* فرکانس های با مضارب زوج 2π (2π ، 4π ، ...) ← فرکانس های پایین → نوسانات کم

* فرکانس های با مضارب فرد π (π ، 3π ، ...) ← فرکانس بالا → نوسانات زیاد

* فصل ۴ و ۵ : تبدیل فوریه پیوسته و گسسته

* هر سیگنال را ، چه پریودیک و چه غیر پریودیک را می توان به صورت یک سری سیگنال های سینوسی نوشت

* هر سیگنال غیر پریودیک یک سیگنال پریودیک است که (∞ ← پریود)

* زوج تبدیل فوریه :

پیوسته :

سنتز : $x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}\,d\omega$

آنالیز : $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}\,dt$

گسسته :

سنتز : $x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\,d\omega$

آنالیز : $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$

* تبدیل فوریه سیگنال گسسته با پریود 2π پریودیک است : $X(e^{j\omega}) = X(e^{j(\omega+2\pi)})$

* رابطه بین سری فوریه و تبدیل فوریه :

پیوسته : $a_k = \frac{1}{T} X(kj\omega)$

گسسته : $a_k = \frac{1}{N} X(e^{jk\omega})$

مفهوم رابطه بالا یعنی: ضرایب سری فوریه یک موج پریودیک می‌شود نمونه های تبدیل فوریه یک پریود آن.

* در سری فوریه هارمونیک ها (مضارب) یک فرکانس پایه ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$) در بازسازی سیگنال دخالت داشتند ← که ثابت بود

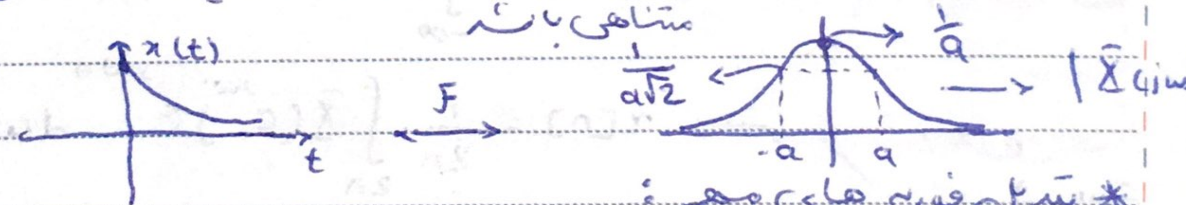
* اما در تبدیل فوریه فرکانس ثابتی نداریم و طیف گسترده‌ای از سیگنال ها با فرکانس های مختلف، سیگنال اصلی را بازسازی می‌کنند

* شرایط همگرایی:

1) انرژی محدود ← $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|\,dt < \infty$

2) تعداد نقاط ناپیوستگی در یک فاصله متناهی، متناهی باشد و اندازه ناپیوستگی ها هم متناهی باشد

3) تعداد Max و Min ها در یک فاصله متناهی متناهی باشد



* تبدیل فوریه های مهم:

($a>0$)

① $x(t) = e^{-at} u(t) \xleftrightarrow{F} X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$

به ازای $a<0$ تبدیل فوریه نداریم! ← انتگرال واگرا می‌شود

* لزوماً همه سیگنال ها تبدیل فوریه ندارند

$Re\{a\}>0$

(2) $x(t) = t e^{-at} u(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(j\omega) = \dfrac{1}{(a+j\omega)^2}$

کلی

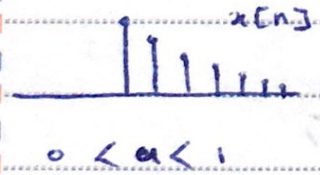
(3) $x(t) = \dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) = \dfrac{1}{(a+j\omega)^n}$

