دانشگاه صنعتی شاهرود– دانشکده مهندسی برق

نام درس: الکترونیک صنعتی

جلسه ۴: محاسبات توان

ارائه دهنده: علی دستفان

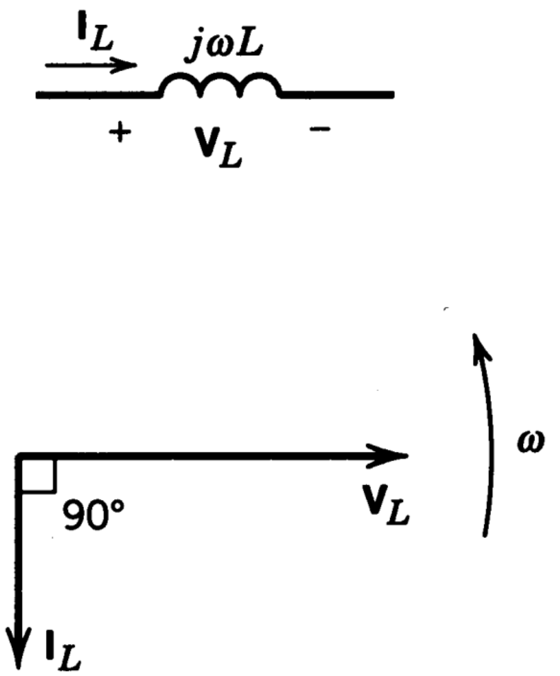
مقدمه

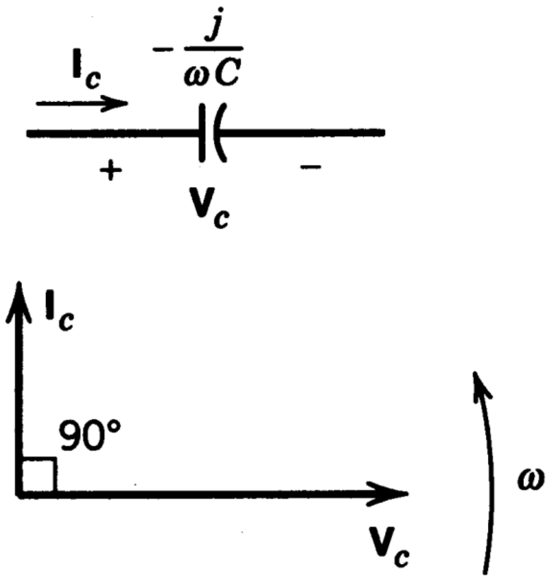
- **توان در حالت سینوسی**
- **بسط فوریه**
- **توان در حالت غیر سینوسی**

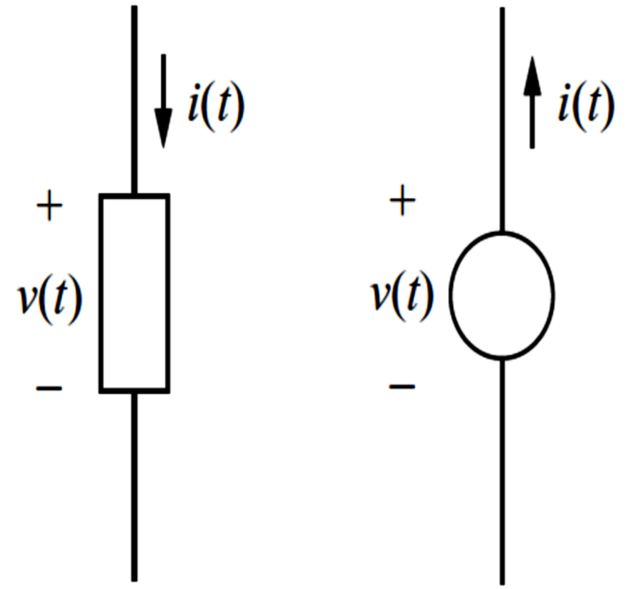
محاسبات توان در آنالیز و طراحی مدارهای الکترونیک قدرت امری ضروری می‌باشد. مفاهیم اساسی توان در این فصل مرور می‌شوند و تأکید بر روی محاسبات توان برای مدارهایی با ولتاژها و جریان‌های غیر سینوسی می‌باشد. نمونه‌های خاصی که در الکترونیک قدرت مکرراً به آن برخورد می‌شود، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

در ابتدا محاسبات توان در حالت سینوسی بررسی می شود و سپس حالت غیرسینوسی بررسی خواهد شد

توان لحظه‌ای

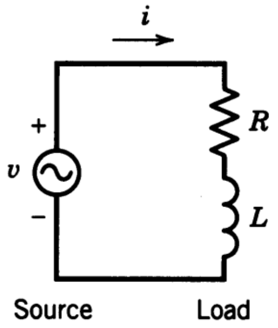

I_L
$j\omega L$
+
V_L
−
V_L
90°
I_L
ω


I_c
$-\frac{j}{\omega C}$
+
V_c
−
I_c
90°
V_c
ω

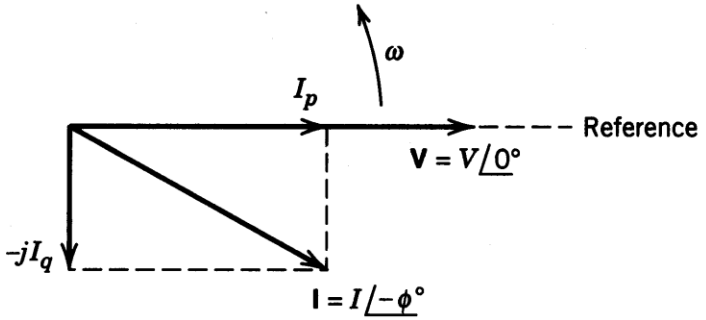

$i(t)$
+
$v(t)$
−
$i(t)$
+
$v(t)$
−

توان لحظه‌ای

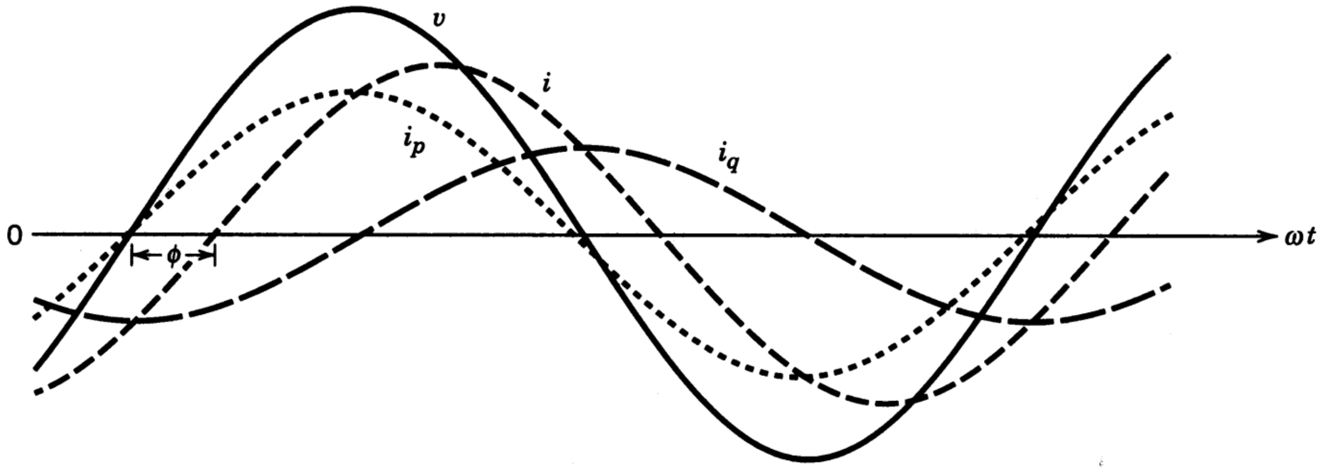
$$V(t) = V_m \sin(\omega t)$$



(a)



