



آمار و احتمالات مهندسی

نیم سال اول ۹۹-۰۰

پاسخ تمرین سری اول

آمار توصیفی

استاد مربوطه : دکتر معروضی

رضا آدینه پور

شماره دانشجویی : ۹۸۱۴۳۰۳

۶

۲,۵۸	۴,۷۹	۵,۵۰	۶,۷۵	۲,۶۵	۶,۶۰	۱۱,۲۵	۳,۷۸	۴,۹۰	۵,۲۱
۲,۵۱	۶,۲۰	۵,۹۲	۵,۸۴	۷,۸۶	۸,۷۹	۳,۹۰	۳,۷۵	۳,۴۹	۱,۷۶
۴,۰۴	۱,۵۲	۴,۵۶	۸,۸۰	۴,۷۱	۵,۹۲	۵,۳۳	۳,۱۰	۶,۷۷	۹,۲۰
۶,۴۳	۱,۳۸	۲,۴۶	۷,۴۰	۶,۲۵	۹,۶۵	۸,۶۴	۶,۴۳	۵,۶۲	۱,۲۰
۱,۵۸	۳,۸۷	۶,۹۰	۴,۷۲	۹,۴۵	۵,۰۹	۷,۴۱	۱,۷۰	۹,۷۰	۶,۸۵
۴,۳۳	۴,۵۴	۱,۴۷	۳,۶۲	۱۲,۸۰	۴,۱۱	۷,۹۶	۶,۴۰	۵,۱۱	۲,۸۰
۲,۲۰	۵,۱۲	۲,۱۱	۲,۴۶	۱,۴۲	۶,۳۷	۱۰,۶۰	۳,۲۴	۴,۵۰	۷,۳۵
۴,۱۹	۵,۱۵	۲,۳۲	۸,۷۵	۱,۹۲	۵,۴۰	۳,۸۱	۱,۷۹	۲,۵۰	۱۱,۷۵

min

max

$$Max = 11.75$$

$$Min = 1.20$$

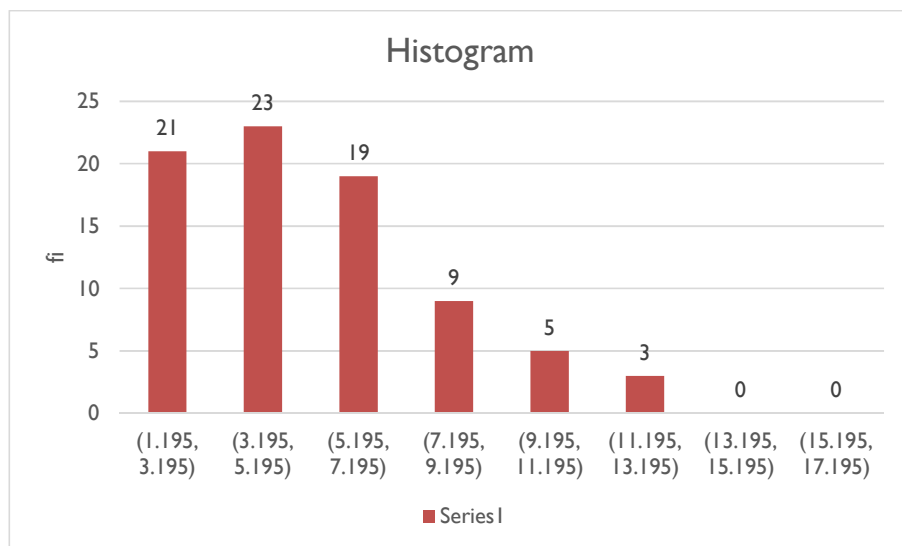
$$k = [1 + 3.322 \log_{10} n] \xrightarrow{n=8} k = [1 + 3.322 \log_{10} 80] = [8]$$

$$w = \left\lceil \frac{Max - Min + p}{k} \right\rceil = \left\lceil \frac{11.75 - 1.20 + 0.01}{8} \right\rceil = [2]$$

