مدولاتورهای فرکانس و فاز:

نظیر اینکه نویز و پدیده های غیرخطی تقویت کننده ها کمتر روی فاز و فرکانس نسبت به دامنه تأثیر دارند، مدولاسیونهای فاز و فرکانس در برابر این عوامل مقاوم تر هستند.

مدولاسیون فاز

$$v(t) = V_1 \cos(\omega_0 t + \Delta\phi f(t))$$

اندیس مدولاسیون فاز

فاز لحظه‌ای

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + \Delta\phi \frac{df}{dt}$$

پهنای باند PM ← $B = 2(\Delta\phi + 1)\omega_m$ ← پهنای باند پیام

مدولاسیون فرکانس

$$v(t) = V_1 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\, d\lambda\right)$$

اندیس مدولاسیون

فاز لحظه‌ای

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

$$B = 2(\Delta\omega + \omega_m)$$

پهنای باند FM

PM باند باریک (NBPM) : در صورتیکه میزان انحراف فاز مدولاتور PM کوچک باشد

$\Delta\phi \le \pi/8$ مدولاتور را باند باریک می‌گویند

$$v(t) = V_1 \cos(\omega_0 t + \underbrace{\Delta\phi \sin\omega_m t}_{\text{پیام شیفت فاز}})$$

$$v(t) = V_1 \left[\cos\omega_0 t \cdot \cos(\Delta\phi \sin\omega_m t) - \sin\omega_0 t \cdot \sin(\Delta\phi \sin\omega_m t) \right]$$

$$v(t) \cong V_1 \left[\cos\omega_0 t - \Delta\phi \underbrace{\sin\omega_m t}_{\text{پیام}} \sin\omega_0 t \right]$$

پهنای باند سیگنال مدوله شده مانند DSB برابر با دو برابر پهنای باند پیام است.

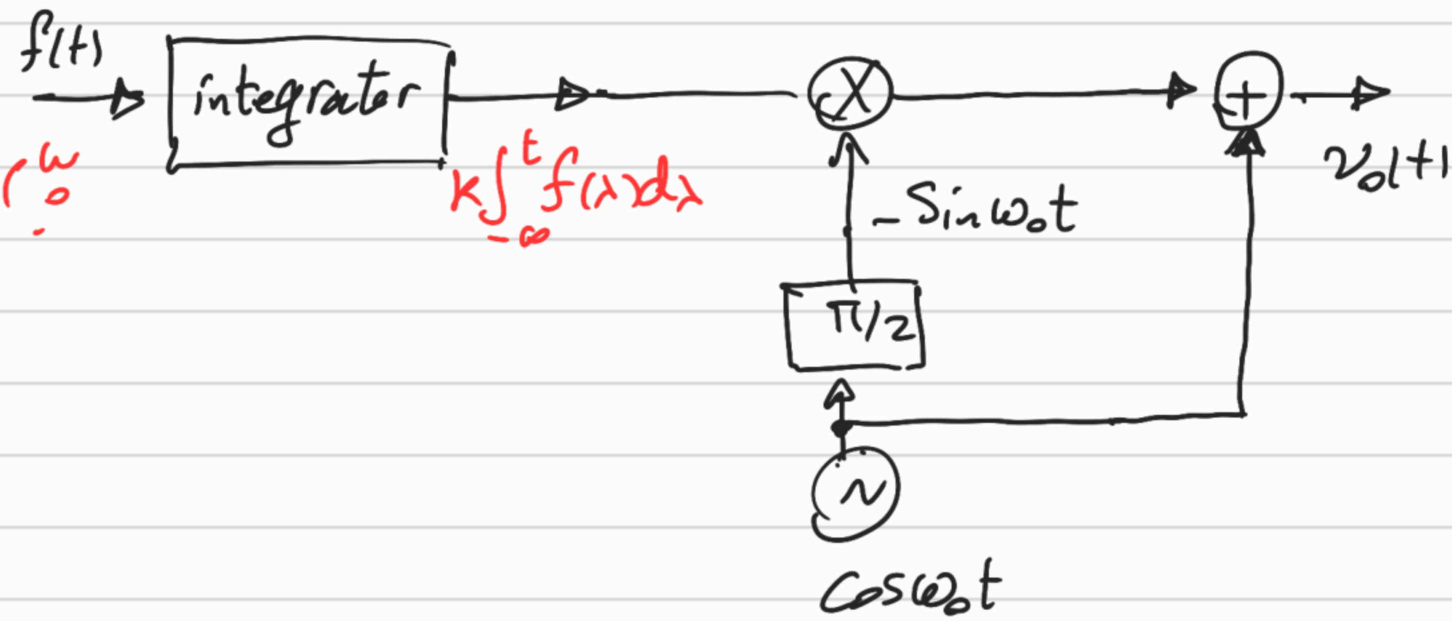
$$B = 2\omega_m$$

از مدولاسیون PM باریک به دلیل محدود بودن $\Delta\phi$ و در نتیجه پهنای باند سیگنال مدوله شده، کمتر استفاده می‌شود.

کاربرد وسیع این مدولاسیون امروزه در سیستم های دیجیتال است.

PSK , QPSK, ...

تولید سیگنال FM به کمک مدولاسیون باند باریک PM :



$$v_o(t) = V_1\left(\cos\omega_0 t - k\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda \cdot \sin\omega_0 t\right)$$

$$v_o(t) \simeq V_1\left[\cos\omega_0 t \cdot \cos\left(k\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda\right) - \sin\omega_0 t \cdot \sin\left(k\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda\right)\right]$$

$$v_o(t) \simeq V_1 \cos\left(\omega_0 t + k\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda\right)$$

به شرط اینکه باند باریک باشد یعنی $k \ll 1$

نکته: اگر خروجی مدولاتورهای باند باریک FM و یا PM را به یک سیستم غیرخطی داده شود می‌توان مدولاتورهای باند وسیع ساخت.

عبور سیگنال های FM و PM از یک سیستم غیرخطی :

$$v_o = a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3$$

$$v_i(t) = V_1 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int f(\lambda)\, d\lambda\right)$$ FM باند باریک

$$v_o(t) = \left(a_1 V_1 + \tfrac{3}{4} a_3 V_1^3\right) \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\, d\lambda\right)$$
$$+ \frac{1}{2} a_2 V_1^2 + \frac{1}{2} a_2 V_1^2 \cos\left(2\omega_0 t + 2\Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\, d\lambda\right)$$
$$+ \frac{1}{4} a_3 V_1^3 \cos\left(3\omega_0 t + 3\Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\, d\lambda\right)$$

چنانچه پهنای باند سیگنال مدوله شده نسبت به ω_0 کوچک باشد $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$

طیف های حول ω_0، $2\omega_0$، $3\omega_0$ با هم تداخل پیدا نمی کنند.