(c)

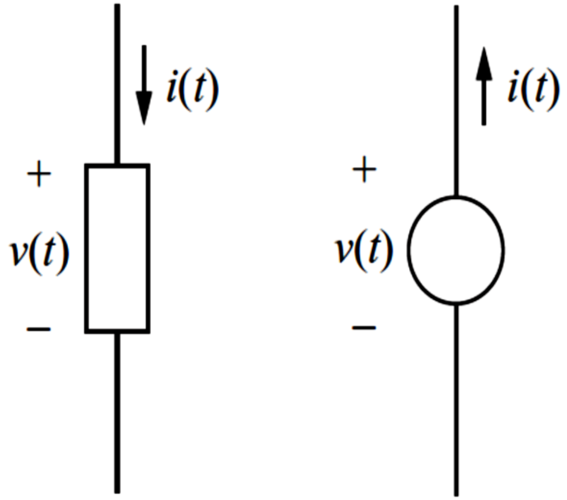


(b)

توان لحظه‌ای

$$P(t) = v(t)\,i(t)$$

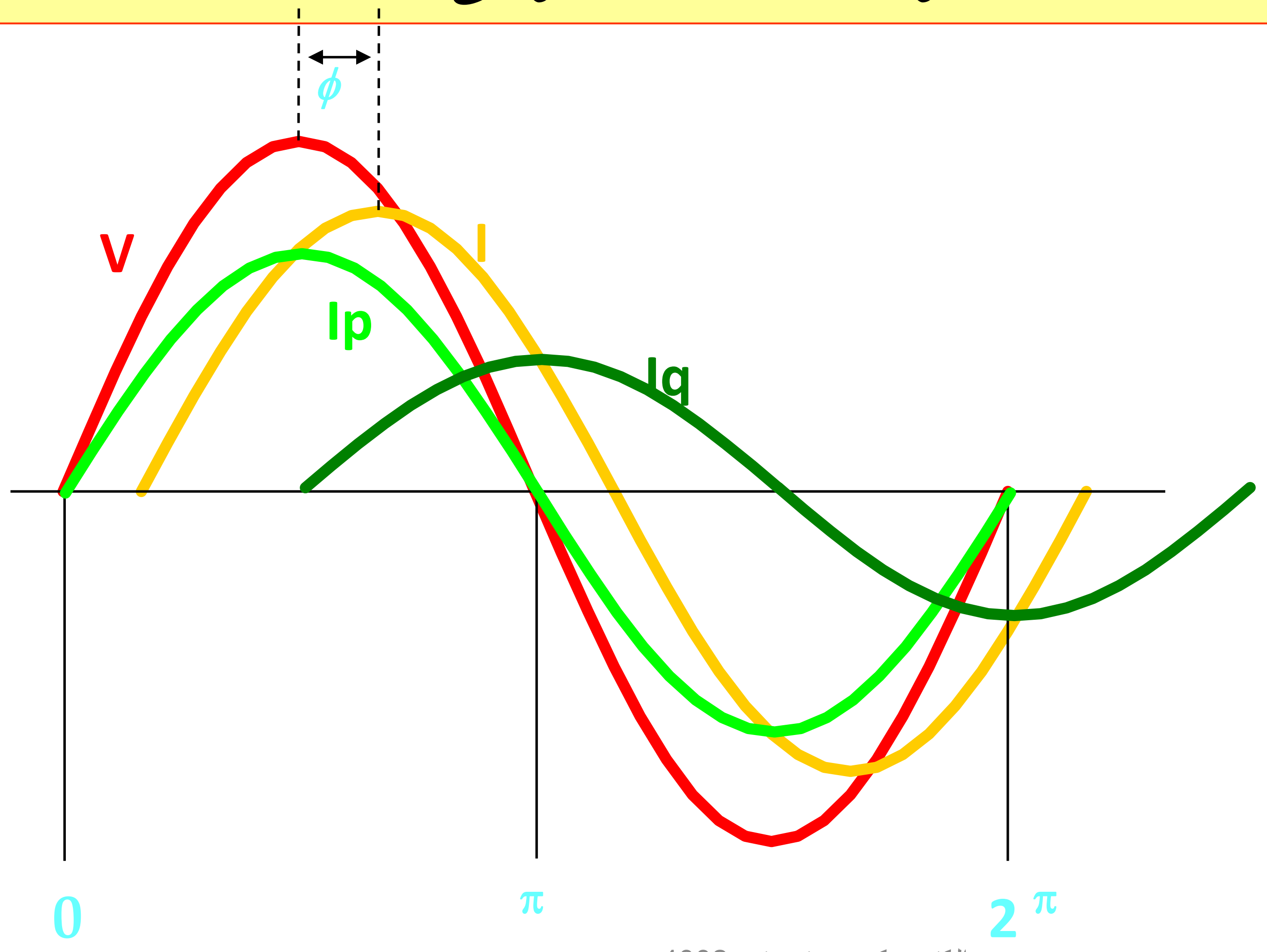
$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt$$



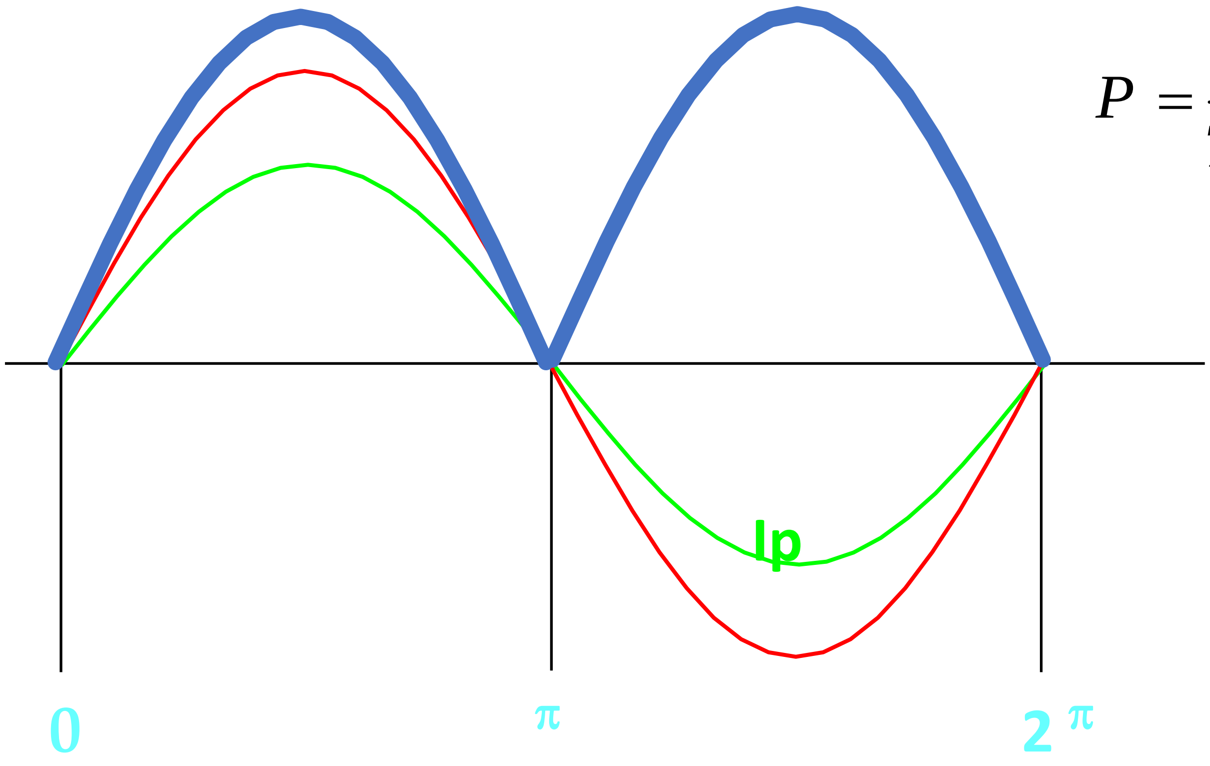
توان لحظه‌ای برای هر مداری به صورت حاصل‌ضرب ولتاژ دو سر آن در جریان عبوری از آن تعریف می‌شود. بنابراین:

