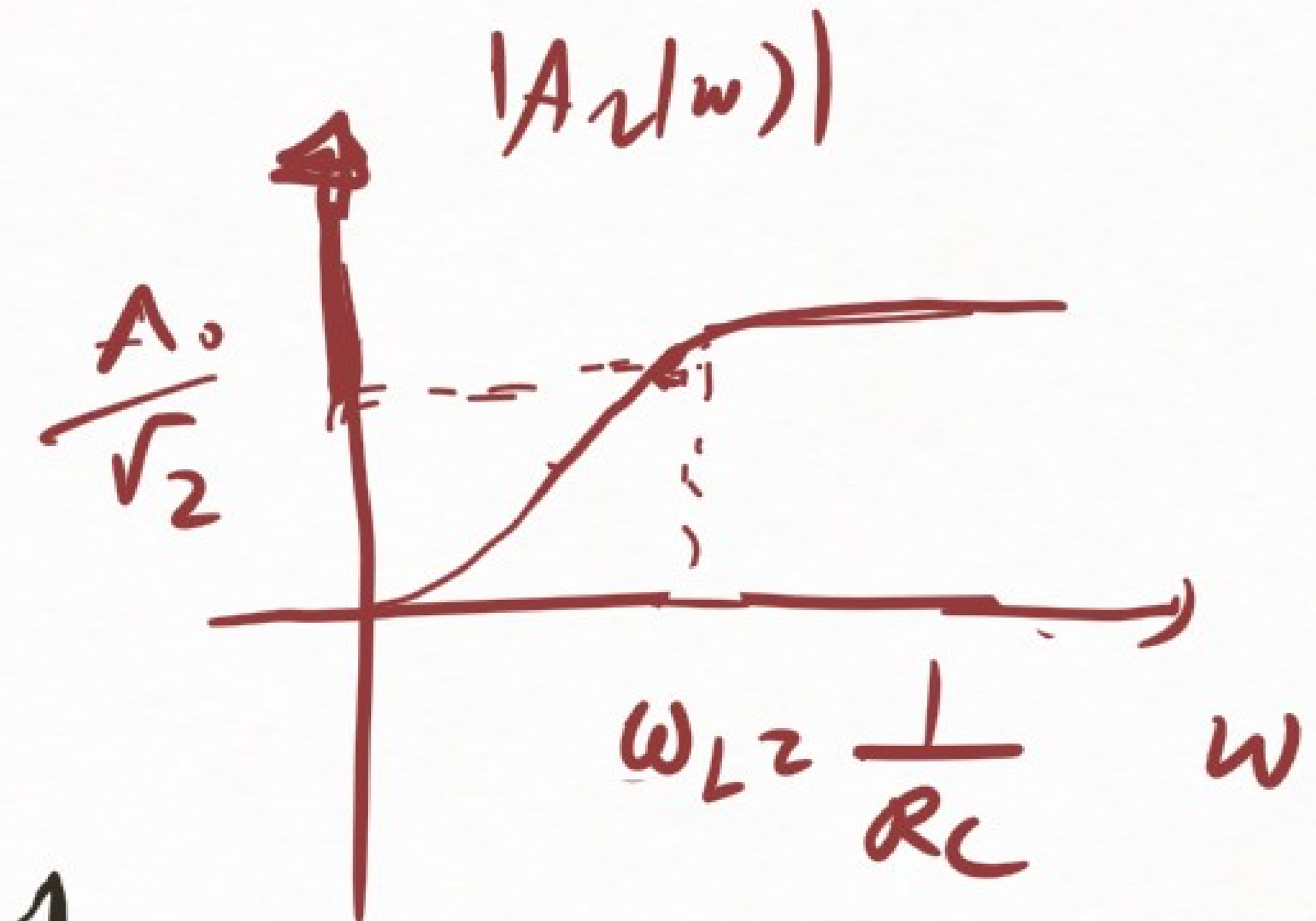
$$\boxed{t_r = \frac{2.2}{\omega_H} = \frac{0.35}{f_H}}$$

نکته مهم - اگر تقویت کننده، دارای چند قطب باشد و نتوان با یک قطب غالب نشان داد خروجی مشابه شکل بالا حاصل شد صفحه به ترتیب قطب ها نزدیک به هم باشند که در پاسخ زمانی overshoot حاصل می شود.





$$A_v(s) = \frac{R}{R + 1/sC} = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$$



افت تیکی در رابطه با فرکانس قطع پایین مدار:

$$A_v(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + 1/RC} = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_L}{\omega}}, \quad |A_v(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_L}{\omega}\right)^2}}, \quad p = -\frac{1}{RC}, \quad \omega_L = \frac{1}{RC}$$

