یا لطیف

مدار های الکتریکی ۱

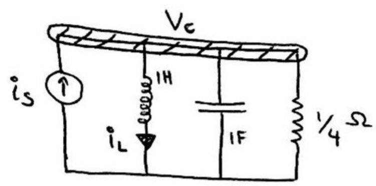
نیم سال اول ۰۰-۹۹

دانشگاه صنعتی شاهرود
دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پاسخ تمرین سری هفتم

مدار های مرتبه دوم

.۱



پاسخ پله : $\nearrow i_s = u(t) \xrightarrow[u(t)=1]{t>0} i_s = 1$

$\searrow$ شرایط اولیه قبل از اعمال منبع $= 0$

$$KCL \text{ in } V_c: -1 + i_L + C\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c - 0}{\frac{1}{4}} = 0 \xrightarrow{V_c = V_L = L\frac{di_L}{dt}} i_L + C\frac{d}{dt}\left(L\frac{di_L}{dt}\right) + 4L\frac{di_L}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \underbrace{4}_{2\alpha}\frac{di_L}{dt} + \underbrace{1}_{\omega_0^2} i_L = 1 \quad \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 4 \rightarrow \alpha = 2 \\ \omega_0^2 = 1 \rightarrow \omega_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha > \omega_0 \rightarrow$$ میرایی شدید

$$\Rightarrow \lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -0.3 \ , \ \lambda_2 = -3.7 \Rightarrow i_L(t) = \underbrace{C_1 e^{-0.3t} + C_2 e^{-3.7t}}_{\text{پاسخ عمومی}} + \underbrace{1}_{\text{پاسخ خصوصی} = \frac{b}{\omega_0^2}}$$

چون $i_L(0^-) = 0 \xrightarrow[\text{پیوسته است}]{\text{جریان سلف}} i_L(0^+) = 0 \ , \ \frac{di_L}{dt}(0^-) = 0$

$$\frac{di_L}{dt}(0^+) = ? = \frac{V_L(0^+)}{L} = \frac{V_c(0^+)}{L} \xrightarrow[\text{پیوسته است}]{\text{ولتاژ خازن}} \frac{V_c(0^-)}{L} = 0$$

$$i_L(0) = C_1 + C_2 + 1 = 0 \Rightarrow C_1 + C_2 = -1 \ \text{(I)} \ , \ \frac{di_L}{dt} = -0.3C_1 e^{-0.3t} - 3.7C_2 e^{-3.7t}$$

$$\frac{di_L}{dt}(t=0) = -0.3C_1 - 3.7C_2 = 0 \ \text{(II)} \xrightarrow{\text{(I)}, \text{(II)}} \boxed{C_1 \simeq -1.1} \ , \ \boxed{C_2 = 0.09}$$

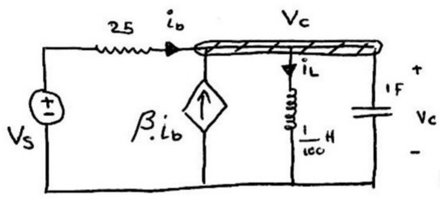
$$\Rightarrow i_L(t) = -1.1e^{-0.3t} + 0.09e^{-3.7t} + 1 \Rightarrow S(t) = \left[-1.1e^{-0.3t} + 0.09e^{-3.7t} + 1\right] \times u(t)$$

$$h(t) = \frac{dS(t)}{dt} = \left[(1.1 \times 0.3)e^{-0.3t} - (0.09 \times 3.7)e^{-3.7t}\right] \times u(t) + \cancel{\left[-1.1e^{-0.3t} + 0.09e^{-3.7t} + 1\right] \times \delta(t)}$$

تقریباً $= 0$

$$\Rightarrow \boxed{h(t) = \left(0.33e^{-0.3t} - 0.33e^{-3.7t}\right) u(t)}$$

.۲



KCL in V_c : $\frac{V_c - V_s}{25} - \beta i_b + \frac{1}{L}\int \underbrace{V_L}_{=V_c} dt + C\frac{dV_c}{dt} = 0$ (I)