- اگر جهت ولتاژ و جریان به صورتی که در شکل a نشان داده شده است انتخاب شود، اگر توان مثبت باشد، در این صورت قطعه در حال مصرف و جذب انرژی می‌باشد و اگر مثبت باشد نشان‌دهنده‌ی این است که منبع در حال تولید انرژی می‌باشد.
- برای منابع ولتاژ مانند شکل b جهت معکوس برای جریان در نظر گرفته می‌شود؛ در این صورت، توان مثبت نشان‌دهنده‌ی این است که منبع در حال تولید انرژی می‌باشد.

توان در حالت سینوسی

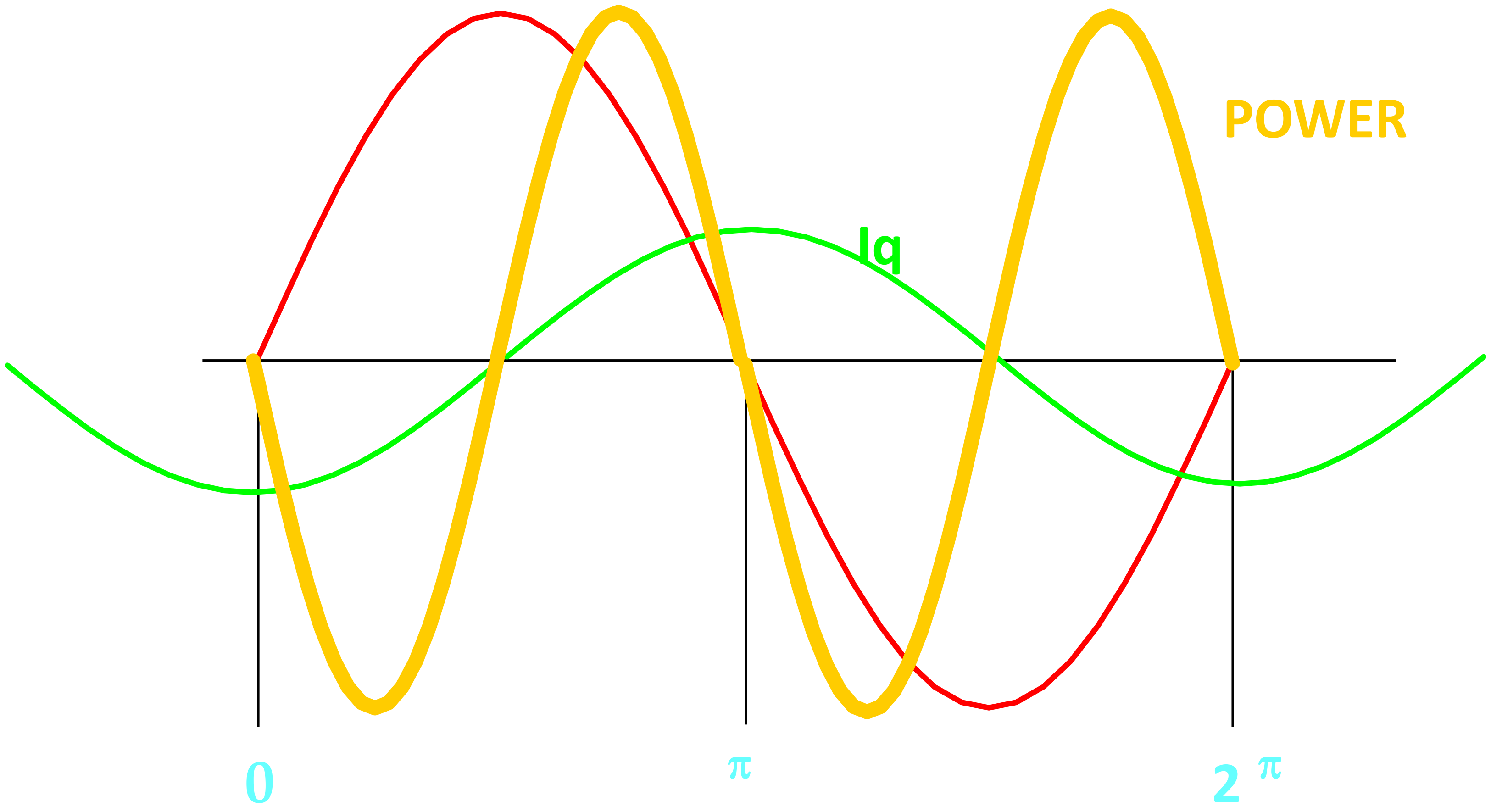


توان اکتیو P



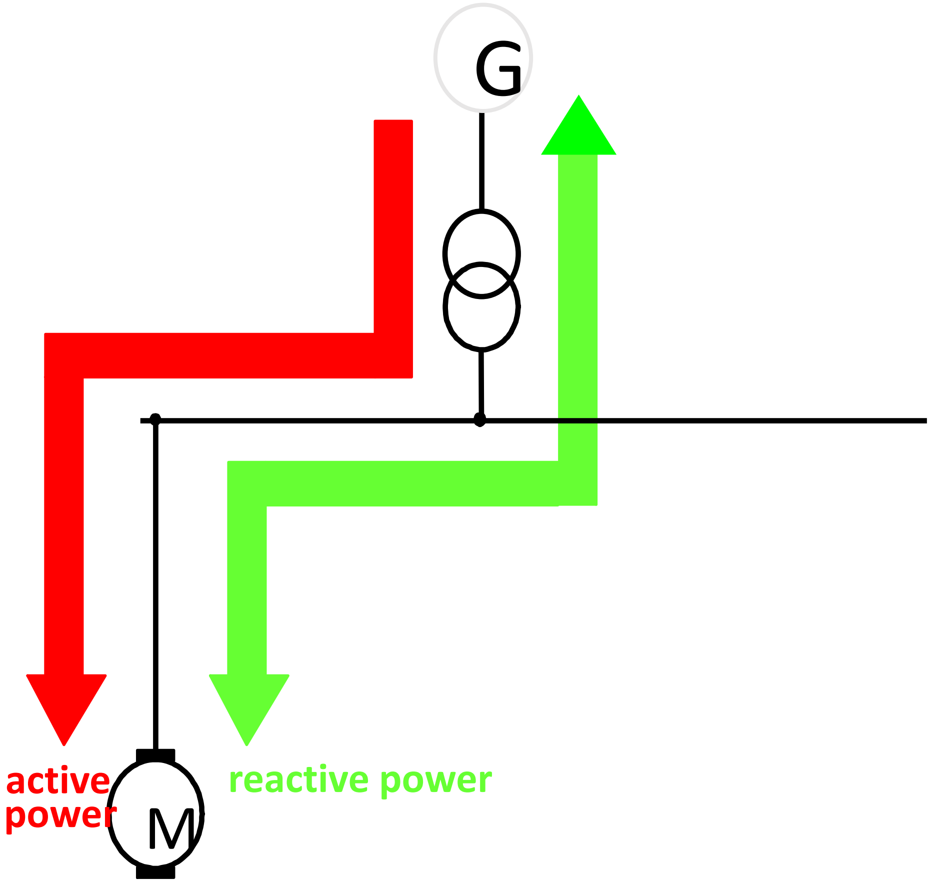
$$P=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)i(t)dt$$

