**۱** معادلهٔ درجه دوم $(m-1)x^2+4x+m=3$ به ازای کدام مقادیر $m$ دو ریشه حقیقی دارد؟

۱) $m>4-\sqrt{3}$

۲) $1-\sqrt{2}<m<1+\sqrt{2}$

۳) $2-\sqrt{3}<m<2+\sqrt{3}$

۴) $2-\sqrt{5}<m<2+\sqrt{5}$

**۲** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2-4x+1=0$ باشند مقدار $\alpha^\beta\times\beta^\alpha$ برابر کدام است؟

۱) $(2-\sqrt{3})^3$

۲) $(2+\sqrt{3})^3$

۳) $(7+4\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$

۴) $(7-4\sqrt{3})^{\sqrt{3}}$

**۳** اگر ۲، $\alpha$ و $\beta$ صفرهای تابع $f(x)=x^3+kx^2+9x-2$ باشند، صفرهای کدام‌یک از توابع زیر $\alpha^2$ و $\beta^2$ است؟

۱) $g(x)=x^2-14x+1$

۲) $g(x)=x^2-12x+1$

۳) $g(x)=x^2-14x+2$

۴) $g(x)=x^2-12x+2$

**۴** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^2+kx-2=0$ و $\beta^2-\alpha$ و $\alpha^2-\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^2-10x+m=0$ باشند، مقدار k کدام است؟

۱) ۲- یا ۳

۲) ۲ یا ۳

۳) ۲ یا ۳-

۴) ۲- یا ۳-

**۵** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های $x^2-(m+3)x+8=0$ باشند، مقدار $m$ کدام باشد تا $\alpha$، $\beta$ و $\alpha+\beta$ جملات متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند؟

۱) $m=9$ یا $m=-3$

۲) $m=-9$ یا $m=3$

۳) $m=9$ یا $m=3$

۴) $m=-9$ یا $m=-3$

**۶** به ازای کدام مجموعه مقادیر $m$، معادلهٔ $(m-2)x^2+(m-1)x+(m-3)=0$ دو ریشهٔ مختلف‌العلامه دارد؟

۱) $\varnothing$

۲) $1<m<3$

۳) $2<m<3$

۴) $1<m<2$

**۷** در معادلهٔ $x^2-8x+m=0$ یک ریشه از نصف ریشهٔ دیگر، ۵ واحد بیشتر است. $m$ کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۲

۳) ۱۴

۴) ۱۵

**۸** اگر مجموع جواب‌های معادلهٔ $ax^2-(a+3)x+a^2-2=0$ برابر ۴ باشد، حاصل‌ضرب جواب‌های آن کدام است؟

۱) $-1$
۲) $1$
۳) $4$
۴) $-4$

**۹** اگر بین مقادیری که تابع $f(x)=x^2+(4m-1)x+1$ را صفر می‌کند، رابطهٔ $x'-x''=\sqrt{x'}+\sqrt{x''}$ برقرار باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

۱) $\{\frac{3}{4}\}$
۲) $\{-\frac{1}{2}\}$
۳) $\{\frac{3}{4},-\frac{1}{2}\}$
۴) $\{2\}$

**۱۰** در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+3ax+a-2=0$ بین $\alpha$ و $\beta$ که ریشه‌های معادله هستند، رابطهٔ $2\alpha^2+3\alpha\beta+\beta^2=9$ برقرار است. a کدام است؟

۱) $-2$
۲) $-1$
۳) $2$
۴) $1$

**۱۱** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $4x^2-2x-1=0$ باشد، به ازای کدام مقدار m مجموعه جواب‌های معادلهٔ $4x^2-6x+m=0$ به‌صورت $(\alpha+2\beta,\beta+2\alpha)$ است؟

۱) $1$
۲) $-1$
۳) $2$
۴) $-2$

**۱۲** اگر ریشه‌های معادلهٔ $x^2-7x+c=0$ از دو برابر ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+bx+2=0$ به‌اندازهٔ یک واحد بیشتر باشند، $b-c$ کدام است؟

۱) $-5$
۲) $15$
۳) $-15$
۴) $5$

**۱۳** به ازای کدام مقدار a مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $2x^2-3x+a=0$ برابر $\frac{3}{4}$ است؟

۱) $3$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) هیچ مقدار a

**۱۴** اگر $x_1$ و $x_2$ ریشه‌های معادلهٔ $x^2-3x-2=0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله $|x_2-x_1|$ و $x_1^3+x_2^3$ است؟

۱) $x^2+10x-21=0$
۲) $x^2-5\sqrt{17}x+10\sqrt{17}=0$
۳) $x^2-10x-21=0$
۴) $x^2-\left(45+\sqrt{17}\right)x+45\sqrt{17}=0$

۱۵ اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^{2}+kx+1=0$ باشند، به ازای کدام مقدار k، ریشه‌های معادلهٔ $x^{2}-4x+1=0$ به‌صورت $\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ است؟

۱) $-12$
۲) $-14$
۳) $-10$
۴) $-8$

۱۶ اگر $x_1$ و $x_2$ ریشه‌های معادلهٔ $x^{2}-3x+1=0$ باشند، حاصل $x_1x_2^{6}+x_2x_1^{6}$ کدام است؟

۱) ۱۲۹
۲) ۱۲۷
۳) ۱۲۵
۴) ۱۲۳

۱۷ حدود m کدام باشد تا اندازهٔ ریشهٔ مثبت معادلهٔ $x^{2}+mx+m-1=0$ از اندازهٔ ریشهٔ منفی آن، کوچک‌تر باشد؟

۱) $1<m<2$
۲) $0<m<1$
۳) $m>2$
۴) $m>1$

۱۸ ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $ax^{2}+5x+a^{2}=6$ معکوس یکدیگرند. اختلاف این دو ریشه کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) ۳
۴) ۲

۱۹ به ازای کدام مقدار m، مجموع معکوس ریشه‌های متمایز معادلهٔ $x^{2}-m^{2}x+(m+2)=0$ برابر ۱ است؟

۱) ۱- و ۲
۲) فقط ۱-
۳) فقط ۲
۴) هیچ مقدار m

۲۰ اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^{2}-3x-5=0$ باشند، حاصل $\alpha^{3}+14\beta$ کدام است؟

۱) ۵۷
۲) ۴۲
۳) ۷۲
۴) ۲۷-

۲۱ به ازای کدام مجموعه مقادیر a معادلهٔ درجه دوم $9x^{2}-15ax+4a^{2}+1=0$ دارای دو ریشهٔ منفی است؟

۱) $|a|>\frac{2}{3}$
۲) $a<-\frac{2}{3}$
۳) $|a|<\frac{2}{3}$
۴) $a>\frac{2}{3}$

۲۲ دو معادلهٔ $ax^{2}+mx+\frac{1}{4}=0$ و $\frac{1}{2}x^{2}-4x+4=0$ مجموعاً ۴ ریشه دارند که حاصل‌جمع این ۴ ریشه برابر با ۳ و حاصل‌ضرب آن‌ها ۱ است. m در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $(0,4)$
۲) $(4,8)$
۳) $(8,12)$
۴) $(-4,0)$

**۲۳** اگر $x = a$ یک ریشهٔ معادلهٔ $x^{۲} + (b - a)x - ۲a = ۰$ باشد، ریشهٔ دیگر چند برابر $b$ است؟ $(a \neq ۰)$

۱) $۱$    ۲) $۲$

۳) $-۲$    ۴) $-۱$

**۲۴** اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^{۲} + bx + c = ۰$ داشته باشیم $۴a + ۲b = -c$ و $۹a + ۳b + c = ۰$، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) $۵$    ۲) $۶$