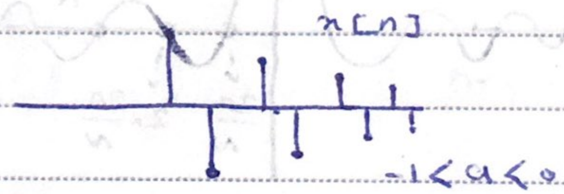
(4)
پیوسته : $x(t) = e^{-a|t|}$ $(a>0)$ $\xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) = \dfrac{1}{a-j\omega} + \dfrac{1}{a+j\omega} = \dfrac{2a}{a^2+\omega^2}$

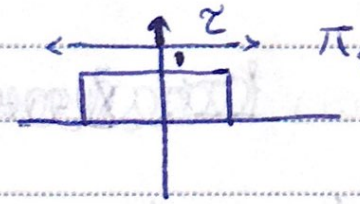
گسسته : $x[n] = a^{|n|}$, $|a|<1 \xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) = \dfrac{1-a^2}{1-2a\cos\omega+a^2}$

(5) $x[n] = (\pm a)^n u[n]$, $|a|<1 \xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) = \dfrac{1}{1 \mp a e^{-j\omega}}$

← برای ازای $|a|>1$ تبدیل فوریه نداریم





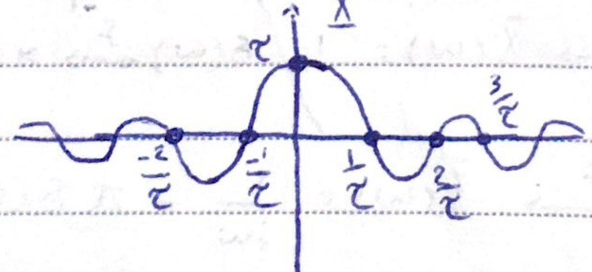


$\Pi_\tau(t)$

(6) $\xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) = \tau \operatorname{Sinc}(f\tau)$

$\omega = 2\pi f$

F

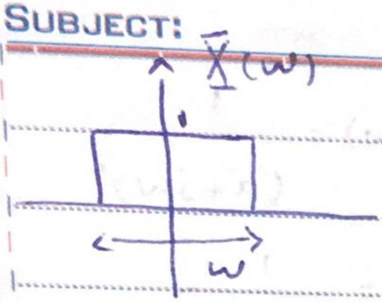


تبدیل فوریه پالس می‌شود سینک

تبدیل فوریه سینک می‌شود پالس

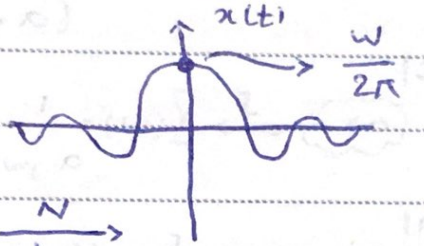
$*\ (n+1)a^n u[n] \xleftrightarrow{F} \dfrac{1}{(1-ae^{-j\omega})^2}$

SUBJECT: DATE: / /

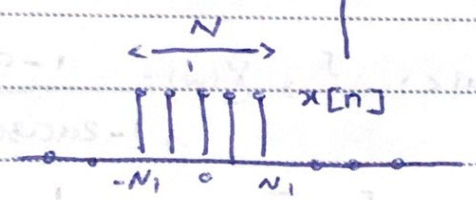


$$\xrightarrow{F^{-1}} x(t) = \frac{W}{2\pi}\,\mathrm{Sinc}\left(\frac{W}{2\pi}t\right)$$

F^{-1}

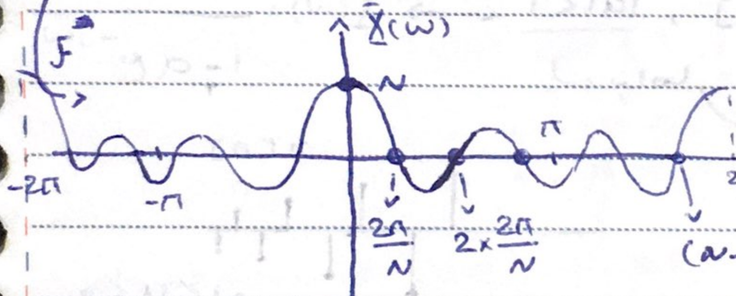


7)



$$\xleftrightarrow{F} \begin{cases} \bar{X}(w) = \dfrac{\sin\left(\frac{NW}{2}\right)}{\sin\left(\frac{W}{2}\right)} \\ \bar{X}(w) = \dfrac{\sin\left[W\left(N_1+\frac{1}{2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{W}{2}\right)} \end{cases}$$