توان راکتیو Q

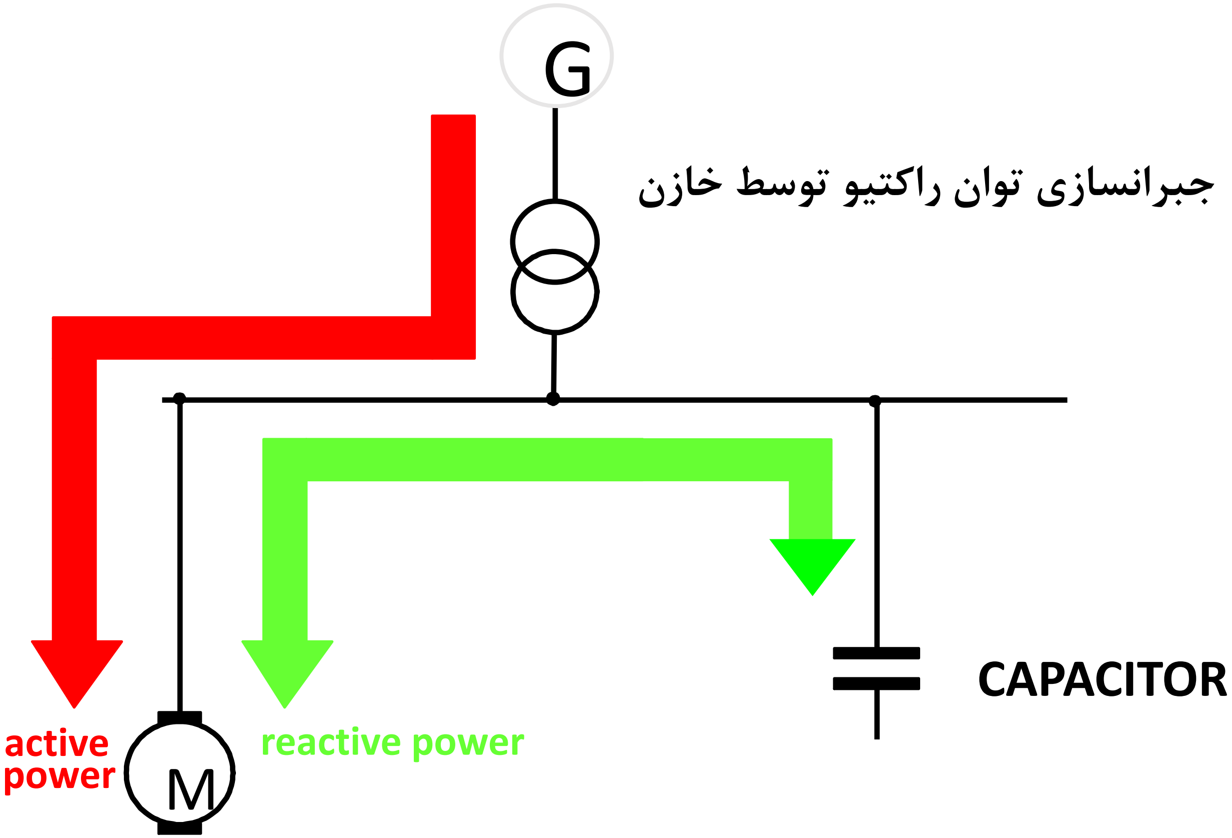


دانشگاه صنعتی شاهرود– دانشکده مهندسی برق

انتقال توان



جبرانسازی توان راکتیو توسط خازن



مقدار موثر

Root-Mean-Squares (RMS)

$$\sqrt{} \qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} .\ d\omega t \qquad (.)^2$$

مقدار موثر

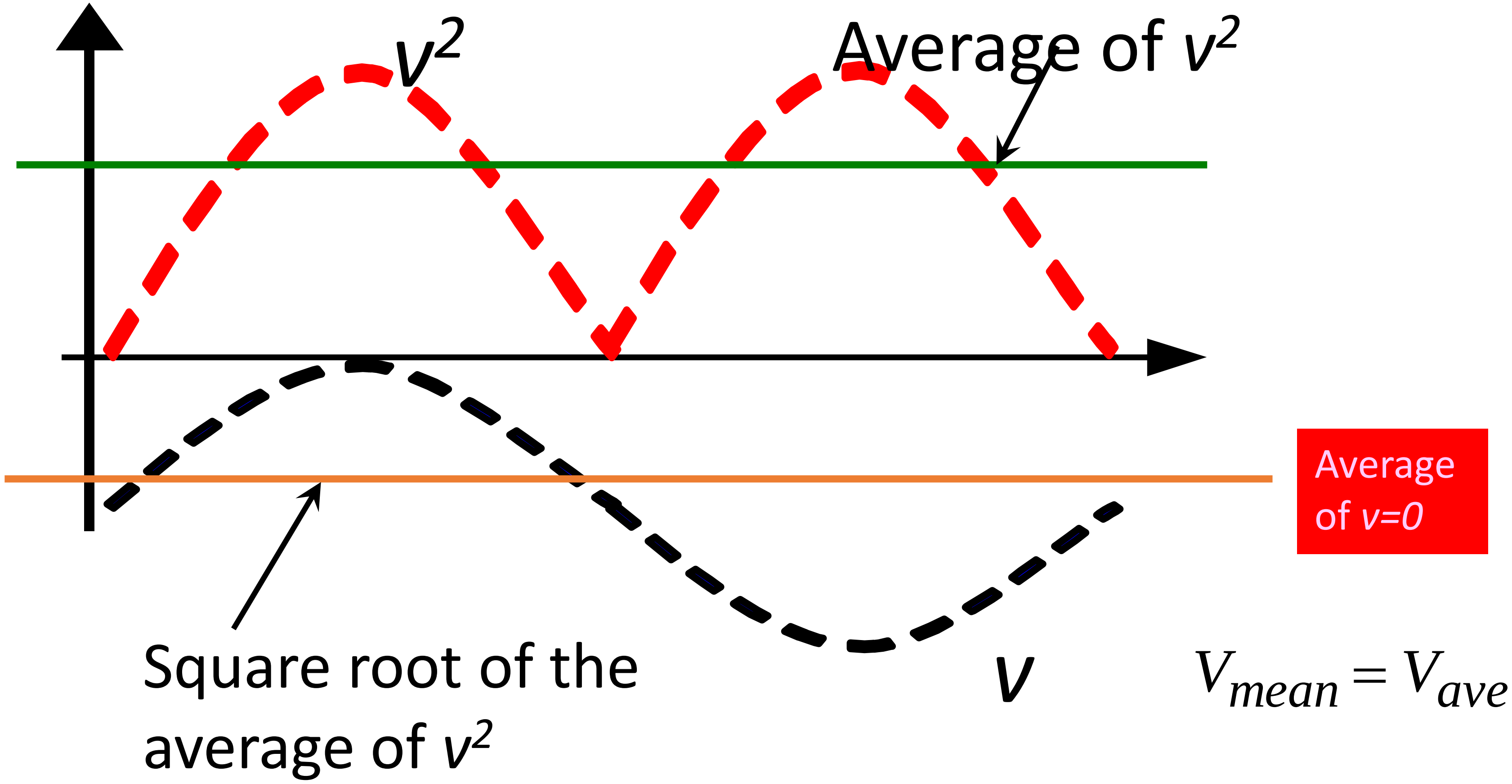
Root Mean Squares of *f*

Step 1: $(f)^2$

Step 2: $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(f)^2 \, d\omega t$

Step 3: $\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(f)^2 \, d\omega t}$

مقدار موثر



$$V_{mean} = V_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(t)\ d\omega t$$

دانشگاه صنعتی شاهرود– دانشکده مهندسی برق

بسط فوریه

با استفاده از بسط فوریه هر سیگنال پریودیک را می توان به صورت مجموعه ای از سیگنالهای سینوسی با دامنه و فرکانسهای مختلف نمایش داد.