$i_b = \frac{V_s - V_c}{25}$ (II)

$\xrightarrow{\text{(II) in (I)}}$ $\frac{V_c - V_s}{25} + \frac{\beta(V_c - V_s)}{25} + 100\int V_c\, dt + \frac{dV_c}{dt} = 0$

$\xrightarrow{\int}$ $\frac{d^2V_c}{dt^2} + \underbrace{\frac{\beta+1}{25}}_{2\alpha}\frac{dV_c}{dt} + 100V_c = \frac{\beta+1}{25}\,\frac{dV_c}{dt}$

مدار نوسان ساز باشد $\Rightarrow \boxed{\alpha = 0} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\beta+1}{25} \Rightarrow \alpha = \frac{\beta+1}{50} = 0 \Rightarrow \boxed{\beta = -1}$

$\beta = 500$: $\frac{d^2V_c}{dt^2} + \frac{501}{25}\frac{dV_c}{dt} + \underbrace{100}_{\omega_0^2}V_c = 0$ $\longrightarrow$ $V_c = u(t) \xrightarrow{t>0} V_c = 1, \frac{dV_c}{dt} =$

$2\alpha = \frac{501}{25} \Rightarrow \alpha = \frac{501}{50}$, $\omega_0^2 = 100 \Rightarrow \omega_0 = 10 \longrightarrow \alpha > \omega_0 \longrightarrow$ میرای شدید

$\Rightarrow \lambda^2 + 20.04\lambda + 100 = 0 \longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -9.38 \\ \lambda_2 = -10.65 \end{cases} \Rightarrow V_c(t) = C_1 e^{-9.38t} + C_2 e^{-10.65t}$

$i_L(0^-) = 0$, $\frac{di_L}{dt}(0^-) = 0$

$V_c(0^-) = 0$, $\frac{dV_c}{dt}(0^-) = 0$

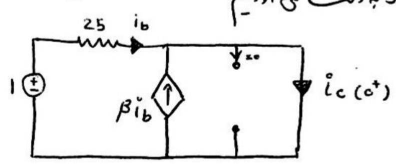
$V_c(0^-) = V_c(0^+) = 0 \Rightarrow \frac{dV_c}{dt}(0^+) = ?$

$\Rightarrow \frac{dV_c}{dt}(0^+) = \frac{i_c}{C} \longrightarrow$ مدار معادل را در لحظه $t = 0^+$ رسم می‌کنیم و جریان i_c را به دست می‌آوریم

$t = 0^+$:

→ خازن → منبع ولتاژ با مقدار شرایط اولیه

→ سلف → منبع جریان با مقدار شرایط اولیه



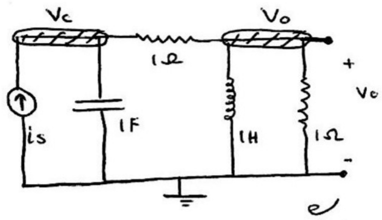
$\Rightarrow i_c(0^+) = i_b + 500 i_b = 501 i_b = 501\left(\frac{1-0}{25}\right) = \frac{501}{25} \Rightarrow \boxed{\frac{dV_c}{dt}(0^+) = \frac{501}{25}}$

$\Rightarrow V_c(t=0^+) = C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = -C_2}$ (I) , $\boxed{\frac{dV_c}{dt}(t=0^+) = -9.38C_1 - 10.65C_2 = \frac{501}{25}}$ (II)

$\xrightarrow{\text{(I), (II)}}$ $C_1 = 15.78$, $C_2 = -15.78 \Rightarrow S(t) = \left[15.78e^{-9.38t} - 15.78e^{-10.65t}\right] \times u(t)$

, $h(t) = ? = \frac{dS(t)}{dt} = ?$

.۳



$$KCL \text{ in } V_c: \ -1+\frac{dV_c}{dt}+\frac{V_c-V_o}{1}=0 \Rightarrow \boxed{\frac{dV_c}{dt}+V_c-V_o=1} \quad (I)$$

$$KCL \text{ in } V_o: \ \frac{V_o}{1}+\frac{V_o-V_c}{1}+\int V_o\,dt=0$$

$$\Rightarrow 2V_o+\int V_o\,dt=V_c \qquad (II)$$

با مشتق گیری $\xrightarrow[(I)]{(II)\text{ in}}$ $\dfrac{d^2V_o}{dt^2}+\dfrac{dV_o}{dt}+\dfrac{1}{2}V_o=\dfrac{1}{2}$