F



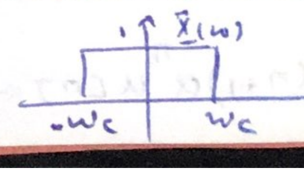
8) $x(t) = 1 \xleftrightarrow{F} \bar{X}(w) = 2\pi\,\delta(w)$

9) $x(t) = \delta(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(w) = 1$ / $\delta(w) \xleftrightarrow{F^{-1}} x(t) = \frac{1}{2\pi}$

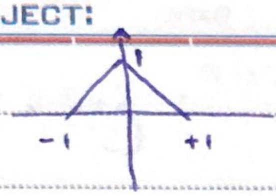
10) $x(t) = u(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(w) = \frac{1}{jw} + \pi\,\delta(w)$

11) $$\begin{cases} x(t) = \dfrac{\sin W_c t}{\pi t} \\ x[n] = \dfrac{\sin W_c n}{\pi n} \end{cases} \xleftrightarrow{F} \bar{X}(w) = \begin{cases} 1 & |w| < W_c \\ 0 & |w| > W_c \end{cases}$$

OR $\hookrightarrow x(t) = \frac{W_c}{\pi}\,\mathrm{Sinc}\left(\frac{W_c t}{\pi}\right)$



SUBJECT: DATE: / /

(12)  $\xleftrightarrow{F} \quad \mathrm{sinc}^2\left(\frac{w}{2\pi}\right) = X(w)$

← کانولوشن دو پالس با عرض ۱ برابر مثلث می شود ← پس تبدیل فوریه آنها در هم ضرب می شوند

* خواص تبدیل فوریه:

① خطی بودن:

پیوسته: $a x_1(t) + b x_2(t) \xleftrightarrow{F} a X_1(w) + b X_2(w)$

گسسته: $a x_1[n] + b x_2[n] \xleftrightarrow{F} a X_1(w) + b X_2(w)$

② شیفت زمانی:

پیوسته: $x(t-t_0) \xleftrightarrow{F} e^{-j\overset{2\pi f}{\omega} t_0} X(w)$

گسسته: $x[n-n_0] \xleftrightarrow{F} e^{-jwn_0} X(w)$

③ شیفت فرکانس:

پیوسته: $e^{jw_0 t} x(t) \xleftrightarrow{F} X(w-w_0)$

گسسته: $e^{jw_0 n} x[n] \xleftrightarrow{F} X\left(e^{j(w-w_0)}\right)$

* با جابه جایی در زمان، دامنه $|X(w)|$ تغییر نمی کند و صرفا جابه جایی فازی رخ می دهد

SUBJECT: DATE: / /

4 مزدوج :

پیوسته : $x^*(t) \xleftrightarrow{F} X^*(-j\omega)$

گسسته : $x^*[n] \xleftrightarrow{F} X^*(e^{-j\omega})$

5 معکوس کردن در زمان :

پیوسته : $x(-t) \xleftrightarrow{F} X(-j\omega)$

گسسته : $x[-n] \xleftrightarrow{F} X(e^{-j\omega})$

برخی از نتایج حاصل از خاصیت 4 و 5 :

الف) $\boxed{\text{اگر } x(t) : Real} \longleftrightarrow x(t) = x^*(t) \xleftrightarrow{F}$

$X(\omega) = X^*(-\omega)$ یا $X(-\omega) = X^*(\omega)$

$$\Rightarrow \begin{cases} Re\{X(-\omega)\} = Re\{X(\omega)\} & \text{قسمت حقیقی تبدیل فوریه زوج است} \\ Im\{X(-\omega)\} = -Im\{X(\omega)\} & \text{قسمت موهومی فرد است} \\ |X(\omega)| \longrightarrow & \text{زوج است} \\ \measuredangle X(\omega) \longrightarrow & \text{فرد است} \end{cases}$$