تابع پریودیک:

$$f(t) = f(t+hT), \quad h = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

بسط فوریه:

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{h=1}^{\infty}\{a_h \cos(h\omega_0 t) + b_h \sin(h\omega_0 t)\}$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$$

$$a_h = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(h\omega_0 t)dt,$$

$$b_h = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(h\omega_0 t)dt,$$

بسط فوریه

$$f(t)=c_0+\sum_{h=1}^{\infty} c_h \sin(h\omega_0 t+\phi_h)$$

$$\omega_0=2\pi/T \qquad c_0=a_0/2$$

$$c_h=\sqrt{a_h^2+b_h^2} \qquad \phi_h=\tan^{-1}(a_h/b_h)$$

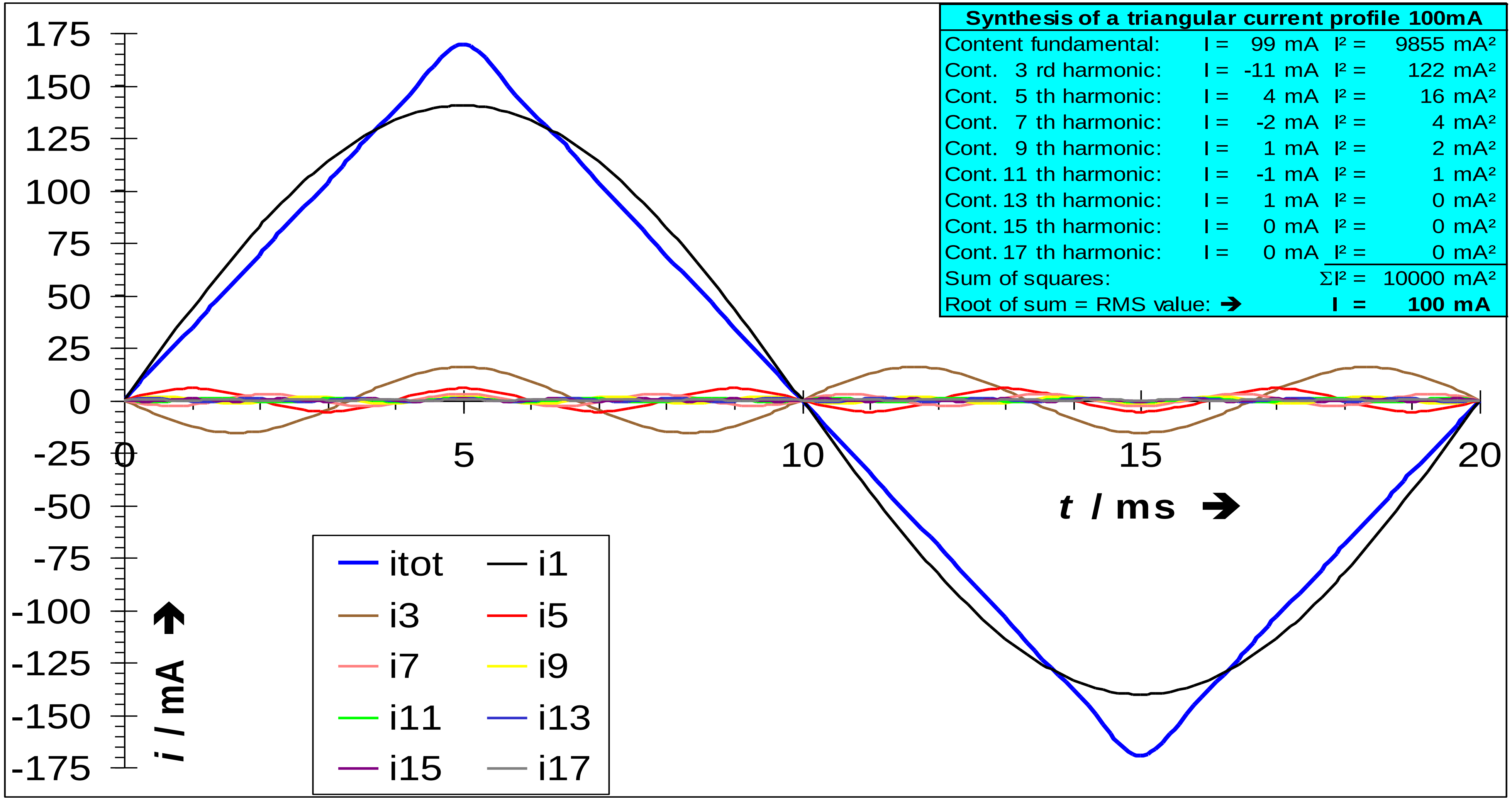
دسته بندی

- موج اصلی — n برابر ۱
- هارمونیک — n اعداد صحیح
- زیر هارمونیک — n کوچکتر از ۱
- میان هارمونیک — n بزرگتر از ۱ و غیر صحیح