پهنای باند طیف حول $3\omega_0$، 3 برابر پهنای باند سیگنال مدوله شده ورودی

است لذا مدولاسیون از باند باریک به حالت وسیع تبدیل شد.

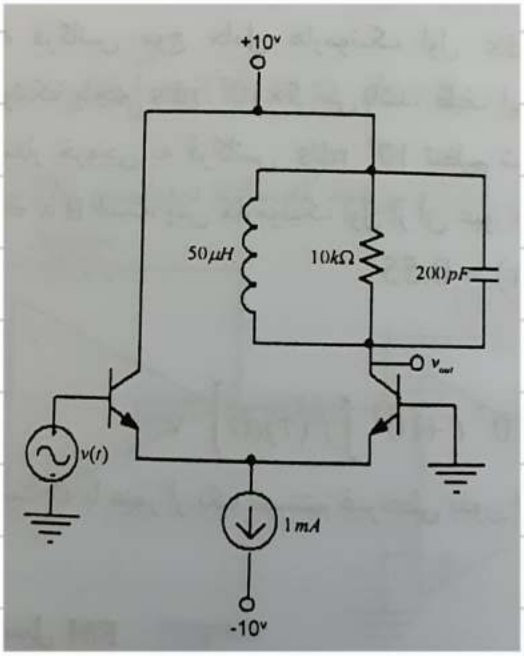
کافی است با یک فیلتر میان گذر طیف مورد نظر را در یکی از هارمونیک های بالایی

مثلاً حول $3\omega_0$ جدا شود.

مثال) در مدار تقویت کننده دیفرانسیل شکل زیر ولتاژ خروجی را بدست آورید.

$$v(t) = 100\cos\left(10^7 t + 10^5 \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda\right)\ mV$$

پهنای باند $f(t)$ برابر $2\times10^4 \frac{rad}{sec}$ است.



حل: دامنه ورودی تقریباً $4V_T$ است

سیگنال بزرگ محسوب می‌گردد.

لذا باید تقویت کننده دیفرانسیل را سیگنال بزرگ در نظر گرفت.

$$i_c(t) = \alpha I_E \left[\frac{1}{2} - \sum a_{2n+1}(x)\cos(2n+1)\omega_i t \right]$$

$$x = \frac{100mv}{26mv} = 3.85$$

$$i_c(t) = 1mA\Big[1/2 - a_1(x)\cos\left(10^7 t + 10^5 \int f(\lambda)d\lambda\right)$$

$$- a_3(x)\cos\left(3\times10^7 t + 3\times10^5 \int f(\lambda)d\lambda\right)$$

$$- a_5(x)\cos\left(5\times10^7 t + 5\times10^5 \int f(\lambda)d\lambda\right) + \dots \Big]$$

پهنای باند هارمونی اول

$$B_1 = 2(\Delta\omega + \omega_m) = 2\times10^5 + 2\times2\times10^4 \ \text{rad/sec}$$

$$= 2.4\times10^5 \ \text{rad/sec}$$

هارمونی سوم

$$B_3 = 2\times3\times10^5 + 4\times10^4 = 6.4\times10^5 \ \text{rad/sec}$$

هارمونی پنجم

$$B_5 = 2\times5\times10^5 + 4\times10^4 = 10.4\times10^5 \ \text{rad/sec}$$

خروجی / تقویت کننده بالا در فرکانس 10^7 rad/sec تنظیم شده است و پهنای باند آن برابر است با

$$B_w = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\omega_0}{R\omega_0 C} = \frac{1}{RC} = 5\times10^5 \ \text{rad/sec}$$

که از 2.4×10^5 rad/sec بیشتر است

و سیگنال مدوله شده در فرکانس ω_0 از آن عبور می‌کند.

$$v_0(t) = V_{cc} - R_L i_c = 10 + 5.5\cos\left(10^7 t + 10^5\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)d\lambda\right)$$

$$a_1(x) = 0.55$$

معادله دیفرانسیل FM:

$$v(t) = A\cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\,d\lambda\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = -A\big(\underbrace{\omega_0 + \Delta\omega f(t)}_{\omega_i(t)}\big)\cdot \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\,d\lambda\right)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -A\Delta\omega \frac{df}{dt}\cdot \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\,d\lambda\right) - A\big(\omega_0 + \Delta\omega f(t)\big)^2 \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\,d\lambda\right)$$

اگر مشتق دوم را برحسب مشتق اول بیان کنیم داریم:

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -\omega_i^2(t)\cdot v(t) + \frac{1}{\omega_i(t)}\frac{d\omega_i}{dt}\cdot\frac{dv}{dt}$$

یا

$$\omega_i^2(t)\,v(t) - \frac{1}{\omega_i}\cdot\frac{d\omega_i}{dt}\cdot\frac{dv}{dt} + \frac{d^2v}{dt^2} = 0$$

معادله دیفرانسیل FM در حالت شبه ایستا:

در معادله دیفرانسیل بالا جمله دوم نسبت به جمله اول و سوم معمولاً کوچکتر است

خصوصاً اگر

$$\left|\frac{1}{\omega_i}\frac{d\omega_i}{dt}\cdot\frac{dv}{dt}\right| \ll \left|\omega_i^2 v(t)\right|$$

$$\longrightarrow \frac{\Delta\omega\cdot\omega_m}{\omega_0^2} \ll 1$$

$$\left|\frac{1}{\omega_i}\frac{d\omega_i}{dt}\frac{dv}{dt}\right| \ll \left|\omega_i^2 v(t)\right|$$

$$\omega_i = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

$$v(t) = A\cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega\int f(\alpha)\,d\alpha\right)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \Delta\omega\,\frac{df(t)}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -A\left(\omega_0 + \Delta\omega f(t)\right)\sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega\int f(\alpha)\,d\alpha\right)$$

