

جواب ہفتہ

مثال یاد دہوری :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = 1 > 0$$

لہذا ہاں اصلی مقدم :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

لہذا ہاں اصلی را حث کی نیں:

$$a_{11} = 1 > 0$$

$$a_{22} = 4 > 0$$

$$a_{33} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4 < 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 < 0$$

$$A = 1(-4) - 2(-2) = 0$$

A ناهمبند است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & k \\ -1 & 2 & -1 \\ k & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

برای همبندی از k که
 A مثبت معین است!

شرایط همبندی A :

$$2 > 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} > 0 \quad \checkmark$$

$$|A| = 2(3) + 1(-2+k) + k(1-2k)$$

$$= 2k + 3 - 2k^2 > 0$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 2 < 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(k+1) < 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{-1 < k < 2}$$

مثال) به اثری معادله از K ، ماتریس A مثبت معین است!

$$A = \begin{bmatrix} k & -4 & -4 \\ -4 & k & -4 \\ -4 & -4 & k \end{bmatrix}$$

معادله‌های اصلی مقدار:

$$a_{ii} = k > 0 \quad (1)$$

$$\begin{vmatrix} k & -4 \\ -4 & k \end{vmatrix} = k^2 - 16 > 0 \rightarrow \begin{matrix} k > 4 \\ k < -4 \end{matrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} |A| &= k(k^2 - 16) + 4(-4k - 16) - 4(16 + 4k) \\ &= k^3 - 48k - 128 > 0 \end{aligned}$$

$$= (k-4)(k+4)^2 > 0 \rightarrow k > 4 \quad (3)$$

$$\xRightarrow{(1), (2), (3)} \boxed{k > 4}$$

مثال A معین ←

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & -2 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$a_{ii} = -1 < 0$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = -9 < 0 \rightarrow (\text{مثبت})$$

مثال) صورت های درجه دوم زیر را تعیین علامت کنید.

$$Q = -x_1^2 - 2x_2^2 - 11x_3^2 + \underbrace{2x_1x_2}_{-4x_2x_1} - \underbrace{2x_1x_3}_{-2x_3x_1}$$

$$Q = x^T A x \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -11 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -1 < 0$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2 > 0$$

$$|A| = -1(22-4) - 1(-11-2) - 1(-2-2) < 0$$

لذا A منفی مستقیم است.