دامنه تبدیل فوریه: $|X(\omega)|$ — فاز تبدیل فوریه: $\measuredangle X(\omega)$

* اگر سیگنال حقیقی و زوج باشد $\Rightarrow \measuredangle |X(\omega)| = 0$

* اگر سیگنال حقیقی و فرد باشد $\Rightarrow \measuredangle |X(\omega)| = \pm \frac{\pi}{2}$

* هر سیگنال را می توان به صورت مجموع بخش زوج و فرد آن نوشت

SUBJECT: DATE: / /

ب) $x(t) = \underbrace{\frac{x(t)+x(-t)}{2}}_{x_{even}(t)} + \underbrace{\frac{x(t)-x(-t)}{2}}_{x_{odd}(t)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\text{if } x(t): \text{Real}} \Rightarrow \begin{cases} x_{even}(t) \xleftrightarrow{F} Re\{X(\omega)\} \\ x_{odd}(t) \xleftrightarrow{F} j\,Im\{X(\omega)\} \end{cases}$

ج) سیگنال حقیقی و زوج $\Longleftrightarrow$ تبدیل فوریه حقیقی و زوج

سیگنال حقیقی و فرد $\Longleftrightarrow$ تبدیل فوریه موهومی خالص و فرد

د) حالت کلی قسمت (ب):

تعریف ۱: سیگنال $x(t)$ تقارن conjugate symmetric دارد اگر: $x(-t) = x^*(t)$

تعریف ۲: $x(t)$ تقارن anti-symmetric conjugate دارد اگر: $x(-t) = -x^*(t)$

* هر سیگنال را می توان به صورت مجموع یک سیگنال CS و یک سیگنال CAS نوشت:

$x(t) = x_{cs}(t) + x_{cas}(t)$

$= \frac{x(t)+x^*(-t)}{2} + \frac{x(t)-x^*(-t)}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_{cs}(t) \xleftrightarrow{F} Re\{X(\omega)\} \\ x_{cas}(t) \xleftrightarrow{F} j\,Im\{X(\omega)\} \end{cases}$

SUBJECT: DATE: / /

* قسمت (د) برای زمانی است که سیگنال حقیقی نیست

* برای سیگنال های حقیقی ← $x_{cs}(t) = x_{even}(t)$

$x_{cas}(t) = x_{odd}(t)$

* نتایج قسمت 4 و 5 عیناً برای سیگنال های گسسته هم تکرار می‌شود

(6) $\bar{X}(0)$ ← سطح زیر سیگنال $x(t)$ ← $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt$

گسسته: مجموع نمونه ها ← $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]$

(7) مشتق زمانی:

پیوسته: $x'(t) \xleftrightarrow{F} j\omega\,\bar{X}(\omega)$

گسسته ← دیفرنس: $x[n]-x[n-1] \xleftrightarrow{F} (1-e^{-j\omega})\,\bar{X}(\omega)$

(8) مشتق فرکانسی:

پیوسته: $-jt\,x(t) \xleftrightarrow{F} \dfrac{d\bar{X}(\omega)}{d\omega}$ برحسب فرکانس $(-j2\pi t)^k x(t) \xleftrightarrow{F} \dfrac{d^k \bar{X}(f)}{df^k}$

گسسته: $-jn\,x[n] \xleftrightarrow{F} \dfrac{d\bar{X}(e^{j\omega})}{d\omega}$

برحسب f: $\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau \xleftrightarrow{F} \dfrac{\bar{X}(f)}{j2\pi f} + \dfrac{1}{2}\bar{X}(0)\,\delta(f)$

(9) انتگرال گیری زمانی:

پیوسته: $\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau \xleftrightarrow{F} \dfrac{\bar{X}(\omega)}{j\omega} + \pi\,\bar{X}(0)\,\delta(\omega)$

