پاسخنامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴]

روش اول:

$$۲x + ۱ - |x - ۲| > \underbrace{|x^۲ + ۱|}_{+} \rightarrow ۲x + ۱ - |x - ۲| > x^۲ + ۱$$

$$x \geq ۲ : ۲x + ۱ - (x - ۲) > x^۲ + ۱ \rightarrow ۲x + ۱ - x + ۲ > x^۲ + ۱ \rightarrow x^۲ - x - ۲ < ۰ \rightarrow (x - ۲)(x + ۱) < ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \varnothing \ (I)$$

$$x < ۲ : ۲x + ۱ - (-x + ۲) > x^۲ + ۱ \rightarrow ۲x + ۱ + x - ۲ > x^۲ + ۱ \rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ < ۰ \rightarrow (x - ۱)(x - ۲) < ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۱ < x < ۲ \quad (II)$$

از اجتماع جواب‌های I و II به جواب $۱ < x < ۲$ یا $x \in (۱, ۲)$ می‌رسیم.

روش دوم:

در نامعادلهٔ داده شده به جای x، عدد صفر قرار می‌دهیم.

$$x = ۰ \rightarrow ۰ + ۱ - ۲ > ۱ \rightarrow -۱ > ۱$$

به نتیجهٔ غلطی رسیدیم، پس گزینه‌های ۱و۲و۳ که همگی شامل صفر هستند حذف می‌شوند و گزینهٔ چهارم، جواب صحیح است.

۲ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴

ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها $x = -۲$ و $x = \frac{۱}{۲}$ هستند.

x	$-\infty$		-۲		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
$۲x - ۱$		$-$		$-$	۰	$+$	
$x + ۲$		$-$	۰	$+$		$+$	

$$x < -۲ \Rightarrow -۲x + ۱ - x - ۲ = ۳ \Rightarrow -۳x = ۴ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳} \text{ غ ق ق}$$

$$-۲ \leq x \leq \frac{۱}{۲} \Rightarrow -۲x + ۱ + x + ۲ = ۳ \Rightarrow -x = ۰ \Rightarrow x = ۰ \text{ ق ق}$$

$$x > \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x - ۱ + x + ۲ = ۳ \Rightarrow ۳x = ۲ \Rightarrow x = \frac{۲}{۳} \text{ ق ق}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = ۰ + \frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

۳ ۱ ۲ ۳ [✓ ۴] **برای آن که این دو بازه در یک نقطه اشتراک داشته باشند، باید نقطهٔ انتهایی بازهٔ $(-۳, ۱ - a]$ با نقطهٔ ابتدایی بازهٔ $[|a - ۱|, ۷)$ با هم برابر باشند:**

$$|a - ۱| = ۱ - a \xrightarrow{|f| = -f \rightarrow f \leq ۰} a - ۱ \leq ۰ \rightarrow a \leq ۱$$

درضمن توجه کنید که ابتدای هر یک از بازه‌ها باید از نقطهٔ انتها کوچکتر باشد، یعنی:

$$-۳ < ۱ - a \rightarrow a < ۴$$

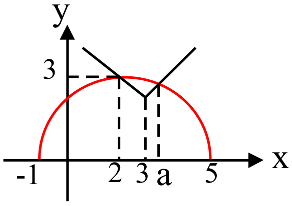
$$|a - ۱| < ۷ \xrightarrow{|f| < k \xrightarrow{k > ۰} -k < f < k} -۷ < a - ۱ < ۷ \rightarrow -۶ < a < ۸$$

از اشتراک سه جواب به‌دست آمده به جواب $-۶ < a \leq ۱$ می‌رسیم.

۴ ۱ [✓ ۲] ۳ ۴ **نمودار دو تابع را رسم می کنیم (به صورت تقریبی)**

$$y = \sqrt{۵ + ۴x - x^۲} = \sqrt{۹ - (x - ۲)^۲} \Rightarrow \text{نیم دایره با مرکز } (۲, ۰) \text{ و شعاع } ۳$$

$$y = |x - ۳| + ۲ \Rightarrow \text{رسم به وسیله انتقال}$$



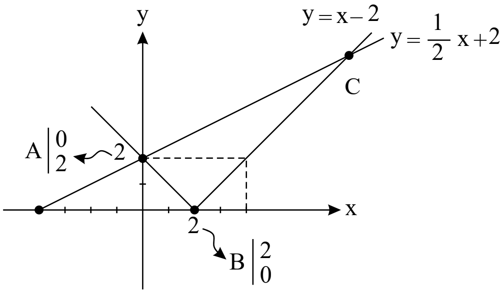
در $x = ۲$ مقدار هر دو تابع برابر است، بنابراین این دو تابع در این نقطه با هم برخورد دارند. با توجه به شکل جواب نامعادله ی خواسته شده بازه ی $(۲, a)$ است $(a > ۳)$. مقدار a را می

