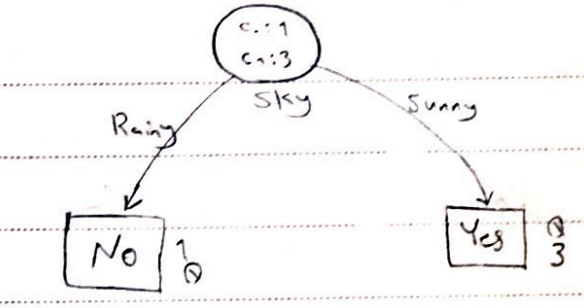
Subject DM2 Reza Jebeli 9431035

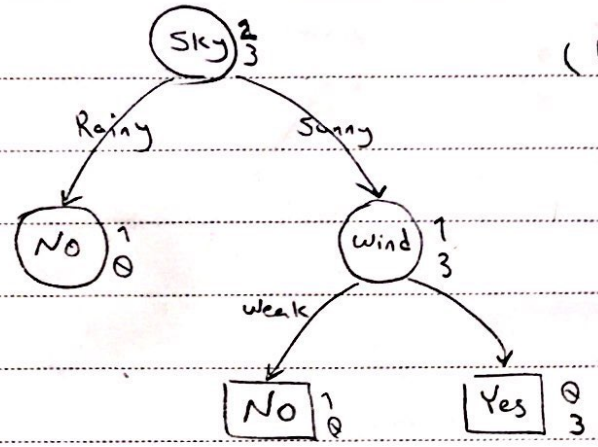
Date

(1)

(a



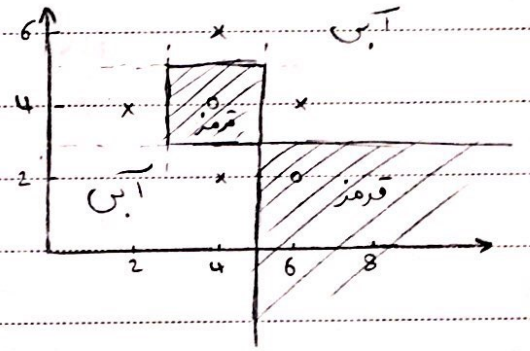
(b



(2)

(a

چون از فاصله‌ی اقلیدسی استفاده می‌کنیم پس کار ساده‌تر است و برای هر مفقات باید تعیین کنیم کدام نقطه با آن نزدیک‌ترین است مفقات را به مربعات 2×2 تقسیم می‌کنیم



از این جا که هر نقطه از هر مربع به مرکز مربع خودی نزدیک‌تر از مرکز مربع دیگر است پس هر مربع رنگ نقطه (داده) ی مرکز خود را می‌گیرد.

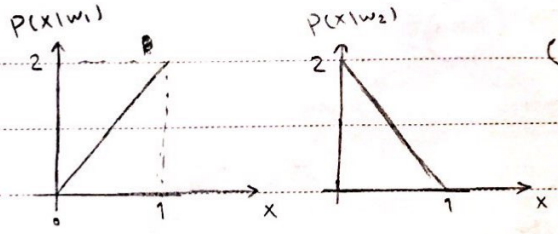
b) آبی چون در سفلهٔ آبی قرار می‌گیرد.

c) اگر K بزرگتر از 5 باشد یعنی برای مشخص کردن کلاس هر داده‌ی جدید از 5 داده‌ی موجود استفاده خواهیم کرد و در این 5 داده قطعاً کلاس های آبی (ستاره‌ها) بیشتر خواهند بود پس همواره کلاس داده را آبی پیش بینی خواهیم کرد.

d) بله از R متغیر برای پیش بینی استفاده می‌کنیم و از KNN وزن دار استفاده می‌کنیم

Subject
Date

۳) a)



b)

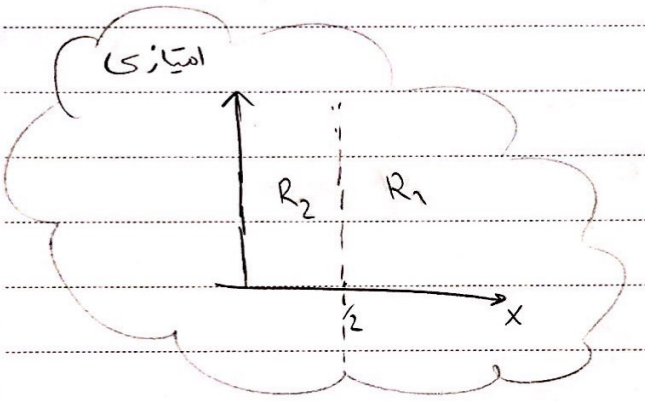
$$P(w_1|x) = \frac{P(x|w_1)\,P(w_1)}{P(x)}$$

