۹۸۲۱۳۳۳

عباسعلی عباسی

Year. Month. Date. Subject :

۱- خطی بودن سیستم‌ها را بررسی کنید:

a) $y(t)=\begin{cases} x(t) & x(t)<x(t-2)\\ x(t-1) & x(t)\geq x(t-2)\end{cases}$

خاصیت همگنی: $x(t)\to[\ ]\to y(t) \Rightarrow \alpha[x(t)]\to[\ ]\to \alpha y(t) \Rightarrow \begin{cases}\alpha x(t) & x(t)<x(t-2)\\ \alpha x(t-1) & x(t)\geq x(t-2)\end{cases}$ همگن است.

$x_1(t)\to[\ ]\to y_1(t) \Rightarrow \begin{cases} x_1(t) & x(t)<x(t-2)\\ x_1(t-1) & x(t)\geq x(t-2)\end{cases}$

$x_2(t)\to[\ ]\to y_2(t) \Rightarrow \begin{cases} x_2(t) & x(t)<x(t-2)\\ x_2(t-1) & x(t)\geq x(t-2)\end{cases}$

جمع‌پذیر هست.

خطی است.

b) $y[n]=\begin{cases} x[n] & n>5\\ 3 & -5\leq n\leq 5\\ -x[n] & n<-5\end{cases}$

خاصیت همگنی $\Rightarrow x[n]\to[\ ]\to y[n] \Rightarrow \alpha x[n]\to[\ ]\to \alpha y[n] \Rightarrow \begin{cases}\alpha x[n] & n>5\\ 3 & -5\leq n\leq 5\\ -\alpha x[n] & n<-5\end{cases}$ $\neq \alpha y[n]$ است پس خاصیت همگنی را ندارد پس غیرخطی است.

c) $y(t)=\begin{cases} \dfrac{x(t-1)^2}{x(t)} & x(t)\neq 0\\ 0 & x(t)=0\end{cases}$

خاصیت همگنی: $x(t)\to[\ ]\to y(t)$

$\alpha x(t)\to[\ ]\to \alpha y(t) \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{\alpha^2 x^2(t-1)}{\alpha x(t)}\\ 0\end{cases}$

$t=1 \to \dfrac{x^2(1-1)}{x(1)} = \dfrac{0}{x(1)} = 0$ ✓

$t=-1 \to \dfrac{x^2(-1-1)}{x(-1)} = \dfrac{4}{x(-1)}$

خاصیت همگنی را ندارد، از طرفی داریم:

$\to F(x_1+x_2) = F(0) = \dfrac{x^2(-1)}{x(0)} = \dfrac{1}{x(0)} \neq \dfrac{4}{x(-1)}$

d) $y(t)=x(t-1)+3$

خاصیت همگنی $\Rightarrow x(t)\to[\ ]\to y(t) \Rightarrow \alpha x(t)\to[\ ]\to \alpha y(t) \Rightarrow \alpha x(t-1)+3$

$\alpha[x(t-1)+\frac{3}{\alpha}] \neq \alpha y(t)$ خاصیت همگنی را ندارد

پس غیرخطی است

Year. Month. Date. Subject :

۲- حافظه‌دار بودن را بررسی کنید. 8.5

a) $y(t)=x(-t)$

$t=1 \to y(1)=x(-1)$ خروجی در لحظه $t=1$ به ورودی در لحظه $t=-1$ بستگی ندارد بلکه به ورودی در لحظه $t=-1$ وابسته است پس سیستم حافظه‌دار است.

b) $y[n]=y[n-1]+x[n]$

$n=1 \to y[1]=y[1-1]+x[1] \to y[1]=y[0]+x[1]$

خروجی در $n=1$ فقط باید تابعی از ورودی در همان $n=1$ باشد که در اینجا تابعی از y در $n=0$ نیز هست پس سیستم حافظه‌دار است.

c) $y[n]=x[n]\delta[n-1]$

طبق خاصیت ضرب تابع ضربه داریم:

$x[n]\delta[n]=x[0]\delta[n]$

$x[n]\delta[n-n_0]=x[n_0]\delta[n-n_0]$

$n=3 \to y[3]=x[1]\delta[n-1]$ خروجی در $n=3$ وابسته به ورودی در $n=1$ هست پس سیستم حافظه‌دار است.