$$\left|\frac{1}{\omega_i}\frac{d\omega_i}{dt}\frac{dv}{dt}\right| =$$

$$\left|\frac{1}{\cancel{\omega_0+\Delta\omega f(t)}}\,\Delta\omega\frac{df(t)}{dt}\left(-A\,\cancel{(\omega_0+\Delta\omega f(t)}\sin\left(\omega_0 t+\Delta\omega\int f(\alpha)\right)\right)\right|$$

$$= \left|A\Delta\omega\frac{df(t)}{dt}\right|$$

$$\left|\omega_i^2 v(t)\right| = \left|\left(\omega_0+\Delta\omega f(t)\right)^2 A\cos\left(\omega_0 t+\Delta\omega\int f(\alpha)\,d\alpha\right)\right|$$

$$= A\left(\omega_0+\Delta\omega f(t)\right)^2 \simeq A\omega_0^2$$

$$\left|A\Delta\omega\frac{df(t)}{dt}\right| \ll A\omega_0^2$$

$f(t) = \cos\omega_m t$ $\quad \hookrightarrow \quad A\Delta\omega\,\omega_m \ll A\omega_0^2$

پیام تک تن

$$\boxed{\frac{\Delta\omega\,\omega_m}{\omega_0^2} \ll 1}$$

در فرستنده‌های FM معمولاً پهنای باند پیام ω_m و اندیس مدولاسیون $\Delta\omega$

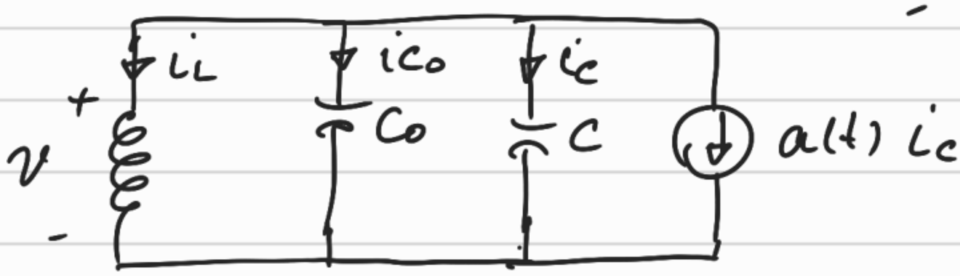
خیلی کوچکتر از ω_0 (فرکانس حامل) می‌باشند لذا شرط بالا محقق می‌گردد.

در این صورت معادله دیفرانسیل بصورت زیر ساده می‌گردد.

$$v(t) + \frac{1}{\omega_i^2}\frac{d^2 v}{dt^2} = 0 \qquad \text{اگر} \quad \frac{\Delta\omega \cdot \omega_m}{\omega_0^2} \le 0.01$$

مداری که معادله دیفرانسیل بالا در آن محقق می‌گردد یک مدار تشدید است که

جریان منبع وابسته به جریان خازن با یک مدار باشد؟



$$i_L + i_{C_0} + i_C + a(t)\, i_C = 0$$

$$\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\lambda)\, d\lambda + C_0 \frac{dv}{dt} + C\frac{dv}{dt} + a(t)\, C \frac{dv}{dt} = 0$$

$$v(t) + L\left[C_0 + C\left(1 + a(t)\right)\right] d^2v/dt^2 = 0$$

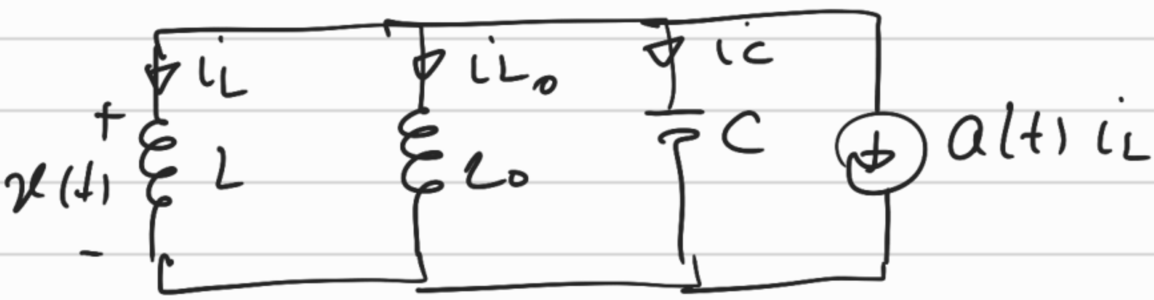
با مقایسه با معادله دیفرانسیل FM استاندارد بالا فرکانس لحظه‌ای برابر است

با:

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L\left(C_0 + C\left(1 + a(t)\right)\right)}}$$

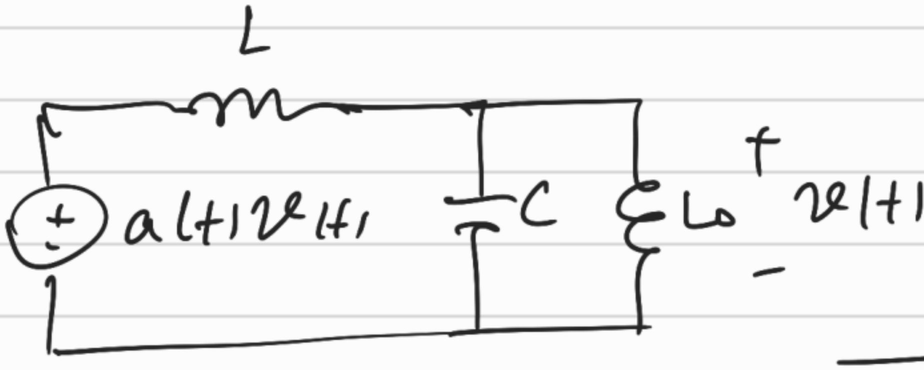
توجه کنید که مدار پارامتریک بالا در یک فرکانس متغیر با زمان نوسان می‌کند.