همان $\bar{X}(0)$ است

گسسته: اکومولیشن: $\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \xleftrightarrow{F} \dfrac{\bar{X}(\omega)}{1-e^{-j\omega}} + \pi\,\bar{X}(e^{j0}) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega-2\pi l)$

SUBJECT: DATE: / /

(10) Time scaling : سیگنال در زمان جمع شده ← در فرکانس باز می‌شه و بالعکس

f ← فرکانس

پیوسته: $x(at) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{|a|} X(\frac{\omega}{a})$

گسسته: $x_{(k)}[n] \xleftrightarrow{F} X(k\omega)$

$$\hookrightarrow x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{k}] & : k \text{ مضرب } n \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

(11) انتگرال گیری در فرکانس :

پیوسته : $\frac{-1}{jt} x(t) + \pi x(0)\delta(t) \xleftrightarrow{F} \int_{-\infty}^{\omega} X(\eta)\, d\eta$

گسسته : $\frac{-1}{jn} x[n] + \pi x[0]\delta[n] \xleftrightarrow{F} \int_{-\infty}^{\omega} X(\eta)\, d\eta$

ولی در کتاب گفته نشده

(12) دوگانی :

پیوسته : if $f(t) \xleftrightarrow{F} g(\omega) \overset{\text{آنگاه}}{\Longrightarrow} g(t) \xleftrightarrow{F} 2\pi f(-\omega)$

گسسته : در حالت گسسته چون تبدیل فوریه یک سیگنال گسسته، پیوسته است مثل تعریف دوگانی در حالت پیوسته وجود ندارد اما رابطه‌ای میان حالت ~~پیوسته~~ گسسته و ضرایب سری فوریه سیگنال وجود دارد: (به صورت زیر)

$$\begin{cases} f[n] \xleftrightarrow{F} g(\omega) \\ g(t) \xleftrightarrow{F.S.} f[-k] \end{cases} , \begin{cases} f[n] \xleftrightarrow{F.S.} g[k] \\ g[n] \xleftrightarrow{F.S.} \frac{1}{N} f[-k] \end{cases}$$

$$* \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |n x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left|\frac{d \bar{X}(\omega)}{d\omega}\right|^2 d\omega$$

SUBJECT: DATE: / /

(13) رابطه پارسوال:

برحسب f، این ضریب حذف می‌شود

$$\text{پیوسته}: E_\infty = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\bar{X}(j\omega)|^2 d\omega$$

$$\text{گسسته}: E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} |\bar{X}(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

(14) کانولوشن در زمان ← ضرب در فرکانس

$$\text{پیوسته}: x(t) * h(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(\omega) \cdot H(\omega)$$

$$\text{گسسته}: x[n] * h[n] \xleftrightarrow{F} \bar{X}(e^{j\omega}) \cdot H(e^{j\omega})$$

(15) ضرب در زمان ← کانولوشن در فرکانس (مدولاسیون)

$$\text{پیوسته}: x(t)\, y(t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2\pi} \left(\bar{X}(\omega) * Y(\omega) \right)$$

$$\text{گسسته}: x[n]\, y[n] \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2\pi} \left(\bar{X}(e^{j\omega}) \circledast Y(e^{j\omega}) \right)$$

← کانولوشن پریودیک (در بازه‌ای به طول 2π)

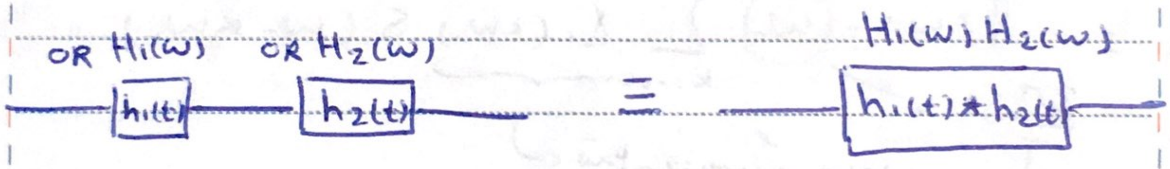
* نتیجه خاصیت 14 برای سیستم های LTI: یک سیستم LTI را می‌توان هم در حوزه زمان و هم در فرکانس تحلیل کرد با این شرط حتما تبدیل فوریه پاسخ ضربه (یا همان پاسخ فرکانسی $H(\omega)$) وجود داشته باشد.

