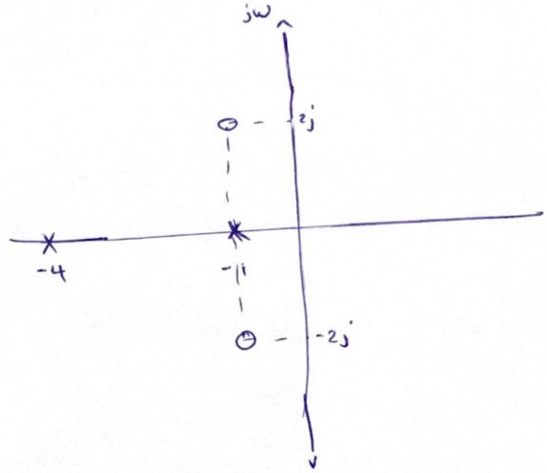
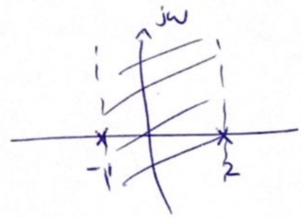
#2 $\begin{cases} x(t)e^{3t} \longrightarrow \text{همگرا است} \\ x(t) \xleftrightarrow{L} X(s) \end{cases}$



می‌دانیم : $e^{s_0 t} x(t) \xleftrightarrow{L} X(s-s_0)$

چون دو قطب در $s=-1$ و $s=-4$ داریم ، تبدیل لاپلاس $x(t)$ سه واحد به راست شیفت پیدا می‌کند

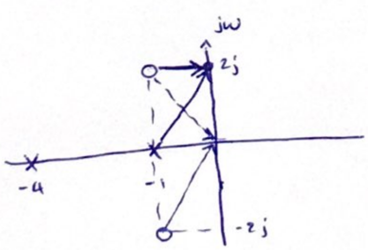
$e^{3t} x(t) \xleftrightarrow{L} X(s-3)$



و چون تبدیل فوریه آن همگرا است. بنابراین محور موهومی (jω) باید درون ROC باشد

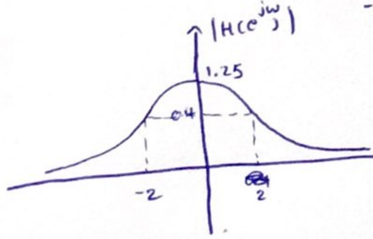
ROC ; $-1 < Re\{s\} < +2$

$\mathcal{L}$ $x(t) \xleftrightarrow{L} X(s)$



$$|H(e^{j\omega})| = \frac{\prod_{i=1}^{M} l_i}{\prod_{i=1}^{N} d_i}$$

$$|H(e^{j0})| = \frac{\sqrt{2^2+1^2} \times \sqrt{4+1}}{1 \times 4} = \frac{5}{4} = 1.25$$



فیلتر پایین‌گذر است

$$|H(e^{j2})| = \frac{1 \times \sqrt{1^2+4^2}}{(\sqrt{1+4}) \times (\sqrt{16+4})} = \frac{\sqrt{17}}{10} \simeq 0.4$$

$$|H(e^{j\infty})| = 0$$

ج) $X(1) = 8 \Rightarrow X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt \xrightarrow{s=1} X(1) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-t} dt = 8$

$$X(s) = \frac{(s+2j)(s-2j)}{(s+4)(s+1)}$$