Subject
Date

مثال: فرض کنید جدول آماری ذیل را داریم مقدار مد یا نما را بدست آورید؟

طبقات جدول	F_i
۳-۵	۴
۶-۸	۲۰
۸-۱۰	۱۲

حل: $Mo = ?$ (طبقه بندی شده)

$$\Rightarrow Mo = 6 + \frac{d_1}{d_1+d_2}(2) \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 20-4 = 16 \\ d_2 = 20-12 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Mo = 6 + \frac{16}{16+8}(2) = \square$$

میانه (Md):

عدد یا کمیتی است که نصف داده ها کوچک تر یا مساوی آن باشند یا

عدد یا کمیتی است که ۵۰٪ داده ها قبل و ۵۰٪ داده ها بعد از آن قرار می گیرد.

به تعبیر: تعداد داده های قبل و بعد از میانه با هم برابر است.

داده های طبقه بندی نشده ← جدول تنظیم نشده

داده های طبقه بندی شده ← جدول تنظیم شده

① روش محاسبه (Md): برای داده های طبقه بندی نشده

گام اول: تنظیم داده ها یا مرتب سازی آن ها از نزولی به صعودی

گام دوم: محل میانه را تعیین می کنیم ، اگر n تعداد جامعه آماری مفروض باشد.
(محل میانه)

$$\text{Loc of Md} : \frac{n}{2} + \frac{1}{2}$$

اگر n فرد باشد ← داده وسطی میانه است.

اگر n زوج باشد ← میانگین دو داده وسطی میانه خواهد بود.

مثال: n فرد ← ۵ ، ۶ ، ۹ ، ۱- ، ۷ $\xrightarrow{\text{تنظیم}}$ ۱- ، ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۹ (میانه: ۶)

n زوج ← ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۱- ، ۹ ، ۱۰ ⟹ ۱- ، ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۹ ، ۱۰

$$Md = \frac{6+7}{2} = \boxed{6.5}$$

۲- روش محاسبه برای داده های طبقه بندی شده (جدول)

گام اول: ابتدا $\frac{n}{2}$ داده ها را محاسبه می کنیم سپس در جدول اولین طبقه ای که مقدار فراوانی تجمعی آن (Fc_i آن) بیشتر یا مساوی $\frac{n}{2}$ باشد، آن طبقه، طبقه میانه دار (محل میانه در جدول آماری) است.

گام دوم:

$$Md = \text{حد پایین طبقه میانه دار} + \frac{\left[\frac{n}{2} - \underbrace{\text{فراوانی تجمعی طبقه ماقبل طبقه میانه دار}}_{Fc_i}\right]}{\underbrace{\text{فراوانی مطلق طبقه میانه دار}}_{F_i}} \times \text{طول هر طبقه}$$

Subject
Date

$$Md = L_{0,5} + \frac{[0,5(n) - cf_{0,5}]}{f_{0,5}} \times w$$

مثال: داده‌های آماری جدول ذیل مفروض است، مطلوبست محاسبه میانه:

محدوده طبقات	F_i	Fc_i
۱۰ _ ۲۰	۱۰	۱۰
۲۰ _ ۳۰	۲۰	۳۰
۳۰ _ ۴۰	۳۰	۶۰
۴۰ _ ۵۰	۴۰	۱۰۰ ✓

طبقه میانه‌دار

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = n$$

۱- $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

$Fc_i \geq 50 \Rightarrow (30-40)$ طبقه سوم

$$Md = 30 + \frac{[\frac{100}{2} - 30]}{30} \times (10)$$

اگر مسئله دقت در کار داشتند $[9,95 - 19,95]$ و برای طبقه آخر اضافه می‌شود ($\frac{1}{2}$)

خواص مهم میانه

۱. در هر جامعه آماری تنها یک میانه داریم. یعنی میانه منحصر به فرد unique

۲. برخلاف میانگین، داده‌های خیلی بزرگ و داده‌های خیلی کوچک در محاسبه میانه بی تأثیر است.

۳. $\sum |x_i - Md| < \sum |x_i - a|$ که a عدد ثابت و دلخواه است.

تعبیر: قدرمطلق انحرافات داده‌ها از میانه > قدرمطلق انحرافات داده‌ها از عدد دلخواه

یعنی: قدرمطلق انحرافات داده‌ها از میانه حداقل مقدار ممکن است.

مهم: چندک‌ها
۱- چارک‌ها
۲- دهک‌ها
۳- صدک‌ها

در میان ترم

چندک: چندک‌ها مقادیری از مشاهدات جامعه آماری هستند که دامنه تغییرات را در فواصل چندکی تقسیم می‌کنند.

تحت شرایطی که: فراوانی در هر یک از این فواصل درصد معینی از فراوانی کل داده‌های آماری باشد.

Q_p: عدد یا کمیتی است که P٪ داده‌ها از آن کوچک‌تر یا مساوی آن هستند.

مثال: $Q_{0,25}$ یعنی عددی که ۲۵٪ داده‌ها کوچک‌تر یا مساوی آن هست:

چارک‌ها

دامنه تغییرات را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کنند.

$q_1 = Q_{0,25}$ و $q_2 = Q_{0,5}$ و $q_3 = Q_{0,75}$

چارک اول، چارک دوم، چارک سوم

نکته: چارک دوم = میانه
$Q_{0,5} = q_2$ = md

دهک ها

دامنه تغییرات را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کنند.

$P_1, P_2, \dots, P_9$

۰٫۱ ، ۰٫۲ — ۰٫۹

دهک اول ، دهک دوم ، دهک نهم

نکته: دهک پنجم = میانه

Md ، P_5

صدک ها

دامنه تغییرات را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم می کنند.

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$

۰٫۰۱ ، ۰٫۰۲ — ۰٫۹۹

صدک اول ، صدک دوم

نکته: صدک پنجاهم = میانه

Md | P_{50}

روش محاسبه یا لم Lemma

برای محاسبه چندک ها:

① گام اول: داده ها را از نزولی به صعودی مرتب می کنیم.

② گام دوم: محل چندک مورد نظر را تعیین می نماییم.

$\frac{a}{4} = P$ و $(n+1)P$ هم ارز

چارک ها

$\text{Loc of } q = \frac{a(n+1)}{4}$

محل چارک

n: تعداد داده ها
a: اعداد مرتبط با چارک

$a = ۱، ۲، ۳$

دهک ها

$\text{Loc of } P_{\%10} = \frac{a(n+1)}{10}$

n: تعداد داده ها
a: اعداد مرتبط با دهک

$a = ۱، ۲، \dots، ۹$

صدک ها

$\text{Loc of } P_{\%100} = \frac{a(n+1)}{100}$

n: تعداد داده ها
a: اعداد مرتبط با صدک

$a = ۱، ۲، ۳، \dots، ۹۹$

Subject
Date

③ گام سوم، مقدار چندک مورد نظر را تعیین می‌کنیم

اگر $(n+1)\frac{a}{4}$ یا $(n+1)\frac{a}{10}$ یا $(n+1)\frac{a}{100}$

اگر عدد صحیح باشد

آن عدد شماره داده ای است که چندک مورد نظر را نشان می‌دهد.

اگر عدد اعشاری باشد

$$\begin{cases} r_s & \text{جزء صحیح} \\ w_s & \text{جزء اعشاری} \end{cases}$$

$$Q_p \stackrel{\Delta}{=} (1-w)\, x_r + w\, x_{r+1}$$