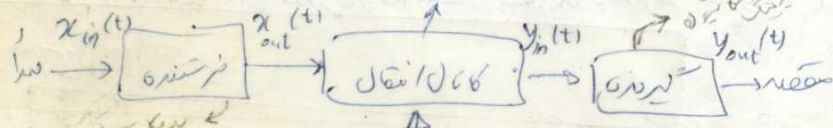


منبع اطلاعات (information) برای ارسال دارد. این اطلاعات را بصورت پیام (message) میفرستد.  
در حقیقت پیام همیشه شکل فیزیکی اطلاعات است.

دو نوع پیام داریم: آنالوگ - دیجیتال  
پیام آنالوگ: یک سیگنال فیزیکی است که تغییرات پیوسته و همواره آرام تغییر میکند. مانند صدای انسان در هنگام صحبت کردن.  
پیام دیجیتال: دنباله منطقی از سیگنالهاست که از میان تعداد مشخصی امکان گرفته انتخاب شده اند. مانند صفر و یکی که در یک متن چاپ شده اند یا دنباله کدهای که در یک کامپیوتر استفاده می شود.

چون پیام آنالوگ، کمتر پیوسته و کمتر پایدار دارد اصطلاح Fidelity و چون پیام دیجیتال عامه تر است دارد از اصطلاح Accuracy (دقت) برای تمایز بین این دو استفاده می شود.  
در سیستم های انتقال سیگنال (transducer) برای تبدیل پیام به سیگنال الکتریکی (در فرستنده) یا تبدیل سیگنال الکتریکی به پیام (در گیرنده) استفاده می شود. مثال: میکروفون که نوع تبدیل کننده فرستنده و بلندگو (Speaker) که تبدیل کننده گیرنده است.

از این دو نوع فرستنده و گیرنده می توانیم مواردی را در وسط خود قرار دهیم که انتقال سیگنال الکتریکی معطوف کنیم. لذا از اصطلاحات سیگنال و پیام به جای هم استفاده می کنیم.  
مانند کابل کوکسیل - فیبر نوری - هوا



عوامل اصلی که سیستم را ضعیف می کند:  
1. نویز (Noise): شامل نویز محیطی و نویز داخلی است.  
2. اختلال (Interference): شامل اختلال از سایر سیستم ها است.  
3. اعوجاج (Distortion): شامل تغییر شکل سیگنال است.  
4. تلفات (Loss): شامل کاهش انرژی سیگنال است.

نویزها تلفات و اعوجاج را می توانیم با استفاده از روش های مختلف حذف کنیم.  
مثلاً: استفاده از فیلترهای فرکانسی - استفاده از کدینگ (Coding) - استفاده از تعدیل (Modulation).  
تعدیل (Modulation): روشی است که سیگنال را با یک سیگنال حامل (Carrier) ترکیب می کند تا بتواند در یک کانال انتقال داده شود.  
کدینگ (Coding): روشی است که داده ها را به گونه ای کد می کند تا بتواند در یک کانال انتقال داده شود.

تغییر دهنده که انتقال داده را میسر می کند و در هر دو مورد (تلفات و اعوجاج) کاهش می دهد.  
کانال انتقال: مانند کابل کوکسیل - فیبر نوری - هوا. کانال انتقال می تواند انواع مختلفی داشته باشد و در هر یک از آنها روش های مختلفی برای انتقال داده وجود دارد.



(2)

لذا فإننا نرى أن هذه العملية هي تضخيم (amplification) وجودنا في الحياة.

تبریز: کام کاغذ کا نام جس پر پندرہ سینگیاں دی جاتی ہیں ان کا مال پہ سینگیاں بنام ط (۱۰) مناد (۲) ابیہ انجام دھد.

$$y_i(t)$$

1881

— تقویتِ نرالہ (نجاہ مرتعین کا نالہ)

- د م، ۶ سیو (demodulation) بلر کړواند کیدل از حوزو پینی کمال نه حوزو پینی اولی

- دیکوڈنگ (decoding) : پلیر کدج سے پیغام انسٹیل کر دیتا ہے۔

$$y_{out}(t) = x_{in}(t) \cdot \underbrace{1}_{\text{no change}} \cdot \underbrace{1}_{\text{no change}} \cdot \underbrace{1}_{\text{no change}}$$

— کانال مجاری علاء برتفیف<sup>۲</sup> لوز، قنصل و اعصاب نیز به این وسیله برتفیف هستند از این شکل

سینال انجیر مرغه حال نه گد اضعیف فقط اندام سینال (انجیر مرغه) که با یک تقویت کننده کامل میزبان است.

نیر، بطل و اعوجاج در نقطه از سیم حمایتی است که در این دهنه با سیم است که همه آنها را در وقت سر برداشتن  
کمال مدد می کند و بقیه سیم را البته بی فرض می کند.

اصولاج : به تغییر کل غیر خطی تبدیل ورودی گفته می شود. اثر متبادل ورودی در اصولاج هم مفروضات. بلر خطی

کامر انجمن از ~~این~~ فصل کشیده (equalizers) استفاده می‌شود.

تفاضل: به تائید عطا علی مصطفیٰ در رسیدن این مسئله منوط بود. منوط اولی: فاصله خطوط برق ~~مستقیم~~ مستقیم باشد. منوط دوم: ~~مستقیم~~ مستقیم باشد.

فدای کویت و ... در اصل در پی این است که ...

