



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملاً حرام و پیگرد قانونی دارد.

ساختمان داده

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

رایین رضوی

سوال $O(n^2)$ شامل چه توابعی است؟ هم توابعی که از $O(n^2)$ هستند

$$O(n^2) = \{ \dots, \lg^* n, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \lg n, n, n \lg n, 2n^2 + 5n, \dots \}$$

نکته $O(n^2)$ یک مجموعه است و درون این مجموعه هم توابعی هستند که از $O(n^2)$ هستند

$$n \lg n \in O(n^2) \quad \checkmark$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad 3 \in A \quad 3 = A \times$$

$$n \lg n = O(n^2) \Rightarrow \text{غلطی است که پذیرفته شده}$$

سوال $\Omega(n^2)$ شامل چه توابعی است؟ هم اون افرادی که از $\Omega(n^2)$ هستند

$$\Omega(n^2) = \{ \dots, 2n^2 + 5n, n^2, n^n, n!, 2^n, \dots \}$$

سوال $O(n^2) \cap \Omega(n^2)$ چه می‌شود؟

$$O(n^2) \cap \Omega(n^2) = \Theta(n^2)$$

$$O(f) \cap \Omega(f) = \Theta(f) \quad \text{نکته}$$

$$O(f) \cap \omega(f) = \emptyset \text{ OR } \{ \}$$

توجه O ، Ω ، Θ اینها مجموعه هستند و تمام کارهایی که روی مجموعه انجام می‌شود روی اینها هم انجام می‌شود

$$f(n) = \begin{cases} n^3 \lg^2 n & : n \geq 1000 \\ n \times 5^n & : n < 1000 \end{cases}$$

سوال تابع رو به رو از چه Θ است؟

$$f(n) \in \Theta(n^3 \lg^2 n)$$

$$f(n) = \begin{cases} n^3 \lg^2 n & : n \leq 1000 \\ n \times 5^n & : 1000 < n \leq 5000 \end{cases}$$

سوال تابع رو به رو از چه Θ است؟

* برای توابع محدود نماد عجایب تعریف نمی‌شود



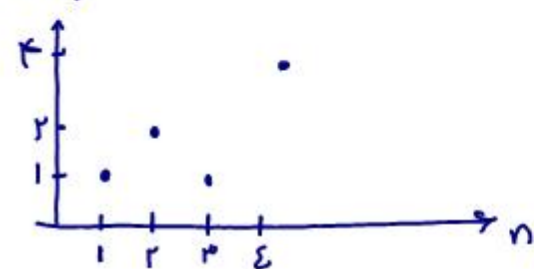
سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملاً حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

ساختمان داده

رایین رضوی

$$f(n) = \begin{cases} n & \text{زوج} \\ 1 & \text{فرد} \end{cases}$$



مثال تابع زوج و فرد چیست؟
اگر f منخوشتند $\Theta(n)$ باشد باید تا ∞ با n هم رشد می‌کند، اما اینون تا ∞ همیشه روی 1 می‌ماند

$$f(n) \in O(n)$$

مثال $f(n) \in \Theta(1) \leftarrow f(n) = \begin{cases} n^2 & : n \leq 1000 \\ 10 & : n > 1000 \end{cases}$

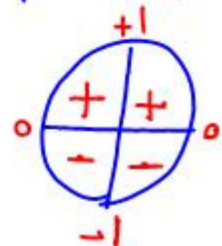
مسئله آیا می‌توان ادعا کرد که به ازای هر دو تابع f و g یا $f(n) \in O(g(n))$ یا $f(n) \in \Omega(g(n))$

مثال در تابع $f(n) = n^{1+\sin n}$ و $g(n) = n$ را از قطر نکته بالا بررسی کنید

$$f(n) \in O(n) \Rightarrow n^{1+\sin n} \leq c \times n \quad \text{X}$$

$$f(n) \in \Omega(n) \Rightarrow n^{1+\sin n} \geq c \times n \quad \text{X}$$

$$-1 \leq \sin n \leq 1$$



* پیش فرض این است که n طبیعی است و وقتی n طبیعی است داریم $-1 < \sin n < 1$

* توجه: $\sin n$ وقتی n طبیعی است فقط وقتی $n=0$ است برابر 0 است

$$0 < |\sin n| < 1$$

دکتر اگر حقیقی باشد: $-1 \leq \sin n \leq 1$

$$0 \leq |\sin n| \leq 1$$

مثال مسائل قبل را با فرض $f(n) = n^{1+|\sin n|}$ و $g(n) = n$ حل کنید

$$f(n) \in O(n) \Rightarrow n^{1+|\sin n|} \leq c \times n \quad \text{X}$$

$$f(n) \in \Omega(n) \Rightarrow n^{1+|\sin n|} \geq c \times n \quad \checkmark \Rightarrow f(n) \in \Omega(g(n))$$