۳) $۴$    ۴) $۸$

**۲۵** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $\left|x^{۲} + x - ۳\right| = ۴$ باشند، حاصل $\frac{۱}{\beta} + \frac{۱}{\alpha}$ کدام است؟

۱) $۷$    ۲) $-۷$

۳) $\frac{۱}{۷}$    ۴) $-\frac{۱}{۷}$

**۲۶** منحنی $y = ۲x^{۲} - ۶x + k - ۵$ خط گذرنده از دو نقطهٔ $O\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right.$ و $A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right.$ را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع می‌کند. حدود $k$ کدام است؟

۱) $۳ < k < ۱۳$    ۲) $k > ۳$

۳) $۵ < k < ۱۳$    ۴) $k > ۵$

**۲۷** اگر در معادلهٔ $۳x^{۲} - ax + b = ۰$، بین اعداد $a$ و $b$ رابطهٔ $۲a + b = -۱۲$ برقرار باشد، یکی از ریشه‌های معادله کدام است؟

۱) $-b$    ۲) $-\frac{b}{۲}$

۳) $-\frac{b}{۳}$    ۴) $-\frac{b}{۶}$

**۲۸** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^{۲} + ۴x - ۳ = ۰$ باشند، آنگاه حاصل $\alpha^{۲} + ۳\alpha - \beta$ کدام است؟

۱) $۷$    ۲) -۷

۳) $\frac{۱}{۲}$    ۴) -۲

**۲۹** اگر$\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $b^{۲} + \sqrt{۲}b - ۴ = ۰$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟ $(\alpha > \beta)$

۱) $-۲$    ۲) $-\sqrt{۲}$

۳) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$    ۴) $-\frac{۱}{۲}$

**۳۰** اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^{۲} - ۵x + k - ۲ = ۰$ باشند، به ازای کدام مقدار $k$ رابطهٔ $\frac{۱}{۳} = \frac{\alpha}{\beta - ۱}$ برقرار است؟

۱) $-۲$    ۲) $-۳$

۳) $۴$    ۴) $۶$

**۳۱** به ازای کدام مقدار m، معادلهٔ $x^{۲} + (m^{۲} - ۹)x + m + ۲$ دارای دو ریشهٔ حقیقی و قرینه است؟

۱) فقط $m = ۳$
۲) فقط $m = -۳$
۳) $m = \pm ۳$
۴) فقط $m = -۲$

**۳۲** اگر یکی از جواب‌های معادلهٔ $x(ax^{۲} - x - ۵) = ۲$ برابر ۲ باشد، مجموع دو جواب دیگر آن کدام است؟

۱) $-۲$
۲) $\frac{-۳}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

**۳۳** اگر در معادلهٔ $x^{۲} - ۱۲x + ۸m^{۳} = ۰$ یکی از جواب‌ها مربع جواب دیگر باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{-۱}{۲}$
۳) ۲
۴) $-۲$

**۳۴** در معادلهٔ درجهٔ دوم $x^{۲} - ۳x - ۵ = ۰$، اگر $x_{۱}$ و $x_{۲}$ جواب‌های معادله باشند، حاصل عبارت $\frac{x_{۱}}{x_{۲} - ۳}$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۱
۳) -۱
۴) -۵

**۳۵** اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۳x^{۲} + x - ۱ = ۰$ و $\frac{۲\alpha}{\beta}$ و $\frac{۲\beta}{\alpha}$ ریشه‌های معادلهٔ $x^{۲} + kx + ۴ = ۰$ باشند، مقدار k کدام است؟

۱) $-\frac{۱۴}{۳}$
۲) $-\frac{۷}{۳}$
۳) $\frac{۷}{۳}$
۴) $\frac{۱۴}{۳}$

**۳۶** در معادلهٔ $۷x^{۲} - x - ۵ = ۰$ حاصل $A = ||\alpha| - |\beta||$ کدام است؟ (α و β ریشه‌ها هستند)

۱) $\frac{۱}{۷}$
۲) ۷
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) ۵

**۳۷** اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $x^{۲} + ۳x - ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\sqrt{\alpha} + \sqrt{-\beta}$ کدام است؟ $(\alpha > \beta)$

۱) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$
۲) $\sqrt{۱۳} - ۱$
۳) $\sqrt{\sqrt{۱۳} + ۲}$
۴) $\sqrt{\sqrt{۱۳} - ۲}$

**۳۸** به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر a، معادلهٔ $(x - ۱)(x^{۲} + ax - a + ۱) = ۰$، دو جواب مثبت و یک جواب منفی دارد؟

۱) $a > ۱$
۲) $a > -۱$
۳) $۰ < a < ۱$
۴) $-۱ < a < ۰$

**۳۹** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۲x - ۱ = ۰$ باشند، در کدام‌یک از معادلات زیر ریشه‌ها برابر $\frac{\alpha^۲ - ۲\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta^۲ - ۲\beta}{\alpha}$ است؟

۱) $x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$

۲) $x^۲ - ۴x - ۲ = ۰$

۳) $x^۲ + ۲x - ۱ = ۰$

۴) $x^۲ - ۵x - ۷ = ۰$

**۴۰** اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}$ کدام است؟

۱) ۲

۲) $\sqrt{۵}$

۳) $\sqrt{۷}$

۴) ۳

**۴۱** اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\frac{۴\beta}{\beta^۲ + ۱} + \frac{۳\alpha}{\alpha^۲ + ۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۷}$

۲) ۷

۳) $\frac{۷}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۷}$

**۴۲** اگر $۲^\alpha$ و $۲^\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ - ۵x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $A = \frac{۴^{\alpha+\beta}}{۴^\alpha + ۴^\beta + ۲^{۱+\alpha+\beta}}$ کدام است؟

۱) ۴

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۲۵

۴) $\frac{۱}{۲۵}$

**۴۳** اگر معادلهٔ $x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$ دارای ریشه‌های $x_۱ = ۱ + \frac{۱}{\alpha}$ و $x_۲ = ۱ + \frac{۱}{\beta}$ باشد، در این صورت کدام معادله دارای ریشه‌های $\alpha$ و $\beta$ است؟

۱) $x^۲ - \frac{۱}{۴}x - \frac{۱}{۴} = ۰$

۲) $x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۲} = ۰$

۳) $۴x^۲ + x - ۱ = ۰$

۴) $۲x^۲ - x - ۱ = ۰$

**۴۴** اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند، معادله‌ای که ریشه‌های آن $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ و $\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$ باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$

۲) $x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$

۳) $x^۲ + ۳x - ۱ = ۰$

۴) $x^۲ + ۳x + ۱ = ۰$

**۴۵** اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند، آنگاه حاصل $\left(\beta + \frac{۱}{\alpha}\right)^۳ + \left(\alpha + \frac{۱}{\beta}\right)^۳$ کدام است؟

۱) ۱۳۶

۲) ۱۳۸

۳) ۱۴۰

۴) ۱۴۴

۴۶ اگر در معادلهٔ $ax^۲ - bx + c = ۰$ رابطهٔ $۲۵a + ۵b + c = ۰$ بین ضرایب برقرار باشد، یکی از ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) $-\frac{c}{۵a}$
۲) $-\frac{c}{۲۵a}$
۳) $-\frac{c}{۱۲۵a}$
۴) $-\frac{c}{a}$

۴۷ به ازای کدام مقدار a، توابع $f(x) = ax + ۱$ و $g(x) = ax^۲ + ۳x + ۲$ در یک نقطه متقاطع‌اند و طول نقطهٔ تقاطع مثبت است؟

