

سوال ۱- تعیین قطب ها و نسیبی تعدادی $X(z)$ ؟

$$x[n] = \begin{cases} (1/3)^n \cos(\frac{n\pi}{4}) & n \leq 0 \\ 0 & n > 0 \end{cases}$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1/3)^n \cos(\frac{n\pi}{4}) z^{-n}, \quad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} (1/3)^n e^{jn\pi/4} z^{-n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1/3)^n e^{-jn\pi/4} z^{-n} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (1/3)^{-n} e^{-jn\pi/4} z^n + \sum_{n=0}^{\infty} (1/3)^{-n} e^{jn\pi/4} z^n \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - 3e^{-j\pi/4} z} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - 3e^{j\pi/4} z} \Rightarrow |z| < 1/3$$

قطب ها : $z_1 = 1/3 e^{j\pi/4}, z_2 = 1/3 e^{-j\pi/4}$

سوال ۲- تعیین قطب ها و نسیبی ؟

$$X(z) = \frac{1 - 1/4 z^{-2}}{(1 + 1/4 z^{-2})(1 + 5/4 z^{-1} + 3/8 z^{-2})}$$

$$ROC: |z| > 1/2$$

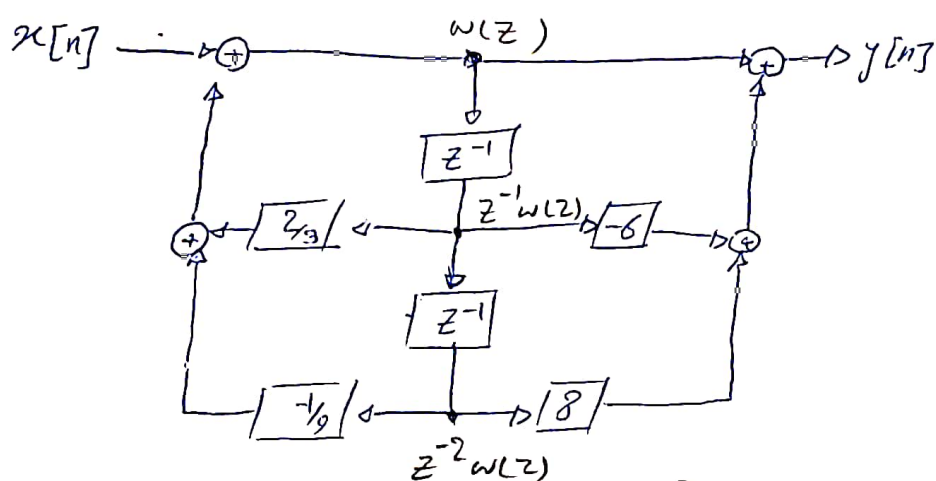
$$\hookrightarrow (1 + 3/4 z^{-1})(1 + 1/2 z^{-1})$$

$$z_0 = 1/2 j \quad z_1 = -1/2 j \quad z_3 = -3/4 \quad z_4 = -1/2$$

$$\frac{A}{(1 - 1/2 j z^{-1})} + \frac{B}{(1 + 1/2 j z^{-1})} + \frac{C}{(1 + 3/4 z^{-1})} + \frac{D}{(1 + 1/2 z^{-1})}$$

$$x[n] = A (1/2 j)^n u[n] + B (-1/2 j)^n u[n] + C (-3/4)^n u[n]$$

$$D = 0$$



الف) معادله تفاضلی؟
ب) پایداری؟

$$X(z) + \frac{2}{3}z^{-1}w(z) - \frac{1}{9}z^{-2}w(z) = w(z) \quad (1)$$

$$Y(z) = w(z) - 6z^{-1}w(z) + 8z^{-2}w(z) \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow w(z) = \frac{X(z)}{1 - \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{9}z^{-2}}$$

$$(2) \Rightarrow Y(z) = w(z)(1 - 6z^{-1} + 8z^{-2}) = \frac{X(z)}{1 - \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{9}z^{-2}} \times (1 - 6z^{-1} + 8z^{-2})$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 6z^{-1} + 8z^{-2}}{1 - \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{9}z^{-2}}$$

$$\Rightarrow Y(z)(1 - \frac{2}{3}z^{-1} + \frac{1}{9}z^{-2}) = X(z)(1 - 6z^{-1} + 8z^{-2})$$

$$\stackrel{\text{مس}}{=} y[n] - \frac{2}{3}y[n-1] + \frac{1}{9}y[n-2] = x[n] - 6x[n-1] + 8x[n-2]$$

