

سندین سر 2 سیگنال سیم

① خفی بدن سیم هر زیرابری کیند ؟

a) $y(t) = \begin{cases} x(t) & ; x(t) < x(t-2) \\ x(t-1) & ; x(t) > x(t-2) \end{cases}$ خفی است

یادآوری : سیمین خفی است $\begin{cases} 1) \text{ جمع پذیری : } x_1(t) + x_2(t) \xrightarrow{T} y_1(t) + y_2(t) \\ 2) \text{ همبندی : } ax(t) \xrightarrow{T} ay(t) \end{cases}$

یادآوری $a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \xrightarrow{T} ay_1(t) + ay_2(t)$

$\begin{cases} ax(t) \\ ax(t-1) \end{cases} = ay(t) \rightarrow \text{همبندی} \checkmark$ $x_1(t) + x_2(t) = \begin{cases} x_1(t) \\ x_1(t-1) \end{cases} + \begin{cases} x_2(t) \\ x_2(t-1) \end{cases} = y_1(t) + y_2(t)$ جمع پذیری است \checkmark

b) $y[n] = \begin{cases} x[n] & ; n > 5 \\ 3 & ; -5 \leq n \leq 5 \\ -x[n] & ; n < -5 \end{cases} \Rightarrow ax(t) = \begin{cases} ax[n] \\ 3 \\ -3x[n] \end{cases} \neq ay[n] = \begin{cases} ax[n] \\ 3a \\ -3ax[n] \end{cases}$

خاصیت همبندی برقرار نیست \Leftarrow سیم خفی نیست

c) $y(t) = \begin{cases} \frac{x(t-1)^2}{x(t)} & ; x(t) \neq 0 \\ 0 & ; x(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow ax(t) = \begin{cases} \frac{ax(t-1)^2}{ax(t)} \\ 0 \end{cases} \neq ay(t) = \begin{cases} a \frac{x(t-1)^2}{x(t)} \\ 0 \end{cases}$

خاصیت همبندی برقرار نیست \Leftarrow سیم خفی نیست

d) $y(t) = x(t-1) + 3 \Rightarrow ax(t) \neq ax(t-1) + 3 \neq ay(t) = ax(t-1) + 3a$

خاصیت همبندی برقرار نیست \Leftarrow سیم خفی نیست

یادآوری :

② حافظه دار بودن سیستم های زیر را بررسی کنید ؟

سیستم بدون حافظه (memory less) است که ضروی در هر لحظه نتواند به ورود در همان لحظه پاسخ دهد.

a) $y(t) = x_2(t)$ → حافظه دار است → به طور کلی سیستم هایی که تغییر معیاس دارند، حافظه دار هستند.

b) $y[n] = y[n-1] + x[n]$ → حافظه دار است → $y[0] = y[-1] + x[0]$; $n=0$: ضروی به لحظات قبل هم وابسته است

c) $y[n] = x[n] \delta[n-1]$ → حافظه دار است

یادآوری :

③ علی بودن سیستم های زیر را بررسی کنید ؟

سبب علی (Causality) است که ضروی در هر لحظه فقط تا قبل از ورود در همان لحظه یا لحظات قبل باشد (سیستم به آینده بستگی نداشته باشد، آینده نمی باشد)

* اگر سیستم بدون حافظه باشد، حتماً علی است

a) $y(t) = x(\frac{t}{2})$ → غیر علی → $t = -1 \rightarrow y(-1) = x(-\frac{1}{2})$ → به لحظات بعد بستگی دارد

به طور کلی اگر در ورود سیستم تغییر معیاس داشته باشیم، سیستم غیر علی می باشد.

b) $y(t) = \frac{x(t)}{x(t-3)}$ → غیر علی → $t = -4 : y(-4) = \frac{x(-4)}{x(-7)}$

c) $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(w) u(w-1) u(t+1-w) dw$ → $\begin{cases} u(w-1) : w-1=0 \Rightarrow w=1 \\ u(t+1-w) : t+1-w=0 \Rightarrow w=t+1 \end{cases}$

→ $y(t) = \int_1^{t+1} x(w) dw$ → سیستم علی است → فقط به حال و لحظات گذشته وابسته است

یادآوری :

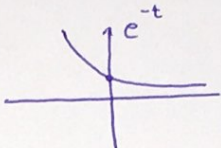
④ پایدار بودن سیستم های زیر را بررسی کنید ؟

سیستم پایدار است که اگر ورود آن کراندار (محدود) باشد، ضروی سیستم هم کراندار (محدود) باشد

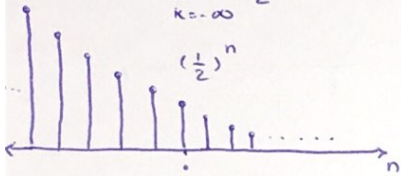
یعنی : $\forall t : |x(t)| < L_1 \Rightarrow |y(t)| < L_2$

BIBO stability : Bounded Input - Bounded Output

a) $y(t) = x(t) \delta(t) \rightarrow$ تاییدار \rightarrow به ازای ورودی محدود، خروجی سیستم نامحدود است چون $\delta(t)$ خروجی نامحدود دارد

b) $y(t) = e^{-t} x(t) \rightarrow$ تاییدار \rightarrow  e^{-t} به ازای خروجی از ورودی می تواند خروجی ∞ تولید کند