توانیم از تقاطع تابع $\sqrt{۵+۴x-x^۲}$ با شاخه ی سمت راست تابع $۲+|x-۳|$ یعنی $x-۱$ به دست آوریم.

$$\sqrt{۵+۴x-x^۲}=x-۱ \Rightarrow ۵+۴x-x^۲=x^۲-۲x+۱$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۶x-۴=۲(x^۲-۳x-۲)=۰ \Rightarrow x=\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{۲}=a$$

۵ ۱ ۲ ۳ **۴** دو تابع $|x-۲|=\sqrt{(x-۲)^۲}=\sqrt{x^۲-۴x+۴}=y$ و $y=\frac{۱}{۲}x+۲$ را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} y=x-۲ \\ y=\frac{۱}{۲}x+۲ \end{cases} \to \frac{۱}{۲}x+۲=x-۲ \to x=۸ \ , \ \ y=۶ \to C\left|\begin{matrix}۸\\۶\end{matrix}\right.$$

مساحت مثلث با داشتن مختصات سه رأس : $S=\frac{۱}{۲}|x_A(y_B-y_C)+x_B(y_C-y_A)+x_C(y_A-y_B)|=\frac{۱}{۲}|۰+۲(۶-۲)+۸(۲-۰)|=\frac{۱}{۲}|۸+۱۶|=۱۲$

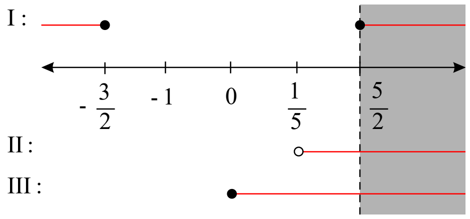
۶ **۱** ۲ ۳ ۴

$$۴\leq|۲x-۱|<۳x \to \begin{cases} |۲x-۱|<۳x \to \begin{cases} ۲x-۱<۳x \\ ۲x-۱>-۳x \end{cases} \\ \cap \\ ۴\leq|۲x-۱| \to \begin{cases} ۲x-۱\geq۴ \\ ۲x-۱\leq-۴ \end{cases} \end{cases}$$

$$I\begin{cases} ۲x-۱\geq۴ \Rightarrow ۲x\geq۵ \Rightarrow x\geq\frac{۵}{۲} \\ ۲x-۱\leq-۴ \Rightarrow ۲x\leq-۳ \Rightarrow x\leq\frac{-۳}{۲} \end{cases}$$

$$II\left.\begin{cases} ۲x-۱<۳x \Rightarrow x>-۱ \\ ۲x-۱>-۳x \Rightarrow ۵x>۱ \to x>\frac{۱}{۵} \end{cases}\right\} \xrightarrow{\cap} x>\frac{۱}{۵}$$

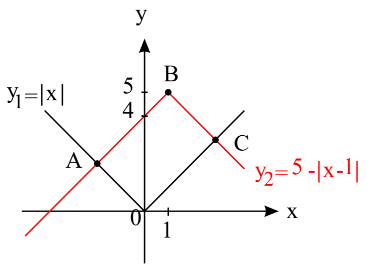
$$III \ : \ |۲x-۱|<۳x \to ۳x\geq۰ \to x\geq۰$$



$$\xrightarrow{I\cap II\cap III} x\in[\frac{۵}{۲},+\infty)$$

۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

ابتدا نمودار این دو تابع را در یک دستگاه رسم می‌کنیم تا شکل ناحیهٔ محدود مشخص شود.



با توجه به شکل، ناحیهٔ محدود به دو تابع یک مستطیل است که برای محاسبهٔ مساحت آن باید ابتدا نقاط برخورد آن‌ها را بیابیم:

$$y_۱=y_۲ \Rightarrow |x|=۵-|x-۱|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C \text{ نقطهٔ } \xrightarrow{x>۱} x = ۵ - (x - ۱) \rightarrow x = ۳ \Rightarrow C(۳,۳) \\ A \text{ نقطهٔ } \xrightarrow{x<۰} -x = ۵ + (x - ۱) \rightarrow x = -۲ \Rightarrow A(-۲,-۲) \end{cases}$$

$$OC = \sqrt{(۳)^۲ + (۳)^۲} = \sqrt{۱۸}, OA = \sqrt{(-۲)^۲ + (-۲)^۲} = \sqrt{۸}$$

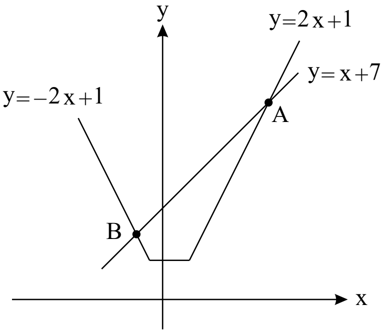
$$S = \text{عرض} \times \text{طول} = \sqrt{۱۸} \times \sqrt{۸} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$$

۸ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ تابع $y = |x - ۲| + |x + ۱|$ یک تابع گلدانی است که به‌ازای $x < -۱$ اکیداً نزولی و به‌ازای $x > ۲$ اکیداً صعودی و در فاصلهٔ $-۱ \leq x \leq ۲$ ثابت است.