۱) ۱
۲) ۹
۳) ۱ و ۹
۴) هیچ مقدار a

۴۸ جواب های معادله $۳x^۲ + bx + a = ۰$ معکوس جواب های معادله $۵x^۲ + bx - c = ۰$ است. $a + c$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۲
۳) ۲
۴) ۴

۴۹ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند و $\alpha > \beta$، آنگاه معادله‌ای که ریشه‌هایش ۵α و ۴β باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ - ۱۵x + ۹ = ۰$
۲) $x^۲ + ۷x + ۱۰ = ۰$
۳) $x^۲ - ۷x + ۱۰ = ۰$
۴) $x^۲ + ۱۵x + ۹ = ۰$

۵۰ به ازای کدام مقدار a در معادلهٔ درجه دوم $۹x^۲ - ۲۵ax + ۴a = ۰$ قدر مطلق تفاضل جذر ریشه‌ها برابر $\frac{۱}{۶}$ است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۱

گزینه ۴

شرط دو ریشه حقیقی $\Delta = b^{۲} - ۴ac > ۰$ است.

$$۴^{۲} - ۴(m-۱)(m-۳) > ۰ \Rightarrow ۴ - m^{۲} + ۴m - ۳ > ۰$$
$$\Rightarrow (m-۲)^{۲} < ۵ \Rightarrow -\sqrt{۵} < m - ۲ < \sqrt{۵}$$
$$\Rightarrow ۲ - \sqrt{۵} < m < ۲ + \sqrt{۵}$$

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۵

۲

گزینه ۴

ریشه‌های معادلهٔ $x^{۲} - ۴x + ۱ = ۰$ را تعیین می‌کنیم باتوجه‌به اینکه $\alpha$ و $\beta$ معکوس هم هستند.

$$(x-۲)^{۲} = ۳ \Rightarrow x = ۲ \pm \sqrt{۳}$$

$$\alpha^{\beta} \times \beta^{\alpha} = (۲+\sqrt{۳})^{۲-\sqrt{۳}}.(۲-\sqrt{۳})^{۲+\sqrt{۳}} = (۲-\sqrt{۳})^{-۲+\sqrt{۳}}(۲-\sqrt{۳})^{۲+\sqrt{۳}}$$

$$= (۲-\sqrt{۳})^{۲\sqrt{۳}} = \left[(۲-\sqrt{۳})^{۲}\right]^{\sqrt{۳}} = (۷ - ۴\sqrt{۳})^{\sqrt{۳}}$$

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله اول ۱۳۹۳

۳

گزینه ۱

$x=۲$ صفر تابع $f$ است، پس:

$$f(۲)=۰ \Rightarrow ۸+۴k+۱۸-۲=۰ \Rightarrow k=-۶$$

$f(x)$ را بر $x-۲$ تقسیم می‌کنیم:

$$f(x)=x^۳+kx^۲+۹x-۲=(x-۲)(x^۲-۴x+۱)$$

پس $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۴x+۱=۰$ هستند و داریم:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=۴\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}=۱\end{cases}$$

می‌خواهیم معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌هایش $\alpha^۲$ و $\beta^۲$ باشند:

$$S'=\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=۴^۲-۲(۱)=۱۴$$
$$P'=\alpha^۲\beta^۲=(\alpha\beta)^۲=۱^۲=۱$$
$$x^۲-S'x+P'=۰ \Rightarrow x^۲-۱۴x+۱=۰$$

پس تابع موردنظر $g(x)=x^۲-۱۴x+۱$ یا ضریبی از آن است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

۴

گزینه ۳

نکته: در معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ حاصل‌جمع ریشه‌ها برابر با $S=-\dfrac{b}{a}$ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر با $P=\dfrac{c}{a}$ است.

طبق فرض $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+kx-۲=۰$ هستند، پس:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-k\\ \alpha\beta=-۲\end{cases} \qquad (*)$$

همچنین $\alpha-\beta^۲$ و $\beta-\alpha^۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۱۰x+m=۰$ هستند، پس:

$$(\alpha^۲-\beta)+(\beta^۲-\alpha)=۱۰ \Rightarrow \alpha^۲+\beta^۲-(\alpha+\beta)=۱۰$$
$$\Rightarrow (\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta-(\alpha+\beta)=۱۰ \xrightarrow{(*)} k^۲+۴+k=۱۰$$

$$\Rightarrow k^۲+k-۶=۰ \Rightarrow (k-۲)(k+۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases}k=۲\\ \text{یا}\\ k=-۳\end{cases}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

۵

گزینه ۲

نکتهٔ ۱: اگر $a$، $b$ و $c$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، آنگاه $b$ واسطهٔ حسابی دو عدد $a$ و $c$ است؛ یعنی:

$$b = \frac{a+c}{۲}$$

نکتهٔ ۲: اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشند، آنگاه:

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad \text{و} \quad S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$\alpha$، $\beta$ و $\alpha + \beta$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی هستند، پس مطابق نکته داریم:

$$\beta = \frac{\alpha + (\alpha + \beta)}{۲} \Rightarrow ۲\beta = ۲\alpha + \beta \Rightarrow \beta = ۲\alpha$$

ازطرفی چون $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های $x^۲ - (m+۳)x + ۸ = ۰$ هستند، داریم:

$$\begin{cases} P = \alpha\beta = ۸ \\ S = \alpha + \beta = m + ۳ \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = m + ۳ \xrightarrow{\beta = ۲\alpha} ۳\alpha = m + ۳ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{m+۳}{۳} \\ \beta = \dfrac{۲}{۳}(m+۳) \end{cases} \qquad (*)$$

$$\alpha\beta = ۸ \xrightarrow{(*)} \frac{۲}{۹}(m+۳)^۲ = ۸ \Rightarrow (m+۳)^۲ = ۳۶ \Rightarrow m + ۳ = \pm ۶ \Rightarrow m = ۳ \text{ یا } m = -۹$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۷

۶

گزینه ۳

کافی است که $\frac{c}{a} < ۰$ باشد، پس داریم:

$$\frac{m-۳}{m-۲} < ۰ \Rightarrow ۲ < m < ۳$$

دقت کنید در این حالت حتماً $\Delta > ۰$ است.

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۳

**۷** گزینه ۲

ریشه‌های معادله را $\alpha$ و $\beta$ در نظر می‌گیریم. ازآنجاکه یک ریشه از نصف ریشهٔ دیگر ۵ واحد بیشتر است، داریم:

$$\alpha = \frac{\beta}{۲} + ۵ \ \ (*)$$

ازطرفی باتوجه‌به معادله، مجموع ریشه‌ها برابر ۸ است، یعنی:

$$\alpha + \beta = ۸ \ \ (**)$$

از (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{۲} + ۵ \\ \alpha + \beta = ۸ \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{۲} + ۵ + \beta = ۸ \Rightarrow \frac{۳\beta}{۲} = ۳ \Rightarrow \beta = ۲$$

چون $\beta$ ریشهٔ معادله است پس در آن صدق می‌کند، بنابراین:

$$\beta = ۲ : (۲)^۲ - ۸(۲) + m = ۰ \Rightarrow m = ۱۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

**۸** گزینه ۱

اگر $x_۱$ و $x_۲$ را ریشه‌های معادله فرض کنیم، داریم:

$$x_۱ + x_۲ = ۴ \Rightarrow \frac{a+۳}{a} = ۴ \Rightarrow ۴a = a + ۳ \Rightarrow a = ۱$$

$$a = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۱ = ۰ \Rightarrow x_۱x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{-۱}{۱} = -۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