شماره نویسی و سایر اختلالات به این نوع مداخله می شود.

لاصل آن استفاده از فلیت در منابع آب استیم می باشد که محدود فلیت بین لایه های مختلف کف شده می باشد از حدود فلیت می باشد

مطلوبہ ہے۔

نور : به تغییرات نفسی و غیر قابل پیش بینی سبب الکترون گشتی شود. مغز در اثر نور پدیدان مایع (فلوئید) با خارج سینه تولید

صلو. بعد مثال یک مقادیر الکتریکی نیز در زیر هوا و وجود دارا هستند آن را بطور کامل در نظر گرفت.

فقط میتوان با اختیار و سلیقه صاحب آن را کاهش داد. لذا نیز حرارت یک عمل محدود کننده است.

سیمیٹریک میٹریکس کے لیے (Symplex) از دو طرف (Full-duplex) FDX نہیں

- half-duplex : HDX) is one

انواع معدودہ ہیں کہ طراح سب سے فضائل دیکھیں و مدار : الف - محدود دیکھیں تکنولوژیکی باسائنس کی تلاش - اعتدال - ہ - قوانین دولتی

معدن طلا ذاتی طبیعت و طبیعت نیز قواست که خود را در دانه‌های طریق معدنیت اعمالی می‌کند. ماسه‌ها را نیز می‌سازد و نیز

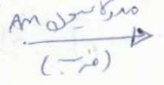


Bandwidth — Power



④

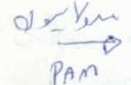
modulator



فاز (PM) صبح سینوس حامل رانز قهوه داد و، ۸ ساعت بعد

صوتالائیو صیغہ پیمائش کے قابل نفع دیکری سولہ بنام مولاسیو ہالسی (pulse modulation) (پلسز مڈرڈ)

Plot Date



→ ملوك سوره يالو

کنہا ی غمل سقیت فرکا سنی لایطیر انتقال صورت دلا

انجام نمی دهه لذا برخی فرستاده می شود که این را به هر وسیله ای که می تواند استفاده می کنند.

- شیخ عبد الرؤوف اعظمی

مهرورد. استفا در از کس طهر کا.

تجدید طبعی صبراً به روش پاره سره فواید، تبدیل فواید انجام می شود

11

10057



من شمس النهار إلى غروب الشمس

ملاحظہ فرماد کہ درسم کرم لطیف فقط اضرمانی مثبت ظاهر ہو۔ یہ لہذا

نصفی طرفی (یک طرفہ) (one-sided) لفظ میں اور۔



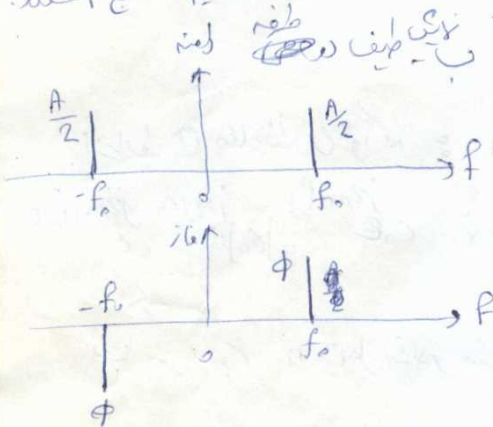
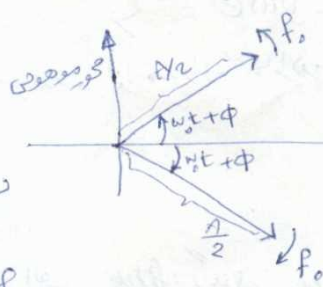
میتوان طیف ضلوط (two-sided) نیز رسم کرد. برای این کار باید سیگنال را بر حسب فرکانس صفت رستی معیاری

مفقط نیزیم:  $\text{Re}\{Z\} = \frac{1}{2} \{Z + Z^*\}$

اگر  $Z = A e^{j\phi} e^{j\omega t}$  حال  $A \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{A e^{j\phi} e^{j\omega t}\} =$

$\frac{A}{2} e^{j\phi} e^{j\omega t} + \frac{A}{2} e^{-j\phi} e^{-j\omega t}$

با دو تاناز داریم که مجموع هم هستند.



حال میتوان: الف رسم کنیم فانی  
علاوه بر این که این نوع رسم دو برابر فانی داریم  
که مجموع هم هستند برآیندی دو برابر  
مانی برابر کل قوت می باشد.

سیگنال پریودیک: هر سیگنالی که در یک بازه زمانی مشخص تکرار می شود.

مقدار متوسط سیگنال در یک بازه زمانی مشخص.

$$\langle v(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t) dt$$

مقدار متوسط سیگنال در یک بازه زمانی مشخص.

