پاسخ تشریحی تست‌های طبقه‌بندی شده فصل چهارم

۱- گزینه «۲» ـ (متوسط)

از بهره میسون، حلقه‌ها و دترمینان کل عبارتند از: $l_1=-\frac{1}{s}\,,\ l_2=\frac{1}{s}\rightarrow \Delta=1-(l_1+l_2)+l_1l_2 \quad\Rightarrow\quad \Delta=1-\frac{1}{s^2}$

مسیرهای پیشرو و دترمینان آن‌ها عبارتند از: $P_1=\frac{-2}{s^2}\ ,\ \Delta_1=1 \quad و \quad P_2=\frac{1}{s}\ ,\ \Delta_2=1-l_1=1+\frac{1}{s}$

$$\Rightarrow \quad \frac{Y}{R}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{-\frac{2}{s^2}+\frac{1}{s}(1+\frac{1}{s})}{1-\frac{1}{s^2}}=\frac{s-1}{s^2-1}=\frac{1}{s+1}$$

با توجه به حذف صفر و قطب ناپایدار، سیستم از لحاظ داخلی ناپایدار است. لذا این سیستم ناپایدار بوده و خروجی سیستم $y(t)$ نامحدود است. پس گزینه (۲) صحیح می‌باشد. توجه کنید که: ۱) حذف صفر و قطب، بیانگر کنترل ناپذیری و یا رویت ناپذیری قطب محذوف ($s=1$) است. ۲) طبق تعریف، در محاسبه تابع تبدیل، شرایط اولیه صفر فرض می‌شود.

۲- گزینه «۱» ـ (متوسط)

در صورت سؤال باید ثابت بودن یا نبودن فرکانس گذر بهره قید گردد. به همین دلیل دو استراتژی مورد بحث است. در استراتژی اول فرض کنید که محدودیتی روی فرکانس گذر بهره نباشد و بتوان آن را تغییر داد. لذا برای دستیابی به ثابت خطای مطلوب، می‌توان از جبرانساز بهره استفاده کرد. پس نیازی به جبرانساز *Lag* نمی‌باشد. از سویی با توجه به داده‌های مسأله در فرکانس‌های ۴/۶۴۱۶ و ۷/۸۴۷۶، فاز سیستم در فرکانس گذر بهره تقریباً -225° درجه بوده و لذا حد فاز سیستم منفی و تقریباً برابر -45° است. از سویی حد فاز مطلوب برابر $+45^\circ$ است، پس جبرانساز باید تقریباً $+90^\circ$ فاز مثبت ایجاد کند که این امر با انتخاب جبرانساز *Lead* تحقق می‌یابد. اما با توجه به متن درس، حداکثر فازی که از یک جبرانساز *Lead* می‌توان گرفت ۶۰ تا ۷۰ درجه است، لذا استفاده از حداقل دو جبرانساز *Lead* ضروری می‌باشد. پس گزینه (۴) صحیح است. در استراتژی دوم فرض کنید که محدودیت روی فرکانس گذر بهره باشد (ثابت بماند) لذا برای دستیابی به ثابت خطای مطلوب، استفاده از جبرانساز *Lag* اجتناب ناپذیر بوده و مطابق آنچه که در استراتژی اول بیان شد، برای حصول به حد فاز مطلوب نیز استفاده از دو جبرانساز *Lead* ضروری است. پس جبرانساز مناسب *Lag-Lead-Lead* می‌باشد که در هیچ‌کدام از گزینه‌ها آورده نشده است. با این توضیحات، به نظر می رسد که منظور طراح تشخیص نوع جبرانساز است نه تعداد آنها (بدون درنظر گرفتن محدودیت کاربردی جبرانساز *Lead*) و لذا گزینه (۱) پاسخ صحیح خواهد بود.

