Subject : .... Year . ... Month . ... Date . ...

۱- با پاسخ ضربه علی و پایداری را بررسی کنید؟

a) $h[n]=(\frac{1}{5})^n u[n]$ علی و پایدار است.

$u[n] \quad n<0 \Rightarrow u[n]=0$

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (\frac{1}{5})^n u[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} (\frac{1}{5})^n = \frac{1}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$ ✓

b) $h[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]$ غیرعلی و ناپایدار

$u[-n] \neq 0 \quad n<0$

c) $h[n]= n(\frac{1}{3})^n u[n-1]$ غیرعلی و ناپایدار

d) $h[n]=5^n u[-n+3]$ غیرعلی و ناپایدار

e) $h(t)=e^{2t}u(-t-1)$ غیرعلی ناپایدار

f) $h(t)=e^{-4t}u(t-2)$ علی پایدار

g) $h(t)=e^{2t}u(t+50)$ علی و ناپایدار

h) $h(t)=te^{-t}u(t)$ علی و پایدار

i) $h(t)=e^{(1+2j)t}u(t)$ علی و ناپایدار

۲-

$y[n]=\frac{1}{2}\{y[n-1]\}+x[n]$

$x[n]=\delta[n] \qquad y[n]=?$

$n>0$

$n=0 \Rightarrow y[0]=\frac{1}{2}y[-1]+x[0] = \frac{1}{2}a+1$

$n=1 \Rightarrow y[1]=\frac{1}{2}y[0]+x[1] = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}a+1)$

$n=2 \Rightarrow y[2]=\frac{1}{2}y[1]+x[2] = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}(\frac{1}{2}a+1))$

$n=n \Rightarrow y[n]=\frac{1}{2}y[n-1]+x[n] \Rightarrow (\frac{1}{2})^n(\frac{1}{2}a+1)$ ✓

$n<0$

$y[n]-x[n]=\frac{1}{2}y[n-1] \xRightarrow{\times 2} 2\{y[n]-x[n]\}=y[n-1] \xrightarrow{t+t_0}$

$y[n]=2\{y[n]-x[n-1]\}$

$n=-1 \Rightarrow y[-2] = 2\{y[-1] - \cancel{x[-2]}\} = 2a$

$n=-2 \Rightarrow y[-3] = 2\{y[-2] - \cancel{x[-3]}\} = 2(2a) \rightarrow 2^2 a$

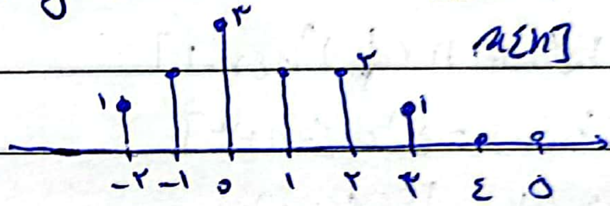
$n=n \Rightarrow y[n-1] = 2\{y[n] - x[n-1]\} = \boxed{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} a} \quad \boxed{n \leq -1}$

$\boxed{y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n} a + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} a} \quad \boxed{n \geq 0}$

۳- ابتدا سکون

$n < n_0 \rightarrow x[n] = 0 \Longrightarrow n < n_0 \rightarrow y[n] = 0$

$y[n] = -2y[n-1] + x[n] + 2x[n-2]$

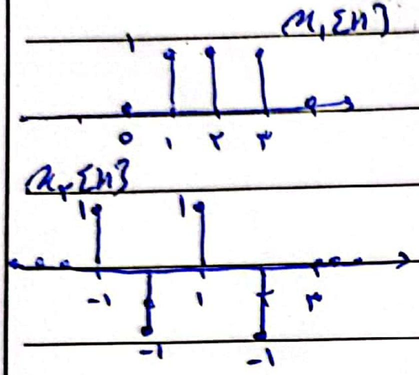


Subject : .... Year . ... Month . ... Date . ...

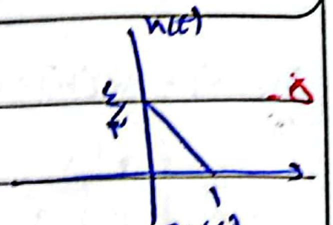
۴_ تابع همبستگی سیگنال x[n] و همبستگی متقابل x[n] y[n] : ۱۷۰

$$\Phi_{xy}[n]=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m+n]\,y[m] \qquad \Phi_{xx}[n]=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m+n]\,x[m]$$

الف) $x_{1,2}[n]$؟ رابطه بین همبستگی و کانولوشن؟



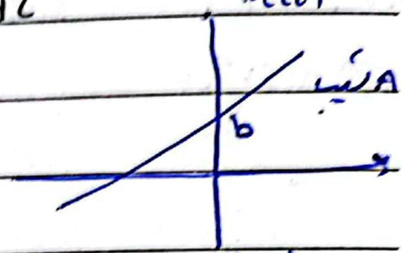
Subject : .... Year . ... Month . ... Date . ...