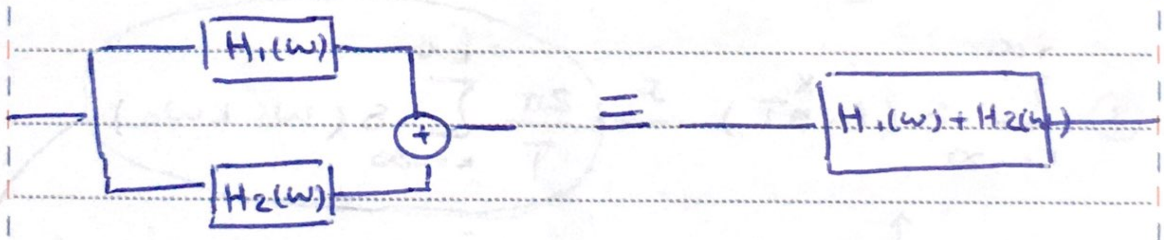
تحلیل زمانی : $x(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow y(t) \Rightarrow y(t) = x(t) * h(t)$

تحلیل سیستم در فرکانس : $Y(j\omega) = X(j\omega) \underbrace{H(j\omega)}$

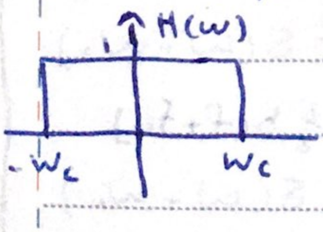
پاسخ فرکانسی ← تبدیل فوریه $h(t)$ (پاسخ ضربه)

* سیستم های LTI پایدار حتما توصیف حوزه فرکانسی دارند (پاسخ فرکانسی وجود دارد) چون $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < \infty$ اما اگر سیستم LTI، ناپایدار باشد ممکن است داشته باشد و ممکن است نداشته باشد

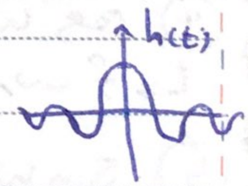




* پاسخ فرکانسی ($H(\omega)$) ، تبدیل فوریه پاسخ ضربه ($h(t)$) است



$$\xrightarrow{F^{-1}} h(t) = \frac{\sin \omega_c t}{\pi t} \Rightarrow$$



← این سیستم علی نیست چون $t<0 : h(t) \neq 0$

پایدار هم نیست ← برای اثبات از نکته زیر استفاده می کنیم

$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty \Rightarrow X(\omega)$ تابعی پیوسته به حسب ω باشد

پایدار نیست

← در مثال بالا $H(\omega)$ تابعی پیوسته نیست پس مطلقاً انتگرال پذیر نیست در نتیجه

SUBJECT: DATE: / /

* تبدیل فوریه سیگنال های پریودیک :

پیوسته : برحسب فرکانس $e^{j2\pi ft} \xleftrightarrow{F} \delta(f-f_0)$

① $e^{j\omega_0 t} \xleftrightarrow{F} 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$

② $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \xleftrightarrow{F} X(\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k\,\delta(\omega-k\omega_0)$

یا $X(\omega)=\omega_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{X_1(k\omega_0)}_{\text{تبدیل فوریه در یک پریود}}\,\delta(\omega-k\omega_0)$

$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$

③ $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT) \xleftrightarrow{F} \frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\omega_0)$

* تبدیل فوریه قطار ضربه ، قطار ضربه می شود

④ $\cos\omega_0 t \xleftrightarrow{F} \pi\,\delta(\omega-\omega_0)+\pi\,\delta(\omega+\omega_0)$