$x < -۱ : y = -x + ۲ - x - ۱ \rightarrow y = -۲x + ۱$

$-۱ \leq x \leq ۲ : y = -x + ۲ + x + ۱ \rightarrow y = ۳$

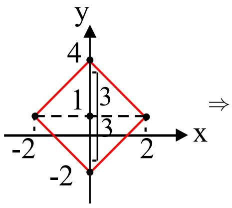
$x > ۲ : y = x - ۲ + x + ۱ \rightarrow y = ۲x - ۱$



$$\begin{cases} y = ۲x - ۱ \\ y = x + ۷ \end{cases} \rightarrow x = ۸ \, , \; y = ۱۵ \rightarrow A \left| \begin{matrix} ۸ \\ ۱۵ \end{matrix} \right. \; , \; \begin{cases} y = -۲x + ۱ \\ y = x + ۷ \end{cases} \rightarrow x = -۲ \, , \; y = ۵ \rightarrow B \left| \begin{matrix} -۲ \\ ۵ \end{matrix} \right.$$

پس: $AB = \sqrt{(۸ + ۲)^۲ + (۱۵ - ۵)^۲} = \sqrt{۱۰۰ + ۱۰۰} = \sqrt{۲۰۰} = ۱۰\sqrt{۲}$

۹ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ معادله‌ی $|x| + |y - ۱| = ۳$ بیانگر مربعی به مبدأ $(۰,۱)$ و طول قطر $۶ = ۳ \times ۲$ می‌باشد. می دانیم مساحت مربع برابر است با نصف حاصلضرب دو قطر.



$$\Rightarrow S = \frac{۶ \times ۶}{۲} = ۱۸$$

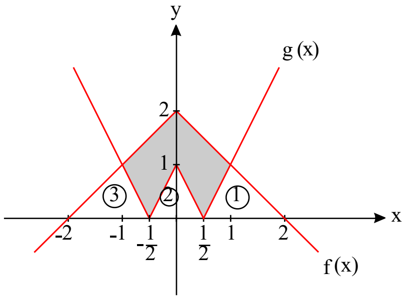
۱۰ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ ابتدا باید نامعادله را حل کنیم سپس اشتراک مجموعه جواب این نا معادله با بازه‌ی $(۱,۳)$ را محاسبه کنیم.

$$|x^۲ - ۴{,}۰۱| < ۰{,}۴ \rightarrow -۰{,}۴ < x^۲ - ۴{,}۰۱ < ۰{,}۴ \rightarrow ۳{,}۶۱ < x^۲ < ۴{,}۴۱ \Rightarrow ۱{,}۹ < |x| < ۲{,}۱ \quad I$$

چون بازه‌ی $(۱,۳)$ مثبت است پس مجموعه جواب I به‌صورت $۱{,}۹ < x < ۲{,}۱$ مورد قبول است که اشتراک آن‌ها به‌صورت $(۱{,}۹, ۲{,}۱)$ است یا به عبارتی:

$$۱{,}۹ < x < ۲{,}۱ \rightarrow -۰{,}۱ < x - ۲ < ۰{,}۱ \Rightarrow |x - ۲| < ۰{,}۱$$

۱۱ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ ابتدا $g(x)$، $f(x)$ را رسم می‌کنیم و خواهیم داشت:



برای بدست آوردن ناحیه محور کافی است از مثلث بزرگ مثلث‌های ۱ و ۲ ، ۳ را کم کنیم:

$$\text{مثلث بزرگ} = \frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$$

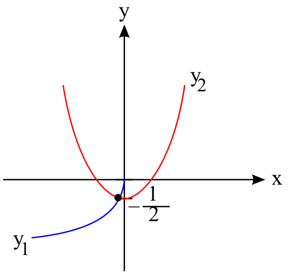
$$\text{مثلث (۱)} = \frac{۱ \times \frac{۳}{۲}}{۲} = \frac{۳}{۴}$$

$$\text{مثلث (۲)} = \frac{۱ \times ۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{مثلث (۳)} = \frac{۱ \times \frac{۳}{۲}}{۲} = \frac{۳}{۴}$$

$$\text{مساحت ناحیه محور} = ۴ - (\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۴}) = ۲$$

۱۲ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ برای حل معادله کافی است در نمودار $y_۱ = -\sqrt{-x}$ و $y_۲ = \left|x^۲\right| - \frac{۱}{۲}$ را رسم کنیم.