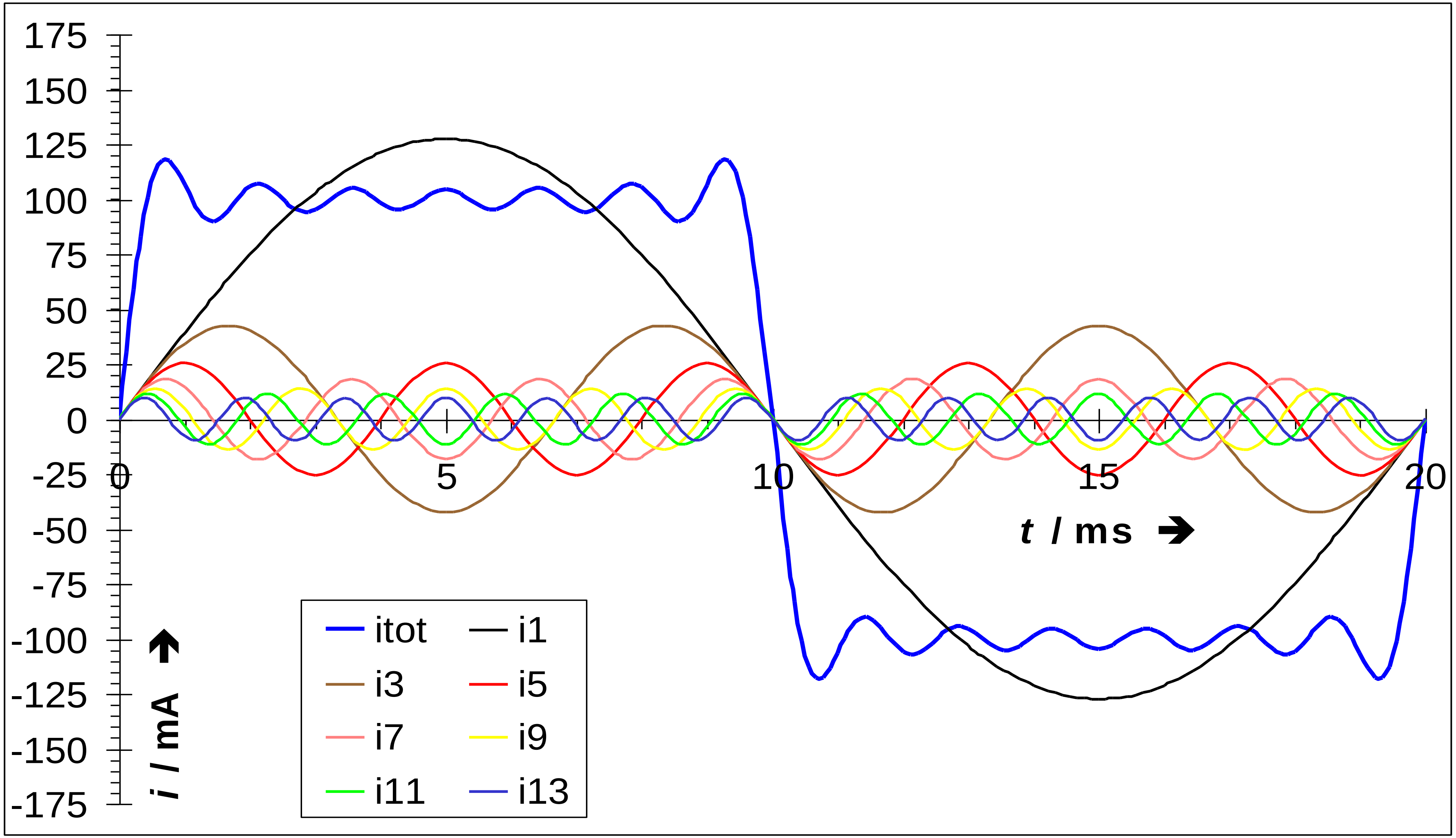
تقارن

Symmetry	*Condition Required*	a_h and b_h
Even	$f(-t) = f(t)$	$b_h = 0 \qquad a_h = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t)$
Odd	$f(-t) = -f(t)$	$a_h = 0 \qquad b_h = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\sin(h\omega t)\, d(\omega t)$
Half-wave	$f(t) = -f(t + \frac{1}{2}T)$	$a_h = b_h = 0$ for even h $a_h = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t)$ for odd h $b_h = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(t)\sin(h\omega t)\, d(\omega t)$ for odd h
Even quarter-wave	Even and half-wave	$b_h = 0$ for all h $a_h = \begin{cases} \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} f(t)\cos(h\omega t)\, d(\omega t) & \text{for odd } h \\ 0 & \text{for even } h \end{cases}$
Odd quarter-wave	Odd and half-wave	$a_h = 0$ for all h $b_h = \begin{cases} \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} f(t)\sin(h\omega t)\, d(\omega t) & \text{for odd } h \\ 0 & \text{for even } h \end{cases}$

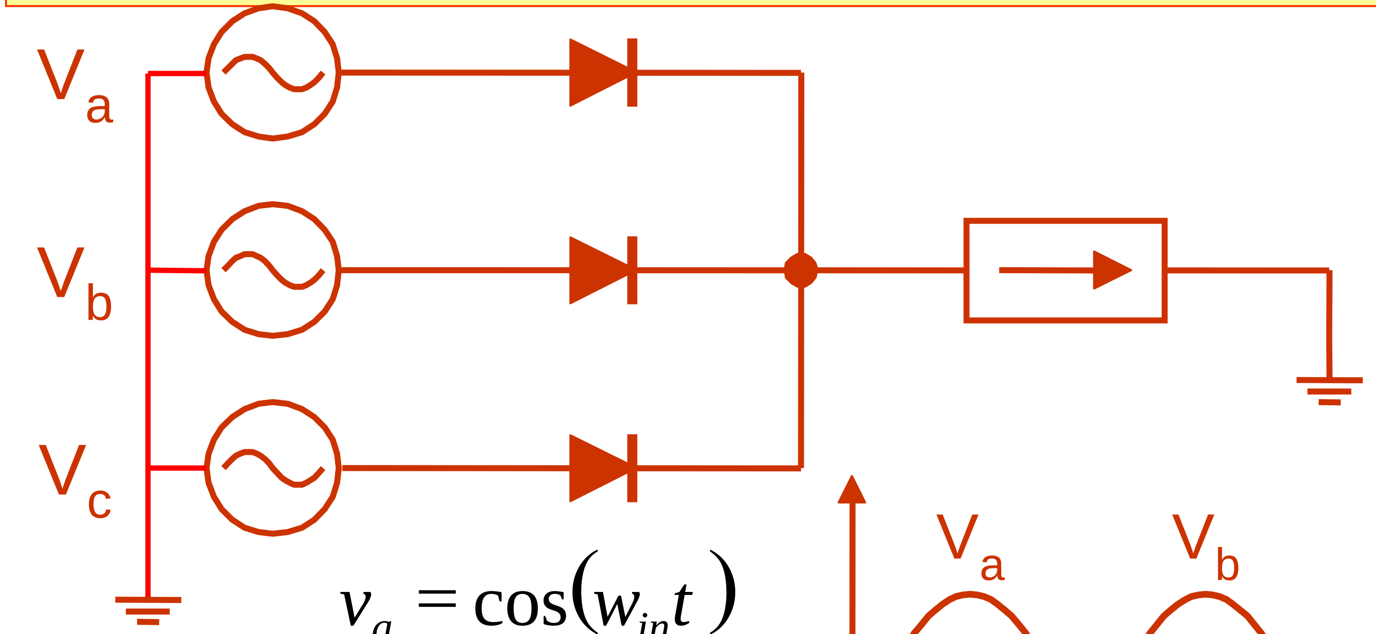
دانشگاه صنعتی شاهرود– دانشکده مهندسی برق



Synthesis of a triangular current profile 100mA				
Content fundamental:	I =	99 mA	I² =	9855 mA²
Cont. 3 rd harmonic:	I =	-11 mA	I² =	122 mA²
Cont. 5 th harmonic:	I =	4 mA	I² =	16 mA²
Cont. 7 th harmonic:	I =	-2 mA	I² =	4 mA²
Cont. 9 th harmonic:	I =	1 mA	I² =	2 mA²
Cont. 11 th harmonic:	I =	-1 mA	I² =	1 mA²
Cont. 13 th harmonic:	I =	1 mA	I² =	0 mA²
Cont. 15 th harmonic:	I =	0 mA	I² =	0 mA²
Cont. 17 th harmonic:	I =	0 mA	I² =	0 mA²
Sum of squares:			ΣI² =	10000 mA²
Root of sum = RMS value: ➔			**I =**	**100 mA**


175
150
125
100
75
50
25
0
-25
-50
-75
-100
-125
-150
-175
0
5
10
15
20
t / ms
i / mA
itot
i1
i3
i5
i7
i9
i11
i13