حال اگر  $v(t)$  پریودیک باشد (یا پریود  $T_0$ ):

$$\langle v(t) \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} v(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) dt$$

یعنی اکتیو در هر بازه  
توان یکسان

پریودیک

توان متوسط سیگنال  $\langle v(t)^2 \rangle$  با توجه به تعریف برابر است با:

$$P = \langle v(t)^2 \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} |v(t)|^2 dt$$

علاوه بر این که این نوع رسم دو برابر فانی داریم  
که مجموع هم هستند برآیندی دو برابر

مقدار متوسط سیگنال در یک بازه زمانی مشخص.

finite average power

اگر مقدار  $P$  محدود باشد ( $0 < P < \infty$ ) آنگاه گوییم سیگنال پریودیک  $v(t)$  توان متوسط محدود دارد (خرد).

$$\left| \int_{T_0} v(t) dt \right|^2 \leq \int_{T_0} |v(t)|^2 dt \Rightarrow \left| \langle v(t) \rangle \right| \leq \sqrt{P T_0}$$

نتیجه:

$$v(t) = A \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow \langle v(t) \rangle = 0, P = \frac{A^2}{2}$$

مثال: برای هر موج سینوسی:

حال سری فوری: هر سیگنالی که پریودیک باشد و در یک بازه زمانی مشخص تکرار می شود.

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j 2\pi n f_0 t}$$

سری فوری: طاقی صرفاً به خط سری فوری سیگنال توان  $v(t)$  ضمیمه است.

بازه  $T_0$

$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$



که در آن ضرایب  $C_n$  ضرایب سری فوريه  $x(t)$  می باشند :  
 (2)  $C_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$   
 $n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$

از تعریف فوق ملاحظه می شود که  
 $C_n = \langle v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} \rangle$   
 ضرایب  $C_n$  دو حالت کلی تمایز هستند. لذا می توان آنها را دو مقدار قطبی ضریب تمایز داد :  
 $C_n = |C_n| e^{j \arg C_n}$   
 فاز اندازه

از رابطه (1) ملاحظه می شود که : الف -  $v(t)$  یک سیگنال  $v(t)$  ضرب می شود با  $e^{-j2\pi n f_0 t}$  و میانگین آن گرفته می شود.  
 ب - چون  $n$  هر عدد صحیح است پس ضرایب  $C_n$  و  $C_{-n}$  از یکدیگر متمایز است. در حقیقت ضریب  $C_n$  معرف فرکانس  $n f_0$  است لذا می توان نوشت :  
 $C(n f_0) \triangleq C_n$

ب - نمودار  $|C(n f_0)|$  ضریب اندازه (amplitude spectrum) و  $\arg C(n f_0)$  ضریب فاز (phase spectrum) گفته می شود.  
 به خاصیت مهم سیگنال  $x(t)$  می توان : (1) - فرکانس  $f_0$  را می توان به عنوان  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  (fundamental freq.) می شناسیم. به فرکانس  $f_0$  می گویند که  $f_0$  فرکانس اصلی است.  
 فرکانس اصلی  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  گفته می شود. به فرکانس  $f_0$  می گویند که  $f_0$  فرکانس اصلی است.

(2) - ضریب  $C_0$  متناظر با  $n=0$  و مولفه DC است. ضریب  $C_0$  برابر متوسط سیگنال است.  
 $C(0) = C_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) dt = \langle v(t) \rangle$   
 که به راحتی قابل اثبات است.

(در رابطه (2)  $n=0$  قرار دهیم)  $C_{-n} = C_n^* = |C_n| e^{-j \arg C_n}$   
 (3) اگر سیگنال  $v(t)$  حقیقی باشد آنگاه  $C_{-n} = C_n^* = |C_n| e^{-j \arg C_n}$   
 ضریب  $C_n$  و  $C_{-n}$  از یکدیگر متمایز نیستند. در ضمن از رابطه اخیر می توان نتیجه گرفت :  
 $\begin{cases} C_{-n} = |C_n| e^{-j \arg C_n} \\ C_n = |C_n| e^{j \arg C_n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |C_{-n}| = |C_n| \\ \arg C_{-n} = -\arg C_n \end{cases} \Rightarrow$   
 ضریب ضریب اندازه متناظر از یکدیگر و ضریب ضریب فاز متناظر از یکدیگر.

نتیجه : ضریب  $C_n$  و  $C_{-n}$  از یکدیگر متمایز نیستند. به فرکانس  $f_0$  می گویند که  $f_0$  فرکانس اصلی است.  
 $v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n e^{j2\pi n f_0 t} + C_{-n} e^{-j2\pi n f_0 t}) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |2C_n| \cos(2\pi n f_0 t + \arg C_n)$   
 ملاحظه می شود که فقط فرکانس  $f_0$  و مضرب آن در سیگنال  $v(t)$  وجود دارد.



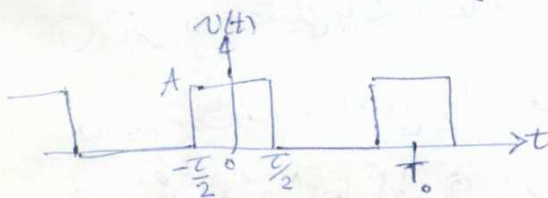
⑦  $\text{sinc} t \triangleq \frac{\sin \pi t}{\pi t}$

نکته: تعریف تابع sinc :

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j2\pi f t} dt = \frac{1}{j2\pi f T} (e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} = \text{sinc}(fT)$$

تعریف تابع sinc :

$$\text{sinc} t = \begin{cases} 1 & t=0 \\ 0 & t=\pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