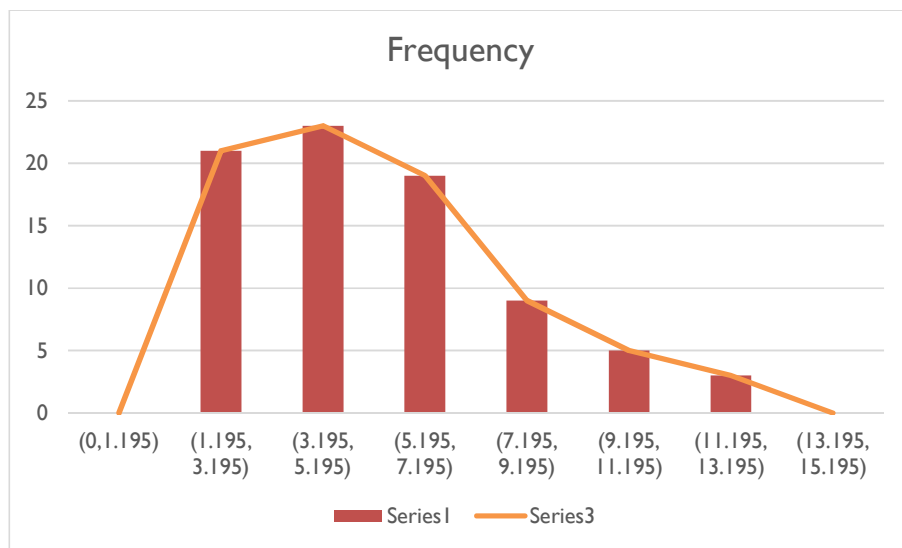
$$\begin{cases} l_j = Min - 0.5p + (j - 1)w = 1.20 - 0.005 + (j - 1)2 = [2j - 0.805] \\ u_j = l_j + w = 2j - 0.805 + 2 = [2j + 1.195] \\ x_j = 0.5(l_j + u_j) = 0.5(2j - 0.805 + 2j + 1.195) = [2j + 0.195] \\ j = 1, 2, 3, \dots, 8 \end{cases}$$

رده ها	نماینده	فراوانی	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فراوانی تجمعی نسبی
۱,۱۹۵ - ۳,۱۹۵	۲,۱۹۵	۲۱	۰,۲۶۲۵	۲۱	۰,۲۶۲۵
۳,۱۹۵ - ۵,۱۹۵	۴,۱۹۵	۲۳	۰,۲۸۷۵	۴۴	۰,۵۵
۵,۱۹۵ - ۷,۱۹۵	۶,۱۹۵	۱۹	۰,۲۳۷۵	۶۳	۰,۷۸۷۵
۷,۱۹۵ - ۹,۱۹۵	۸,۱۹۵	۹	۰,۱۱۲۵	۷۲	۰,۹
۹,۱۹۵ - ۱۱,۱۹۵	۱۰,۱۹۵	۵	۰,۰۶۲۵	۷۷	۰,۹۶۲۵
۱۱,۱۹۵ - ۱۳,۱۹۵	۱۲,۱۹۵	۳	۰,۰۳۷۵	۸۰	۱
۱۳,۱۹۵ - ۱۵,۱۹۵	۱۴,۱۹۵	۰	۰	۸۰	۱
۱۵,۱۹۵ - ۱۷,۱۹۵	۱۶,۱۹۵	۰	۰	۸۰	۱
مجموع	-	۸۰	۱	-	-

جدول ۱: جدول فراوانی



شکل ۱: نمودار ستونی



شکل ۲: نمودار چند بر فراوانی

۷.

$$\begin{cases} n = 1500 \\ \max = 11.9 \\ \min = 10.8 \\ p = 0.1 \end{cases} \rightarrow k = \lceil 1 + 3.322 \log_{10} n \rceil \xrightarrow{n=1500} k$$