۳- علی بودن را بررسی کنید. 8.5

غیرعلی ✓

a) $y(t)=x(t/2)$ $t=-1 \to y(-1)=x(-1/2)$

لحظات آینده وابسته است.

b) $y(t)=\frac{x(t)}{x(-2)} \to t=-4 \to y(-4)=\frac{x(-4)}{x(-2)}$ خروجی در $t=-4$ به ورودی در $t=-2$ وابسته می‌شود پس غیرعلی است.

c) $y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\omega)u(\omega-1)u(t+1-\omega)\,d\omega$ غیرعلی است. ورودی در سیستم تغییر مقیاس دارد پس سیستم علی نیست.

۴- تغییرناپذیر بودن با زمان را بررسی کنید. 8

a) $y(t) = x(-t) + 1$

$x_1(t) = x(t - t_0) \rightarrow y_1(t) = x(-t - t_0) + 1$ $\neq$

$y(t - t_0) \rightarrow x(-(t - t_0)) + 1 = x(-t + t_0) + 1$ تغییرپذیر با زمان است.

b) $y[n] = \begin{cases} x[n-1]^2 & n \geq 0 \\ x[n+2] & n < 0 \end{cases}$

$x_1[n] = x[n - n_0] \rightarrow y_1[n] = \begin{cases} x^2[n - 1 - n_0] = x^2[n - n_0 - 1] & n \geq 0 \\ x[n + 2 - n_0] = x[n - n_0 + 2] & n < 0 \end{cases}$

$y[n - n_0] = \begin{cases} x^2[n - n_0 - 1] & n \geq 0 \\ x[n - n_0 + 2] & n < 0 \end{cases}$ // مستقل از زمان است.

c) $y[n] = (n^2 + 1)\, x[n]$

$x_1[n] = x[n - n_0] \rightarrow y_1[n] = (n^2 + 1)\, x[n - n_0]$

$y[n - n_0] = ((n - n_0)^2 + 1)\, x[n - n_0]$ $\neq$ تغییرپذیر با زمان

۶- وارون پذیری را بررسی کنید. 8

a) $y(t) = \cos[x(t)]$

$x(t) = K \rightarrow y(t) = \cos(K) \longrightarrow K = 90^\circ \rightarrow \cos(90^\circ) = 0$

$x(t) \rightarrow y(t)$ $\neq$ معکوس ناپذیر $K = 270 \rightarrow \cos(270^\circ) = 0$ پس این سیستم وارون ناپذیر نیست.

$x_1(t) + 2\pi \rightarrow y(t)$

b) $y(t) = \begin{cases} x(t-1) & t \geq 1 \\ x(-t+1) & t < 1 \end{cases}$ $\rightarrow t \geq 1 \rightarrow y(t) = x(t-1)$

$t - 1 = K \rightarrow t = K + 1 \Rightarrow y(K+1) = x(K)$

$y(K) = x(K+1)$ $\rightarrow t \geq 1 \Rightarrow K + 1 \geq 1 \rightarrow \boxed{K \geq 0}$ ✓

$t < 1 \rightarrow y(t) = x(-t+1) \Rightarrow y(1-K) = x(K) \rightarrow y(K) = x(1-K)$

$-t + 1 = K \rightarrow t = 1 - K$ $\rightarrow t < 1 \rightarrow 1 - K < 1 \rightarrow \boxed{K > 0}$ ✓

وارون پذیر نیست برای $K \geq 0$ از هر دو حاصل می شود.

Year. Month. Date. Subject :

c) $y[n]=n\,x[n] \rightarrow y[n]=n\,x[n] \xrightarrow{\div n} \frac{1}{n}y[n]=x[n] \Rightarrow \frac{1}{n}x[n]=y[n]$

وارون ناپذیر است.

$x_1[n]=\delta[n]$

$x_2[n]=k\,\delta[n]$ $\rightarrow y[n]$

۵- پایداری را ... را بررسی کنید.

a) $y(t)=x(t)\,\delta(t) \rightarrow x(t)\,\delta(t)=x(0)\,\delta(t)$

ورودی محدود و خروجی نیز محدود است و اگر $t=\infty$ نباشد خروجی نیز محدود است پس پایدار است.

b) $y(t)=e^{-t}x(t) \rightarrow |x(t)|<m \rightarrow |y(t)|<m \Rightarrow |e^{-t}x(t)|<m$

پایدار است.