**۹** گزینه ۲

اگر $x'$ و $x''$ جواب‌های معادلهٔ $f(x) = ۰$ باشد، در این صورت:

$$(x' - x'')^۲ = (\sqrt{x'} + \sqrt{x''})^۲ \Rightarrow x'^۲ + x''^۲ - ۲x'x'' = x' + x'' + ۲\sqrt{x'x''}$$

$$\Rightarrow (S^۲ - ۲P) - ۲P = S + ۲\sqrt{P} \Rightarrow S^۲ - ۴P - S - ۲\sqrt{P} = ۰ \quad (۱)$$

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = ۱ - ۴m \ , \ P = \frac{c}{a} \Rightarrow P = ۱ \xrightarrow{(۱)} (۱-۴m)^۲ - ۴ - (۱-۴m) - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۶m^۲ - ۴m - ۶ = ۰ \Rightarrow ۸m^۲ - ۲m - ۳ = ۰ \Rightarrow m = -\frac{۱}{۲}, \ m = \frac{۳}{۴}$$

اما اگر $m = \frac{۳}{۴}$، آنگاه $x' = x'' = -۱$ که غیرقابل‌قبول‌اند، پس $m = -\frac{۱}{۲}$.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۷

۱۰ گزینه ۳

$$۲\alpha^۲ + ۳\alpha\beta + \beta^۲ = ۹ \Rightarrow (۲\alpha^۲ + ۲\alpha\beta) + (\alpha\beta + \beta^۲) = ۹$$

$$\Rightarrow ۲\alpha(\alpha + \beta) + \beta(\alpha + \beta) = ۹ \Rightarrow (\alpha + \beta)(۲\alpha + \beta) = ۹$$

از معادلهٔ داده‌شده داریم:

$$\alpha + \beta = -۳$$

$$\Rightarrow (-۳)(۲\alpha + \beta) = ۹ \Rightarrow ۲\alpha + \beta = -۳$$

$$\Rightarrow \alpha + \underbrace{(\alpha + \beta)}_{-۳} = -۳ \Rightarrow \alpha = ۰$$

$\alpha$ یک ریشهٔ معادله است پس $\alpha = ۰$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$f(۰) = ۰ \Rightarrow a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۱۱ گزینه ۱

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \dfrac{-(-۲)}{۴} = \dfrac{۱}{۲} \\ P\ = \alpha\beta = -\dfrac{۱}{۴} \end{cases}$$

برای معادلهٔ جدید داریم:

$$P' = (\alpha + ۲\beta)(\beta + ۲\alpha) = ۵\alpha\beta + ۲(\alpha^۲ + \beta^۲)$$

$$۵\alpha\beta + ۲((\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta) = ۵P\ + ۲S^۲ - ۴P\ = ۲S^۲ + P$$

$$= ۲(\frac{۱}{۲})^۲ + (-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow P' = \frac{m}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow m = ۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۴

**۱۲** گزینه ۳

روش اول:

$$۲x^۲ + bx + ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ \\ x_۲ \end{cases}$$

$$x^۲ - ۷x + c = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ \\ t_۲ \end{cases}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$t = ۲x + ۱ \Rightarrow x = \frac{t-۱}{۲}$$

پس:

$$۲x^۲ + bx + ۲ = ۰ \xrightarrow{x=\frac{t-۱}{۲}} ۲(\frac{t-۱}{۲})^۲ + b(\frac{t-۱}{۲}) + ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{t^۲ - ۲t + ۱}{۲} + \frac{b(t-۱)}{۲} + ۲ = ۰$$

$$\begin{cases} t^۲ + (b-۲)t + ۵ - b = ۰ \\ x^۲ - ۷x + c = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - ۲ = -۷ \Rightarrow b = -۵ \\ ۵ - b = c \xrightarrow{b=-۵} c = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow b - c = -۱۵$$

روش دوم:

$$۲x^۲ + bx + ۲ = ۰ \xrightarrow{x_۱, x_۲} \begin{cases} S = x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{۲} \\ P = x_۱x_۲ = \frac{c}{a} = ۱ \end{cases}$$

$$x^۲ - ۷x + c = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲x_۱ + ۱ \\ t_۲ = ۲x_۲ + ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{\text{جدید}} = t_۱ + t_۲ = ۷ \\ P_{\text{جدید}} = t_۱t_۲ = c \end{cases}$$

$$S_{\text{جدید}} = t_۱ + t_۲ = ۲(x_۱ + x_۲) + ۲ = ۲(\frac{-b}{۲}) + ۲ = -b + ۲ = ۷ \Rightarrow b = -۵$$

$$P_{\text{جدید}} = t_۱t_۲ = ۴x_۱x_۲ + ۲(x_۱ + x_۲) + ۱ = ۴(۱) + ۲(\frac{-b}{۲}) + ۱ = c \Rightarrow c = ۱۰$$

$$\Rightarrow b - c = -۱۵$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۴

**۱۳** گزینه ۲

در معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x + a = ۰$ مجموع و حاصل‌ضرب دو ریشه را تعیین می‌کنیم. سپس مجموع مربعات ریشه‌ها محاسبه می‌شوند.

$$\begin{cases} x' + x'' = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{۳}{۲} \\ x'.x'' = \dfrac{c}{a} = \dfrac{a}{۲} \end{cases} \Rightarrow x'^۲ + x''^۲ = (x' + x'')^۲ - ۲(x'.x'')$$

پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ - ۲\left(\frac{a}{۲}\right) = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$

به ازای $a = \frac{۳}{۲}$ معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x + \frac{۳}{۲} = ۰$ فاقد ریشهٔ حقیقی است.

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۳

**۱۴** گزینه ۴

$$|x_۲ - x_۱| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow |x_۲ - x_۱| = \frac{\sqrt{(-۳)^۲ - ۴(۱)(-۲)}}{۱} = \sqrt{۱۷}$$

$$x_۱^۳ + x_۲^۳ = S^۳ - ۳PS \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = ۳, P = \frac{c}{a} = -۲$$

$$\Rightarrow x_۱^۳ + x_۲^۳ = ۳^۳ - ۳(-۲)(۳) = ۴۵$$

$$S_{\text{جدید}} = (|x_۲ - x_۱|) + (x_۱^۳ + x_۲^۳) = \sqrt{۱۷} + ۴۵$$

$$P_{\text{جدید}} = (|x_۲ - x_۱|)(x_۱^۳ + x_۲^۳) = ۴۵\sqrt{۱۷}$$

با جایگذاری حاصل‌ضرب و حاصل‌جمع ریشه‌ها در معادلهٔ زیر، معادلهٔ جدید به دست می‌آید:

$$x^۲ - (S)_{\text{جدید}}x + (P)_{\text{جدید}} = ۰ \Rightarrow x^۲ - (\sqrt{۱۷} + ۴۵)x + ۴۵\sqrt{۱۷} = ۰$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۷

**۱۵**

گزینه ۲

باتوجه‌به معادلهٔ $x^۲ + kx + ۱ = ۰$:

$$\begin{cases} \text{حاصل‌جمع ریشه‌ها} : S = \alpha + \beta = -k \\ \text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها} : P = \alpha\beta = ۱ \end{cases} \qquad (*)$$

چون ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$، به‌صورت $\{\sqrt{\alpha}\,,\ \sqrt{\beta}\}$ است، بنابراین:

$$S' = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = ۴ \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۱۶$$

$$\xrightarrow{(*)} -k + ۲\sqrt{۱} = ۱۶ \Rightarrow -k = ۱۴ \Rightarrow k = -۱۴$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۴