برحسب f : $\cos(2\pi f_0 t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}\delta(f-f_0)+\frac{1}{2}\delta(f+f_0)$

⑤ $\sin\omega_0 t \xleftrightarrow{F} \frac{\pi}{j}\delta(\omega-\omega_0)+\frac{\pi}{j}\delta(\omega+\omega_0)$

برحسب f :

$\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)=\frac{1}{T}\,rep_{\frac{1}{T}}[\delta(f)]$

تبدیل فوریه قطار ضربه

SUBJECT: DATE: / /

نکته :

① $$e^{j\omega_0 n} \xleftrightarrow{F} 2\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega-\omega_0-2\pi l)$$

یا $2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$ for $-\pi<\omega<+\pi$

خارج از این بازه پریودیک است

② $$x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk(\frac{2\pi}{N})n} \xleftrightarrow{F} X(\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k\,\delta(\omega-k\omega_0)$$

$\omega_0=\frac{2\pi}{N}$

③ $$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-kN] \xleftrightarrow{F} X(\omega)=\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-k\frac{2\pi}{N}\right)$$

تبدیل فوریه قطار ضربه، قطار ضربه می شود

$\boxed{\text{* سیستم های توصیف شده با معادلات دیفرانسیل :}}$ (حالت پیوسته)

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^{(k)} y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^{(k)} x(t)}{dt^k}$$

از طرفین تبدیل فوریه می گیریم :

$$\sum_{k=0}^{N} a_k (j\omega)^k Y(\omega) = \sum_{k=0}^{M} b_k (j\omega)^k X(\omega)$$

پاسخ فرکانسی سیستم

SUBJECT: DATE: / /

$$\Rightarrow \underline{\underline{H(\omega)}} = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k (j\omega)^k}{\sum_{k=0}^{N} a_k (j\omega)^k}$$

* اگر از $H(\omega)$ تبدیل فوریه معکوس بگیریم به پاسخ ضربه ($h(t)$) می‌رسیم

حالت گسسته: (معادلات دیفرانسیل)

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\, y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k\, x[n-k]$$

← از طرفین تبدیل فوریه می‌گیریم:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k e^{-j\omega k}\, Y(\omega) = \sum_{k=0}^{M} b_k e^{-j\omega k}\, X(\omega)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{H(e^{j\omega})}} = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k e^{-j\omega k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k e^{-j\omega k}}$$

* اگر تنها یک ورودی و یک خروجی از سیستم LTI را داشته باشیم هم چنین آن سیستم مشخص می‌شود. (به شرط آن که تبدیل فوریه ورودی در هیچ جا صفر نشود)

* به هنگام استفاده از تبدیل فوریه برای پیدا کردن پاسخ ضربه یک سیستم LTI توصیف شونده با معادله دیفرانسیل، تنها سیستم‌ها یا سیستم‌های پایداری شوند که پایدار هستند اما ممکن است سیستم‌های دیگری هم در آن معادله دیفرانسیل صدق کنند که اگر پایدار نباشند با تبدیل فوریه پیدا نمی‌شوند

سیستم های توصیف شونده با معادلات دیفرانسیل

SUBJECT: DATE: / /

* برای سیستم هایی که $H(\omega)$ آنها عبارت گویایی برحسب $j\omega$ باشد:

پایدار $\Longleftrightarrow$ $H(\omega)$ وجود

* بدست آوردن معکوس سیستم:

داشتیم: $h(t) * h_i(t) = \delta(t)$ $\xrightarrow[\text{می گیریم}]{\text{تبدیل فوریه}}$

$$H(\omega) \cdot H_i(\omega) = 1 \Rightarrow \boxed{H_i(\omega) = \frac{1}{H(\omega)}} \quad \begin{cases} \forall \omega \\ H(\omega) \neq 0 \end{cases}$$