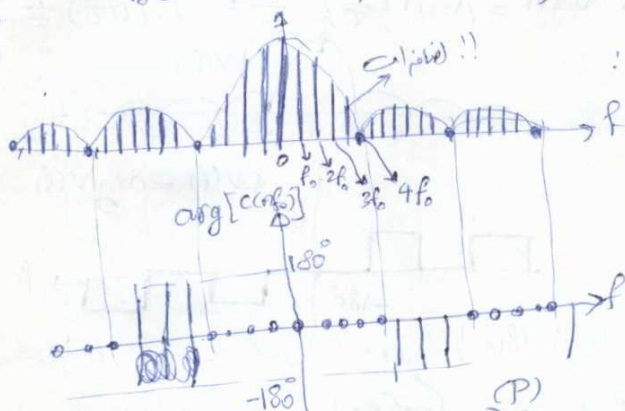


$$v(t) = \begin{cases} A & |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

مثال: قطار پالس مربعی

برای حالت  $\text{duty cycle} = \frac{t}{T_0} = \frac{1}{4} = 25\%$

پس از محاسبه  $C_n = \frac{AT}{T_0} \text{sinc} n f_0 T$



قضیه پارسوال: این قضیه رابطه بین توان متوسط سیگنال ورودی و ضرایب فوريه را بیان می کند.

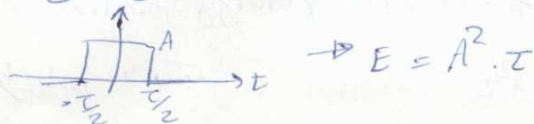
$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n C_n^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2$$

این قضیه بیان می کند که توان متوسط برابر مجموع توان هر یک از ضرایب فوريه است. زیرا مولفه های سینوسی جدید نمی سازند پس اصل جمع آوری توانها با آنها بی اثر است.

تبدیل فوريه: برای سیگنال های غیر دورگ (nonperiodic) به شکلی که انرژی محدود داشته باشند، از تبدیل فوريه استفاده می شود. تعریف: انرژی سیگنال  $v(t)$ .

$$E \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(t)^2 dt$$

اگر  $E$  محدود باشد ( $0 < E < \infty$ ) آنگاه  $v(t)$  انرژی محدود داشته و به آن سیگنال انرژی گفته می شود.



$$E = A^2 \cdot T$$

مثال: تابع پالس مربعی

$$V(f) \triangleq F\{v(t)\} \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

①

$$v(t) \triangleq F^{-1}\{V(f)\} \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j2\pi f t} df$$

②



۱-  $V(f)$  بر سینیال غیر یوروک (non-periodic) و فکتی (real) است که  $C(nf)$  بر سینیال یوروک (periodic) و فکتی (real) است. لذا  $V(f)$  را  $V(f)$  نیز طیف سینیال غیر یوروک گویند.  $V(f)$  برضت  $C(nf)$  تابعی پیوسته از  $f$  است.

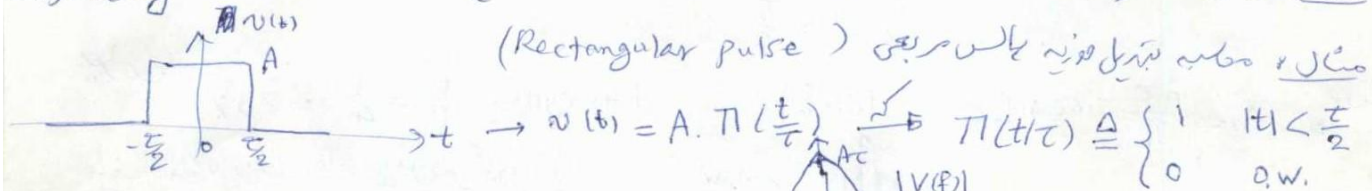
۲- خاصیت  $V(f)$  اصلی:  $V(f)$  تابعی ممتد است لذا  $V(f)$  طیف اندازه و  $\arg V(f)$  طیف فاز است.

- ① تبدیل فوری:  $V(f)$  تابعی ممتد است
- ② مقدار مساحت زیر منحنی  $V(f)$  برابر  $V(0)$  است
- ③ اثر  $V(f)$  صفتی باشد آنگاه  $V(-f) = V^*(f)$  در نتیجه

در نتیجه طیف دامنه تفاز زوج و طیف فاز تفاز فرد دارد.

$$\Rightarrow \begin{cases} |V(-f)| = |V(f)| \\ \arg V(-f) = -\arg V(f) \end{cases} \quad \text{③}$$

۳- نوع  $V(f)$  تابعی که شرایط ③ را احاطه است اصطلاحاً فکتی و زوج تابع و متقارن هرمیتی (Hermitian Symmetry) دارد.



$\Rightarrow V(f) = A\tau \text{sinc } f\tau$

در  $t=0$   $V(0) = A\tau$  است

نکته: حافظه سیگنال در محدوده  $|f| < \frac{1}{\tau}$  قرار دارد. لذا به ازای  $\frac{1}{\tau}$  راسیونال میخوانند.

پهنای (width) طیف در توان رفت. مشاهده میکنیم که هرچه  $\tau$  کوچکتر شود (پالس پهناتر شود) طیف آن گستره تر و هرچه  $\tau$  بزرگتر شود (پالس پهناتر شود) طیف آن نازکتر می شود. این رابطه دوطرفه کلی برای هر شکل موج صادق است.

نتیجه: هر قدر سینیالی پهناتر باشد طیف آن نازکتر می شود و بالعکس هر قدر سینیالی باریکتر باشد طیف آن پهناتر می شود.

