سرى هفتم تكليف تجزيه و تحليل سيستم ها – تبديل لاپلاس (Laplace transform)

۱- تبدیل لاپلاس و نواحی همگرایی مربوط به هریک از توابع زیر را به دست آورید، صفر و قطب های مربوط به توابع را بیابید.

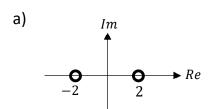
a)
$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t-kT)$$

c) $\cos(\omega_0 t + \phi) u(t)$

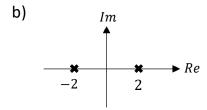
b) $te^{-at}u(t)$, a > 0

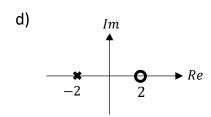
d) $e^{-at} \sin(\omega_0 t) u(t)$, a > 0

۲- فرض کنید که می دانیم تبدیل فوریه $e^t x(t)$ وجود دارد. چنانچه محل صفر و قطب های تبدیل لاپلاس x(t) وجود دارد. پنابید. x(t) هر یک از چهار حالت زیر باشد؛ در صورت امکان x(t) را بیابید.



c) Im 2j * Re -2j *



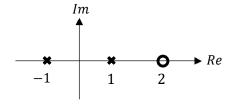


۳- تبدیل لاپلاس معکوس هریک از توابع زیر را به دست آورید.

a)
$$X(s) = \frac{s^2 - s + 1}{(s+1)^2}$$
, $Re\{s\} > -1$

b)
$$X(s) = \frac{s+1}{(s+1)^2+4}$$
 , $Re\{s\} > -1$

۴- تابع تبدیل یک سیستم LTI دارای صفر و قطب هایی به صورت زیر است. (الف) نواحی همگرایی ممکن برای این سیستم را به دست آورید. (ب) به ازای کدامیک از



نواحی همگرایی سیستم پایدار است؟ (پ) به ازای کدامیک از نواحی همگرایی سیستم علّی است؟

ورودی
$$y(t)$$
 به ازای ورودی لاپلاس یک سیستم tTI علّی برابر است با tTI علّی برابر است با پالاس یک سیستم $x(t)=e^{-|t|}$ به ازای ورودی $x(t)=e^{-|t|}$

ج- برای یک سیستم LTI علّی، خواص زیر وجود دارد:

است. الف) پاسخ ورودی
$$e^{2t}$$
 برابر با e^{2t} است.

ب) پاسخ ضربه سیستم در معادله
$$dh(t) = e^{-4t}u(t) + bu(t)$$
 صدق می کند.

تبدیل لاپلاس H(s) و مجهول b را بیابید.