$$= \lceil 1 + 3.322 \log_{10} 1500 \rceil = \boxed{12}$$

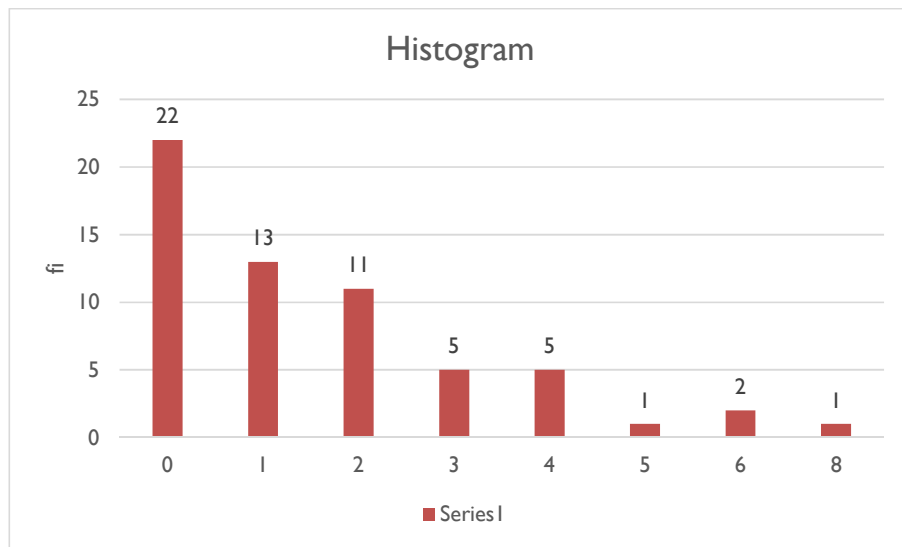
$$w = \left\lceil \frac{\max - \min + p}{k} \right\rceil = \left\lceil \frac{11.9 - 10.8 + 0.1}{12} \right\rceil = \boxed{1}$$

برای این داده ها ۱۲ رده با طول رده ۱ مناسب است

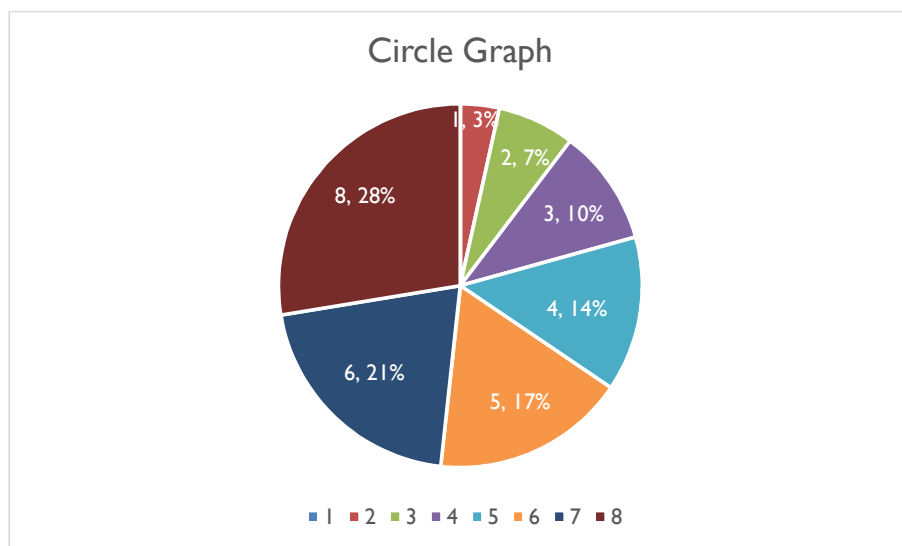
۸.

دسته بندی و شماره دسته	فراوانی	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فراوانی تجمعی نسبی
۰	۲۲	۰,۳۶	۲۲	۰,۳۶
۱	۱۳	۰,۲۱	۳۵	۰,۵۷
۲	۱۱	۰,۱۸	۴۶	۰,۷۵
۳	۵	۰,۰۸	۵۱	۰,۸۳
۴	۵	۰,۰۸	۵۶	۰,۹۱
۵	۱	۰,۰۱	۵۷	۰,۹۲
۶	۲	۰,۰۳	۵۹	۰,۹۵
۸	۱	۰,۰۱	۶۰	۰,۹۶
مجموع	۶۰	۰,۹۶	-	-

جدول ۲: جدول فراوان



شکل ۳: نمودار میله ای



شکل ۴: نمودار دایره ای

ج)

$$\frac{9}{60} \times 100 = 15\%$$

۹.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i \\ &= \frac{1}{50} [(0 \times 21) + (1 \times 13) + (2 \times 5) + (3 \times 4) + (4 \times 2) \\ &\quad + (5 \times 3) + (6 \times 2)] = \frac{70}{50} = 1.4\end{aligned}$$

$$\text{Median: } n = 50 \rightarrow m = \frac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \quad \text{Median}$$