می‌تواند منبع جریان وابسته به جریان سلف باشد



$$\omega_i(t) = \sqrt{\frac{L+L_0}{CLL_0}\left(1+\frac{L_0\, a(t)}{L+L_0}\right)}$$

یا منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ سلف:



$$\omega_i(t) = \sqrt{\frac{L+L_0}{CLL_0}\left(1-\frac{L_0\, a(t)}{L+L_0}\right)}$$

بررسی حالت منبع جریان وابسته به جریان خازن :

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_0)\left(1+\frac{C\,a(t)}{C+C_0}\right)}} = \omega_0 + \Delta\omega f(t)$$

$a(t) = a_0 + a_1 f(t)$ اگر $a(t)$ وابسته به پیام باشد

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{C a_1}{2(C+C_0)\left[1+\frac{C a_0}{C+C_0}\right]}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_0)}} \Rightarrow \omega_i(t) = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+\frac{C}{C+C_0}a(t)}}$$

$$\omega_i(t) = \omega_0\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(t) + \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 f(t)^2 + \cdots\right)$$

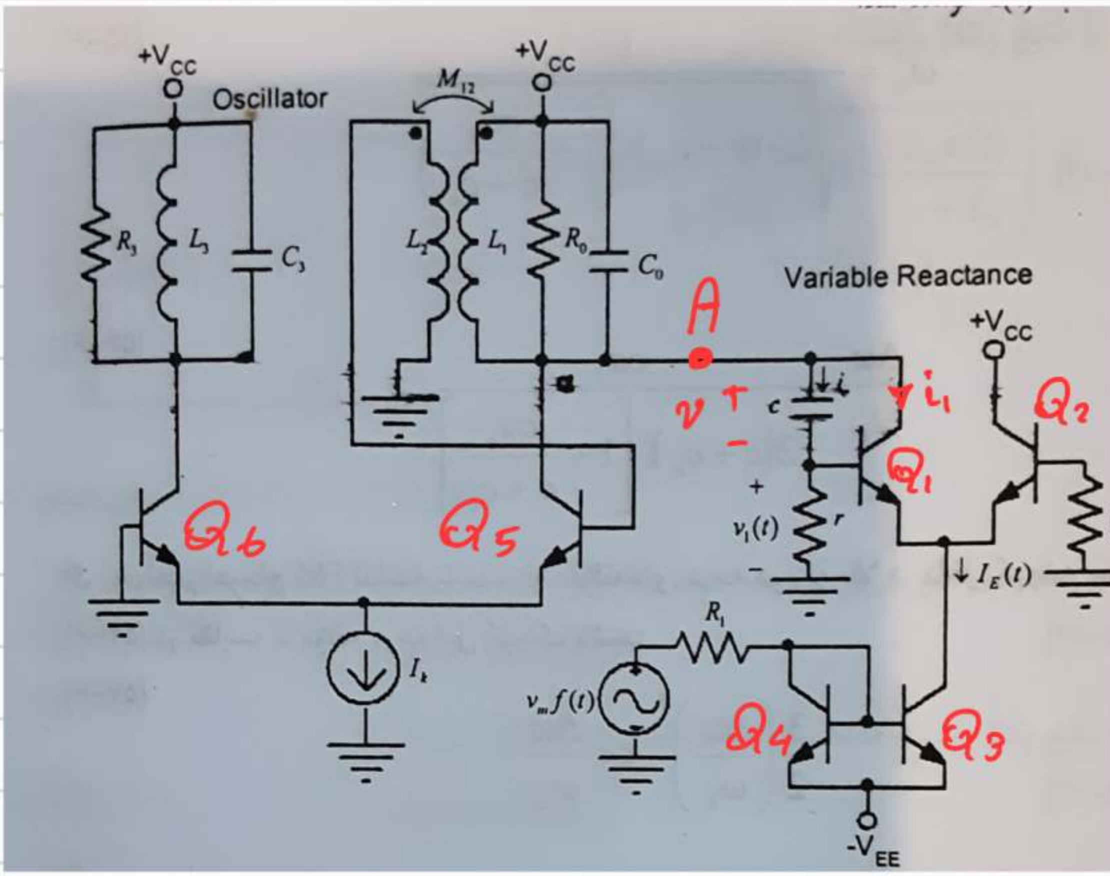
$\frac{3}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 \ll \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ اگر بخواهیم جملات اعوجاج FM نادیده گرفته شود باید

$$\frac{3}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 \le 0.01\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \rightarrow \begin{cases} \omega_0 > 150\,\Delta\omega \\ \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \le 0.0067 \end{cases}$$ یا

در مدولاسیون FM تجاری (رادیو FM) $\Delta\omega = 2\pi f_\Delta = 2\pi \times 75kHz$

لذا باید $\omega_0 > 11.25MHz$ باشد.

تحقق مداری ایده فوق به کمک حلقه راکتانس متغیر:



هدایت انتقالی Q_1 وابسته به پیام $f(t)$ است چون منبع جریان $I_E(t)$ وابسته به $f(t)$ است لذا جریان کلکتور Q_1 برابر با $g_m(t)v_1(t)$ است.

$$I_E(t) \simeq \frac{V_{EE}-V_{BE}}{R_1} + \frac{V_m f(t)}{R_1}$$

I_{E_0}

اما $i_c = C\frac{dv}{dt}$ و $v_1(t) = r\, i_c(t)$

همانطور که می‌خواهیم دید جریان کلکتور Q_1 از نوع خازنی است:

$$i_1(t) = g_m(t) \cdot v_1(t) = g_m(t) \cdot r_0 \cdot i_c(t)$$

$$i_1(t) = \frac{\alpha r \left(I_{E0} + \frac{V_m}{R_1} f(t)\right)}{4V_T} \cdot C\frac{dv}{dt}$$

ولتاژ v ولتاژ دو سر خازن و v_1 ولتاژ دو سر r است (بیس Q_1)

چون r بسیار کوچک است افت ولتاژ v_1 نیز بسیار کوچک و ولتاژ $v(t)$

تقریباً برابر با ولتاژ گره A است پس کل مدار تقویت کننده دیفرانسیل (که چپ

گره A) را می‌توان معادل یک خازن متغیر با ولتاژ $f(t)$ فرض کرد که

مطابق رابطه بالا ظرفیت آن برابر است با:

$$C'(t) = \frac{\alpha r C}{4V_T}\left(I_{E_0} + \frac{V_m}{R_1} f(t)\right)$$

اگر $a_0 = \frac{\alpha r I_{E0}}{4V_T}$, $a_1 = \frac{\alpha r V_m/R_1}{4V_T}$ باشد

$$C'(t) = C\left(a_0 + a_1 f(t)\right)$$

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L_1(C+C_0)\left[1 + \frac{C(a_0+a_1 f(t))}{C+C_0}\right]}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1(C+C_0)\left(1+\frac{Ca_0}{C+C_0}\right)}}$$ موج حامل

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{a_1 C}{2(C+C_0)\left(1+\frac{Ca_0}{C+C_0}\right)}$$