۳- گزینه «۴» ـ (ساده)

با استفاده از روش راث، تنها گزینه‌ای که شرط پایداری سیستم حلقه بسته را برآورده می‌سازد، گزینه «۴» می‌باشد. در این حالت معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارتست از:

$$\Delta(s)=1+G_c(s)\frac{1}{(s+1)(s-3)}=1+\frac{4s+5}{(s+1)(s-3)}=0 \quad\Rightarrow\quad \Delta(s)=s^2+2s+2=0$$

توجه کنید به کمک مکان هندسی ریشه‌ها نیز می‌توانید به پاسخ صحیح پی ببرید.

۴- گزینه «۳» ـ (ساده)

برای صفر شدن خطای حالت ماندگار به ورودی پله، بایستی نوع سیستم را افزایش دهیم. لذا نیاز به انتگرال‌گیر در کنترل‌کننده داریم. بنابراین گزینه «۴» که یک کنترل‌کننده *PD* است نادرست می‌باشد. از گزینه‌های باقیمانده، گزینه‌های (۱) و (۲) نیز به دلیل ناپایدار کردن سیستم حلقه بسته نادرست می‌باشند. این واقعیت با تشکیل معادله مشخصه سیستم حلقه بسته قابل تحقیق است. داریم: $\Delta(s)=1+\frac{K(s)}{s^2+1}=0$

$K(s)=\frac{k_i}{s} \Rightarrow \Delta(s)=s^{۳}+s+k_i=۰ \Rightarrow$ شرط لازم برای پایداری را ندارد.

$K(s)=(k_p+\frac{k_i}{s})=\frac{k_i+k_p s}{s} \Rightarrow \Delta(s)=s^{۳}+(۱+k_p)s+k_i=۰ \Rightarrow$ شرط لازم برای پایداری را ندارد.

۵- گزینه «۱» ـ (متوسط)

با توجه به حذف اثر نویز در خروجی به ازاء تابع پله‌ای واحد، نیاز به بالا بردن نوع سیستم داشته بنابراین استفاده از عامل انتگرال‌گیر $(\frac{۱}{s})$ در کنترل‌کننده $k(s)$ ضروری است. پس گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست می‌باشند. از سویی با توجه به این که سیستم حلقه بسته باید همانند یک سیستم درجه۲ با مشخصات گذرای داده شده عمل نماید، استفاده از صفر نیز در کنترل‌کننده $k(s)$ ضروری خواهد بود. بنابراین کنترل‌کننده مناسب، از نوع PID می‌باشد.

۶- گزینه «۴» ـ (متوسط)

با توجه به خواسته‌های مسأله نیاز به بالا بردن نوع سیستم داریم که این امر لزوم استفاده از انتگرال‌گیر $(\frac{۱}{s})$ را ضروری می‌سازد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است. از طرفی با توجه به متن درس، حذف صفر و قطب روی مبدأ $(s=۰)$ سیستم و کنترل‌کننده به سبب ایجاد ناپایداری داخلی مجاز نمی‌باشد. لذا گزینه‌های (۲) و (۳) نیز نادرست خواهند بود.

۷- گزینه «۳» ـ (متوسط)

با توجه به موقعیت صفر و قطب بر اساس نمودار لگاریتم اندازه بود درمی‌یابیم که جبران‌کننده موردنظر، پس‌فاز می‌باشد. لذا گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست می‌باشند. همچنین، چون نمودار اندازه در فرکانس‌های پایین تغییری نکرده است، لذا گزینه (۳) صحیح می‌باشد. زیرا عامل $\frac{۱}{s}$ در کنترل‌کننده گزینه دوم، سبب ایجاد شیب $-۲۰\frac{dB}{dec}$ در فرکانس‌های پایین می‌گردد.