پاسخ ورودی صفر : $\dfrac{d^2V_o}{dt^2}+\dfrac{dV_o}{dt}+\dfrac{1}{2}V_o=0 \longrightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{1}{2}\\ \omega_0=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases} \Rightarrow \omega_0>\alpha \Rightarrow$ میرایی ضعیف

$$\omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_o(t)=e^{-\frac{t}{2}}\left(C_1\cos\frac{t}{2}+C_2\sin\frac{t}{2}\right)$$

$\begin{cases}V_o(0^+)=V_o(0^-)=0\\ \dfrac{dV_o}{dt}(0^+)=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ چرا؟!!

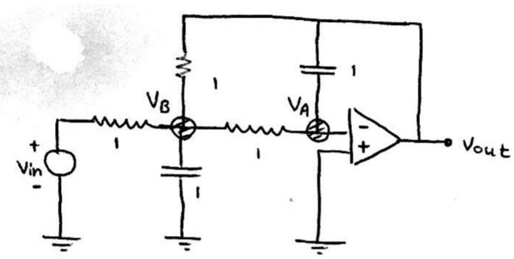
$$\boxed{V_o(t=0)=C_1=0}$$

$$\frac{dV_o}{dt}(t=0)=\frac{-1}{2}e^{-\frac{t}{2}}\left(C_2\sin\frac{t}{2}\right)+e^{-\frac{t}{2}}\left(\frac{1}{2}C_2\cos\frac{t}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dV_o}{dt}(t=0)=\frac{1}{2}C_2=\frac{1}{2} \Rightarrow C_2=1 \Rightarrow S(t)=\left[e^{-\frac{t}{2}}\times\frac{1}{2}\sin\frac{t}{2}\right]\times u(t)$$

$$\Rightarrow h(t)=\frac{dS(t)}{d(t)}=\,??$$

.۴



$$KCL \text{ in } V_A: \ \frac{\cancel{V_A}^{0}-V_B}{1}+\frac{d(\cancel{V_A}^{0}-V_{out})}{dt}=0 \qquad (I)$$

$$KCL \text{ in } V_B: \ \frac{V_B-V_{in}}{1}+\frac{V_B-V_o}{1}+\frac{V_B-V_A}{1}+\frac{dV_B}{dt}=0 \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{d^2V_o}{dt^2}+3\frac{dV_o}{dt}+V_o=-V_{in}=-1$$

$\begin{cases}\alpha=1.5\\ \omega_0=1\end{cases} \longrightarrow \alpha>\omega_0 \longrightarrow$ میرایی شدید

$$\lambda^2+3\lambda+1=0 \Rightarrow \begin{cases}\lambda_1=-0.3\\ \lambda_2=-2.6\end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{out}(t)=C_1e^{-0.3t}+C_2e^{-2.6t}-1$$

$\dfrac{dV_o}{dt}(0^+)$, $V_o(0^+)=\,?$ $\Rightarrow V_o(0^+)=V_o(0^-)=0 \longrightarrow \dfrac{dV_o}{dt}(0^+)=0 \longrightarrow$ چرا؟!