مثال) رشد دو تابع $f(n) = n$ و $g(n) = n^2 |\sin n|$ را با هم مقایسه کنید.
 n طبیعی: فرض ۱

اگر n حقیقی باشد $|\sin n|$
بسیار بار ۰ می شود و بنابراین
بسیار بار این نامساوی غلط
می شود.

$f(n) \in O(g(n)) \rightarrow n \leq c \times n^2 |\sin n| \checkmark$
 $f(n) \in \Omega(g(n)) \rightarrow n \geq c \times n^2 |\sin n| \times$

سوال) رشد دو تابع $f(n) = n$ و $g(n) = n^2 |\sin \frac{n\pi}{19}|$ را با هم مقایسه کنید.

زمانی که $n = 19k$ این
نامساوی برقرار نخواهد بود.

$f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow n \leq c \times n^2 |\sin \frac{n\pi}{19}| \times$

سوال) رشد دو تابع $f(n) = n^{1+\lfloor \sin n \rfloor}$ و $g(n) = n$ را با هم مقایسه کنید.

$f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow n^{1+\lfloor \sin n \rfloor} \leq c \times n$

* کف درون محور اعداد همیشه می شه سمت چپ

$-1 < \sin n < 0 \Rightarrow \lfloor \sin n \rfloor = -1 \checkmark$

$0 < \sin n < 1 \Rightarrow \lfloor \sin n \rfloor = 0 \checkmark$

به ازای n های طبیعی درست است، اما به ازای n های
 $\sin n = 1 \times \Rightarrow$

حقیقی چون $\sin n$ می تواند ۱ بشود و بنابراین $\lfloor \sin n \rfloor = 1$ می شود و $f(n) = n^2$
می شود، $f(n) \in O(g(n))$ نمی شود.



سوال) درستی یا نادرستی حملات زیر را مشخص کنید؟

۱- $f(n) \in O(g(n))$ then $2^{f(n)} \in O(2^{g(n)})$ ✓
در ریاضیات: $a \leq b \Rightarrow 2^a \leq 2^b$ ✓

سوال: $n \in O(n^2)$ then $2^n \in O(2^{n^2})$ ✓

مثال نقض: $f(n) = 2n$, $g(n) = n \Rightarrow 2n \in O(n)$ then $2^{2n} \in O(2^n)$ ✗

$$2^{2n} = (2^2)^n = 2^n = 2^{n^2} \neq 2^{2n}$$

$$(a^b)^c = (a^c)^b = a^{cb} \neq a^{b^c} \text{ or } a^{c^b}$$

۲- $f(n) \in O(g(n))$ then $2^{f(n)} \in O(2^{g(n)})$ ✗

Small
مثال نقض: $f(n) = \frac{1}{n^2}$, $g(n) = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{1}{n^2} \in O(\frac{1}{n})$ then $2^{\frac{1}{n^2}} \in O(2^{\frac{1}{n}})$ ✗

$$n=1 \Rightarrow 2^{\frac{1}{1^2}} = 2^1 = 2$$

$$n=2 \Rightarrow 2^{\frac{1}{2^2}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$$

$$f(n) = n^2 \Rightarrow f(n^2) = n^4 \checkmark$$

۳- $f(n) \in O(f(n^2))$ ؟

$$f(n) = \frac{1}{n} \Rightarrow f(n^2) = \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n} \in O(\frac{1}{n^2}) \text{ ✗}$$

$$\frac{1}{n} \in \Omega(\frac{1}{n^2}) \text{ درست است}$$

* اگر $f(n)$ تابعی صعودی باشد و $f(n) > 1$ عبارت گفته شده درست است ولی برای توابع

تدریجی $f(n) < 1$ به عبارت گفته شده غلط است.