۸- گزینه «۴» ـ (ساده)

چون ξ بدست آمده از روش‌های مفروض، دقیق نمی‌باشند، لذا به منظور حاشیه اطمینان و مقاومت بیشتر کنترل‌کننده بایستی از کوچک‌ترین مقدار بدست آمده برای ξ استفاده کرد. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

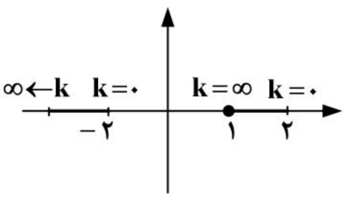
۹- گزینه «۲» ـ (ساده)

با توجه به متن درس، جبران‌ساز پیش‌فاز برای سیستم‌هایی که در حوالی فرکانس گذر بهره، منحنی فاز آن‌ها تغییرات شدیدی داشته باشد، قابل استفاده نمی‌باشد. توضیح این که اثرات جبران‌ساز پیش‌فاز عبارتند از: افزایش پایداری نسبی سیستم با بهبود حد فاز سیستم و افزایش پهنای باند سیستم و انتقال به سمت راست نمودار لگاریتم اندازه در نمودار بود، می‌باشد. در صورتی که سیستم افت فاز زیادی داشته باشد، این حرکت به سمت راست نمودار لگاریتم اندازه، اثر جبران‌سازی فاز را از بین برده و لذا این جبران‌ساز، در پایداری نسبی سیستم کارایی نخواهد داشت.

۱۰- گزینه «۴» ـ (متوسط)

ایجاد خطای حالت ماندگار صفر، لزوم استفاده از عامل انتگرال‌گیر $(\frac{۱}{s})$ را ضروری می‌سازد. لذا گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست می‌باشند. همچنین تغییر در مشخصات گذرای سیستم، استفاده از صفر را الزامی می‌سازد. بنابراین برای برآورده کردن دو خواسته مذبور نیاز به استفاده از کنترل‌کننده PID داریم.

۱۱- گزینه «۲» ـ (متوسط)

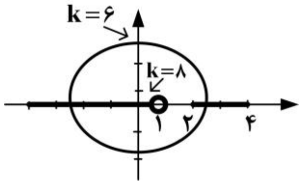


گزینه (۱) به واسطه حذف صفر و قطب سمت راست محور موهومی سیستم و کنترل‌کننده قطعاً نادرست می‌باشد. حال مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران نشده به صورت روبرو است. مشاهده می‌شود که برای کلیه مقادیر k سیستم جبران نشده ناپایدار

است.

از بین گزینه‌های باقیمانده بایستی جبران‌سازی را انتخاب کنیم که مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران نشده را به سمت چپ انتقال دهد که قطعاً گزینه‌های (۳) و (۴) به دلیل این که هیچ گونه تأثیری در سمت راست محور موهومی در ساختار مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران نشده ندارند (سیستم حلقه بسته همواره ناپایدار است) نادرست می‌باشند. این واقعیت با رسم مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران شده تحقق می‌پذیرد.

$$G(s)G_c(s)=\frac{k(s-۱)}{(s-۲)(s+۲)}\cdot\frac{s+۲}{s-۴}=\frac{k(s-۱)}{(s-۲)(s-۴)}$$



توجه کنید با استفاده از روش راث می‌توان محدود k را برای پایداری نیز بدست آورد.

$$\Delta(s)=(s-۲)(s-۴)+k(s-۱)=s^۲+(k-۶)s+۸-k=۰$$

شرایط پایداری عبارتند از:

$$\begin{matrix} k-۶>۰ \rightarrow k>۶ \\ ۸-k>۰ \rightarrow k<۸ \end{matrix} \xrightarrow{\cap} ۶<k<۸$$

۱۲- گزینه «۳» ـ (متوسط)

ایجاد خطای حالت ماندگار صفر، لزوم استفاده از عامل انتگرال‌گیر $(\frac{۱}{s})$ را ضروری می‌سازد. لذا گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست می‌باشند. تغییر مشخصات گذرای سیستم نیز استفاده از صفر را ملزم می‌سازد. بنابراین برای برآورده کردن دو خواسته مزبور نیاز به استفاده از کنترل‌کننده PID داریم.