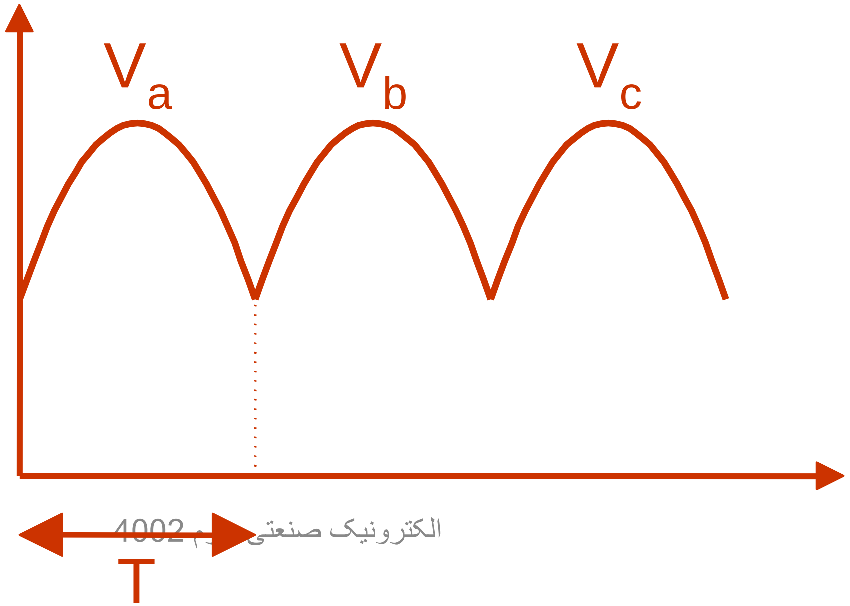
مثال



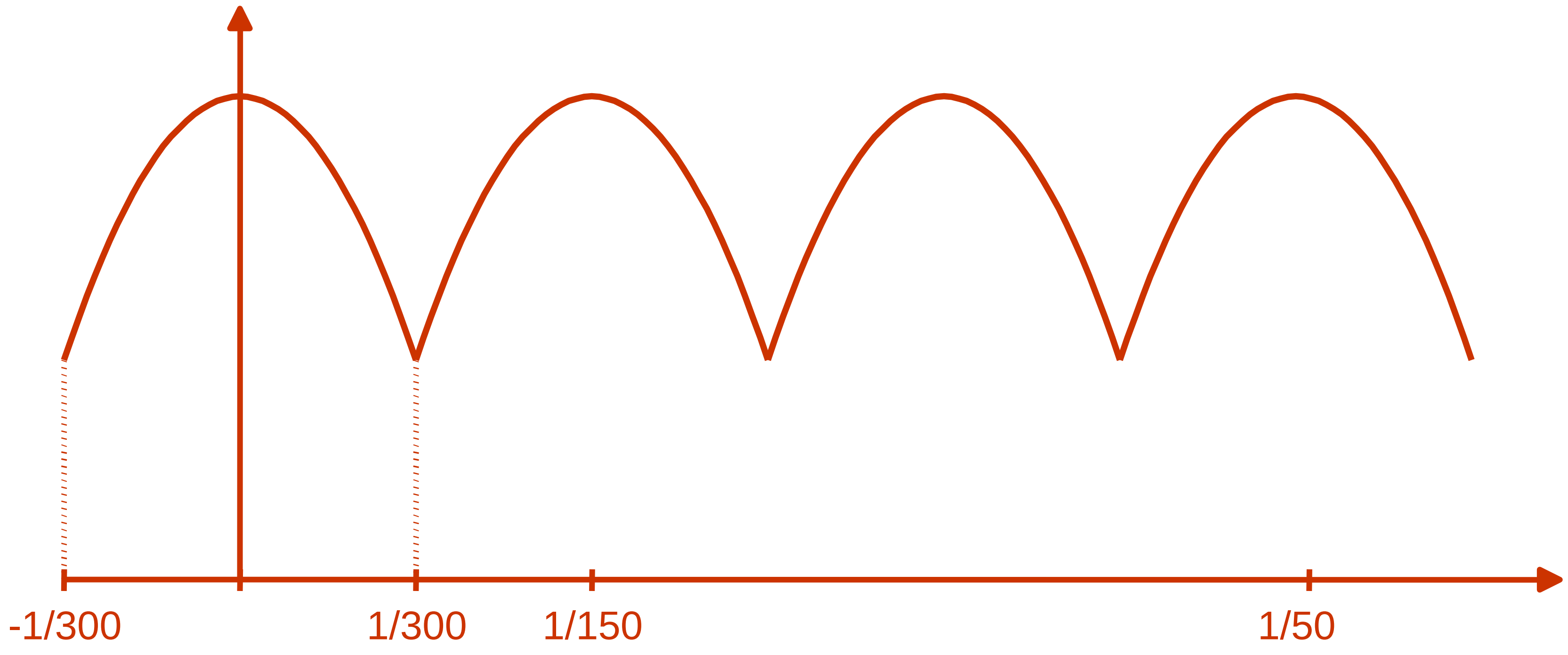
$$v_a = \cos(w_{in} t)$$

$$w_{in} = 100\pi \frac{rad}{s}$$

$$w = \frac{2\pi}{T} \neq w_{in}$$



مثال



Period $T = \frac{1}{150}\,s$

$$a_0 = 150 \int_{-\frac{1}{300}}^{\frac{1}{300}} V_0 \cos(100\pi t)\,dt$$

مثال

$$a_n = 2 \cdot 150 \int_{-\frac{1}{300}}^{\frac{1}{300}} V_0 \cos(100\pi t)\cos(n300\pi t)dt$$

$$\text{w} = \frac{2\pi}{T} = 300\pi$$

a_1 : 150 Hz component

روابط توان در حالت کلی(غیر سینوسی)

روابط کلی ولتاژ و جریان

$$v(t) = \sum_{h=1}^{\infty} v_h(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2}V_h \sin\left(h\omega_0 t + \theta_h\right)$$

$$i(t) = \sum_{h=1}^{\infty} i_h(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2}I_h \sin\left(h\omega_0 t + \delta_h\right)$$

توان لحظه ای

$$p(t) = v(t)i(t)$$

توان اکتیو

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt$$

$$P = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \cos\left(\theta_h - \delta_h\right) = \sum_{h=1}^{\infty} P_h$$

روابط توان در حالت کلی(غیر سینوسی)

مقادیر RMS

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2}$$

مقادیر توانها

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$$

$$Q = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \sin(\theta_h - \delta_h)$$

روابط توان در حالت کلی(غیر سینوسی)