Mode: 0

$$\begin{aligned}S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{50-1} [21(0-1.4)^2 + 13(1-1.4)^2 + 5(2-1.4)^2 \\ &\quad + 4(3-1.4)^2 + 2(4-1.4)^2 + 3(5-1.4)^2 + 2(6-1.4)^2] \\ &\cong 24\end{aligned}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{24} \cong 4.89$$

۱۰.

$$10.5 - 13.5 \rightarrow f_i = 5 \rightarrow r_i = 0.25$$

فراوانی نسبی رده = عرض مستطیل × طول رده

$$13.5 - 17.5 \rightarrow f_i = 7 \rightarrow r_i = 0.35$$

$$17.5 - 19.5 \rightarrow f_i = 2 \rightarrow r_i = 0.1$$

مجموع : ۶+۲+۷+۵ = ۲۰

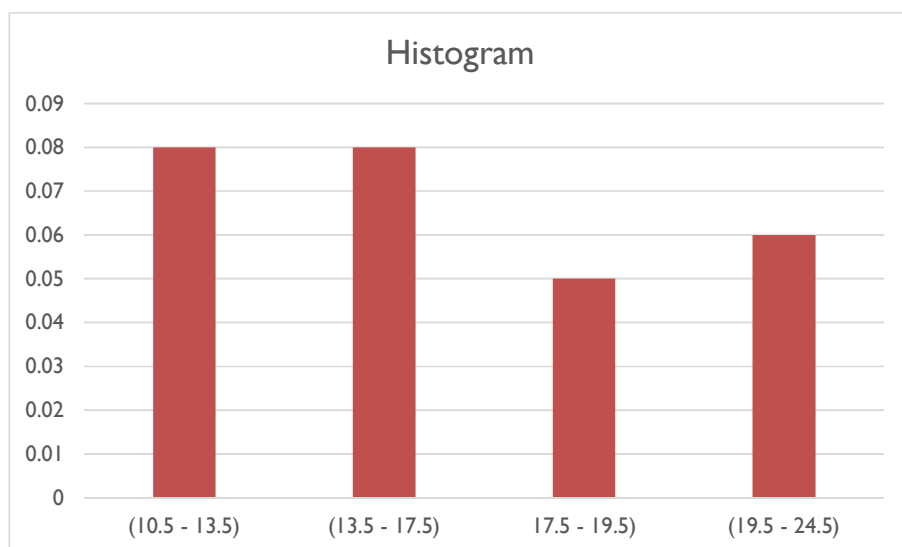
$$19.5 - 24.5 \rightarrow f_i = 6 \rightarrow r_i = 0.3$$

$$I) \text{ عرض} = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{طول رده}} = \frac{0.25}{3} = 0.08$$

$$II) عرض = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{طول رده}} = \frac{0.35}{4} = 0.08 \quad \text{مساحت مستطیل} = 3 \times 0.08 + 4 \times 0.08 + 2 \times 0.05 + 5 \times 0.06 = 0.96$$

$$III) عرض = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{طول رده}} = \frac{0.1}{2} = 0.05$$

$$IV) عرض = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{طول رده}} = \frac{0.3}{5} = 0.06$$



شکل ۵: نمودار میله ای

•,۷۳۱	•,۷۳۸	•,۷۴۳	•,۷۴۰	•,۷۳۶	•,۷۴۱	•,۷۳۵	•,۷۲۶	•,۷۲۹	•,۷۳۷
•,۷۳۶	•,۷۲۸	•,۷۳۷	•,۷۳۶	•,۷۳۵	•,۷۲۴	•,۷۳۳	•,۷۴۲	•,۷۳۹	•,۷۳۵
					min				
•,۷۳۳	•,۷۴۵	•,۷۳۶	•,۷۴۲	•,۷۴۰	•,۷۲۸	•,۷۳۸	•,۷۳۵	•,۷۳۴	•,۷۳۳
	max								
•,۷۳۹	•,۷۳۳	•,۷۳۰	•,۷۳۲	•,۷۳۹	•,۷۳۰	•,۷۳۴	•,۷۳۸	•,۷۲۷	•,۷۳۵
•,۷۴۱	•,۷۳۵	•,۷۳۲	•,۷۳۵	•,۷۲۷	•,۷۳۴	•,۷۳۲	•,۷۳۶	•,۷۳۶	•,۷۴۴

