

1- به ازای کم مقدار δ مقدار δ را باری؟

$$a) \int_0^{+\infty} e^{-\delta t} e^{-(\sigma+j\omega)t} dt$$

هموار است. $\delta > -\sigma$

$$\int_0^{+\infty} e^{-\delta t} e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(\delta+\sigma)t} e^{-j\omega t} dt \rightarrow \delta > -\sigma$$

b) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\delta|t|} e^{-(\sigma+j\omega)t} dt = \int_{-\infty}^0 e^{-(\delta+\sigma)t} e^{-j\omega t} dt + \int_0^{+\infty} e^{-(\delta+\sigma)t} e^{-j\omega t} dt$

به ازای $\delta > \sigma$ هموار است $\delta < \sigma$ هموار است.

به نواشتار به ازای $\delta < \sigma$ هموار است.

2- صفرها و قطبها

a) $\frac{s+1}{s^2-1}$

صفرها $s+1=0 \rightarrow s=-1$ صبر

قطبها $s^2-1=0 \rightarrow s^2=1 \rightarrow s=\pm 1$ قطب

$\frac{(s+1)}{(s-1)(s+1)} = \frac{1}{s-1}$ $s-1=0 \rightarrow s=1$ قطب

صفرها و قطبها

b) $\frac{s^2-1}{s^2+s+1}$ $= \frac{(s-1)(s+1)}{s^2+s+1}$ $s_1=1, s_2=-1$ صفرها

$s^2+s+1=0$

$(1)^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3$

$s_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$

$s_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$

صفرها و قطبها

a) $\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \sin(3t)u(t)$ $\frac{1}{s^2+\alpha^2} \rightarrow \frac{1}{s^2+9}$ $\alpha=3$

عکس تبدیل

$\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \frac{1}{3} \sin(3t)u(t)$

$\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \frac{1}{3} \sin(3t)u(t)$

$\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \frac{1}{3} \sin(3t)u(t)$

$\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \frac{1}{3} \sin(3t)u(t)$

$\frac{1}{s^2+9} \rightarrow \frac{1}{3} \sin(3t)u(t)$

Subject:

Year: Month: Date:

$$b) \frac{s+r}{s^r + vs + 1r} = \frac{s+r}{(s+r)(s+z)} \Rightarrow \frac{A}{(s+r)} + \frac{B}{(s+z)}$$

$$A = (s+z)F(s) \Big|_{s=-r} = \frac{-1}{1} = -1 \quad B = (s+r)F(s) \Big|_{s=-z} = \frac{-r}{-1} = r$$

$$\frac{r}{s+z} - \frac{1}{s+r} \rightarrow r \left(\frac{1}{s+z} \right) - \frac{1}{(s+r)} = r e^{-zt} u(t) - e^{-rt} u(t)$$

$$r e^{-zt} u(t) + e^{-rt} u(-t) \quad \checkmark$$

$$c) \frac{s^r - s + 1}{(s+1)^r} = \frac{(s^r - s + 1) - rs}{(s+1)^r} = \frac{(s+1)^r - rs}{(s+1)^r} = 1 - \frac{rs}{(s+1)^r}$$

$$f(t) = t u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s^2}$$

$$f(t) = e^{-t} t u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{(s+1)^2} \Rightarrow \frac{d}{ds} \left(\frac{e^{-t}}{s+1} \right) = -\frac{e^{-t}}{(s+1)^2} = -\frac{t e^{-t}}{(s+1)^2}$$

$$\frac{t e^{-t}}{(s+1)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} t e^{-t} u(t) \quad \checkmark$$

$$e^{-at} u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s+a} \quad \text{Re}\{s\} > \text{Re}\{a\}$$

$$X(s) = \frac{r(s+r)}{(s^r + vs + 1r)} \quad \text{Re}\{s\} > -r$$

$$\frac{r(s+r)}{(s+r)(s+z)} = \frac{A}{s+r} + \frac{B}{s+z} \Rightarrow A = (s+z)X(s) \Big|_{s=-r} = -r$$

$$B = (s+r)X(s) \Big|_{s=-z} = \frac{-z}{-1} = z \quad \frac{z}{s+z} - \frac{r}{s+r} \Rightarrow$$

$$z e^{-zt} u(t) + r e^{-rt} u(-t) = z e^{-zt} u(t) - r e^{-rt} u(t) \quad \checkmark$$

Subject:

Year: Month: Date:

1 $G(s) = \frac{s}{s^2-1}$ $m(t) = be^{-t}$ $g(t) = m(t) + a_1 m(-t)$: فرض 8 aob 2