۱۳- گزینه «۴» ـ (متوسط)

برای کاهش خطای حالت ماندگار نیاز به جبران‌ساز پس‌فاز و برای بهبود حد فاز سیستم نیاز به جبران‌ساز پیش‌فاز داریم. بنابراین به منظور برآورده کردن همزمان دو خواسته مزبور، استفاده از جبران‌ساز پس‌فاز ـ پیش‌فاز ضروری می‌باشد.

۱۴- گزینه «۴» ـ (متوسط)

برای صفر شدن خطای حالت ماندگار به ورودی شیب، باید نوع سیستم ۲ باشد. لذا گزینه (۱) نادرست می‌باشد. گزینه (۲) نیز نادرست ماست، زیرا سیستم حلقه بسته در این حالت ناپایدار می‌باشد.

شرایط لازم برای پایداری را ندارد.

$$\Delta(s)=Ts^۳+s^۲+k=۰$$

از سوی دیگر، گزینه (۳) نیز نادرست می‌باشد، زیرا با حذف صفر و قطب پایدار سیستم و کنترل‌کننده سیستم حلقه بسته پایدار مرزی می‌باشد. بنابراین تنها گزینه (۴) شرایط پایداری سیستم حلقه بسته را برآورده می‌سازد. این واقعیت با تشکیل جدول راث قابل اثبات است.

$$\Delta(s)=Ts^۳+s^۲+kT_d s+k$$

شرایط پایداری عبارتند از:

$$\begin{cases} k>۰ \\ k(T_d-T)>۰ \quad \rightarrow \quad T_d>T \end{cases}$$

۱۵- گزینه «۳» ـ (ساده)

می‌دانیم که صفر سمت راست محور موهومی در تابع تبدیل سیستم حلقه بسته، سیستم ایجاد پایین‌زدگی *(undershoot)* در پاسخ پله می‌شود. بسته به تعداد صفرهای سمت راست می‌تواند رفتار اولیه پاسخ سیستم متمایز باشد. لذا گزینه (۳) صحیح است.

۱۶- گزینه «۱» ـ (دشوار)

با توجه به سیستم کنترلی داده شده برای دستیابی به سیستم مرتبه اول، باید جبران‌ساز صفری در $s=-۱$ داشته باشد. لذا $z=۱$، پس گزینه (۲) نادرست می‌باشد. حال تابع تبدیل سیستم حلقه بسته عبارتست از:

$$M(s)=\frac{k}{s^۲+(p-۱)s+k-p}$$

برای آن که بهره حال ماندگار سیستم با سیستم تقریبی مرتبه اول یکسان باشد، بایستی: $\frac{k}{k-p}=۲/۲ \qquad (۱)$

همچنین $s=-۱$ باید در معادله مشخصه تابع تبدیل حلقه بسته سیستم صدق کند، لذا:

$$۱+(p-۱)(-۱)+k-p=۰ \qquad (۲)$$

از حل همزمان روابط (۱) و (۲) داریم: $p=۱۲ \quad , \quad k=۲۲$

پس تابع تبدیل سیستم حلقه بسته با مقادیر بدست آمده برای k و p برابر است با $M(s)=\frac{۲۲}{s^{۲}+۱۱s+۱۰}=\frac{۲۲}{(s+۱)(s+۱۰)}$

با حذف قطب غیرغالب ($s=-۱۰$)، تابع تبدیل تقریبی $\hat{M}(s)=\frac{۲/۲}{s+۱}$ بدست می‌آید که یک سیستم مرتبه اول می‌باشد.

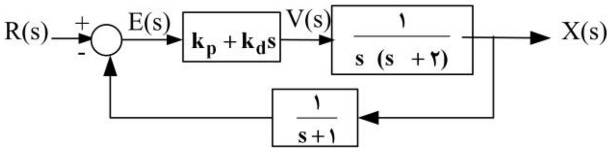
۱۷- گزینه «۱»ـ (متوسط)

از نمودار نیکولز داریم: $M_p=۱/۵ \quad \rightarrow \quad \alpha=\frac{M_p-۱}{M_p+۱}=\frac{۱/۵-۱}{۱/۵+۱}=۰/۲$

از طرفی داریم: $\text{زاویه پیش‌فاز}=\sin^{-۱}\left(\frac{\alpha-۱}{\alpha+۱}\right)=۴۱/۸۱^{\circ}$

۱۸- گزینه «۲»ـ (متوسط)

دیاگرام بلوکی سیستم به صورت روبرو خواهد بود.



معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارتست از:

$$\Delta(s)=۱+\frac{k_p+k_d s}{s(s+۲)(s+۱)}=۰ \quad \rightarrow \quad \Delta(s)=s^{۳}+۳s^{۲}+(۲+k_d)s+k_p=۰$$

از جدول راث شرایط پایداری عبارتند از:

$$\begin{cases} k_p>۰ \\ ۶+۳k_d-k_p>۰ \end{cases} \quad \rightarrow \quad k_p-۳k_d<۶$$

با توجه به گزینه‌های داده شده، بدون محاسبه خطای حالت ماندگار به ورودی شیب، گزینه (۲) صحیح می‌باشد. برای حل کامل، تابع تبدیل حلقه باز سیستم را به صورت زیر در نظر بگیرید. $GH(s)=\frac{k_p+k_d s}{s(s+۲)(s+۱)}$

ثابت خطای شیب و در نتیجه خطای حالت ماندگار عبارتست از:

$$k_v=\lim_{s\to ۰} sGH(s)=\frac{k_p}{۲} \quad \Rightarrow \quad e_{ss}=\frac{R}{k_v}=\frac{۲}{k_p}$$

۱۹- گزینه «۴» ـ (متوسط)

با انتخاب تابع تبدیل کنترل‌کننده به صورت $G(s)=k_۱+\frac{k_۲}{s}$، تابع تبدیل حلقه باز سیستم برابر است با:

$$GH(s)=\frac{(k_۲+k_۱ s)}{s(s+۲)}$$

با فرض $k_۲\neq ۰$ چون مرتبه سیستم یک می‌باشد، خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی پله صفر می‌شود. برای برآورده کردن خواسته (ب) داریم: $e_{ss}=\frac{۱}{k_v}=\frac{۲}{k_۲}=\frac{۱}{۱۰۰} \quad \rightarrow \quad k_۲=۲۰۰$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، فقط گزینه (۴) صحیح خواهد بود. اما برای تکمیل حل مسأله معادله مشخصه سیستم را در نظر بگیرید.

$$\Delta(s)=۱+GH(s)=s^{۲}+(۲+k_۱)s+۲۰۰=s^{۲}+۲\xi\omega_n s+\omega_n^{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{۲۰۰} \\ ۲\xi\omega_n = ۲ + k_۱ \xrightarrow{\xi=۰/۷} ۲\times۰/۷\times۲۰۰ = ۲ + k_۱ \rightarrow k_۱ = ۱۷/۷۹ \approx ۱۸ \end{cases}$$

۲۰- گزینه «۳» ـ (ساده)

تابع تبدیل حلقه باز سیستم عبارتست از:

$$GH(s) = \frac{K(s)(s+۱)}{s(s+۲)}$$

$$e_{ss} = \frac{R}{k_v} = \frac{۱}{k_v} = ۰/۱ \rightarrow k_v = ۱۰$$

$$k_v = ۱۰ = \lim_{s\to۰} s^۲ GH(s) = \lim_{s\to۰} \frac{sK(s)(s+۱)}{(s+۲)} = \frac{۱}{۲}\lim_{s\to۰} sK(s) \Rightarrow \lim_{s\to۰} sK(s) = ۲۰$$

شرط اخیر تنها در گزینه (۳) صدق می‌کند.