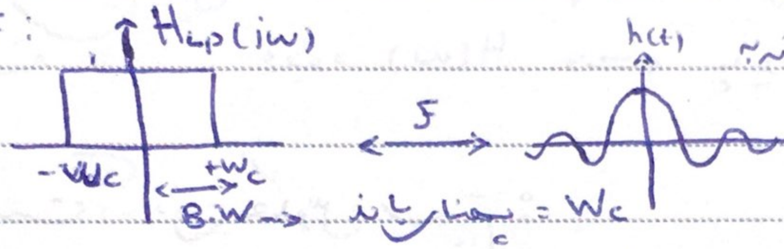
اگر $H(\omega)=0$ شود $\rightarrow$ اصلا معکوس نداریم.

* فیلترها:

frequency selective filter
1) Low Pass Filter
2) High Pass Filter
3) Band Pass Filter
4) Band Stop Filter میان نگذر

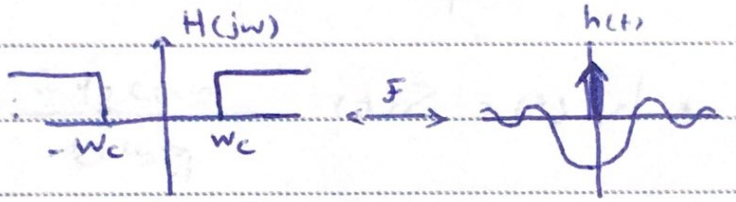
پیوسته:

LPF: $H_{Lp}(j\omega)$

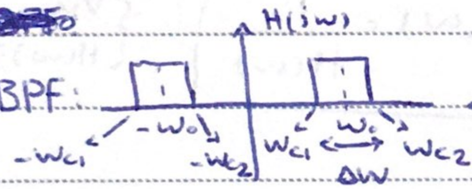
① 

$\xleftrightarrow{F}$ پاسخ ضربه $\quad h_{Lp}(t)=\frac{\sin W_c t}{\pi t}$

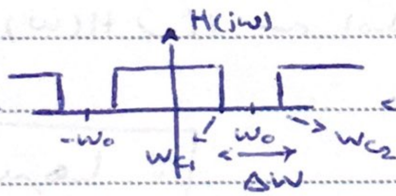
$B.W \to$ پهنای باند $= W_c$

② HPF: 

$\xleftrightarrow{F}$ $h(t)=\delta(t)-\frac{\sin W_c t}{\pi t}$

③ BPF: 

$\xleftrightarrow{F}$ $h(t)=2\cos(W_0 t)\cdot\frac{\sin\frac{\Delta W}{2}t}{\pi t}$

④ BSF: 

$\xleftrightarrow{F}$ $h(t)=\delta(t)-2\cos(W_0 t)\frac{\sin(\frac{\Delta W t}{2})}{\pi t}$

* برای حالت گسسته تمام روابط ثابت است اما $H(W)$ باید دوره 2π تکرار شود

$H(W)=H(W+2\pi)$

* نکته:

۱) با مشتق گیری از سیگنال، dc سیگنال حذف می‌شود

۲) با مشتق گیری فرکانس های بالا (π، 3π، ...) تقویت و فرکانس های پایین (0، 2π، 4π، ...) تضعیف می‌شوند

۳) هرچه سیگنال در زمان تغییرات بیشتری داشته باشد مؤلفه های فرکانس بالا قدرت بیشتری دارند

SUBJECT: DATE: / /

* عکس تبدیل فوریه های مهم :

1) $a > 0 \ , \quad \frac{1}{a+j\omega} \xleftrightarrow{F^{-1}} e^{-at}\, u(t)$

2) $a < 0 \ , \quad \frac{1}{a+j\omega} \xleftrightarrow{F^{-1}} -e^{-at}\, u(t)$

3) $\frac{1}{(a+j\omega)^2} \xleftrightarrow{F^{-1}} t\, e^{-at}\, u(t)$

4) در حالت کلی : $\frac{1}{(a+j\omega)^n} \xleftrightarrow{F^{-1}} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\, e^{-at}\, u(t)$