**۱۶**

گزینه ۴

نکته: در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$، داریم:

$$S = x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a}\ ,\ P = x_۱x_۲ = \frac{c}{a}$$

$$x_۱^۲ + x_۲^۲ = S^۲ - ۲P\ \ ,\ \ x_۱^۳ + x_۲^۳ = S^۳ - ۳PS$$

ابتدا توجه کنید که با استفاده از نکتهٔ بالا در معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$، داریم $S = x_۱ + x_۲ = ۳$ و $P = x_۱x_۲ = ۱$، حال می‌توان نوشت:

$$x_۱x_۲^۶ + x_۲x_۱^۶ = \underbrace{x_۱x_۲}_{۱}(x_۲^۵ + x_۱^۵) = x_۱^۵ + x_۲^۵$$

اکنون برای محاسبهٔ $x_۱^۵ + x_۲^۵$ چنین عمل می‌کنیم:

$$x_۱^۵ + x_۲^۵ = (x_۱^۲ + x_۲^۲)(x_۱^۳ + x_۲^۳) - \underbrace{x_۱^۲x_۲^۳ - x_۲^۲x_۱^۳}_{-x_۱^۲x_۲^۲(x_۱+x_۲)} = (S^۲ - ۲P)(S^۳ - ۳PS) - P^۲S$$

حال با جایگذاری مقادیر $S$ و $P$ در عبارت بالا، داریم:

$$(۹ - ۲)(۲۷ - ۹) - ۳ = ۱۲۳$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۶

**۱۷** گزینه ۲

نکته: اگر $x_1$ و $x_2$ ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه داریم:

$$S=x_1+x_2=\frac{-b}{a} \quad , \quad P=x_1.x_2=\frac{c}{a}$$

باتوجه‌به فرض، داریم:

$$\begin{cases} \text{معادله دو ریشه دارد} \Rightarrow \Delta>0 \\ \text{ریشه‌ها مختلف‌العلامت هستند} \Rightarrow \dfrac{c}{a}<0 \\ \text{اندازهٔ ریشهٔ مثبت، کوچک‌تر است} \Rightarrow \dfrac{-b}{a}<0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2-4m+4>0 \\ \dfrac{m-1}{1}<0 \\ \dfrac{-m}{1}<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m<1 \\ m>0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0<m<1$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

**۱۸** گزینه ۱

نکته: مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ عبارت است از:

$$\text{مجموع}: S=\frac{-b}{a} \quad , \quad \text{حاصل‌ضرب}: P=\frac{c}{a}$$

نتیجه: ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$، معکوس یکدیگرند، هرگاه $\frac{c}{a}=1$ و قرینهٔ یکدیگرند، هرگاه $\frac{-b}{a}=0$ باشد.

نکته: اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ برابر است با:

$$|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$$

$$ax^2+5x+a^2-6=0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها معکوس یکدیگرند}} \frac{a^2-6}{a}=1 \Rightarrow a^2-6=a$$

$$a^2-a-6=0 \Rightarrow (a-3)(a+2)=0 \Rightarrow \begin{matrix} a=3 \\ a=-2 \end{matrix}$$

حال هریک از مقادیر بالا را در معادله قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a=3 \;: & 3x^2+5x+3=0 \Rightarrow \Delta<0 \quad \times \\ a=-2: & -2x^2+5x-2=0 \Rightarrow \Delta>0 \quad \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط $a=-2$ قابل‌قبول است و معادله به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$2x^2-5x+2=0 \Rightarrow (2x-1)(x-2)=0 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}\ ,\ x_2=2 \Rightarrow \text{اختلاف}: x_2-x_1=\frac{3}{2}$$

دقت کنید که می‌توانستیم از نکتهٔ گفته‌شده برای به دست آوردن اختلاف ریشه‌ها نیز استفاده کنیم.

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

**۱۹**

گزینه ۴

نکته: در معادلهٔ درجه دوم $ax^{۲}+bx+c=۰$ مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها عبارت است از:

$$S=-\frac{b}{a} \quad (\text{مجموع ریشه‌ها})$$
$$P=\frac{c}{a} \quad (\text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها})$$

نکته: برای معادلهٔ درجه دوم $ax^{۲}+bx+c=۰$ داریم:

$$\begin{cases}\Delta>۰\Rightarrow \text{دو ریشهٔ متمایز}\\ \Delta=۰\Rightarrow \text{یک ریشهٔ مضاعف}\\ \Delta<۰\Rightarrow \text{فاقد ریشهٔ حقیقی}\end{cases}$$

$$\frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}=\frac{x_۱+x_۲}{x_۱.x_۲}=\frac{S}{P}=\frac{-(-m^{۲})}{m+۲}=۱$$
$$\Rightarrow m^{۲}=m+۲\Rightarrow m^{۲}-m-۲=۰\Rightarrow (m-۲)(m+۱)=۰\Rightarrow m=-۱ \text{ یا } ۲$$

اما به ازای $m=۲$، معادله دو ریشهٔ متمایز ندارد $(\Delta=۰)$ و به ازای $m=-۱$ اصلاً ریشه ندارد $(\Delta<۰)$؛ پس هیچ مقداری برای $m$ به دست نمی‌آید.

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۴

**۲۰**

گزینه ۱

نکته: اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $ax^{۲}+bx+c=۰$ باشند، داریم:

$$S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a} \quad , \quad P=\alpha.\beta=\frac{c}{a}$$

چون $\alpha$ ریشهٔ معادلهٔ $x^{۲}-۳x-۵=۰$ است، پس در آن صدق می‌کند، بنابراین:

$$\alpha^{۲}-۳\alpha-۵=۰\Rightarrow \alpha^{۲}=۳\alpha+۵\Rightarrow \alpha^{۳}=۳\alpha^{۲}+۵\alpha$$
$$\xrightarrow{\alpha^{۲}=۳\alpha+۵} ۳\alpha^{۲}+۵\alpha=۳(۳\alpha+۵)+۵\alpha=۱۴\alpha+۱۵$$

با جایگذاری این مقدار داریم:

$$\alpha^{۳}+۱۴\beta=۱۴\alpha+۱۵+۱۴\beta=۱۴(\alpha+\beta)+۱۵=۱۴S+۱۵=۱۴\times ۳+۱۵=۵۷$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

**۲۱** گزینه ۲

معادلهٔ داده‌شده دو ریشهٔ منفی دارد به‌شرط آنکه حاصل‌ضرب دو ریشه مثبت، مجموع دو ریشه منفی و به‌علاوه $\Delta > ۰$ باشد.

$$x_۱x_۲ = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{۴a^۲+۱}{۹} > ۰ \quad \text{همواره درست}$$

$$x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{۱۵a}{۹} < ۰ \Rightarrow a < ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac \Rightarrow ۲۲۵a^۲ - ۳۶\left(۴a^۲+۱\right) > ۰ \Rightarrow ۸۱a^۲ > ۳۶$$

پس $a^۲ > \frac{۴}{۹}$ یا $|a| > \frac{۲}{۳}$ است. با توجه به اینکه عدد $a$ منفی است لذا $a < -\frac{۲}{۳}$ می‌شود.