۲۱- گزینه «۲» ـ (متوسط)

گزینه (۱) قطعاً نادرست می‌باشد، زیرا تابع انتقال داده شده پس‌فاز می‌باشد. گزینه (۴) نادرست است، زیرا با جبران‌ساز تناسبی $k_p = ۴۰$ نمی‌توان به نسبت میرایی مطلوب $\xi = ۰/۴۵$ دست یافت. با توجه به این که محلی از مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران نشده را می‌توانیم پیدا کنیم که مکان از قطب‌های مطلوب عبور کند. لذا نیازی به جبران‌ساز پیش‌فاز نداریم و می‌توانیم با استفاده از یک جبران‌ساز پس‌فاز به خواسته‌های مسأله برسیم.

۲۲- گزینه «۳» ـ (متوسط)

از قضیه جمع آثار استفاده می‌کنیم.

$$R(s) = ۰ \rightarrow \frac{c(s)}{N(s)} = \frac{\frac{۱}{Js}}{۱ + G_c(s)\frac{۱}{Js}} = \frac{۱}{Js + G_c(s)}$$

$$N(s) = \frac{۱}{s} \rightarrow c_{ss} = \lim_{s\to۰} sc(s) = \lim_{s\to۰} s\cdot\frac{۱}{Js + G_c(s)}\cdot\frac{۱}{s} = \frac{۱}{G_c(۰)}$$

برای صفر شدن اثر اغتشاش در خروجی سیستم در حالت ماندگار بایستی $G_c(۰)$ بی‌نهایت شود لذا گزینه‌های (۱) و (۳) صحیح می‌باشند. ولی با توجه به فرض مسأله برای این که سیستم حلقه بسته پایدار باشد، گزینه صحیح (۳) می‌باشد. زیرا اگر کنترل‌کننده انتگرال‌گیر خالص باشد، سیستم حلقه بسته پایدار مرزی (نوسانی) خواهد شد.

$$G_c(s) = \frac{k}{s} \rightarrow \Delta(s) = Js^۲ + k = ۰ \rightarrow s_{۱,۲} = \pm j\sqrt{\frac{k}{J}}$$

۲۳- گزینه «۴» ـ (ساده)

گزینه (۱) به دلیل حذف صفر و قطب سمت راست محور موهومی سیستم و کنترل‌کننده قطعاً نادرست است. با توجه به این که سیستم جبران نشده ناپایدار است، بایستی بتوانیم به کمک کنترل‌کننده، مکان ریشه‌های سیستم را به سمت چپ بکشانیم که این ویژگی را کنترل‌کننده پیش‌فاز برآورده می‌سازد. با نگاه به گزینه‌های باقیمانده متوجه می‌شویم که تنها گزینه (۴) یک کنترل‌کننده پیش‌فاز است. لذا گزینه (۴) صحیح می‌باشد. چنانچه دو گزینه کنترل‌کننده پیش‌فاز بود از روش راث استفاده می‌کردیم تا پایداری سیستم بررسی شود. بدین صورت که معادله مشخصه سیستم حلقه بسته عبارتست از:

$$K(s) \overset{\Delta}{=} k\frac{(s+z)}{(s+p)}$$

$$\Delta(s) = ۱ + K(s)G_p(s) = s^۳ + (p-۱)s^۲ + (k-p)s + kz = ۰$$

بنابراین شرایط پایداری از جدول راث عبارتند از:

$$\begin{cases} p - ۱ > ۰ \\ (p-۱)(k-p) - kz > ۰ \\ kz > ۰ \end{cases}$$

۲۴- گزینه «۲» ـ (ساده)

با توجه به متن درس داریم: $\omega_m = \sqrt{zp} = \sqrt{(-\frac{۱}{T})(-\frac{۱}{\alpha T})} = \frac{۱}{T\sqrt{\alpha}}$

اثبات: زاویه فاز جبران‌ساز برابر است با: $\frac{d\angle G_c(j\omega)}{d\omega} = \frac{T}{۱+\omega^۲T^۲} - \frac{\alpha T}{۱+\alpha^۲\omega^۲T^۲} = \frac{T[۱-\alpha+\omega^۲(\alpha(\alpha-۱)T^۲)]}{(۱+\omega^۲T^۲)(۱+\alpha^۲\omega^۲T^۲)}$