ضریب هدایت انتقالی کل چپ یک اسیلاتور است:

$$G_m(x) = \frac{G_L}{n\left(1-\frac{n}{\beta}\right)} = \frac{1/R_0}{\frac{M_{12}}{L_1}\left(1-\frac{M_{12}}{\beta L_1}\right)}$$

که با یافتن $G_m(x)$ و منحنی های مربوطه دامنه نوسان نیز در گره A محاسبه می شود

$I_E(t)$ دامنه تغییرات I_1

ملاحظات در طراحی مدولاتور راکتانس متغیر:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\frac{\alpha r V_m}{4V_T R_1} C}{2(C+C_0)\left[1+\frac{\alpha r I_{E0}}{4V_T(C+C_0)} C\right]} = \frac{B\, I_1/I_{E0}}{2(1+B)}$$

$$B = \frac{\alpha r I_{E0} C}{4V_T(C+C_0)}$$ اگر B به صورت زیر تعریف شود.

$$\frac{I_1}{I_{E0}} \leq 1$$ دامنه جریان I_1 حداکثر می تواند برابر I_{E0} گردد

اگر $I_1 = I_{E0}$ شود $\leftarrow$ $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{B}{2(1+B)}$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$ پس $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \simeq \frac{B}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{B \simeq \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$

فرض می‌کنیم برای اینکه فرکانس تغییر خطی داشته باشد باید ورودی تقویت کننده دیفرانسیل ولتاژ کوچکی داشته باشد: $V_1 \le 10mV$

$$\frac{V_1}{r} = \underset{V_{out}}{V_A}\,\omega_0 C \Rightarrow V_{out} \cdot rC\omega_0 \le 10mV$$

$$B = \frac{rC\alpha I_{E0}}{4V_T(C+C_0)} \Rightarrow rC = \frac{B(C+C_0)4V_T}{\alpha I_{E0}}$$

$$rC \simeq \frac{B(C+C_0)}{I_{E0}} \times 100mV$$

$$V_{out} \cdot \frac{B(C+C_0)}{I_{E0}} \times 100mV \cdot \omega_0 \le 10mV$$

$$\frac{\omega_0 (C+C_0) V_{out} B}{I_{E0}} \le 0.1 \Rightarrow \boxed{\frac{B V_{out} Q_T}{I_{E0} R_0} \le 0.1}$$

$$Q_T = \omega_0 R_0 (C+C_0)$$

به کمک دو ضابطه بدست آمده برای B مدار را می‌توان طراحی کرد.

مثال : می‌خواهیم یک طبقه مدولاتور FM دیفرانسیلی طراحی کنیم که مشخصات زیر را داشته باشد:

$\omega_0 = 10^8 \ rad/sec$

$\omega_m = 2\times10^5 \ rad/sec$

$\Delta\omega = 10^6 \ rad/sec$

$V_{out} = 5 \ Volt$ $\quad R_0 = 10k\Omega$

$V_{cc} = 10 \ Volt$ $\quad Q_T = 20$

طراحی :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{B}{2(1+B)} \rightarrow B\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} - 1\right) + \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 0$$

$$B = \frac{2\Delta\omega/\omega_0}{1 - 2\Delta\omega/\omega_0} \simeq 0.02$$

$$\frac{B V_{out} Q_T}{I_{E_0} R_0} \leq 0.1 \rightarrow \frac{0.02\times5\times20}{I_{E_0}\times10} \leq 0.1 \Rightarrow I_{E_0} \geq 2mA$$

اگر $I_1 = I_{E_0} = 2.5mA$ انتخاب شود.

$$Q_T = \omega_0 (C + C_0) R_0$$

$$\rightarrow C + C_0 = \frac{Q_T}{\omega_0 R_0} = 20pF$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_0)(1+B)}} \Rightarrow L = 4.9\mu H$$

$C = C_0 = 10pF$ انتخاب می‌شود.

$$B = \frac{rC}{C+C_0}\,\frac{\alpha I_{E0}}{4V_T} = 0.02 \rightarrow r = 1.7\Omega$$

$$\frac{V_{EE} - V_{BEON}}{R_1} = I_{E0} \Rightarrow R_1 = 3.72k\Omega$$

$$\frac{V_m}{R_1} = I_1 = 2.5mA \Rightarrow V_m = 9.3\ Volt$$

اگر $x = 10$ انتخاب شود

$$\frac{M_{12}}{L_1} = \frac{xV_T}{V_{out}} = \frac{260mV}{5} = 0.052 \Rightarrow M_{12} = 0.255\mu H$$

$$G_m(x) = \frac{1/R_0}{\frac{M_{12}}{L_1}\left(1 - \frac{M_{12}}{L_1\beta}\right)} = 1.92\,m\mho$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{G_m(x)}{g_m} = 0.26 \Rightarrow g_m = 7.38\,m\mho$$

$$g_m = \frac{\alpha I_k}{4V_T} \Rightarrow I_k = 0.767\ mA$$

$$V_{out}(t) = 10 + 5\cos\left(10^8 t - 10^6\int_{-\infty}^{t} f(\lambda)\,d\lambda\right)$$

در مدار تشدید بازوی سمت چپ نوسان ساز جهت تامین ولتاژ خروجی:

دامنه ولتاژ خروجی را 3 ولت فرض کنیم $\Longleftarrow$ $Gm(x)\cdot V_1 \cdot R_3 = 3\,\text{Volt}$