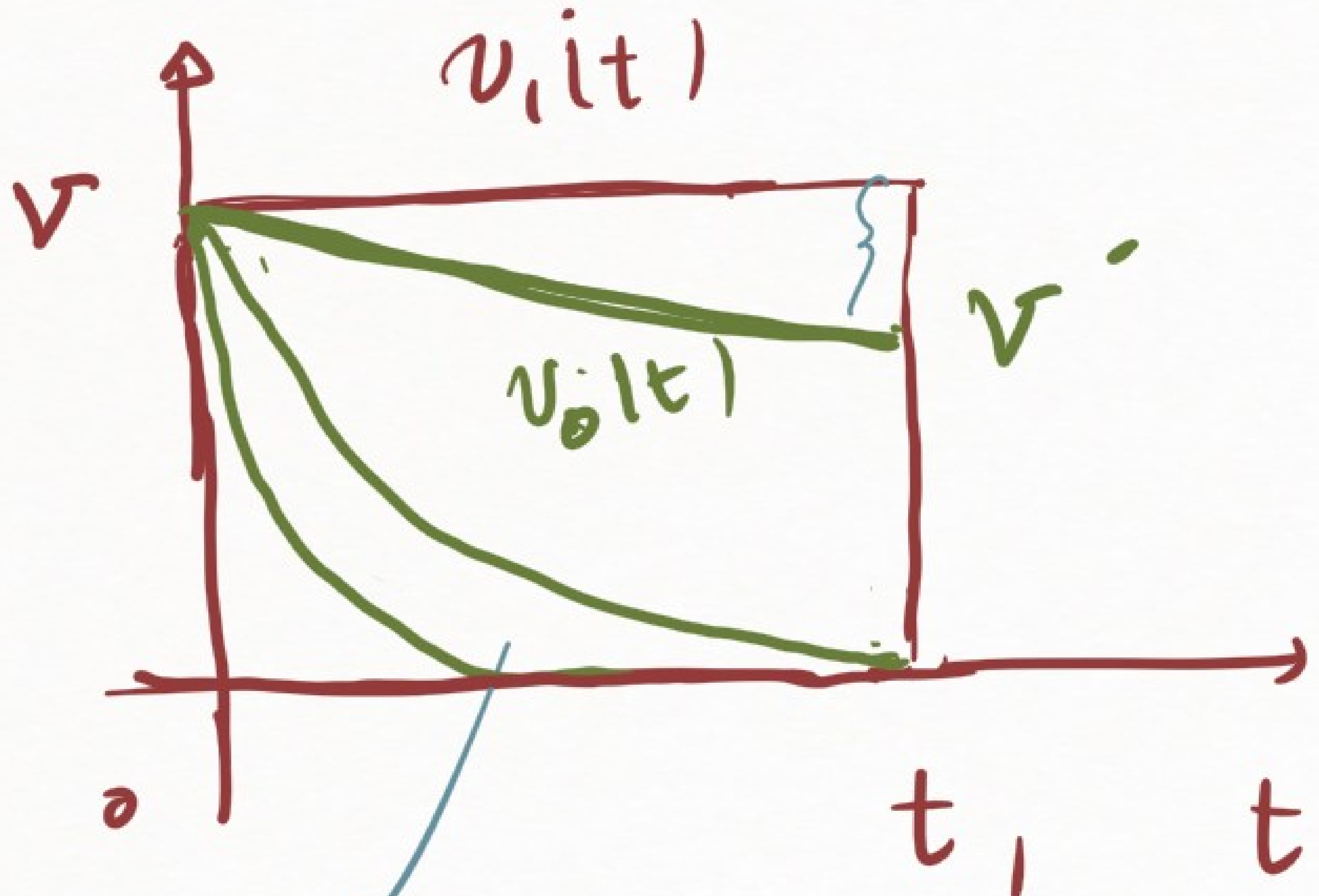
(قطب)

$$v_i(t) = V u(t) \Rightarrow v_o(t) = V e^{-t/RC} \approx V\left(1 - \frac{t}{RC}\right)$$

(تقریب بسط e^x)

از این رابطه

حال اگر ورودی یک شکل موج مربعی یا پالس متقارن باشد



خروجی به ازای RC های متفاوت

$$p \triangleq \frac{V - V'}{V} \times 100\% = \frac{t_1}{RC} \times 100\%, \quad t_1 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f_s}$$

درصد افت تیکی

$$p = \frac{T}{2RC} \times 100 = \frac{1}{2 f_s RC} \times 100 = \frac{\pi f_L}{f_s} \times 100\%$$

فرکانس شکل موج ورودی

شکل (a) یک سیگنال متناوب با شیب خطی مثبت

(b) یک سیگنال متناوب با شیب خطی منفی

(c) یک سیگنال متناوب با شیب سهمی مثبت

(d) یک سیگنال متناوب با شیب سهمی منفی