با مساوی قرار دادن مشتق زاویه فاز جبران‌ساز با صفر داریم: $\omega^۲ = \frac{۱}{\alpha T^۲} \quad \to \quad \omega = \frac{۱}{T\sqrt{\alpha}}$

$$\angle G_c(j\omega) = \tan^{-۱}(\omega T) - \tan^{-۱}(\alpha T\omega)$$

۲۵- گزینه «۳» ـ (متوسط)

با تعریف جبران‌ساز در مسیر فیدبک به صورت $H(s) = k_۱ + k_۲ s$، تابع تبدیل حلقه باز سیستم عبارتست از:

$$GH(s) = \frac{k_۱ + k_۲ s}{s(s+۲)}$$

$$k_v = \lim_{s\to ۰} sGH(s) = \frac{k_۱}{۲} \to e_{ss} = \frac{۱}{k_v} = \frac{۲}{k_۱} = ۰/۱۲۵ \quad \to \quad k_۱ = ۱۶$$

اکنون تابع تبدیل حلقه بسته سیستم را بدست می‌آوریم. $M(s) = \frac{G(s)}{۱+GH(s)} = \frac{۱}{s^۲ + (۲+k_۲)s + k_۱}$

از مقایسه معادله مشخصه تابع تبدیل حلقه بسته با معادله مشخصه یک سیستم مرتبه دو استاندارد داریم:

$$۲\xi\omega_n = ۲ + k_۲$$

از طرفی: $M_p = ۰/۱۶۳ = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{۱-\xi^۲}}} \quad \to \quad \xi = ۰/۵$

بنابراین: $۲ + k_۲ = ۲\times ۰/۵ \times ۴ \quad \to \quad k_۲ = ۲ \quad , \quad \omega_n^۲ = k_۱ = ۱۶ \quad \to \quad \omega_n = ۴$

۲۶- گزینه «۴» ـ (متوسط)

تابع تبدیل سیستم حلقه بسته عبارتست از $M(s) = \frac{G(s)}{۱+G(s)[۱+k_t s]}$ که در آن $G(s) = \frac{k}{s(s+۲)(s+۴)}$ فرض شده است. معادله مشخصه سیستم عبارتست از: $\Delta(s) = ۱+G(s)[۱+k_t s] = ۱ + \frac{k(۱+k_t s)}{s(s+۲)(s+۴)}$

و لذا گزینه (۳) صحیح است. زیرا با محاسبه تابع تبدیل حلقه باز از معادله مشخصه بدست آمده، داریم:

$$GH(s) = \frac{k\,k_t(s+۱/k_t)}{s(s+۲)(s+۴)} \qquad (۱)$$

از معادله مشخصه در می‌یابید که یک جبران‌ساز PD با تابع تبدیل $(۱+k_t s)$ به صورت سری با $G(s)$ قرار دارد و لذا جبران‌ساز طراحی شده یک صفر حلقه باز به سیستم در $-۱/k_t$ اضافه کرده است پس عبارت (الف) نیز صحیح است. از طرف دیگر تابع تبدیل حلقه بسته عبارتست از: $M(s) = \frac{k}{s(s+۲)(s+۴) + k\,k_t(s+۱/k_t)} \qquad (۲)$

ممکن است که چنین به نظر برسد که با انتخاب $k_t = \frac{۱}{۲}$ در رابطه (۱) داریم: $GH(s) = \frac{kk_t}{s(s+۴)}$

و لذا گزینه (۲) نیز صحیح باشد. لیکن باید توجه داشت که معادله مشخصه حلقه بسته در رابطه (۲) عبارتست از:

$$\Delta(s) = s(s+۲)(s+۴) + k\frac{۱}{۲}(s+۲) = (s+۲)[s(s+۴) + \frac{k}{۲}]$$

از اینرو سیستم ۳ قطب داشته و لذا گزینه (۲) نادرست است.