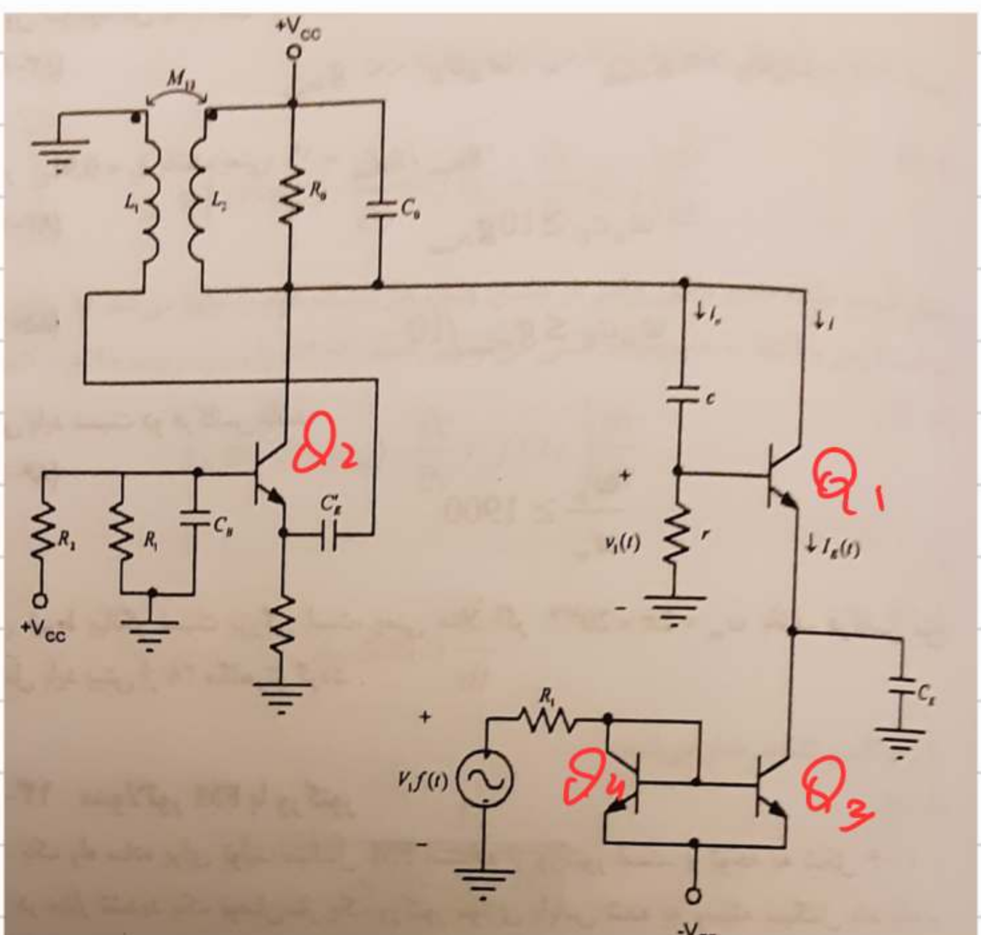
$R_3 = 6\,k\Omega$

$$BW = 2(\Delta\omega + \omega_m) = 2.4\times10^{6}\ \text{rad/sec}$$

$$BW = \frac{1}{R_3 C_3} \Rightarrow C_3 = 69.4\,pF$$

$$L_3 = \frac{1}{C_3\,\omega_0^2} \Rightarrow L_3 = 1.44\,\mu H$$

مدولاتور FM با دو طبقه تک ترانزیستوری:



ترانزیستور Q_1 نقش راکتانس متغیر را دارد

Q_2 نقش اسیلاتور را دارد

Q_3, Q_4 منبع جریان وابسته به پیام $f(t)$ را تولید می‌کنند.

$$I_E = I_{E_0} + I_1 f(t) = \frac{v_1 f(t) - V_{BE} + V_{EE}}{(2-\alpha)R} = \frac{V_{EE} - V_{BE}}{(2-\alpha)R} + \frac{v_1 f(t)}{(2-\alpha)R}$$

$$i_{Q_1} = g_m(t) \cdot r \cdot i_c(t) = g_m(t) \cdot r \cdot C \frac{dv}{dt}$$

$$g_m(t) = \frac{\alpha I_E(t)}{V_T}$$

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L_2(C_0 + C'(t))}}$$

ظرفیت خازن متغیر C'

$$i_{Q_1}(t) = \boxed{\frac{\alpha}{V_T} r(I_{E_0} + I_1 f(t)) \cdot C} \frac{dv}{dt}$$

C_E باید در فرکانس رادیویی اتصال کوتاه و در فرکانس پایین (باند پایه) اتصال باز باشد.

$$\omega_0 C_E \gg g_{in_{max}} \quad , \quad \omega_m C_E \ll g_{in_{min}}$$

چون $I_1 < I_{E_0}$ است مثلاً $I_1 = 0.9 I_E$

$$\frac{g_{in\,max}}{g_{in\,min}} = \frac{g_{m\,max}}{g_{m\,min}} = \frac{\frac{\alpha I_{E\,max}}{V_T}}{\frac{\alpha I_{E\,min}}{V_T}} = \frac{I_{E\,max}}{I_{E\,min}} = \frac{1.9}{0.1} = 19$$

$$\omega_0 C_E \geq 10\, g_{in\,max}$$

$$\omega_m C_E \leq g_{in\,min}/10$$

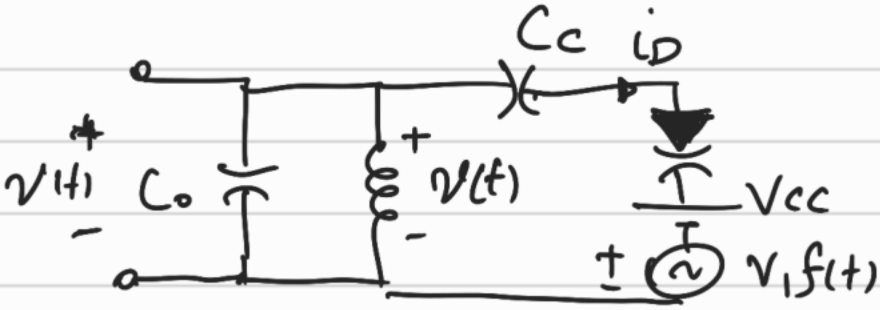
$$\frac{\omega_0}{\omega_m} \geq 1900$$

مثلاً اگر پیام موسیقی در فرکانس $20kHz$ باشد.