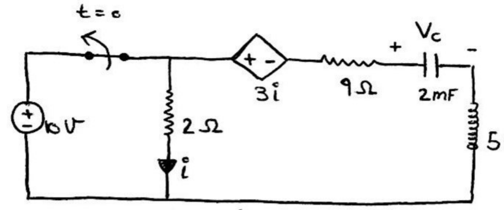
که مدار معادل در لحظه $t=0^+$ رسم شود، $\dfrac{i_c}{c}$ حساب شود

$$V_c(0^+)=C_1+C_2-1=0 \Rightarrow \boxed{C_1+C_2=-1} \qquad \frac{dV_o}{dt}(0^+)=\boxed{-0.3C_1-2.6C_2=0}$$

$$\Rightarrow C_1=\frac{-26}{23},\ C_2=\frac{3}{23} \Rightarrow V_{out}=-1.1e^{-0.3t}+0.1e^{-2.6t}-1$$

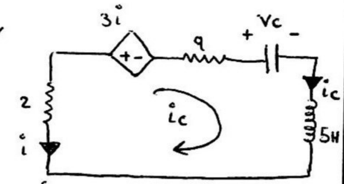
$$S(t)=\left[-1.1e^{-0.3t}+0.1e^{-2.6t}-1\right]\times u(t) \quad , \quad h(t)=\frac{dS(t)}{dt}=\,?$$

۵.



$t>0 \longrightarrow$ کلید باز

$i = -i_c$



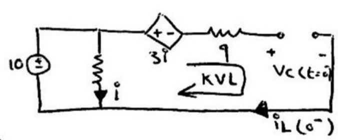
KVL in i_c : $\frac{1}{2}\int i_c\,dt + 5\frac{di_c}{dt} + 2i_c - 3i_c + 9i_c = 0 \xrightarrow{\int}$

$5\frac{d^2 i_c}{dt^2} + 8\frac{di_c}{dt} + 500 i_c = 0 \overset{\div 5}{\Longrightarrow} \frac{d^2 i_c}{dt^2} + \frac{8}{5}\frac{di_c}{dt} + 100 i_c = 0$ $\begin{cases}\alpha = 0.8\\ \omega_0 = 10\end{cases}$ $\omega_0 > \alpha$ میرایی ضعیف

$\Rightarrow \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 9.968 \Rightarrow V_c(t) = e^{-0.8t}(C_1 \cos 9.9t + C_2 \sin 9.9t)$

$\begin{cases}V_c(0^+)\\ \frac{dV_c}{dt}(0^+)\end{cases} = ?$ چون تابع ضربه نداریم : $\begin{cases}V_c(0^-) = V_c(0^+) = ?\\ i_L(0^-) = i_L(0^+) = ?\end{cases}$ $\longrightarrow$ کلید به مدت طولانی بسته بوده است $\xrightarrow{t<0} t=0^- = t=\infty$

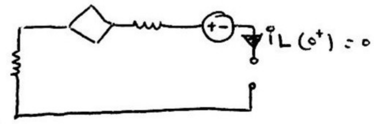
مدار معادل در $t=\infty$: خازن: مدار باز ؛ سلف: اتصال کوتاه



$i=5$, $i_L(0^-)=0$

KVL : $V_c(0^-) = -5\,V$

مدار معادل در $t=0^+$:

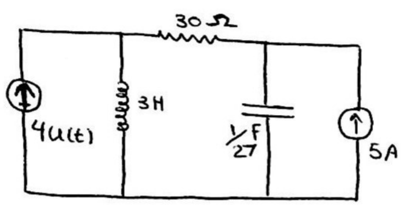


$\Rightarrow \boxed{\frac{dV_c}{dt}(0^+) = 0}$

$\frac{dV_c}{dt}(0^+) = \frac{i_c}{C} \rightarrow = \frac{i_L}{C} = 0$

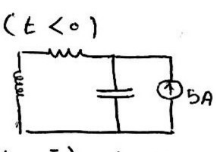
و ادامه داستان برای بدست آوردن C_1 و C_2 همانند مثال های قبل

۶.