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز از این فیلم کاملاً حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

ساختمان داده

رایین رضوی

۴- آیا $f(n) \in \Theta(f(n))$ هست یا خیر؟

$$\text{شال } f(n) = n^6 + 8n \Rightarrow f(n) = \frac{n^6}{16} + 8n \Rightarrow f(n) \in \Theta(f(n))$$

$$\text{شال نقض } f(n) = 2^n \rightarrow f(n) = 2^n = 2^{n/2} = (2^{1/2})^n = (\sqrt{2})^n = 2^n$$

$$\Rightarrow 2^n \notin \Theta(2^n)$$

۵- آیا $O(n) = \Omega(n)$ و $O(n)$ یکسان هستند؟

$$O(n) = \{ \dots, \sqrt{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{\lg n}, \lg^* n, \lg n, 2n+5, \dots \} \quad A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$\Omega(n) = \{ \dots, 2n+7, n \lg n, n^2, n^5, 2^n, n^n, n! \dots \} \quad B = \{3, 5, 6\}$$

$$A - B = \{1, 2, 4\}$$

$$O(n) - \Omega(n) = \{ \dots, \sqrt{n}, \frac{1}{n^2}, \dots \} = O(n) = A - (A \cap B)$$

۶- آیا $O(f) = \Omega(f)$ و $O(f)$ درست است؟ خیر

$$f(n) = \begin{cases} n & : \text{زوج} \\ 1 & : \text{فرد} \end{cases} \Rightarrow$$

این تابع Θ ندارد

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 5, 6\} \Rightarrow A - B = \{1, 2, 4\}$$

$$6 \in A, 6 \notin B \Rightarrow 6 \in A - B$$

۱- آیا $f(n) \in O(n)$ بله

۲- $f(n) \in \Omega(n)$ ؟ خیر

۳- $f(n) \in O(n) - \Omega(n)$ ؟ بله

۴- $f(n) \in O(n)$ ؟ خیر

$$* O(f) \subset O(f) - \Omega(f)$$





سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملاً حرام و پیگرد قانونی دارد.

ساختمان داده

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

رایین رضوی

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \begin{cases} \infty \leftrightarrow f(n) \in \omega(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in o(f(n)) \\ 0 \leftrightarrow f(n) \in o(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in \omega(f(n)) \Rightarrow g(n) \in \mathcal{L}(f(n)) \\ 0 < c < \infty \leftrightarrow f(n) \in \Theta(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in \Theta(f(n)) \end{cases}$$

نکته

رنکته $f < g \leftrightarrow f(n) \in o(g(n)) \rightarrow f(n) \in O(g(n))$

$$\checkmark \quad 3 < 6 \rightarrow 3 \leq 6 \quad \checkmark \quad n^2 \in o(n^3) \rightarrow n^2 \in O(n^3)$$

$$3 \leq 3 \rightarrow 3 < 3 \times$$

$$f(n) \in O(g(n)) \xrightarrow{\times} f(n) \in O(g(n)) \xrightarrow{\text{مثال}} n^3 \in O(n^2) \xrightarrow{\times} n^3 \in O(n^2)$$

خواص نمادها

۱- بازتاب (انعکاس) یا (reflexive) : نماد O , \mathcal{L} , Θ بازتاب هستند

$$f(n) \in \Theta(f(n))$$

$$f(n) \in O(f(n))$$

$$f(n) \in \mathcal{L}(f(n))$$

* هر کس از O , \mathcal{L} و Θ خودشناس است.

۲- تقارن : فقط Θ متقارن است

اگر f با g رابطه دارد، و هم f همان رابطه را داشته باشد

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in \Theta(f(n))$$

$$\times \quad f(n) \in O(g(n)) \rightarrow g(n) \in O(f(n))$$

$$f(n) \in O(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in \mathcal{L}(f(n))$$

$$f(n) \in O(g(n)) \leftrightarrow g(n) \in \omega(f(n))$$

۳- تقارن ترانزیت : O , \mathcal{L} , ω این خاصیت را دارند



سایت کافه تدریس و استاد رضوی هیچ رضایتی نسبت به
استفاده غیرمجاز از ویدئوها ندارند. استفاده غیرمجاز
از این فیلم کاملاً حرام و پیگرد قانونی دارد.

@konkurcomputer
www.konkurcomputer.ir

ساختمان داده

رایین رضوی

۶- تعدی یا ترانزیتیو (transitive)

هم نمادها خاصیت تعدی را دارند: $f(n) \in O(g(n)), g(n) \in O(h(n)) \rightarrow f(n) \in O(h(n))$

رابطه هم ارزی = رابطه اکسیداسیون، تعاریف تعدی را داشته باشد
هم نمادها
نکته: Θ یک رابطه هم ارزی است