

شبکه‌های عصبی و یادگیری عمیق  
دکتر صفابخش



**دانشگاه صنعتی امیرکبیر**

**( پلی تکنیک تهران )**

دانشکده مهندسی کامپیوتر

رضا آدینه پور ۴۰۲۱۳۱۰۵۵

تمرین اول

شبکه Perceptron و Adalin

۲ فروردین ۱۴۰۳

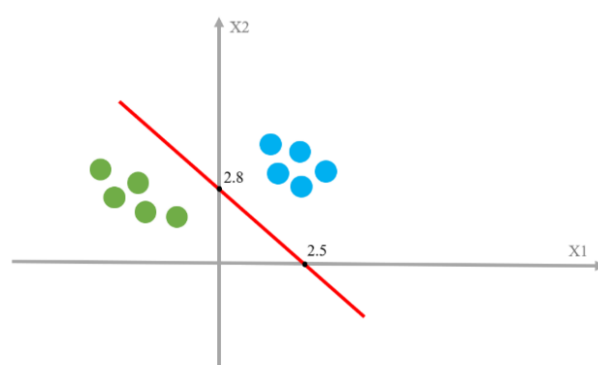


## سوال اول - نظری

همانگونه که در کلاس درس آشنا شده‌اید، واحد پردازشی پرسپترون و آدالین امکان دریافت ورودی، توان‌های متعدد آن و حاصل ضرب ورودی‌ها را داشته و می‌تواند مسئله دسته‌بندی خطی را حل نمایند. در این سوال، قصد بدست آوردن وزن‌های یک نرون پردازشی پرسپترون را به صورت نظری و با محاسبات دستی داریم.



شکل ۱-ب



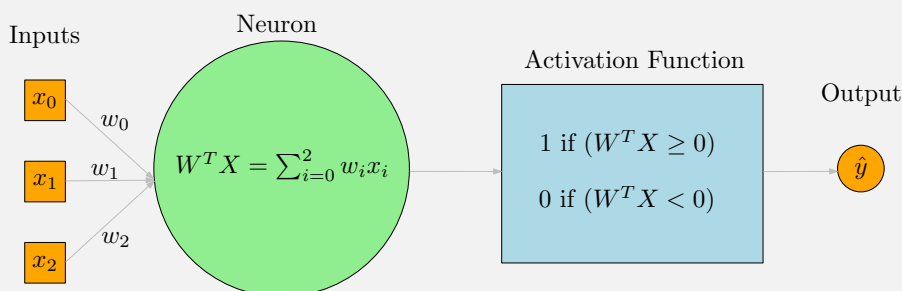
شکل ۱-ا

شکل ۱: مسئله مورد بحث

۱. شکل ۱-ا را برای دسته بندی مسئله دودویی در نظر بگیرید. معماری نرون مورد نظر را توضیح داده و وزن‌های آن را بدست آورید.

پاسخ

به دلیل آنکه داده های این قسمت جداپذیر خطی هستند، می‌توان برای طبقه بندی آنها، از شبکه پرسپترون تک لایه استفاده کرد. معماری این شبکه به صورت «شکل ۲» است.



شکل ۲: معماری شبکه پرسپترون تک لایه

## پاسخ

در این شبکه، ورودی/خروجی‌ها با مربع‌های نارنجی، نورون‌ها با دایره سبز و تابع فعال ساز با مربع آبی نشان داده شده است. تعداد دیتا ورودی شبکه ۲ است.  $x_1$  و  $x_2$ . بایاس این شبکه با  $x_0$  نشان داده شده است. وزن‌های شبکه نیز با  $w$  نشان داده شده است. بنابراین بردار ورودی و وزن‌های شبکه به صورت زیر است:

$$X = \begin{bmatrix} x_0 = 1 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

طبق تئوری شبکه‌های عصبی می‌دانیم خروجی نرون به صورت زیر محاسبه می‌شود: (در اینجا برای انجام محاسبات ساده، تابع فعال‌ساز در نظر گرفته نشده است)

$$\hat{y} = W^T X = \sum_{i=0}^2 w_i x_i = w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 \xrightarrow{x_0=1} w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$$

طبق شکل a-1 دو نقطه از خط جداکننده دو کلاس را داریم. بنابراین می‌توان معادله خط را به صورت زیر نوشت. می‌دانیم معادله خط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

که در آن  $m$  شیب خط است و به صورت زیر  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  تعریف می‌شود. با جاگذاری یک از نقاط در معادله خط، می‌توان معادله خط را بدست آورد.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.8 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{2.8 - 0}{0 - 2.5} = -1.12 \rightarrow y - 0 = -1.12(x - 2.5) \rightarrow \boxed{y = -1.12x + 2.8}$$

حالا اگر معادله خروجی نورون را به صورت زیر مرتب کنیم، می‌توان از مقایسه با معادله خط بدست آمده وزن‌های شبکه را تعیین کرد.

$$x_1 = \frac{-w_2}{w_1} x_2 - \frac{w_0}{w_1}, \quad x_2 = \frac{-w_1}{w_2} x_1 - \frac{w_0}{w_2}$$

در اینجا به دلیل آنکه دو معادله و ۳ مجهول ( $w_0, w_1, w_2$ ) داریم، نیاز است که یکی از وزن‌ها را فرض کرده و دو وزن دیگر را بدست آورد.

$$\begin{aligned} \frac{-w_2}{w_1} &= -1.12 \rightarrow w_2 = 1.12w_1 \\ \frac{-w_0}{w_1} &= 2.8 \rightarrow w_0 = -2.8w_1 \\ \rightarrow \begin{cases} w_2 - 1.12w_1 = 0 \\ -2.8w_1 - w_0 = 0 \end{cases} & \text{assume } w_0 = 2.8 \rightarrow w_1 = -1, w_2 = -1.12 \end{aligned}$$

ذکر این نکته الزامیست که این جواب، یکتا نمی‌باشد و برحسب اینکه مقدار  $w_0$  را چه انتخاب کنیم، مقدار ۲ وزن دیگر متفاوت می‌شود.

۲. حال شکل  $b-1$  را در نظر بگیرید. چرا مسئله جداپذیر خطی نیست؟ چگونه می‌توان آن را در قالب حل چند مسئله خطی حل نمود؟ معماری پیشنهادی خودتان را رسم و وزن‌های موجود در آن را با انجام محاسبات بدست آورید. معماری شما می‌تواند حاصل از کنار هم چیدن و پشت هم چیدن یک یا چند نورون پرسپترونی باشد.

پاسخ

سلام