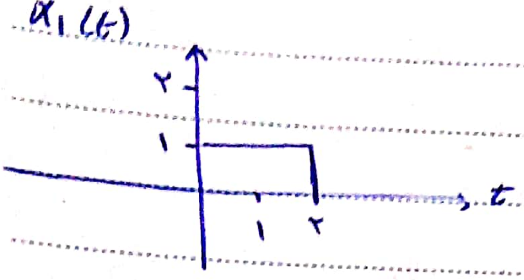
c) $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\frac{1}{2})^{n-k}x[k]$ ناپایدار است.

d) $y(t)=\int_{t}^{t+1} \omega x(\omega-2)\,d\omega$ پایدار است.

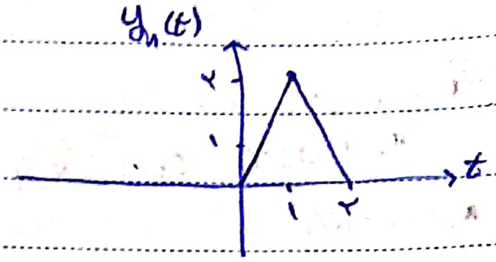
۷- سیستم LTI خروجی آن به ورودی $x_1(t)$ معادل $y_1(t)$ است خروجی این سیستم را به ورودی های $x_2(t)$ و $x_3(t)$ ... بدست آورید.

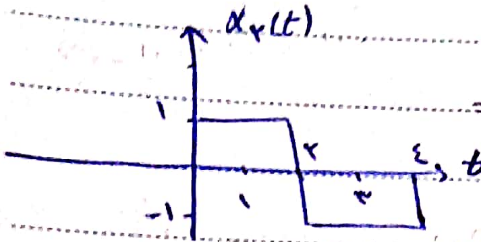
... اگر پاسخ سیستم LTI را به یک ورودی بدانیم و ورودی بدانیم می توان پاسخ سیستم را به ورودی های متعدد دیگری را حساب کنیم.

-۷



⇒ LTI ⇒





$\Rightarrow x_2(t) = x_1(t) \qquad 0 \le t \le 2$

$x_2(t) = -x_1(t-2) \qquad 2 \le t \le 4$

$x_2(t) = x_1(t) - x_1(t-2)$ ✓

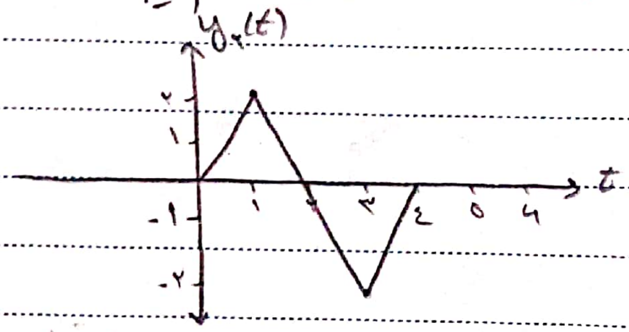
با توجه به این که می دانیم سیستم LTI خطی است پس باید خروجی حاصل از این ورودی به شکل

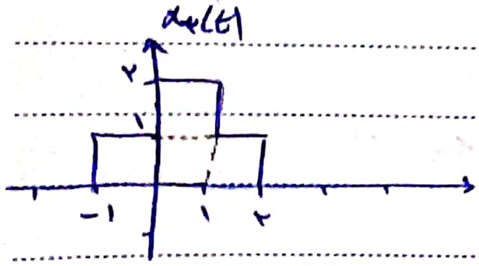
$y_2(t) = y_1(t) - y_1(t-2)$

باشد حال کافی است شکل آن را رسم کنیم:

$y_2(t) = y_1(t) \qquad 0 \le t \le 2$

$y_2(t) = y_1(t-2) \qquad 2 \le t \le 4 \qquad \Rightarrow$





$x_1(t) \longrightarrow 0 \le t \le 2$

$x_1(t+1) \longrightarrow -1 \le t \le 1$

$x_1(2t)+1 \longrightarrow 0 \le t \le 1$

$x_3(t) = x_1(t) + x_1(t+1) + x_1(2t) + 1$

$y_3(t) = y_1(t) + y_1(t+1) + y_1(2t) + 1$