سینیال  $V(t)$  سببی است هرگاه:  $V(t) = 0 \quad t < 0$

سینیال سببی (causal) و سینیال  $V(t)$  سببی است هرگاه:

قضیه انرژی ری:  $E$  که قضیه پارسل است که بر سینیال انرژی میماند و در انتگرال انرژی سینیال در حوزه زمان و طیف انرژی سینیال در حوزه فرکانس برابر است.

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f) V^*(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} |V(f)|^2 df$$

معرفی از رابطه زمانی انرژی سینیال و طیف انرژی سینیال در حوزه فرکانس. این رابطه معروف است. این رابطه معروف را قضیه پارسل میگویند.

اینکه  $|V(f)|^2$  معرف توزیع انرژی در حوزه فرکانس است. لذا  $|V(f)|^2$  چگالی طیف انرژی (energy spectral density) گفته می شود. این چگالی طیف انرژی  $|V(f)|^2$  را در  $f$  ضرب کنیم و در  $f$  از  $-\frac{1}{2}$  تا  $\frac{1}{2}$  یکپارچه کنیم مقدار انرژی سینیال در این محدوده فرکانس را بدست می آوریم.

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |V(f)|^2 df = 0.2 A^2 \tau$$

از طرفی  $E = A^2 \tau$  انرژی سینیال در این محدوده

در نتیجه مشاهده می شود که بیشتر از ۹۰٪ انرژی سینیال در محدوده  $|f| < \frac{1}{\tau}$  قرار دارد که میخوانند پهنای طیف در توان رفت شده بود.



$$\textcircled{9} \quad \int_{-\infty}^{\infty} v(t) w^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) W^*(f) df$$

نکته: قضیه را می توانست خاص از رابطه زیر است:  $q$   
که  $v(t)$  و  $w(t)$  دو سیگنال انرژی (مختصه)

قضیه دوگانگی (duality): اگر تبدیل فوريه شکل  $v(t)$  و  $V(f)$  باشد، آنگاه تبدیل فوريه شکل

$$\begin{cases} v(t) \leftrightarrow V(f) \\ V(f) \leftrightarrow v(-f) \end{cases}$$

$v(-f)$  برابر  $V(f)$  است:

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(\lambda) e^{j2\pi\lambda t} d\lambda \quad \textcircled{a}$$

اثبات: اگر  $z(t) = v(-t)$  باشد:

$$F\{z(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} z(\lambda) e^{-j2\pi\lambda t} d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} v(\lambda) e^{j2\pi\lambda(-t)} d\lambda \quad \textcircled{b}$$

$$\textcircled{a}, \textcircled{b} \Rightarrow F[z(t)] = v(-f) \quad \checkmark$$

مثال: تابع  $\text{sinc}$  تابع  $\text{sinc}$

$$v(t) = B \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow V(f) = B\tau \text{sinc} f\tau$$

$$z(t) = v(t) = B\tau \text{sinc} \tau t \leftrightarrow Z(f) = v(-f) = B \Pi\left(-\frac{f}{\tau}\right) = B \Pi\left(\frac{f}{\tau}\right)$$

$$\Rightarrow y(t) = A \text{sinc} 2Wt \leftrightarrow Y(f) = \frac{A}{2W} \Pi\left(\frac{f}{2W}\right)$$

نکته: سیگنال فیلتر سری فوريه یک سیگنال پریودیک را از روی تبدیل فوريه یک سیگنال غیر پریودیک به دست می آید. هر چقدر  $T_0$  بزرگتر شود،  $v(t)$  به یک سیگنال پریودیک با دوره تناوب  $T_0$  نزدیک می شود و سیگنال غیر پریودیک  $z(t)$  را از روی  $v(t)$  به دست می آید.

$$C_n = \frac{1}{T_0} Z(nf_0) \quad \text{با نام } Z(f) \text{ و } Z(t) \text{ فوريه سری}$$

اثبات:

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\pi f_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t') e^{-jn\pi f_0 t'} dt' \right] e^{jn\pi f_0 t} \quad \textcircled{1}$$

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Z(f) e^{j2\pi f t} df = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-T_0/2}^{T_0/2} z(t') e^{-j2\pi f t'} dt' \right] e^{j2\pi f t} df$$

$$t \in T_0 \text{ : } z(t) = v(t) \Rightarrow z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t') e^{-j2\pi f t'} dt' \right] e^{j2\pi f t} df \quad \textcircled{2}$$

با تبدیل غیر پریودیک به پریودیک با  $T_0 \rightarrow \infty$  و  $f_0 \rightarrow 0$  است. در این حالت سیگنال  $z(t)$  به یک سیگنال پریودیک  $v(t)$  تبدیل می شود. لذا در معادله  $\textcircled{1}$  و  $\textcircled{2}$  می توانیم  $f_0 = f$  و  $T_0 = 1/f$  را قرار دهیم. اثبات

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T_0}$$



اثبات:  $Z(f)$  یک سیگنال غیر متناوب است پس می‌توان بر آن تبدیل فوری نوشت: (10)

$$Z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Z(f) e^{j2\pi f t} df \quad (1)$$

از طرفی هر سیگنال غیر متناوب معادل یک سیگنال متناوب با دوره متناوب بی‌نهایت  $(T_0 \rightarrow \infty, f_0 \rightarrow 0)$  است پس می‌توان بر آن

سری فوری نیز نوشت:

$$Z(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{f_0 \rightarrow 0} b(n f_0) e^{j2\pi n f_0 t} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{f_0 \rightarrow 0} c(n f_0) e^{j2\pi n f_0 t} \quad (2)$$