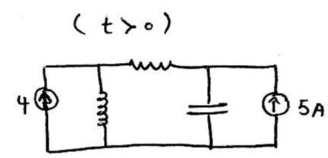
یادآوری : $u(t) = \begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$

$(t<0)$

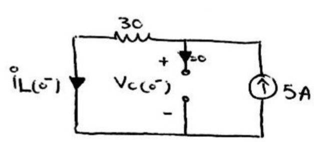


$(t=0^-) = t=\infty$

$(t>0)$



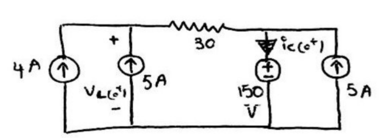
$t=0^-$ → خازن = مدار باز ؛ سلف = اتصال کوتاه



$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 5\,A$

$V_c(0^-) = V_c(0^+) = 5\times 30 = 150\,V$

$t=0^+$ → خازن معادل با منبع ولتاژ با مقدار شرایط اولیه ؛ سلف معادل با منبع جریان با مقدار شرایط اولیه



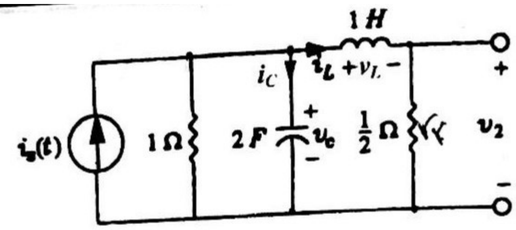
$\frac{di_L}{dt}(0^+) = \frac{V_L}{L}(0^+)$

$\frac{dV_c}{dt}(0^+) = \frac{i_c}{C}(0^+)$

$V_L(0^+) = 120 \longrightarrow \frac{di_L}{dt}(0^+) = 40$

$i_c(0^+) = 4 \longrightarrow \frac{dV_c}{dt}(0^+) = 108$

.۷



حل:

$$KCL: \frac{v_c}{1^{\Omega}} + i_C + i_L = i_s \quad \rightarrow \quad v_C + 2\frac{dv_C}{dt} + 2v_2 = i_s$$

$$v_2 = \frac{1}{2}\, i_L$$

$$KVL: -v_C + v_L + v_2 = 0 \quad \rightarrow \quad v_C = v_L + v_2$$

$$\rightarrow \quad v_L + v_2 + 2\frac{d}{dt}\,(v_L + v_2) + 2v_2 = i_s$$

$$\rightarrow \quad \frac{di_L}{dt} + v_2 + 2\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\frac{dv_2}{dt} + 2v_2 = i_s \quad \rightarrow \quad 4\frac{d^2 v_2}{dt^2} + 4\frac{dv_2}{dt} + 3v_2 = i_s$$

$$i_L = 2v_2$$

الف)

$$i_s(t) = u(t) \quad \rightarrow \quad 4\frac{d^2 v_2}{dt^2} + 4\frac{dv_2}{dt} + 3v_2 = u(t)$$

$$4s^2 + 4s + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad s_1, s_2 = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}j}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}j}{2}$$

$$s(t) = \left(A\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\,t + B\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\,t\right)e^{-\frac{t}{2}} + \frac{1}{3}$$

$$s(0) = v_2(0) = \frac{1}{2}\, i_L(0) = \frac{1}{2} = A + \frac{1}{3} \quad \rightarrow A = \frac{1}{6}$$

$$v_2 = \frac{1}{2}\, i_L \quad \rightarrow \quad \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{2}\,\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{V_L}{L}\right) = \frac{V_L}{2} \quad \rightarrow \quad V_L = 2\frac{dv_2}{dt}$$

$$v_C = v_L + v_2 \quad \rightarrow \quad v_L = v_C - v_2 \quad \rightarrow \quad 2\frac{dv_2}{dt} = v_C - v_2$$

$$\rightarrow \quad \frac{dv_2(0)}{dt} = \frac{1}{2}\left[v_C(0) - v_2(0)\right] = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\frac{1}{2}\left(A\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\,t + B\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\,t\right)e^{-\frac{t}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-A\sin\frac{\sqrt{2}}{2}\,t + B\cos\frac{\sqrt{2}}{2}\,t\right)e^{-\frac{t}{2}}$$

$$\frac{ds(0)}{dt}=\frac{dv_2(0)}{dt}=\frac{\sqrt{2}}{2}B-\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}B-\frac{1}{12}=\frac{1}{4}\quad\rightarrow\quad B=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