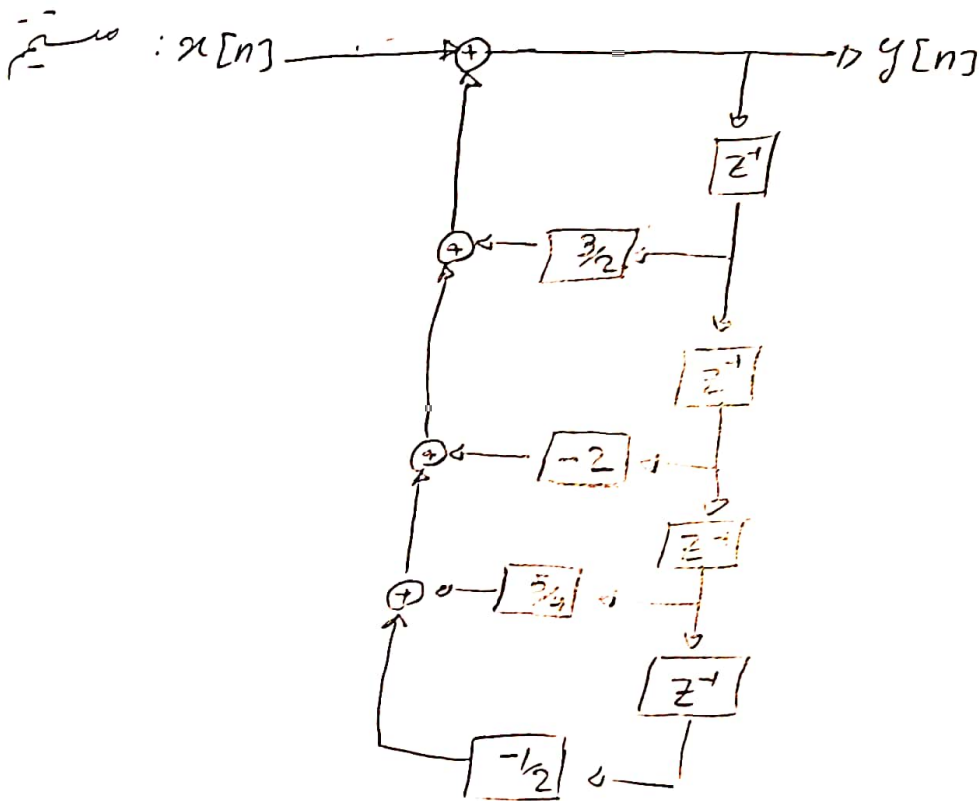
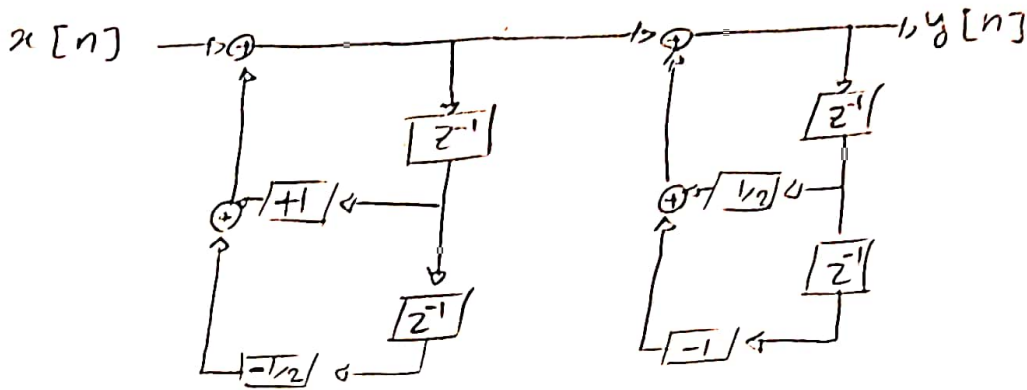
ب) قطب ها : $z_1 = \frac{1}{3}$ ، $z_2 = \frac{1}{3}$ ← سیستم پایدار است : $|z| > \frac{1}{3}$

Roc سیستم برای پایداری باید واحد = سیستم پایدار است

سوال ۴ - خا مش بدید ای؟
 ۲ حالت - و مستقیم
 ۱ - و مقاربی

$$H(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2})(1 - \frac{1}{2}z^{-1} + z^{-2})}$$

مذواج:



$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + 2z^{-2} - \frac{5}{4}z^{-3} + \frac{1}{2}z^{-4}}$$

دفعه ۱ - $x(z)$ ، z می باشد؟

۱) حقیقی و دوسری درستی = δ - قطرها و ضلعها مزدوج باید باشد - ۲۵ - قسمتی (در حد)

(۱۵) $z = 1/2 e^{j\pi/3}$ قطبی در $z_0 = 1/2 e^{j\pi/3}$ و $z_1 = 1/2 e^{-j\pi/3}$ است. (۲) - و دقیقاً ۲ قطب

$$\Rightarrow X(z) = \frac{Az^2}{(z - \frac{1}{2}e^{j\pi/3})(z - \frac{1}{2}e^{-j\pi/3})} \Rightarrow X(1) = 8/3$$

$$X(1) = \frac{A}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\pi/3} - \frac{1}{2}e^{j\pi/3} + \frac{1}{4}} = \frac{A}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = 2$$

$$\Rightarrow X(z) = \frac{z^2}{(z - \frac{1}{2}e^{j\pi/3})(z - \frac{1}{2}e^{-j\pi/3})}$$

$\frac{1}{3} |z| > 1$: دست راستی $= 5$