در حالت حدی اگر  $f_0 \rightarrow 0$  میل کند آنگاه  $n f_0 = f$  و  $f_0 = df$  و  $n \rightarrow \infty$  می‌شود لذا  $(f_0 \rightarrow 0, n \rightarrow \infty)$  با هم برابر است و

$$\int_{-\infty}^{\infty} Z(f) e^{j2\pi f t} df = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{f_0 \rightarrow 0} c(n f_0) e^{j2\pi n f_0 t} = \int_{-\infty}^{\infty} c(n f_0) e^{j2\pi f t} \frac{df}{f_0} \Rightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} Z(f) e^{j2\pi f t} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(n f_0)}{f_0} e^{j2\pi f t} df \Rightarrow Z(f) = \frac{c(n f_0)}{f_0} = \frac{1}{T_0} c(n f_0) \Rightarrow$$

$$c_n = \frac{1}{T_0} Z(f) = \frac{1}{T_0} Z(n f_0) \quad (A)$$

- به عبارتی استفاده از فرمول سینم برابر گفته تبدیل فوری می‌باشد از این استفاده کرد:

- استفاده از تبدیل فوری شکل‌های موج در دایره و ضلع سه

- استفاده از قضیه لایبانی

- استفاده از قضیه که در ادامه خواص آن

- استفاده از رابطه (A)

- اثر سیگنال در دایره و شکل‌های موج در FFT استفاده کرد

- بررسی خواص سینم که برای مقایسه تبدیل فوری استفاده می‌کنند:

$$v(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_2(t) \Rightarrow V(f) = a_1 V_1(f) + a_2 V_2(f) \quad (1) \text{ اصل جمع آثار}$$

$$v(t - t_d) \leftrightarrow V(f) e^{-j2\pi f t_d} \quad (2) \text{ تأخیر زمانی (time delay)}$$

$$v(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} V\left(\frac{f}{\alpha}\right) \quad \alpha \neq 0 \quad (3) \text{ تغییر مقیاس (scale change)}$$

(4) مثبت فرکانسی (freq. translation) یا مدولاسیون (modulation)

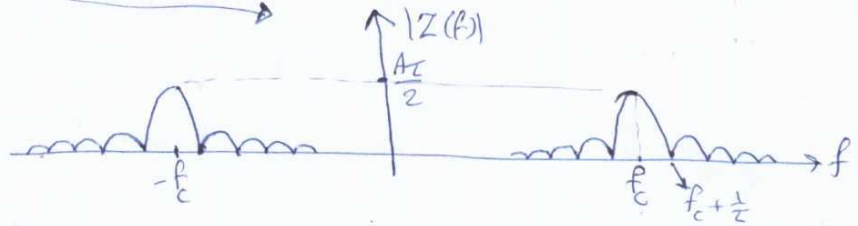
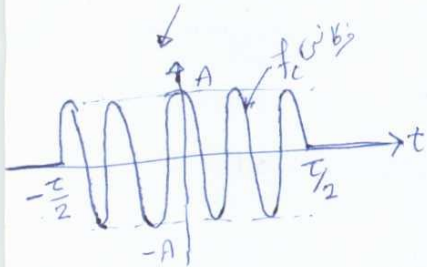
$$v(t) e^{j\omega_c t} \leftrightarrow V(f - f_c) \quad \omega_c = 2\pi f_c$$

$$v(t) \cos(\omega_c t + \phi) \leftrightarrow \frac{e^{j\phi}}{2} V(f - f_c) + \frac{e^{-j\phi}}{2} V(f + f_c)$$

نتیجه:



مثال: دایس RF :  $Z(t) = A \Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_c t \rightarrow Z(f) = \frac{A\tau}{2} \text{sinc}(f-f_c)\tau + \frac{A\tau}{2} \text{sinc}(f+f_c)\tau$



$$\frac{d}{dt} v(t) \leftrightarrow j2\pi f V(f)$$

⑤ مشتق گیری : (differentiation)

$$\frac{d^n}{dt^n} v(t) \leftrightarrow (j2\pi f)^n V(f)$$

نتیجه ①: مشتق مرتبه n ام :  $t^n v(t) \leftrightarrow \frac{1}{(-j2\pi f)^n} \frac{d^n}{df^n} V(f)$

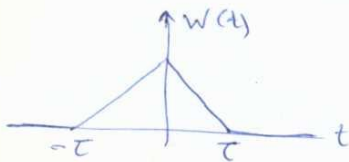
نتیجه ②: طبق اصل دیراک :  $t^n v(t) \leftrightarrow \frac{1}{(-j2\pi f)^n} \frac{d^n}{df^n} V(f)$

⑥ انتگرال گیری : (Integration)

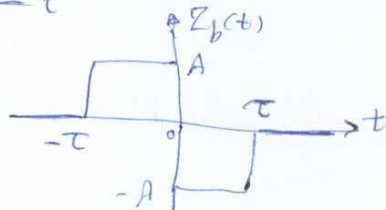
$$\int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{V(f)}{j2\pi f} + \pi V(0) \delta(f)$$

حال اگر  $V(0) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) dt = 0$  باشد داریم :

$$\int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{V(f)}{j2\pi f}$$



$$w(t) = \begin{cases} A(1 - \frac{|t|}{\tau}) & |t| < \tau \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$