آزمایشی سنجش ریاضی و فیزیک چهارم مرحله دوم ۱۳۹۳

**۲۲** گزینه ۳

حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\frac{۱}{۲}x^۲ - ۴x + ۴ = ۰$ برابر با $\frac{c}{a} = ۸$ و حاصل‌جمع آن‌ها $-\frac{b}{a} = ۸$ است. حال اگر حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲ + mx + \frac{۱}{۴} = ۰$ را $P$ و جمع آن‌ها را $S$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} S + ۸ = ۳ \Rightarrow S = -۵ \\ ۸P = ۱ \Rightarrow P = \frac{۱}{۸} \end{cases}$$

$$x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۵x + \frac{۱}{۸} = ۰ \xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲ + ۱۰x + \frac{۱}{۴} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ m = ۱۰ \end{cases}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۷

**۲۳** گزینه ۴

ریشه‌های معادلهٔ $x^2+(b-a)x-2a=0$ را $x_1$ و $x_2$ در نظر می‌گیریم. چون $x_1=a$ یک جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$a^2+(b-a)a-2a=0 \Rightarrow a^2+ba-a^2-2a=0$$
$$\Rightarrow ba-2a=0 \Rightarrow (b-2)a=0 \xrightarrow{a\neq 0} b=2$$

برای محاسبهٔ ریشهٔ دیگر معادله، باتوجه‌به رابطهٔ حاصل‌ضرب ریشه‌ها داریم:

$$P=\frac{c}{a}=\frac{-2a}{1}=-2a \Rightarrow x_1x_2=-2a$$
$$\Rightarrow ax_2=-2a \Rightarrow x_2=-2$$

حال نسبت ریشهٔ دوم به $b$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_2}{b}=\frac{-2}{2}=-1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۷

**۲۴** گزینه ۱

از رابطهٔ $4a+2b+c=0$ می‌توان فهمید که $x_1=2$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ است. (توجه کنید که اگر $x=2$ ریشهٔ معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ باشد، باید در معادله صدق کند؛ یعنی باید پس از جایگذاری $x=2$ در معادله، تساوی برقرار باشد، یعنی $4a+2b+c=0$) به همین ترتیب، از تساوی $9a+3b+c=0$ می‌توان فهمید ریشهٔ دیگر این معادله، $x_2=3$ است، پس مجموع ریشه‌های این معادله برابر است با:

$$x_1+x_2=2+3=5$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۳

**۲۵**

گزینه ۳

نکتهٔ (۱): در معادلهٔ $|x| = a$ اگر $a \geq ۰$ آنگاه: $x = \pm a$

نکتهٔ (۲): اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشند، آنگاه :

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad \text{و} \quad S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

مطابق نکتهٔ (۱) می‌توان نوشت:

$$|x^۲ + x - ۳| = ۴ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ + x - ۳ = ۴ \\ x^۲ + x - ۳ = -۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^۲ + x - ۷ = ۰ \\ x^۲ + x + ۱ = ۰ \end{cases}$$

معادلهٔ دوم دارای $\Delta < ۰$ است و ریشه ندارد. برای معادلهٔ اول مطابق نکتهٔ ۲ چون $\Delta > ۰$، داریم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -۱ \\ \alpha\beta = -۷ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-۱}{-۷} = \frac{۱}{۷}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۷

**۲۶**

گزینه ۳

خط گذرنده بر دو نقطهٔ $O(۰,۰)$ و $A(۱,۲)$ دارای شیب ۲ است و معادلهٔ این خط به‌صورت $y = ۲x$ می‌باشد. خط $y = ۲x$ را با منحنی $y = ۲x^۲ - ۶x + k - ۵$ تقاطع می‌دهیم.

$$۲x^۲ - ۶x + k - ۵ = ۲x \Rightarrow ۲x^۲ - ۸x + k - ۵ = ۰$$

$$\begin{cases} \Delta > ۰ \Rightarrow ۶۴ - ۸(k - ۵) > ۰ \Rightarrow ۶۴ - ۸k + ۴۰ > ۰ \Rightarrow ۱۰۴ > ۸k \Rightarrow k < ۱۳ \\ P > ۰ \Rightarrow \dfrac{k - ۵}{۲} > ۰ \Rightarrow k > ۵ \\ S > ۰ \Rightarrow S = ۴ > ۰ \end{cases}$$

$$\{k < ۱۳\} \cap \{k > ۵\} = ۵ < k < ۱۳$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۹ ۱۳۹۴

**۲۷**

گزینه ۴

اگر رابطهٔ $۲a + b = -۱۲$ را به‌صورت $۱۲ + ۲a + b = ۰$ بنویسیم و با معادلهٔ $۳x^۲ - ax + b = ۰$ مقایسه کنیم متوجه می‌شویم که یکی از ریشه‌ها $x_۱ = -۲$ است: $(۳(-۲)^۲ - a(-۲) + b = ۰)$ و چون ضرب ریشه‌ها $\frac{b}{۳}$ است، پس ریشهٔ دیگر $x_۲ = -\frac{b}{۶}$ است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

**۲۸** گزینه ۱

ریشه‌های معادله، در خود معادله صدق می‌کنند، بنابراین:

$$\alpha^{۲} + ۴\alpha - ۳ = ۰ \Rightarrow \alpha^{۲} + ۴\alpha = ۳ \qquad (*)$$

ازطرفی داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{۴}{۱} = -۴ \qquad (**)$$

$$\alpha^{۲} + ۳\alpha - \beta = \alpha^{۲} + ۴\alpha - \alpha - \beta$$
$$\xrightarrow{(*)} \alpha^{۲} + ۴\alpha - \alpha - \beta = ۳ - \alpha - \beta = ۳ - (\alpha + \beta)$$
$$\xrightarrow{(**)} ۳ - (\alpha + \beta) = ۳ - (-۴) = ۷$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۷

**۲۹** گزینهٔ ۴

نکته: ریشه‌های معادلهٔ $ax^{۲} + bx + c = ۰$ در صورت وجود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$x_{۱}, x_{۲} = \frac{-b \pm \sqrt{b^{۲} - ۴ac}}{۲a}$$

مطابق نکته، ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$b^{۲} + \sqrt{۲}b - ۴ = ۰ \Rightarrow b_{۱,۲} = \frac{-\sqrt{۲} \pm \sqrt{۲ - ۴(-۴)}}{۲} \Rightarrow b_{۱,۲} = \frac{-\sqrt{۲} \pm \sqrt{۱۸}}{۲}$$
$$\Rightarrow b_{۱,۲} = \frac{-\sqrt{۲} \pm ۳\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} b_{۱} = \sqrt{۲} \\ b_{۲} = -۲\sqrt{۲} \end{cases}$$

چون $\alpha > \beta$، پس $\alpha = \sqrt{۲}$ و $\beta = -۲\sqrt{۲}$؛ بنابراین:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\sqrt{۲}}{-۲\sqrt{۲}} = -\frac{۱}{۲}$$

گزینه دو علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶
گزینه دو ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

**۳۰** گزینه ۴

$$\frac{\alpha}{\beta-۱}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۳\alpha=\beta-۱\Rightarrow ۳\alpha-\beta=-۱$$

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{۵}{۱}=۵$$

$$\begin{cases}۳\alpha-\beta=-۱\\ \alpha+\beta=۵\end{cases}\Rightarrow ۴\alpha=۴\Rightarrow \begin{cases}\alpha=۱\\ \beta=۴\end{cases}\Rightarrow \alpha\beta=۴$$

$$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{k-۲}{۱}\Rightarrow ۴=k-۲\Rightarrow k=۶$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۷

**۳۱** گزینه ۲

برای آنکه معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$ دارای دو ریشهٔ حقیقی و قرینه باشد، باید:

$$\begin{cases}b=۰\\ \frac{c}{a}<۰\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}m=\pm ۳\\ m+۲<۰\end{cases}\Rightarrow m=-۳$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۳۲ گزینه ۲