$$P(w_2|x) = \frac{P(x|w_2)\,P(w_2)}{P(x)}$$

$$\frac{P(w_2|x)}{P(w_1|x)} \gtrless_{w_1}^{w_2} 1$$

$$\frac{P(x|w_2)\,P(w_2)}{P(x|w_1)\,P(w_1)} \gtrless_{w_1}^{w_2} 1$$

$$P(x|w_2) \gtrless_{w_1}^{w_2} P(x|w_1)$$



$$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \Rightarrow w_1 \\ x < \frac{1}{2} \Rightarrow w_2 \end{cases}$$

با استفاده از الگوریتم Maximum A posteriori (map test) به این نتیجه رسیدیم که اگر $x > \frac{1}{2}$ کلاس w_1 و در غیر این صورت w_2 را پیش بینی کنیم.

---

۴) a)

کلاس No: $P(Y=No) = \frac{1}{2}$

$P(Income=low \mid Y=No) = \frac{1}{4}$

$P(Education=MS \mid Y=No) = \frac{3}{4}$

$P(Dept=High \mid Y=No) = \frac{1}{4}$

$\rightarrow P(x_1, x_2, x_3 \mid Y) = P(x_1|Y)P(x_2|Y)P(x_3|Y)\,\hat{P}(Y)$

$\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2^7}$

کلاس Yes: $P(Y=Yes) = \frac{1}{2}$

$P(low \mid Y=Yes) = \frac{1}{2}$

$P(MS \mid Yes) = \frac{1}{4}$

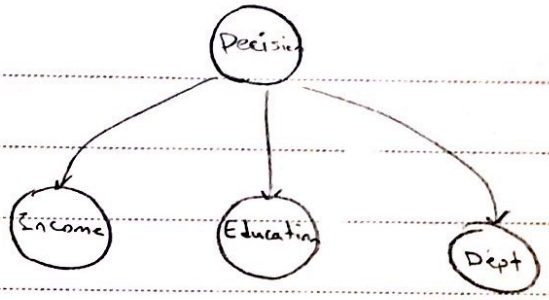
$P(High \mid Yes) = \frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^5}$

P4PCO

پس داده متعلق به کلاس Decision=Yes می‌باشد.

(b)



(c)

Decission \ Income	Low	Medium	High
Decission = Yes	P(Decission = yes | Income = low) = 2/3	1/2	1/3
Decission = No	1/3	1/2	2/3

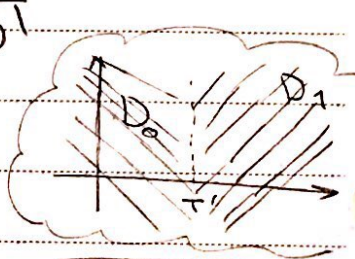
(a) ⑤

با فرض مثبت بودن m

$$\frac{P(x|H_1)}{P(x|H_0)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T$$

$$\rightarrow \lg \frac{e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lg T \rightarrow -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} + \frac{x^2}{2\sigma^2} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \log T$$

$$\rightarrow x^2 - (x-m)^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lg T \cdot 2\sigma^2 \rightarrow 2mx - m^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\sigma^2 \lg T$$



$$\rightarrow 2mx \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 2\sigma^2 \lg T + m^2 \rightarrow \boxed{x \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma^2 \lg T}{m} + \frac{m}{2}} \rightarrow \boxed{x \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T'}$$

(b)

$$P_{FA} = P(D_1|H_0) = \sum_{x=T'}^{\infty} P(x|H_0) = \sum_{x=T'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$P_D = P(D_1|H_1) = \sum_{x=T'}^{\infty} P(x|H_1) = \sum_{x=T'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

(4)

$$P(P_3 = \text{true}) = P(P_3 \mid P_2)\,P(P_2) + P(P_3 \mid \neg P_2)\,P(\neg P_2)$$

$$= 0.2 \times 0.62 + 0.3 \times 0.38 = 0.238$$

$$P(\neg P_3) = \boxed{0.762}$$

$$P(P_2) = P(P_2 \mid P_1)\,P(P_1) + P(P_2 \mid \neg P_1)\,P(\neg P_1)$$

$$= 0.8 \times 0.6 + 0.3 \times 0.4 = 0.62$$

$$P(P_2 \mid \neg P_3) = \frac{P(\neg P_3 \mid P_2)\,P(P_2)}{P(\neg P_3)} = \frac{0.8 \times 0.62}{0.762} = \boxed{0.65}$$