ضریب توان

$$pf = \frac{P}{S}$$

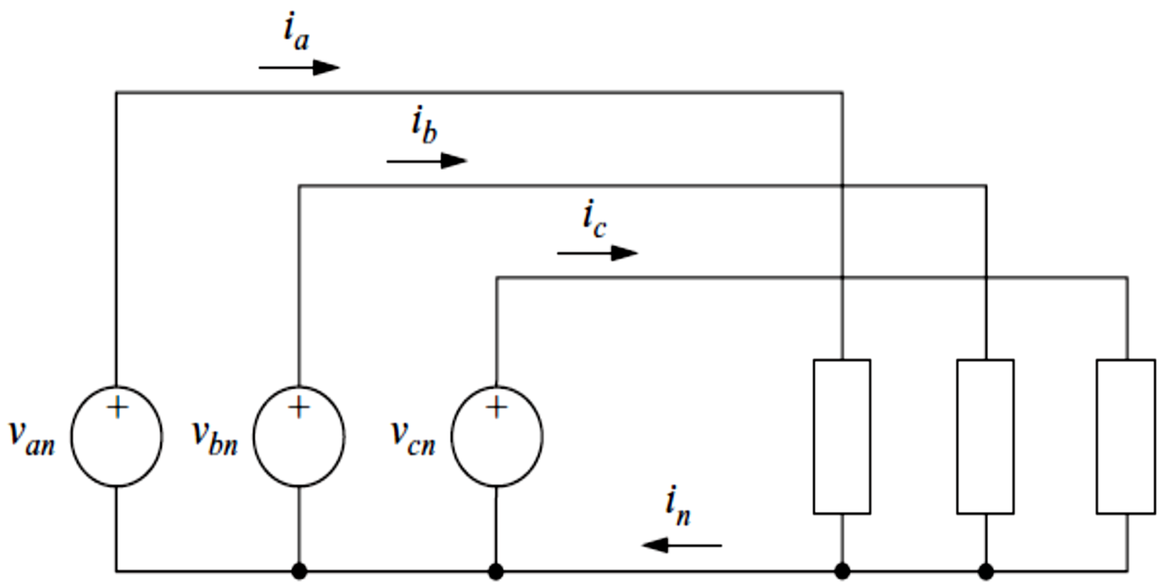
منتجه هارمونیکی
در حالت سه فاز

$$v_{ah}(t) = \sqrt{2}V_h \sin(h\omega_0 t + \theta_h)$$

$$v_{bh}(t) = \sqrt{2}V_h \sin(h\omega_0 t - 2h\pi/3 + \theta_h)$$

$$v_{ch}(t) = \sqrt{2}V_h \sin(h\omega_0 t + 2h\pi/3 + \theta_h)$$

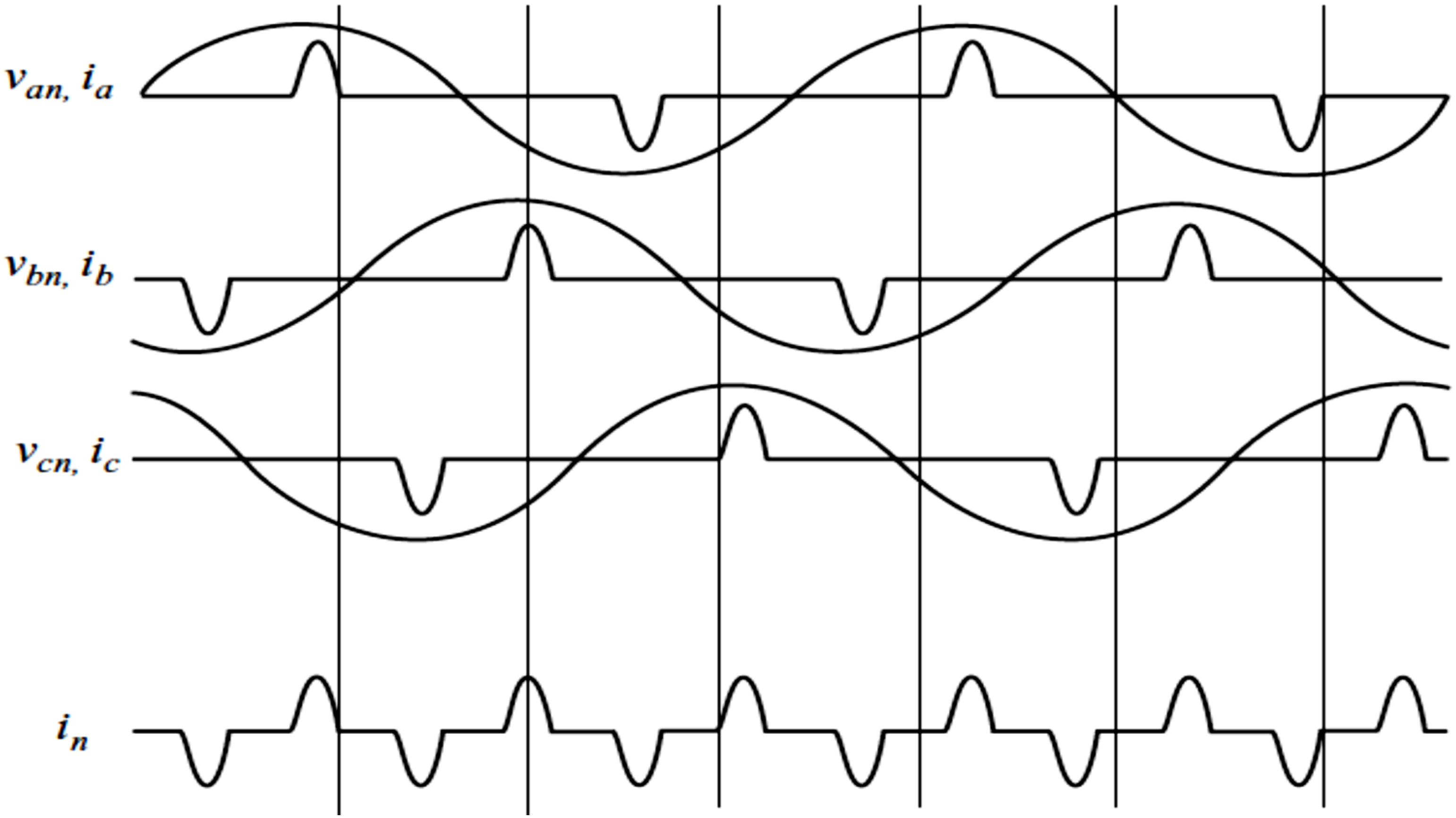
جریان سیم نول بدلیل هارمونیک



Harmonic Order	Phase Sequence
1	+
2	-
3	0
4	+
5	-
6	0
.	.

دانشگاه صنعتی شاهرود– دانشکده مهندسی برق

جریان سیم نول بدلیل هارمونیک



محاسبه RMS مجموع چند سیگنال

- اگر یک ولتاژ متناوب مجموع دو ولتاژ متناوب غیر هم فرکانس باشد، در این صورت مقدار RMS کلی ولتاژ برابر است با:

$$V_{rms} = \sqrt{V_{1,rms}^{2} + V_{2,rms}^{2}}$$

- اگر مجموع چند ولتاژ متناوب باشد، در اینصورت RMS کلی برابر است با:

$$V_{rms} = \sqrt{V_{1,rms}^{2} + V_{2,rms}^{2} + V_{3,rms}^{2} + \dots} = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} V_{n,rms}^{2}}$$

- وقتی توابع سینوسی دارای فرکانس‌های یکسان هستند، متعامد نبوده و نمی‌توان از رابطه فوق استفاده نمود و باید امواج سینوسی را با استفاده از روابط فازور با هم جمع کنیم.

محاسبه RMS مجموع چند سیگنال

- مثلاً اگر ولتاژ بصورت زیر باشد و $\omega_2 = 2\omega_1$ (غیر هم فرکانس) باشد:

$$v(t) = 4 + 8\sin(\omega_1 t + 10^0) + 5\sin(\omega_2 t + 50^0)$$

$$V_{rms} = \sqrt{V_{1,rms}^2 + V_{2,rms}^2 + V_{3,rms}^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 7.78 \text{ V}$$

- اگر فرکانسها با هم برابر باشند $\omega_2 = \omega_1$ در اینصورت RMS برابر است با:

$$8\angle 10^0 + 5\angle 50^0 = 12.3\angle 25.2^0$$

- رابطه کلی ولتاژ:

$$v(t) = 4 + 12.3\sin(\omega_1 t + 25.2^0) \text{ V}$$

- RMS کلی ولتاژ

$$V_{rms} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{12.3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 9.57 \text{ V}$$

محاسبه RMS مجموع چند سیگنال

- ضریب اعوجاج Distortion Factor (DF)

$$\mathrm{DF} = \frac{I_{1,rms}}{I_{rms}}$$

- اعوجاج هارمونیکی کل Total Harmonic Distortion (THD)

$$\mathrm{THD} = \sqrt{\frac{\sum_{n\neq 1} I_{n,rms}^2}{I_{1,rms}^2}} = \frac{\sqrt{\sum_{n\neq 1} I_{n,rms}^2}}{I_{1,rms}}$$

$$\mathrm{FF} = \frac{I_{rms}}{I_{avg}}$$

$$\mathrm{THD} = \sqrt{\frac{I_{rms}^2 - I_{1,rms}^2}{I_{1,rms}^2}}$$

$$\mathrm{CF} = \frac{I_{peak}}{I_{rms}}$$

$$DF = \sqrt{\frac{1}{1+(THD)^2}}$$