می توان دایس مشتق را انتگرال شکل مربع بهر دردتواند

$$\rightarrow w(t) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t z_b(\lambda) d\lambda \Rightarrow W(f) = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{j2\pi f} Z_b(f)$$

$Z_b(f)$  را از صورت قبلی جمع آثار و ضریب زمانی می توان ضمیمه کرد :

$$Z_b(f) = (j2\pi f \tau) A \tau \text{sinc}^2(\frac{f}{2} \tau)$$

$$\Rightarrow W(f) = A \tau \text{sinc}^2 f \tau$$

$$\Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{\tau} & |t| < \tau \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

نتیجه : اگر تابع مشتق را ضمیمه تعریف کنیم :

$$A \Lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) \leftrightarrow A \tau \text{sinc}^2 f \tau$$

به هر دو خواهیم داشت :

$$v(t) * w(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(\lambda) w(t-\lambda) d\lambda$$

⑦ کانولوشن : تعریف کانولوشن :

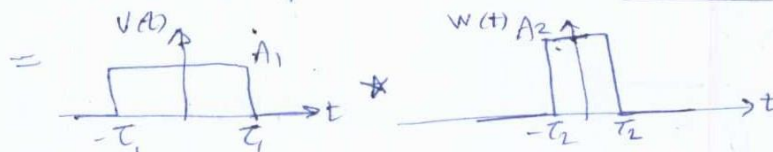
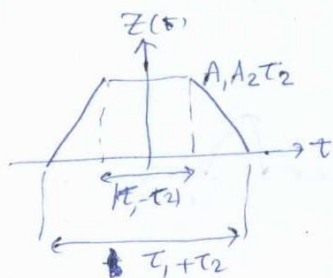
$$v(t) * w(t) \leftrightarrow V(f) W(f)$$



(12)  $V(t)W(t) \leftrightarrow V(f) * W(f)$

⑧ ضرب : با استفاده از قضیه فورتانی و خاصیت شماره ⑦

مثال : پالس ذوزنقه‌ای (Trapezoidal pulse)



$Z(t) = V(t) * W(t) \rightarrow Z(f) = V(f)W(f) \Rightarrow$

$Z(f) = (A_1 T_1 \text{sinc } f T_1) (A_2 T_2 \text{sinc } f T_2)$

بسیار ضربه پالس مثلثی است  $\rightarrow$   $Z(f) = A_1 A_2 T^2 \text{sinc}^2 P f$  اگر  $T_1 = T_2 = T$

در شکل ذوزنقه‌ای مثلثی پهن می‌شود

تابع (مربع) دیراک (Dirac delta)

و b- دیراک دیراک یک خطی مستطیل و یک خطی غیر مستطیل و مورد استفاده به در تبدیل فوری آن ضرب و مورد استفاده

بعضی فیلتر تابع ضربه  $\delta(t)$   
↓  
Dirac delta  
impulse function

1-)  $\int_{t_1}^{t_2} v(t) \delta(t) dt = \begin{cases} v(t_0) & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$

2-)  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1$   
 $\int_{t_1}^{t_2} \delta(t-t_0) dt = 1 \quad t_1 < t_0 < t_2$

3-)  $\delta(t) = 0 \quad t \neq 0$

4-)  $\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \Lambda\left(\frac{t}{T}\right) = \delta(t)$

5-) خاصیت انتقال  $\int_{t_1}^{t_2} v(t) \delta(t-t_0) dt = \begin{cases} v(t_0) & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) \delta(t-t_0) dt$   
عمل نمونه برداری  
Sampling operation

6-) خاصیت تقارن  $\delta(-t) = \delta(t)$

7-) مقیاس زمانی (time scaling)  $\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$

8-) ضرب در یک تابع  $\int v(t) \delta(t-t_0) = v(t_0) \delta(t-t_0)$

عمل انعکاس

9-) کانولوشن  $v(t) * \delta(t-t_0) = v(t-t_0) \rightarrow$  replication operation

$A \delta(t) \leftrightarrow A$   
 $A \leftrightarrow A \delta(f)$

بسیار ضربه فوری

$A e^{j 2 \pi f_c t} \leftrightarrow A \delta(f-f_c)$

$A \cos(\omega_c t + \phi) \leftrightarrow \frac{A e^{j \phi}}{2} \delta(f-f_c) + \frac{A e^{-j \phi}}{2} \delta(f+f_c)$

نتیجه



(13)

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

تابع  $\downarrow$  (Step function):

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} +1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

تابع علامت (Signum function):

$$u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f)$$

نسبت فوريه  $\downarrow$  و علامت:

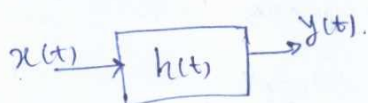
$$\text{sgn}(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j\pi f}$$

نکته: با استفاده از تعريف تابع  $\downarrow$  و كانونيك مي توان خاصيت نسبت فوريه شيرل را ساخت:

$$\int_{-\infty}^t v(\lambda) d\lambda = v(t) * u(t) \longleftrightarrow V(f) \left[ \frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2} \delta(f) \right] = \frac{1}{j2\pi f} V(f) + \frac{1}{2} V(0) \delta(f)$$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^t \delta(\lambda - t_d) d\lambda = \begin{cases} 1 & t > t_d \\ 0 & t < t_d \end{cases} = u(t - t_d) \\ \delta(t - t_d) = \frac{d}{dt} u(t - t_d) \end{cases} \quad \text{رابطه بين تابع فوريه و تابع  $\downarrow$  :}$$