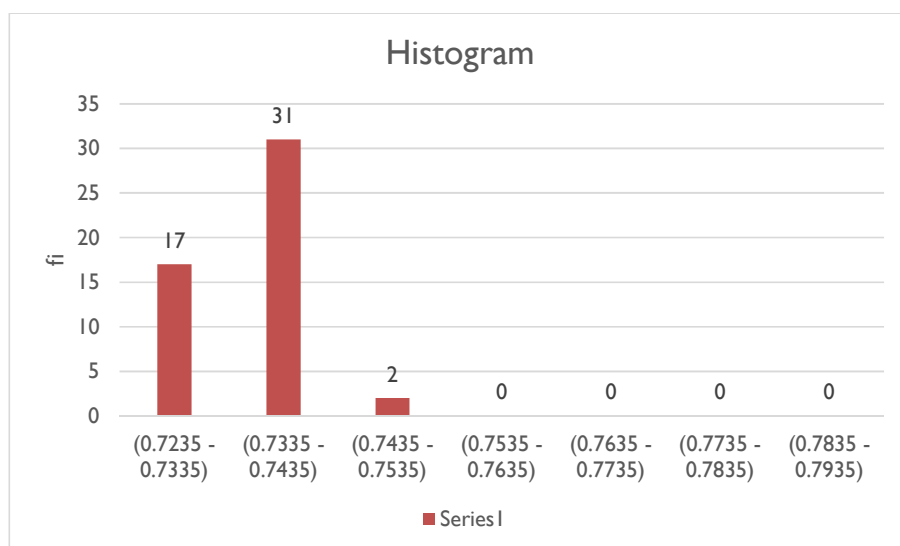
$$k = \lceil 1 + 3.322 \log_{10} n \rceil \xrightarrow{n=50} k = \lceil 1 + 3.322 \log_{10} 50 \rceil = \boxed{7}$$

$$w = \left\lceil \frac{Max - Min + p}{k} \right\rceil = \left\lceil \frac{0.745 - 0.724 + 0.001}{8} \right\rceil = \boxed{0.01}$$

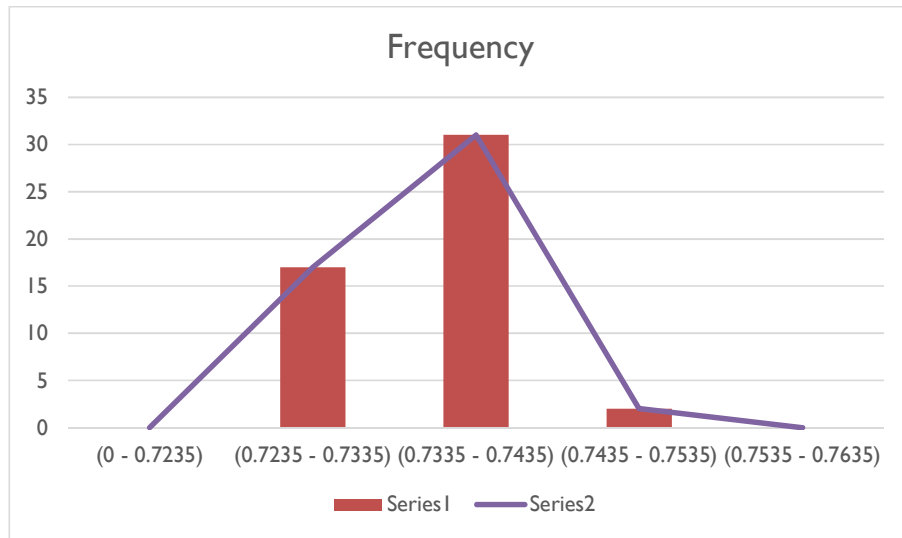
$$\begin{cases} l_j = Min - 0.5p + (j - 1)w = 0.724 - 0.0005 + (j - 1)0.01 = \boxed{0.01j + 0.7135} \\ u_j = l_j + w = 0.01j + 0.7135 + 0.01 = \boxed{0.01j + 0.7235} \\ x_j = 0.5(l_j + u_j) = 0.5(0.01j + 0.7135 + 0.01j + 0.7235) = \boxed{0.01j + 0.7185} \\ j = 1, 2, 3, \dots, 8 \end{cases}$$