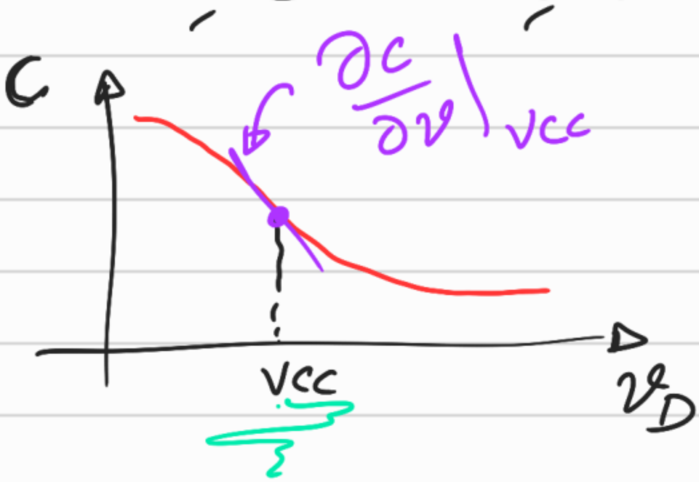
حامل $f_0 = 20 \times 1900\ kHz$

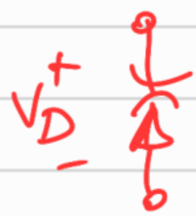
حداقل فرکانس حامل $f_0 = 38MHz$

مدولاتور FM با وراکتور :



دیود وراکتور بصورت معکوس بایاس می‌شود و در این حالت نقش یک خازن وابسته به ولتاژ دو سر دیود را بازی می‌کند.





$$i_D = C\left[-V_{cc} - V_1 f(t) + v(t)\right] \frac{d(v(t)+f(t))}{dt}$$

ظرفیت تابعی از ولتاژ دو سر آن است.

$$i_D(t) = C\left[-V_{cc} - V_1 f(t) + V(t)\right] \frac{dv(t)}{dt}$$

$$i_D(t) \simeq \left(\underbrace{C[-V_{cc}]}_{\text{ثابت}} - \underbrace{\frac{\partial C}{\partial v} V_1 f(t)}_{\text{باند پایه}} + \underbrace{\frac{\partial C}{\partial v} v(t)}_{\text{باند میانی}} \right) \frac{dv}{dt}$$

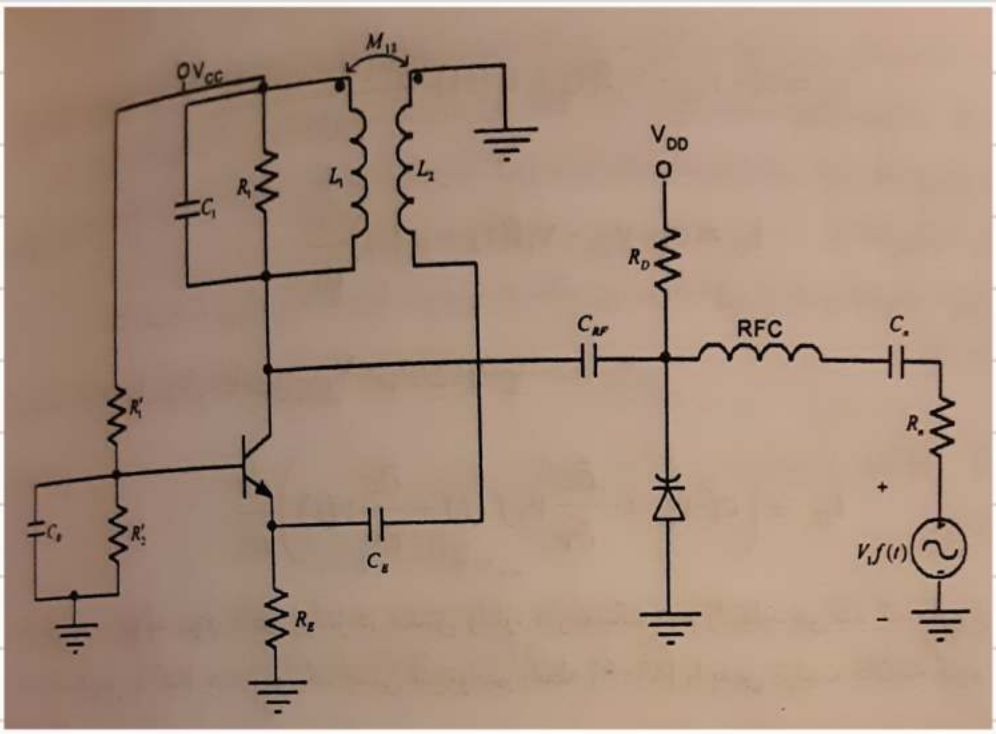
$$i_D(t) \simeq \underbrace{\left(C[-V_{cc}] - \frac{\partial C}{\partial v} V_1 f(t) \right)}_{C(t)} \frac{dv}{dt}$$

$$i_D(t) \simeq C(t) \frac{dv}{dt}$$

فرکانس تشدید مدار

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L(C_0 + C(t))}}$$

اگر مدار تشدید در نوسان ساز قرار داده شود فرکانس نوسان وابسته به $f(t)$ خواهد بود که همان مدوله شدن فرکانس است.



در مدار فوق RFC جدا کننده مدار تشدید و نوسان ساز از منبع پیام $f(t)$ است.

از طرفی $f(t)$ با توجه به بزرگ بودن خازن C_a روی دیود واراکتور اثر می‌گذارد تا ظرفیت آن را تغییر دهد.

مشخصه دیود واراکتور

$$C(v) = \frac{C_0}{\sqrt[n]{1 + v/v_0}}$$

C_0 ، v_0 و n پارامترهای مشخصه هستند.

$$v = V_{DD} + V_1 f(t)$$

$$C(V) = \frac{C_0}{\sqrt[n]{1 + \frac{V_{DD}}{V_0} + \frac{V_1 f(t)}{V_0}}}$$

فرکانس لحظه‌ای

$$\omega_i(t) = \frac{1}{\sqrt{L_1\left[C_1 + \frac{C_0}{\sqrt[n]{(1 + V_{DD}/V_0)}}\left[1 - \frac{V_1 f(t)}{n(V_{DD}+V_0)}\right]\right]}}$$

$$\omega_i(t) \simeq \frac{1}{\sqrt{L_1\left(C_1 + \frac{C_0}{\sqrt[n]{1 + V_{DD}/V_0}}\right)}} \times \left[1 + \frac{V_1 f(t)}{2n(V_{DD}+V_0)} \cdot \frac{\frac{C_0}{\sqrt[n]{1+V_{DD}/V_0}}}{C_1 + \frac{C_0}{\sqrt[n]{1+\frac{V_{DD}}{V_0}}}}\right]$$

فرکانس کاری برابر است با :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1\left(C_1 + \frac{C_0}{\sqrt[n]{1 + V_{DD}/V_0}}\right)}}$$