3 $g(t) = be^{-t} + a_1 be^t$

4
5 $G(s) = \frac{s}{s^2-1} \rightarrow X(s) = b \left(\frac{1}{s+1} \right) = \frac{b}{s+1}$

6
7 $m(-t) \xrightarrow{L} X(-s) = \frac{b}{1-s}$

8 $g(t) = m(t) + a_1 m(-t)$

9 $G(s) = X(s) + a_1 X(-s) = \frac{b}{s+1} + \frac{a_1 b}{1-s} = \frac{b(1-s) + a_1 b(s+1)}{(s+1)(1-s)} = \frac{s}{s^2-1}$ 10

11 $\frac{b-b s+a_1 b s+a_1 b}{-s^2+1} = b \times \frac{1-s+a_1 s+a_1}{1-s^2} = \frac{s}{s^2-1}$ 12

13 $bs^2-b-bs^3+bs+a_1 bs^3-a_1 bs+a_1 bs^2-a_1 b = s-s^3$

14 $s^3(ab-b)+s^2(b+a_1 b)+s(b-a_1 b)-b-a_1 b = -s^3+s$

15 $ab-b=-1 \rightarrow ab+a_1 b=-1 \rightarrow 2ab=-1 \rightarrow ab=-\frac{1}{2}$

16 $ab+b=0 \rightarrow b=-a_1 b$ $\frac{b}{b s + \frac{1}{2}}$

17 $b-a_1 b=1$ $b(a+1)=0$ $\frac{1}{2}(a+1)=0$

18 $-(b+a_1 b)=0$ $a+1=0 \rightarrow a=-1$

19 4- الف) $x(t)$ حقیقی و زوج است. $X(s)$ چهار قطب محدود دارد.

20 2) $X(s)$ در $s = \pm \frac{1}{2}$ یک قطب دارد. (د) $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 1$ $Roc: X(s) = ?$

21 بی دایره قطب ها در نیمه های مغرب کسر تبدیل هستند چون $X(s)$ چهار قطب دارد و هر دو قطب:

22 چون $m(t)$ حقیقی است قطب های $X(s)$ باید در مزدوج ها باشند:

23 $X(s) = \frac{A}{(s-a)(s-a^*)(s-c)(s-c^*)}$ $b=a^{**}$ $d=c^{**}$

24 چون $m(t)$ زوج که تبدیل نیز زوج است پس

25 $X(s) = \frac{A}{(s-a)(s-a^*)(s-c)(s-c^*)}$ قطب ها نسبت به سطح متقارن اند.

26 $c = -a^{**}$

Subject:

Year: Month: Date:

$$X(s) = \frac{A}{(s-a)(s-a^*) (s+a^*) (s+a)}$$

این از قبل معلوم است $\frac{1}{s} e^{j\frac{\pi}{2}}$

$$X(s) = \frac{A}{(s - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}}) (s - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}}) (s + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}}) (s + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}})}$$

$e^{j\omega} = \cos \omega + j \sin \omega$
 $e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$$

$$X(s) = \frac{A}{(s - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{j}{\sqrt{2}}) (s + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{j}{\sqrt{2}})}$$

$e^{-j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} - j \sin \frac{\pi}{4}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} - j \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$

$$(s - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{j}{\sqrt{2}}) (s + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{j}{\sqrt{2}})$$

$$X(0) = \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{A}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2} \quad A = \varepsilon (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \quad \varepsilon = \frac{1}{14} \quad \frac{1}{\varepsilon} \quad \checkmark$$

پس ROC, $s=0$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \text{Re}\{s\} < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$$

$$x(t) \xrightarrow{\text{LTS}} y(t)$$

سمت LTS را باید فرض کرد \checkmark

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) + (a+1) \frac{d}{dt} y(t) + a(a+1) y(t) = x(t)$$

$$y(t) = \frac{d}{dt} h(t) + h(t)$$

8
G(s) ضریب دارد

$$s^2 Y(s) + (a+1) s Y(s) + a(a+1) Y(s) = X(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 + (a+1)s + a(a+1)}$$

$$G(s) = s H(s) + H(s) \rightarrow (s+1) H(s)$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

G(s) دارای دو قطب است \rightarrow

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s^2 + as + a^2)} = \frac{1}{s^2 + as + a^2}$$

Subject:

Year: Month: Date:

$$x(t) = e^{-t} u(t) \rightarrow \text{L.T.} \rightarrow Y(s)$$

۱- سیم LTI

$$h(t) = e^{-2t} u(t)$$

۲- الف) تبدیل لابلاک $h(t)$ و $x(t)$

$$X(s) = \frac{1}{s+1} \quad H(s) = \frac{1}{s+2}$$

۳- ب) $Y(s)$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \Rightarrow \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$A = (s+2)Y(s) \Big|_{s=-1} \quad B = (s+1)Y(s) \Big|_{s=-2}$$

$$\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) = e^{-t} u(t) - e^{-2t} u(t)$$

$$B = (s+2)Y(s) \Big|_{s=-2}$$

$$\frac{d}{dt} y(t) - \frac{d}{dt} y(t) - 2y(t) = x(t)$$

۹- $h(t)$

$$\mathcal{L}\{s^2 Y(s) - s Y(s) - 2Y(s)\} = \mathcal{L}\{x(t)\}$$

۱۰- پایدار

۱۱- علی

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 - s - 2} = \frac{1}{(s-2)(s+1)}$$

۱۲- ۳- نو علی نه پایدار

$$\frac{A}{s-2} + \frac{B}{s+1} \Rightarrow A = (s-2)H(s) \Big|_{s=2} = \frac{1}{3} \quad B = (s+1)H(s) \Big|_{s=-1} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1/3}{s-2} - \frac{1/3}{s+1}$$

۱۶- سیم پایدار نامعین و ناپایدار شامل شده

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1/3}{s-2} - \frac{1/3}{s+1}\right\} \quad -1 < \text{Re}\{s\} < 2$$

$$h(t) = \frac{1}{3} e^{-2t} u(t) - \frac{1}{3} e^{-t} u(t)$$

۲۱- علی و مست راست است. $\text{Re}\{s\} > 2$

$$h(t) = \frac{1}{3} e^{2t} u(t) - \frac{1}{3} e^{-t} u(t)$$

۲۳- نه پایدار و نه علی با یک محور s شامل این لفظ درست را بقیه است $\text{Re}\{s\} < -1$

$$h(t) = -\frac{1}{3} e^{+2t} u(-t) + \frac{1}{3} e^{-t} u(-t)$$

۲۵

۲۶

Subject:

Year: Month: Date:

۱- $x(t)$ حقیقی است ۱- $X(s)$ دقیقاً دو قطب دارد ۲- $X(s)$ در صحنه s منفرد و ندارد ۳- $X(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 8}$

۲- قطب دارد ۳- مطلقاً انتگرال پذیر نیست ۴- $X(0) = 1$

$$X(s) = \frac{A}{(s-\alpha)(s-\beta)} \quad \text{؟ } X(s)$$

$$\Rightarrow X(s) = \frac{A}{(s+1-j)(s+1+j)} = \frac{A}{s^2 + s + 2}$$

$$s_1 = -1 + j \quad s_2 = -1 - j$$

$$X(0) = 1 \rightarrow \frac{A}{0} \rightarrow A = \epsilon_0 \quad \text{Re}\{s\} < -1$$

$$x(t) = e^{rt} \rightarrow \text{LTI} \rightarrow y(t) = \frac{1}{4} e^{rt} \quad \text{۱۱- سیم LTI با این فرضه}$$

$$\frac{d}{dt} h(t) + \gamma h(t) = e^{-\epsilon t} u(t) + b u(t) \quad \text{؟ } H(s)$$

$$e^{st} \rightarrow \text{LTI} \rightarrow H(s) e^{st} \quad H(r) = \frac{1}{4}$$

$$e^{rt} \rightarrow \text{LTI} \rightarrow \frac{1}{4} e^{rt}$$

$$sH(s) + \gamma H(s) = \frac{1}{s+\epsilon} + \frac{b}{s} \rightarrow (s+\gamma)H(s) = \frac{1}{s+\epsilon} + \frac{b}{s}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+\epsilon} + \frac{b}{s} = \frac{1}{s(s+\epsilon)} + \frac{b(s+\epsilon)}{s(s+\epsilon)} = \frac{s + b(s+\epsilon)}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)}$$

$$\frac{s + b(s+\epsilon)}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)} = \frac{1}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)}$$

$$s = \gamma \rightarrow \frac{\gamma + b(\gamma + \epsilon)}{\gamma(\gamma + \epsilon)(\gamma + \gamma)} = \frac{4b + \gamma}{\epsilon \gamma} = \frac{1}{4} \rightarrow 4b + 1\gamma = \epsilon \gamma$$

$$H(s) = \frac{s + (s+\epsilon)}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)} = \frac{s}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)} + \frac{(s+\epsilon)}{s(s+\epsilon)(s+\gamma)} = \frac{1}{(s+\epsilon)(s+\gamma)} + \frac{1}{s(s+\gamma)}$$

$$\frac{\gamma}{s(s+\epsilon)} \quad \checkmark$$