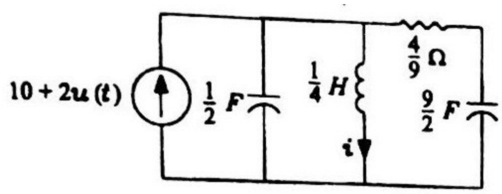
$$s(t)=\left(\frac{1}{6}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}t+\frac{\sqrt{2}}{3}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)e^{-\frac{t}{2}}+\frac{1}{3}$$

ب) چون مدار خطی تغییرناپذیر با زمان است، پاسخ ضربه مشتق پاسخ پله خواهد بود:

$$h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}B-\frac{A}{2}\right)\cos\frac{\sqrt{2}}{2}t-\left(\frac{B}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}A\right)\sin\frac{\sqrt{2}}{2}t\right]e^{-\frac{t}{2}}$$

$$h(t)=\left(\frac{1}{4}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}t-\frac{\sqrt{2}}{4}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)e^{-\frac{t}{2}}=\frac{1}{4}\left(\cos\frac{\sqrt{2}}{2}t-\sqrt{2}\sin\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)e^{-\frac{t}{2}}$$

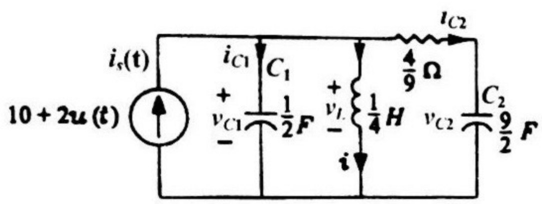
۸.



شکل (مسألهٔ ۵-۱۶)

حل:

$$KVL:\ -v_L+\frac{4}{9}\ i_{C2}+v_{C2}=0 \quad \rightarrow \quad v_{C2}=v_L-\frac{4}{9}\ i_{C2}$$



$$KCL:\ i_{C1}+i+i_{C2}=i_s \quad \rightarrow \quad i_{C2}=i_s-i-i_{C1}$$

$$\rightarrow \quad v_{C2}=v_L-\frac{4}{9}\ i_s+\frac{4}{9}\ i+\frac{4}{9}\ i_{C1} \qquad (I)$$

$$i_{C1}+i+i_{C2}=C_1\ \frac{dv_{C1}}{dt}\ +i+C_2\ \frac{dv_{C2}}{dt}=\frac{1}{2}\ \frac{dv_L}{dt}\ +i+\frac{9}{2}\ \frac{dv_{C2}}{dt}\ =i_s \qquad (II)$$

$$v_L=L\ \frac{di}{dt}\ =\frac{1}{4}\ \frac{di}{dt}$$

با جایگذاری رابطهٔ (I) در (II) خواهیم داشت:

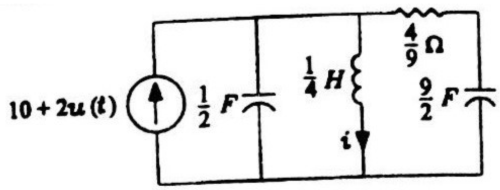
$$\frac{1}{8}\ \frac{d^2i}{dt^2}+i+\frac{9}{2}\ \frac{d}{dt}\ \left(v_L-\frac{4}{9}\ i_s+\frac{4}{9}\ i+\frac{4}{9}\ i_{C1}\right)=i_s$$

$$\frac{1}{8}\ \frac{d^2i}{dt^2}+i+\frac{9}{8}\ \frac{d^2i}{dt^2}\ +2\frac{di}{dt}\ +\frac{d^2v_{c1}}{dt^2}\ =i_s+2\frac{di_s}{dt}\ \rightarrow \frac{5}{4}\ \frac{d^2i}{dt^2}+2\frac{di}{dt}\ +i+\frac{d^2v_L}{dt^2}=i_s+2\ \frac{di_s}{dt}$$

$$\frac{1}{4}\ \frac{d^3i}{dt^3}\ +\frac{5}{4}\ \frac{d^2i}{dt^2}\ +2\frac{di}{dt}+i=2\frac{di_s}{dt}\ +i_s \quad \rightarrow \quad \frac{d^3i}{dt^3}\ +5\frac{d^2i}{dt^2}\ +8\frac{di}{dt}\ +4i=8\frac{di_s}{dt}\ +4i_s$$