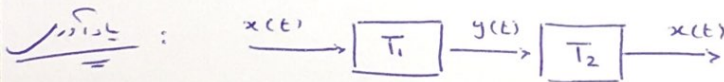
$$c) y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} x[k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} x[k] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^k x[k]$$



سیستم تاییدار است

d) $y(t) = \int_t^{t+1} \omega x(\omega-3) d\omega \rightarrow$ تاییدار است \rightarrow چون انتگرال گیر در بازه محدود انجام شد
 $y(t) = t x(t)$ \rightarrow این سیستم به صورت تاییدار نیست

⑥ درون سیستم های زیر بررسی کنید؟



T_2 درون سیستم T_1 است

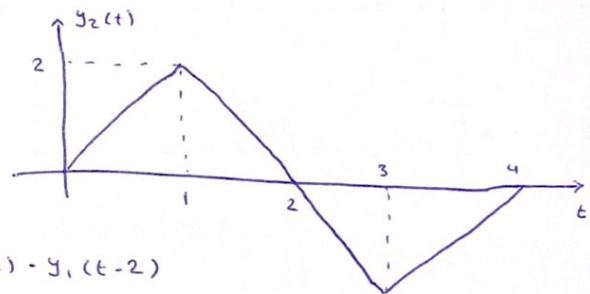
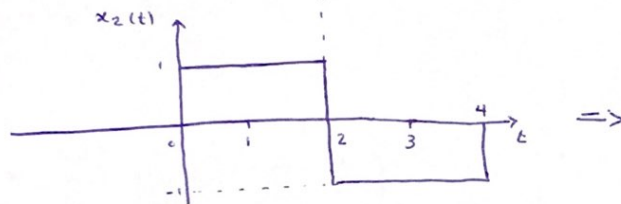
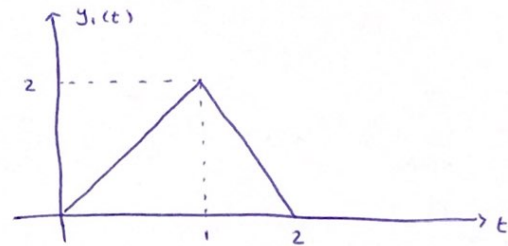
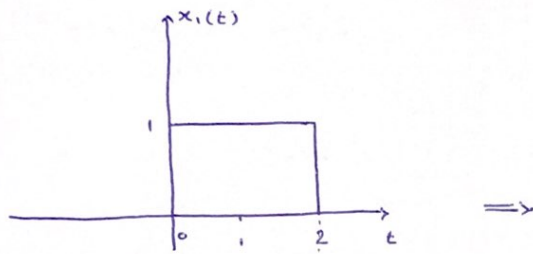
\rightarrow یعنی باید بتوان سیستم پیدا کرد که ورودی را به طور یکت باز سازد.

a) $y(t) = \cos(x(t)) \Rightarrow x(t) = \cos^{-1}(y(t)) \Rightarrow$ سیستم معکوس پذیر است

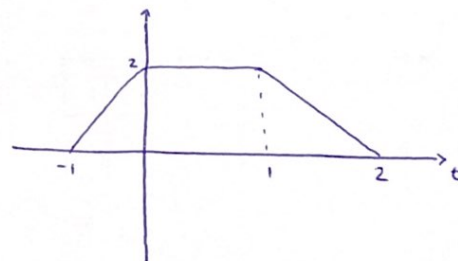
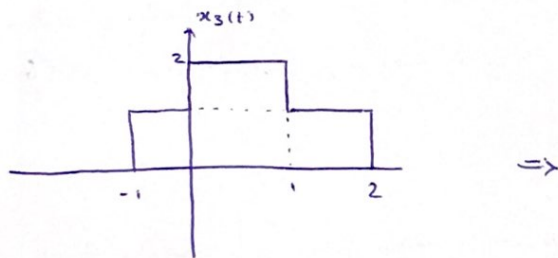
b) $y(t) = \begin{cases} x(t-1) & ; t \geq 1 \\ x(-t+1) & ; t < 1 \end{cases} \rightarrow$ معکوس پذیر است
 به ازای $t \geq 1$ خروجی سیستم از رابطه $x(t-1)$ بدست می آید که معکوس پذیر است و به ازای $t < 1$ هم همینطور

c) $y[n] = n x[n] \Rightarrow x[n] = \frac{y[n]}{n} \quad \text{for } n \neq 0 \quad ???$ سیستم معکوس پذیر نیست

7) سیستم LTI را در نظر بگیرید که ضروفین آن به درودر $x_1(t)$ و معادل $y_1(t)$ است. ضروفین این سیستم را به درودرهای $x_2(t)$ ، $x_3(t)$ مناسب درسم کنید.



$$x_2(t) = x_1(t) - x_1(t-2) \longrightarrow y_2(t) = y_1(t) - y_1(t-2)$$



$$x_3(t) = x_1(t) + x_1(t+1) \longrightarrow y_3(t) = y_1(t) + y_1(t+1)$$