b) $x(t) = u(t) - ۲u(t-۳) + u(t-۵)$

$h(t) = e^{۲t} u(1-t)$

$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau = \int_{0} h(t-\tau) d\tau - \int_{۲}^{۵} h(t-\tau) d\tau$



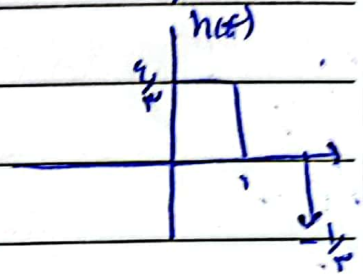
$y(t) =$

① $\Rightarrow (\frac{1}{۲})(e^{۲t} + ۲e^{۲(t-۳)} \; e^{۲(t-۵)})$ $t<۱$

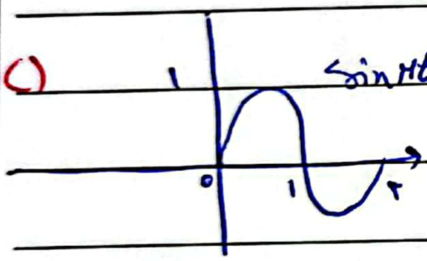
② $\Rightarrow (\frac{1}{۲})(e^{۲} + e^{۲t-۱۰} - ۲e^{۲(t-۳)})$ $۱<t<۴$

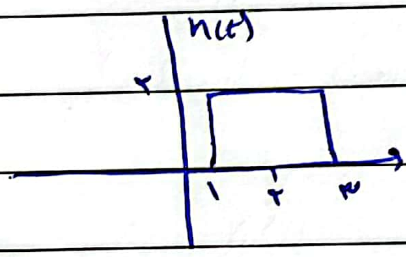
③ $\Rightarrow (\frac{1}{۲})(e^{۲(t-۵)} - e^{۲})$ $۳<t<۶$

④ $\Rightarrow 0$ $t>۶$



c)





$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) h(t-\tau) d\tau = \int_{0}^{۲} \sin(\pi t) h(t-\tau) d\tau$

$y(t) =$

① $\Rightarrow 0$ $t<۱$

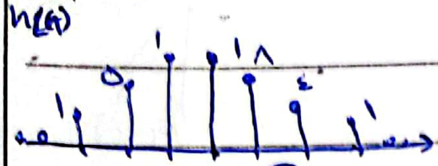
② $\Rightarrow \frac{۲}{\pi}(1 - \cos(\pi(t-1)))$ $۱<t<۳$

③ $\Rightarrow \frac{۲}{\pi}(\cos(\pi(t-۳)) - 1)$ $۳<t<۵$

④ $\Rightarrow 0$ $t>۵$

Subject : .... Year . ... Month . ... Date . ...

$h_2[n] = h_3[n] = u[n] - u[n-۲]$ (۳۴



a) $h_2[n] = .$

$h_2[n] = \delta[n] + \delta[n-۲] \Rightarrow h_2[n] * h_3[n] = \delta[n] + ۲\delta[n-۱] + \delta[n-۲]$

$h[n] = h_1[n] * \{h_2[n] * h_3[n]\}$

$h[n] = h_1[n] + ۲h_1[n-۱] + h_1[n-۲]$

$h[۰] = h_1[۰] \Rightarrow h_1[۰] = ۱$

$h[۱] = h_1[۱] + ۲h_1[۰] \Rightarrow h_1[۱] = ۳$

$h[۲] = h_1[۲] + ۲h_1[۰] + h_1[۰] \Rightarrow h_1[۲] = ۳$

$h[۳] = h_1[۳] + ۲h_1[۰] + h_1[۱] \Rightarrow h_1[۳] = ۲$

$h_1[۴] = ۱ \quad h_1[۵] = ۰.$

$h_1[n] = ۰ \qquad n < ۰ \qquad n > ۵$

b) $x[n] = \delta[n] - \delta[n-۱]$

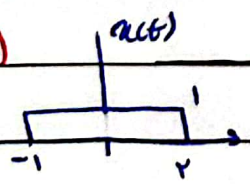
$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] - h[n-۱]$

a) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(t-۲)\, d\tau \qquad h(t)$ (۴۰

$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(\tau-۲)\, d\tau = \int_{-\infty}^{t-\tau} e^{-(t-\tau-\tau')} x(\tau')\, d\tau'$

$h(t) = e^{-(t-۲)} u(t-۲)$

b)



$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(t-۲)} \big(u(t-\tau+۱) - u(t-\tau-۲)\big)\, dt$

$$y(t) = \begin{cases} ۱ - e^{-t+۱} & t > ۱ \\ ۰ & ۱ < t < ۴ \\ e^{-t+۴}(e^{-۳}+۱) & t > ۴ \end{cases}$$

SHABNAM