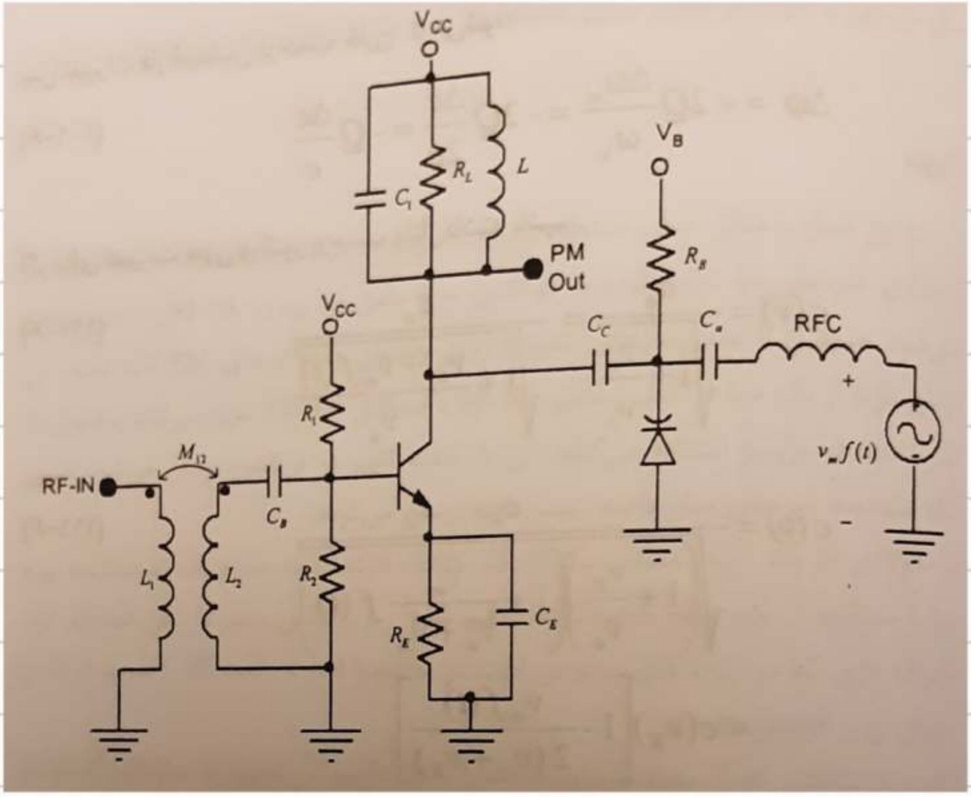
انحراف فرکانس نرمال شده :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{V_1}{2n(V_{DD}+V_0)} \cdot \frac{\frac{C_0}{\sqrt[n]{1+V_{DD}/V_0}}}{C_1 + \frac{C_0}{\sqrt[n]{1+V_{DD}/V_0}}}$$

$$G_m(x) = \frac{G_1 + \left(\frac{M_{12}}{L_1}\right)^2 G_E}{M_{12}/L_1\left(1 - \frac{M_{12}}{2L_1}\right)}$$

دامنه نوسان از منحنی حاصل بدست می‌آید

مدولاتور فاز مستقیم :



با تغییر ولتاژ دیود وارالتور توسط منبع پیام $f(t)$ فرکانس تشدید مدار تغییر می کند . با تغییر فرکانس تشدید مدار ، امپدانس مدار تشدید نیز تغییر می کند که موجب تغییر فاز موج خروجی می گردد .

$$\omega_0 \rightarrow \omega_0 + \Delta\omega_0$$

$$Z_T = \frac{R_L}{1 - 2jQ\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}} \longrightarrow Z_T \simeq R_L \angle \tan^{-1}\left(\frac{2Q\Delta\omega_0}{\omega_0}\right)$$

$$\Delta\phi = \tan^{-1}\left(2Q\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}\right) \simeq 2Q\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = 2RC\Delta\omega_0$$

فاز امپدانس برابر است با

$$\omega_0+\Delta\omega_0=\omega_0+\frac{1}{\sqrt{LC_{max}}}-\frac{1}{\sqrt{LC_{min}}}$$

$$\Delta C=C_{max}-C_{min}$$

$$C_0=\frac{C_{max}+C_{min}}{2}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{LC_0}}+\frac{1}{\sqrt{L\left(C_0+\frac{\Delta C}{2}\right)}}-\frac{1}{\sqrt{L\left(C_0-\frac{\Delta C}{2}\right)}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{LC_0}}+\frac{1}{\sqrt{LC_0}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Delta C}{2C_0}}}-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\Delta C}{C_0}}}\right)\approx\frac{1}{\sqrt{LC_0}}\left(1-\frac{\Delta C}{2C_0}\right)$$

$$\left(1+\frac{\Delta C}{4C_0}+\cdots-\left(1-\frac{\Delta C}{4C_0}-\cdots\right)\right)$$

$$\omega_0+\Delta\omega_0=\omega_0\left(1-\frac{\Delta C}{2C_0}\right)$$

$$\Delta\varphi=2Q\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}=-2Q\frac{\Delta C}{2C}=-Q\frac{\Delta C}{C}$$

اگر معادله تغییرات ظرفیت در دیود وارکتور برابر باشد با :

$$C(V)=\frac{C_0}{\sqrt{1+\frac{V_r}{V_0}}}=\frac{C_0}{\sqrt{1+\frac{V_B+V_m f(t)}{V_0}}}$$

$$C(V)=\frac{C_0}{\sqrt{\left(1+\frac{V_B}{V_0}\right)\left(1+\frac{V_m}{V_0+V_B}f(t)\right)}}$$

$$C(V) \simeq C(V_B)\left[1-\frac{V_m f(t)}{2(V_0+V_B)}\right]$$

$$\Delta\phi = Q\,\frac{\frac{V_m f(t)}{2(V_0+V_B)}\,C(V_B)}{C_1+C(V_B)}$$

سیگنال خروجی برابر است با :

$$V_{out}(t) = V_{CC} - R_L I_1 \cos\left(\omega_0 t + Q\frac{V_m}{2(V_0+V_B)} \times \frac{C(V_B) f(t)}{C_1+C(V_B)}\right)$$

$$I_1 = g_m \cdot V_{in}$$

شرط‌های لازم برای بکار بردن تقریب‌ها :

$$C(V_B) \ll C_1$$

$$V_m \ll (V_0+V_B)$$

$$\Delta\phi \leq \pi/8$$

همانطور که اشاره شد با عبور سیگنال NBPM از یک مدار غیرخطی می‌توان تغییرات فاز را گسترش داد.