می‌دانیم جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس $x_1 = ۲$ در معادله صدق می‌کند، لذا:

$$۲(۴a - ۲ - ۵) = ۲ \Rightarrow ۴a - ۷ = ۱ \Rightarrow a = ۲$$

با جایگذاری a در معادله داریم:

$$x(۲x^۲ - x - ۵) = ۲ \Rightarrow ۲x^۳ - x^۲ - ۵x - ۲ = ۰$$

اما یک جواب این معادله ۲ است، پس معادله بر $x - ۲$ بخش‌پذیر است، لذا با تقسیم آن بر $x - ۲$، عامل‌های دیگر را می‌یابیم:

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳ - x^۲ - ۵x - ۲ & x - ۲ \\ \cline{2-2} \underline{-(۲x^۳ - ۴x^۲)} & ۲x^۲ + ۳x + ۱ \\ ۳x^۲ - ۵x - ۲ & \\ \underline{-(۳x^۲ - ۶x)} & \\ x - ۲ & \\ \underline{-(x - ۲)} & \\ ۰ & \end{array}$$

بنابراین:

$$۲x^۳ - x^۲ - ۵x - ۲ = (x - ۲)(۲x^۲ + ۳x + ۱)$$

دو جواب دیگر از معادلهٔ $۲x^۲ + ۳x + ۱ = ۰$ به دست می‌آید که مجموع آن‌ها $x_۲ + x_۳ = \frac{-b}{a} = \frac{-۳}{۲}$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

۳۳ گزینه ۲

اگر α و β جواب‌های معادله باشد، داریم:

$$\alpha = \beta^۲ \Rightarrow (\alpha.\beta) = \beta^۳ \Rightarrow ۸m^۳ = \beta^۳ \Rightarrow \beta = ۲m$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \beta^۲ + \beta = ۴m^۲ + ۲m = ۱۲ \Rightarrow (۲m + ۴)(۲m - ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = -۲ \\ \text{یا} \\ m = \frac{۳}{۲} \end{cases}$$

به ازای هر دو مقدار m، معادله دارای دو جواب است و قابل‌قبول است.

$$\text{مجموع مقادیر ممکن برای } m = -۲ + \frac{۳}{۲} = \frac{-۱}{۲}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۸ ۱۳۹۵

**۳۴** گزینه ۳

چون $x_2$ جواب معادله است، در آن صدق می‌کند، بنابراین $x_2^2 - 3x_2 - 5 = 0$، پس:

$$x_2(x_2 - 3) = 5 \Rightarrow \frac{x_2}{5} = \frac{1}{x_2 - 3}$$

بنابراین:

$$\frac{x_1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{x_2}{5} = \frac{x_1 x_2}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

**۳۵** گزینه ۴

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \dfrac{-b}{a} = -\dfrac{1}{3} \\ \alpha\beta = \dfrac{c}{a} = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \dfrac{2\beta}{\alpha} + \dfrac{2\alpha}{\beta} = \dfrac{2(\beta^2 + \alpha^2)}{\alpha\beta} = \dfrac{2\left[(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\right]}{\alpha\beta} = \dfrac{2(\frac{1}{9} + \frac{2}{3})}{-\frac{1}{3}} = -\dfrac{14}{3} \\ S = -\dfrac{k}{1} = -k \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = \frac{14}{3}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۴

**۳۶** گزینه ۱

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{5}{7} < 0$ بنابراین، دو حالت داریم:

$$\alpha < 0 < \beta \Rightarrow A = |-\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| = \frac{1}{7}$$

$$\beta < 0 < \alpha \Rightarrow A = |\alpha + \beta| = \frac{1}{7}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ تابستان ۱۳۹۸

**۳۷** گزینه ۳

می‌دانیم:

$$\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}\ ,\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=-۱$$

$$A=\sqrt{\alpha}+\sqrt{-\beta}\Rightarrow A^{۲}=\alpha+(-\beta)+۲\sqrt{-\alpha\beta}=\alpha-\beta+۲\sqrt{-\alpha\beta}$$

$$=\sqrt{۱۳}+۲\sqrt{-(-۱)}=\sqrt{۱۳}+۲\xrightarrow{A>۰}A=\sqrt{\sqrt{۱۳}+۲}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۷

**۳۸** گزینه ۱

باتوجه‌به معادله، یک جواب معادله، $x=۱$ است. برای اینکه معادله، دو جواب مثبت و یک جواب منفی داشته باشد، باید معادلهٔ $x^{۲}+ax-a+۱=۰$ یک جواب مثبت و یک جواب منفی داشته باشد. یك معادلهٔ درجهٔ دوم، زمانی یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد که حاصل‌ضرب جواب‌های آن منفی باشد.

$$x^{۲}+ax-a+۱=۰\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب جواب‌ها}:\ \frac{-a+۱}{۱}<۰\Rightarrow a>۱$$

توجه کنید که دلتای معادله در این حالت، مثبت می‌شود؛ یعنی معادله دارای جواب است.
توجه کنید که $x=۱$ جواب معادلهٔ $x^{۲}+ax-a+۱=۰$ نمی‌تواند باشد.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۵

۳۹

گزینه ۳

نکته: اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آنگاه:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \quad , \quad P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$$

نکته: اگر $S=\alpha+\beta$ و $P=\alpha\beta$، آنگاه معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌های آن $\alpha$ و $\beta$ باشند، عبارت است از:

$$x^۲-Sx+P=۰$$

$$S=\alpha+\beta=-\frac{-۲}{۱}=۲ \quad , \quad P=\alpha\beta=\frac{-۱}{۱}=-۱$$

چون $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۲x-۱=۰$ هستند، پس در آن صدق می‌کنند؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a^۲-۲\alpha-۱=۰\Rightarrow \alpha^۲-۲\alpha=۱\Rightarrow \dfrac{\alpha^۲-۲\alpha}{\beta}=\dfrac{۱}{\beta} \\ \beta^۲-۲\beta-۱=۰\Rightarrow \beta^۲-۲\beta=۱\Rightarrow \dfrac{\beta^۲-۲\beta}{\alpha}=\dfrac{۱}{\alpha} \end{cases}$$

حال معادلهٔ درجهٔ دومی می‌نویسیم که ریشه‌های آن $\frac{۱}{\alpha}$ و $\frac{۱}{\beta}$ باشد:

$$S'=\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{۲}{-۱}=-۲ \quad , \quad P'=\frac{۱}{\alpha}.\frac{۱}{\beta}=\frac{۱}{P}=\frac{۱}{-۱}=-۱$$

$$x^۲-S'x+P'=۰\Rightarrow x^۲+۲x-۱=۰$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

۴۰

گزینه ۲

نکته: اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آنگاه:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \quad , \quad P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$$

ابتدا با استفاده از نکتهٔ بالا، برای معادلهٔ $x^۲-۳x+۱=۰$ داریم:

$$S=\alpha+\beta=۳ \quad , \quad P=\alpha\beta=۱ \quad (*)$$

$$A=\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{طرفین}}A^۲=\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha+۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}$$

$$=\alpha\beta(\alpha+\beta)+۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}=PS+۲P\sqrt{P}$$

$$\xrightarrow{(*)}A^۲=۳+۲=۵\Rightarrow\begin{cases}A=\sqrt{۵}\\ A=-\sqrt{۵}<۰ \quad \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

دقت کنید که جواب $A=-\sqrt{۵}$ قابل قبول نیست؛ زیرا در این معادله، ضرب و جمع ریشه‌ها هر دو مثبت شده است پس $\alpha$ و $\beta$ هر دو مثبت هستند، بنابراین حاصل A نمی‌تواند منفی باشد.