رده ها	نماینده	فراوانی	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فراوانی تجمعی نسبی
۰,۷۲۳۵ - ۰,۷۳۳۵	۰,۷۲۸۵	۱۷	۰,۳۴	۱۷	۰,۳۴
۰,۷۳۳۵ - ۰,۷۴۳۵	۰,۷۳۸۵	۳۱	۰,۶۲	۴۸	۰,۹۶
۰,۷۴۳۵ - ۰,۷۵۳۵	۰,۷۴۸۵	۲	۰,۰۴	۵۰	۱
۰,۷۵۳۵ - ۰,۷۶۳۵	۰,۷۵۸۵	۰	۰	۵۰	۱
۰,۷۶۳۵ - ۰,۷۷۳۵	۰,۷۶۸۵	۰	۰	۵۰	۱
۰,۷۷۳۵ - ۰,۷۸۳۵	۰,۷۷۸۵	۰	۰	۵۰	۱
۰,۷۸۳۵ - ۰,۷۹۳۵	۰,۷۸۸۵	۰	۰	۵۰	۱
مجموع	-	۵۰	۱	-	-

جدول ۳: جدول فراوانی



شکل ۶: نمودار میله ای



شکل ۷: نمودار چند بر فراوانی

$$\bar{x} = \frac{1}{50} (0.7285 \times 17 + 0.7385 \times 31 + 0.7485 \times 2 + 0 + 0 + 0 + 0)$$

$$= \boxed{0.7355}$$

$$median = l_i + \frac{(0.5n - g_{i-1})}{f_i} w = 0.7335 + \frac{(0.5 \times 50 - 0.34)}{48} \times 0.01$$

$$= \boxed{0.7386}$$

$$mode = l_M + \frac{D_1}{D_1 + D_2} w = 0.7335 + \frac{(31 - 17)}{(31 - 17) + (31 - 2)} \times 0.01$$

$$= \boxed{0.7367}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{50-1} [17(0.7285 - 0.7355)^2 + 31(0.7385 - 0.7355)^2 + 2(0.7485 - 0.7355)^2 + 0 + 0 + 0 + 0] \cong 0.0014$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0.0014} \cong 0.037$$

رده ها	X_i	f_i	r_i	g_i	S_i
۳۰,۵ - ۳۵,۵	۳۳	۳	<u>۰,۰۶</u>	۳	۰,۰۶
۳۵,۵ - ۴۰,۵	۳۸	<u>۷</u>	۰,۱۴	۱۰	۰,۲۰
۴۰,۵ - ۴۵,۵	۴۳	۹	۰,۱۸	<u>۱۹</u>	۰,۳۸
۴۵,۵ - ۵۰,۵	۴۸	۱۳	۰,۲۶	۳۲	<u>۰,۶۴</u>
۵۰,۵ - ۵۵,۵	۵۳	۸	<u>۰,۱۶</u>	۴۰	۰,۸۰
۵۵,۵ - ۶۰,۵	۵۸	۶	۰,۱۲	<u>۴۶</u>	۰,۹۲
۶۰,۵ - ۶۵,۵	۶۳	۴	۰,۰۸	۵۰	۱,۰۰
جمع		<u>۵۰</u>	<u>۱,۰۰</u>	-	-

جدول ۴: جدول فراوانی

$$x_j = 0.5(l_j + u_j) = 0.5(35.5 + 30.5) = \boxed{33}$$

$$x_{j+1} = 33 + 5$$

$$\bar{x} = \frac{1}{50} (33 \times 3 + 38 \times 7 + 43 \times 9 + 48 \times 13 + 53 \times 8 + 58 \times 6 + 63 \times 4) = \boxed{48}$$

$$median = l_i + \frac{(0.5n - g_{i-1})}{f_i} w = 45.5 + \frac{(0.5 \times 50 - 0.38)}{13} \times 5 \cong \boxed{55}$$

$$mode = l_M + \frac{D_1}{D_1 + D_2} w = 45.5 + \frac{(13 - 9)}{(13 - 9) + (13 - 8)} \times 5 \cong \boxed{47.7}$$

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2 \\
 &= \frac{1}{50-1} [3(33-48)^2 + 7(38-48)^2 + 9(43-48)^2 \\
 &\quad + 13(48-48)^2 + 8(53-48)^2 + 6(58-48)^2 + 4(63-48)^2] \\
 &\cong 67
 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{67} \cong 8$$