فصل سوم انتقال سيگنال و فیلتر کردن (Signal transmission and Filtering)



- سیستم LTI

$$y(t) = h(t) * x(t) = x(t) * h(t)$$

(impulse response) پاسخ فوريه =  $h(t)$ 

$$\text{تابع انتقال} = \text{Transfer function} = H(f) \triangleq \mathcal{F}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$H(-f) = H^*(f)$$

اگر  $h(t)$  حقيقي باشد آنگاه  $H(f)$  تقارن هرميتي دارد يعني:

يك خاصيت سيستم LTI:

$$\text{اگر } x(t) = A_x \cos(2\pi f_0 t + \phi_x) \Rightarrow y(t) = A_y \cos(2\pi f_0 t + \phi_y)$$

$$A_y = |H(f_0)| A_x \quad \text{و} \quad \phi_y = \angle H(f_0) + \phi_x$$

که در آن:

- مقوله از پاسخ فوريه (freq. response) سيستم LTI،  $|H(f)|$  و  $\angle H(f)$  به ترتيب  $\downarrow$  و  $\downarrow$  است.

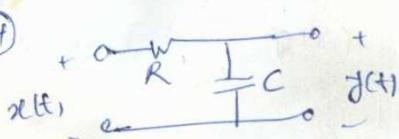
- انرژی سيگنال خروجي:

$$\begin{cases} E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt \\ y(t) = H(f) x(t) \end{cases} \Rightarrow E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 |x(f)|^2 df$$

از رابطه فوق به نفعي از توان فوريه استفاده مي شود.



14



مثال: پاسخ فرکانسی مدار RC پایین گذر:

$$H(f) = \frac{Y_{2\pi f C}}{\frac{1}{j2\pi f C} + R} = \frac{1}{1 + j2\pi f RC} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{B}} \rightarrow B = \frac{1}{2\pi RC}$$

که باند پهنای باند سیگنال است. برای یک سیگنال پهنای باند برابر فرکانسی است که پاسخ دهنده یا گین باند 3 dB افت کند و این مقدار این است که اندازه دهنده از  $H_{max}$  به  $\frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$  برسد.

$$20 \log \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} = 20 \log H_{max} - 20 \log \sqrt{2} = 20 \log H_{max} - 3 \text{ dB}$$

مثال 2: برخی سیستم‌ها تابع انتقال آنها:

سیستم ضربی:  $y(t) = \pm k x(t) \Rightarrow H(f) = \pm k$

سیستم مشتق‌گیر:  $y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow H(f) = j2\pi f$

سیستم انتگرال‌گیر:  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda \Rightarrow H(f) = \frac{1}{j2\pi f}$

سیستم تأخیر زمانی:  $y(t) = x(t - t_d) \Rightarrow H(f) = e^{-j2\pi f t_d}$

سیستم بدون اعوجاج: سیستمی که کلیه ورودی‌ها را تغییر داده و بیرون دهد و تغییراتی که سیستم مجاز به اعمال در محل

تغییر مقیاس (Scale) و تأخیر زمانی باشد. بنابراین یک سیستم بدون اعوجاج:

$$y(t) = k x(t - t_d)$$

$k$  یک عدد ثابت و  $t_d$  هم مقدار تأخیر ثابت است.

تابع انتقال سیستم:  $H(f) = k e^{-j2\pi f t_d}$  و  $|H(f)| = |k|$  و  $\angle H(f) = -2\pi f t_d \pm m180$

مقدار اعوجاج

عکس + یا - بطور عکس  $k$  است.

توجه: اگر سیستم دارای فرکانسی صورتی باشد، ① و ② را داشته باشد نیز می‌توان آن را بدون اعوجاج نامید. مثلاً برای سیستمی صورتی بدون صد مولفه در محدوده فرکانس [200, 3200] قرار دارد (از نظر است) در همین محدوده فرکانسی، سیستم بدون اعوجاج باشد.

در عمل سیستم صرفاً دارای اعوجاج دارند. برای مطالعه اعوجاج، سه نوع اعوجاج را می‌توانیم:

اعوجاج 1- اعوجاج دامنه (Amplitude):  $|H(f)| \neq |k|$  (گاهی اعوجاج فرکانسی نیز نامیده می‌شود)

2- اعوجاج تأخیر (delay):  $\angle H(f) \neq -2\pi f t_d \pm m180$  (اعوجاج فاز نامیده می‌شود)

3- اعوجاج غیر خطی: زمانی که سیستم به دلیل داشته‌ها دارای غیر خطی، (غیر خطی) باشد.

اعوجاج خطی:

1- تأخیر زمانی ثابت یا تأخیر فاز ثابت (time delay) یا تأخیر فاز ثابت (phase shift) (مقدار تأخیر زمانی ثابت یا تأخیر فاز ثابت است) (مقدار تأخیر زمانی ثابت یا تأخیر فاز ثابت است) 3-2-5, 3-2-4, 3-2-3

2- اعوجاج تأخیر: تأخیری که می‌تواند باعث افت رانندگی یا کاهش فله (بیک) آن نیز شود.

3- اعوجاج تأخیر: انتقال صورت و صورتی ضایع هم‌زمان با تأخیر (تأخیر خطی) انتقال دارند و در مقابل به هم می‌رسد.