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

**۴۱** گزینه ۳

می‌دانیم ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + 1 = 4\alpha \\ \beta^2 + 1 = 4\beta \end{cases}$$

در عبارت خواسته‌شده خواهیم داشت:

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1} = \frac{3\alpha}{4\alpha} + \frac{4\beta}{4\beta} = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۷

**۴۲** گزینه ۴

باتوجه‌به اینکه $x_1 = 2^\alpha$ و $x_2 = 2^\beta$ ریشه‌های معادلهٔ $2x^2 - 5x + 1 = 0$ هستند، داریم:

$$S = 2^\alpha + 2^\beta = \frac{5}{2} \quad , \quad P = 2^\alpha \times 2^\beta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 4^{\alpha+\beta} = (2^\alpha \times 2^\beta)^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} \\ 4^\alpha + 4^\beta + 2^{1+\alpha+\beta} = (2^\alpha)^2 + (2^\beta)^2 + 2 \times (2^\alpha) \times (2^\beta) = (2^\alpha + 2^\beta)^2 = (\frac{5}{2})^2 = \frac{25}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{25}{4}} = \frac{1}{25}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

**۴۳** گزینه ۳

$$x^۲ - ۳x - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = x_۱ + x_۲ = \dfrac{-b}{a} = ۳ \\ P = x_۱ \cdot x_۲ = \dfrac{c}{a} = -۲ \end{cases}$$

$$x_۱ = ۱ + \frac{۱}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{x_۱ - ۱} \;,\; x_۲ = ۱ + \frac{۱}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{۱}{x_۲ - ۱}$$

$$S' = \alpha + \beta = \frac{۱}{x_۱ - ۱} + \frac{۱}{x_۲ - ۱} = \frac{x_۱ + x_۲ - ۲}{x_۱ x_۲ - (x_۱ + x_۲) + ۱}$$

$$P' = \alpha\beta = \frac{۱}{x_۱ - ۱} \times \frac{۱}{x_۲ - ۱} = \frac{۱}{x_۱ x_۲ - (x_۱ + x_۲) + ۱}$$

$$\begin{cases} S' = \dfrac{۳ - ۲}{-۲ - ۳ + ۱} = -\dfrac{۱}{۴} \\ P' = \dfrac{۱}{-۲ - ۳ + ۱} = \dfrac{-۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow x^۲ - S'x + P' = ۰ \Rightarrow x^۲ + \frac{۱}{۴}x - \frac{۱}{۴} = ۰ \Rightarrow ۴x^۲ + x - ۱ = ۰$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۵

**۴۴** گزینه ۱

$$S = \alpha + \beta = ۳ \;,\; P = \alpha\beta = ۱$$

$$P' = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} . \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\alpha\beta}{\alpha\beta}} = ۱$$

$$S' = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right)^۲} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + ۲}$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta}{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{(\alpha + \beta)^۲}{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{۹}{۱}} = ۳$$

بنابراین معادلهٔ جدید به‌صورت $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ است، که با معادلهٔ اولیه یکسان است.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

۴۵

گزینه ۴

در معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ چون $\frac{c}{a} = ۱$ است پس دو جواب، معکوس هم هستند پس $\alpha = \frac{۱}{\beta}$ و $\beta = \frac{۱}{\alpha}$، بنابراین:

$$\left(\alpha + \frac{۱}{\beta}\right)^۳ + \left(\beta + \frac{۱}{\alpha}\right)^۳ = (\alpha + \alpha)^۳ + (\beta + \beta)^۳$$

$$= ۸\alpha^۳ + ۸\beta^۳ = ۸(\alpha^۳ + \beta^۳) = ۸(S^۳ - ۳PS) = ۸(۳^۳ - ۳(۱)(۳)) = ۱۴۴$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۴

۴۶

گزینه ۱

از رابطهٔ $۲۵a + ۵b + c = ۰$ می‌توان فهمید یکی از ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲ - bx + c = ۰$، مقدار $x_۱ = -۵$ است. ازطرفی حاصل‌ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است، بنابراین:

$$x_۱x_۲ = \frac{c}{a} \xrightarrow{x_۱=-۵} -۵x_۲ = \frac{c}{a} \Rightarrow x_۲ = -\frac{c}{۵a}$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۶

۴۷

گزینه ۲

$$f(x) = g(x) \Rightarrow ax^۲ + ۳x + ۲ = ax + ۱ \Rightarrow ax^۲ + (۳ - a)x + ۱ = ۰$$

برای اینکه این معادله تنها یک ریشه داشته باشد، باید دلتای آن را مساوی صفر قرار دهیم:

$$(۳ - a)^۲ - ۴a = ۰ \Rightarrow a^۲ - ۱۰a + ۹ = ۰ \Rightarrow (a - ۹)(a - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ a = ۹ \end{cases}$$

$$a = ۱ \Rightarrow x^۲ + ۲x + ۱ = (x + ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \quad \text{غ.ق.ق}$$

$$a = ۹ \Rightarrow ۹x^۲ - ۶x + ۱ = ۰ \Rightarrow (۳x - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۳} \quad \text{ق.ق}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۷

۴۸

گزینه ۳

با تبدیل $x$ به $\frac{۱}{x}$ دریکی از معادلات، معادله حاصل با معادله دیگر یکسان گردد.

$$\frac{۳}{x^۲} + \frac{b}{x} + a = ۰ \Leftarrow ax^۲ + bx + ۳ = ۰$$

درنتیجه $a = ۵$ و $-c = ۳$ یا $c = -۳$ پس $a + c = ۲$

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۵

**۴۹** گزینه ۳

چون مجموع ضرایب صفر است، پس ریشه‌ها $x' = ۱$ و $x'' = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$ هستند، چون $\alpha > \beta$ بنابراین $\alpha = ۱$ و $\beta = \frac{۱}{۲}$ است؛ پس $\alpha' = ۵ = ۵\alpha$ و $\beta' = ۲ = ۴\beta$، پس:

$$S = \alpha' + \beta' = ۵ + ۲ = ۷$$

$$P = \alpha'\beta' = ۵ \times ۲ = ۱۰$$

معادلهٔ درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P است به‌صورت $x^۲ - Sx + P = ۰$ است؛ بنابراین:

$$\text{معادله} : x^۲ - ۷x + ۱۰ = ۰$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

**۵۰** گزینه ۴

در معادلهٔ $۹x^۲ - ۲۵ax + ۴a = ۰$ داریم $|\sqrt{x_۱} - \sqrt{x_۲}| = \frac{۱}{۶}$ پس خواهیم داشت:

$$(|\sqrt{x_۱} - \sqrt{x_۲}|)^۲ = (\frac{۱}{۶})^۲ \Rightarrow x_۱ + x_۲ - ۲\sqrt{x_۱x_۲} = \frac{۱}{۳۶}$$

$$\xrightarrow[x_۱.x_۲ = \frac{۴a}{۹}]{x_۱+x_۲=\frac{۲۵a}{۹}} \frac{۲۵a}{۹} - ۲\sqrt{\frac{۴a}{۹}} = \frac{۱}{۳۶} \quad \Rightarrow \quad ۲۵a - ۱۲\sqrt{a} = \frac{۱}{۴}$$

$$۲۵a - ۱۲\sqrt{a} - \frac{۱}{۴} = ۰ \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{۱۲ \pm \sqrt{۱۴۴ + ۲۵}}{۵۰} = \frac{۱۲ \pm ۱۳}{۵۰}$$

با توجه به اینکه $\sqrt{a}$ عددی مثبت است پس داریم:

$$\sqrt{a} = \frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{۱}{۴}$$

آزمایشی سنجش ریاضی و فیزیک چهارم مرحله دوم ۱۳۹۳