همانطورکه دیده می‌شود، منبع جریان $i_s(t)$ از دو قسمت تشکیل یافته است، یک قسمت $2u(t)$ می‌باشد که بعد از لحظهٔ $t=0$ به مدار اعمال می‌شود و قسمت دیگر $10A$ می‌باشد که برای تمام لحظات در مدار بوده و قبل از لحظهٔ $t=0$ به مدت طولانی به مدار اعمال شده است، لذا در لحظهٔ $t=0$ می‌توان خازن را مدار باز و سلف را اتصال کوتاه فرض نمود و جریان اولیهٔ سلفها و ولتاژ اولیهٔ خازن را بدست آورد:

$v_{C1}(0^-)=0 \qquad i_s(0^-)=10$



$v_{C2}(0^-)=0$

$i_L(0^-)=10A \quad \rightarrow \quad i(0^-)=10A$

$$v_L=v_{C1} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4}\frac{di_L(t)}{dt}=v_{C1}(t) \quad \rightarrow \quad \frac{di_L(0^-)}{dt}=4v_{C1}(0^-)=0 \quad \rightarrow \quad \frac{di(0^-)}{dt}=0$$

از رابطهٔ (I) قرار می‌دهیم:

$$\frac{4}{9}i_{C1}=v_{C2}+\frac{4}{9}i_s-v_L-\frac{4}{9}i \quad \rightarrow \quad \frac{2}{9}\frac{dv_L}{dt}=v_{C1}+\frac{4}{9}i_s-\frac{1}{4}\frac{di}{dt}-\frac{4}{9}i$$

$$\frac{1}{18}\frac{d^2i_L}{dt^2}=v_{C1}+\frac{4}{9}i_s-\frac{1}{4}\frac{di}{dt}-\frac{4}{9}i \rightarrow \frac{d^2i_L(0^-)}{dt^2}=18v_{C1}(0^-)+8i_s(0^-)-\frac{9}{2}\frac{di(0^-)}{dt}-8i(0^-)=0$$

$$i_s(t)=10+2u(t) \quad \rightarrow \quad \frac{d^3i}{dt^3}+5\frac{d^2i}{dt^2}+8\frac{di}{dt}+4i=16\,\delta(t)+48u(t)$$

پاسخ پله : $s^3+5s^2+8s+4=0 \quad \rightarrow \quad (s+1)(s+2)^2=0 \quad \rightarrow \quad s(t)=k_1e^{-t}+k_2e^{-2t}+k_3te^{-2t}+\frac{1}{4}$

$$s(0)=i(0)=10=k_1+k_2+\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad k_1+k_2=\frac{39}{4}$$

$$\frac{ds(t)}{dt}=-k_1e^{-t}-2k_2e^{-2t}+k_3e^{-2t}-2k_3te^{-2t} \quad \rightarrow \quad \frac{ds(0)}{dt}=\frac{di(0)}{dt}=0=-k_1-2k_2+k_3$$

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2}=k_1e^{-t}+4k_2e^{-2t}-2k_3e^{-2t}+4k_3te^{-2t}-2k_3e^{-2t} \rightarrow \frac{d^2s(0)}{dt^2}=\frac{d^2i(0)}{dt^2}=0=k_1+4k_2-2k_3-2k_3$$

$$\begin{cases} k_1+k_2=\frac{39}{4} \\ -k_1-2k_2+k_3=0 \\ k_1+4k_2-4k_3=0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} k_1=39 \\ k_2=-29.25 \\ k_3=-19.5 \end{matrix} \quad \rightarrow \quad s(t)=39e^{-t}-29.25e^{-2t}-19.5te^{-2t}+\frac{1}{4}$$

چون مدار خطی تغییرناپذیر با زمان است، پاسخ ضربه مشتق پاسخ پله خواهد بود:

$$h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=-39e^{-t}+39e^{-2t}+39e^{-2t}$$

$$i(t)=16h(t)+48s(t)=1248e^{-t}-(780+312t)e^{-2t}+12$$