با توجه به شکل معادله دارای یک جواب است.

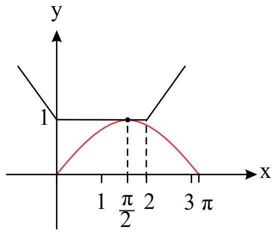
۱۳ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱ می‌توانیم مسئله را به کمک بازه‌بندی حل کنیم و خواهیم داشت:

$$۱)\ x \geq ۰ \to x\,|x| = |x| - ۲x \to x^۲ = x - ۲x \Rightarrow x^۲ + x = ۰ \to x(x+۱) = ۰ \to \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۱ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$۲)\ x < ۰ \to x\,|x| = |x| - ۲x \to -x^۲ = -x - ۲x \to x^۲ - ۳x = ۰ \to x(x-۳) = ۰ \begin{cases} x = ۰ \quad \text{غ ق ق} \\ x = ۳ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۴ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ برای حل معادله از روش ترسیم استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

با توجه به شکل روشن است معادله یک جواب در $x = \frac{\pi}{۲}$ دارد.



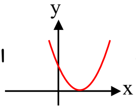
۱۵ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

$$\begin{cases} |x^۲ - ۲x| \geq ۰ \\ x > |x^۲ - ۲x| \end{cases} \Longrightarrow x > ۰ \to |x|\,|x-۲| < x \xrightarrow{x>۰} |x-۲| < ۱ \Rightarrow ۱ < x < ۳$$

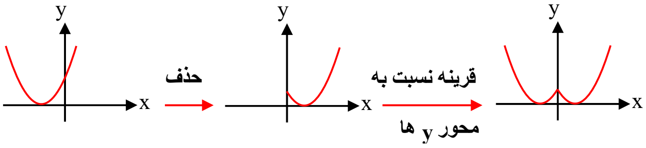
۱۶ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

$$|x+۲|\,|x-۲| + |x+۲| = |x-۲| + ۱\ \underbrace{(|x-۲|+۱)}_{\text{همواره مثبت}} = \underbrace{|x-۲|+۱}_{\text{همواره مثبت}}$$
$$\Rightarrow |x+۲|$$

$$\Rightarrow |x+۲| = ۱ \Rightarrow x+۲ = \pm ۱ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = -۱ \\ x_۲ = -۳ \end{cases} \Rightarrow x_۱ + x_۲ = -۴$$



۱۷ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] ابتدا نمودار $y = (x-۱)^۲$ را در نظر می گیریم که به صورت است $f(|x|)$ نمودار مورد نظر ما است باید بدانیم که روش ساختن $y = f(|x|)$ از روی نمودار $y = f(x)$ به این صورت است که قسمت های سمت چپ محور y ها را حذف کرده و قسمت هایی از نمودار که در سمت راست محور y ها قرار دارد به صورت آینه وار نسبت به این محور قرینه می‌کنیم پس داریم:



۱۸ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

دامنه این عبارت $x \neq \frac{۳}{۲}$ می باشد.

$$\left|\frac{x+۲}{۲x-۳}\right| > ۱ \Rightarrow |x+۲| > |۲x-۳| \Rightarrow \text{به توان ۲ می رسانیم} \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ > ۴x^۲ - ۱۲x + ۹$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۶x + ۵ < ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۳} < x < ۵ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{۵+\frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۸}{۳} \\ r = \frac{۵-\frac{۱}{۳}}{۲} = \frac{۷}{۳} \end{cases} \to |x - \text{مرکز}| < \text{شعاع}$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{۸}{۳}\right| < \frac{۷}{۳} \Rightarrow |۳x - ۸| < ۷$$

البته $x = \frac{۳}{۲}$ باید از مجموعه ی جواب حذف شود که در صورت سؤال ذکر شده است.

۱۹ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

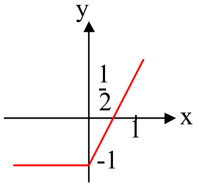
$$|۲x-۳|<x\Rightarrow -x<۲x-۳<x$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x-۳<x\Rightarrow x<۳\\ -x<۲x-۳\Rightarrow ۳<۳x\Rightarrow ۱<x\end{cases}\Rightarrow ۱<x<۳\Rightarrow -۱<x-۲<۱\Rightarrow |x-۲|<۱$$

۲۰ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

ابتدا قدر مطلق را تعیین علامت کرده و عبارت را به یک تابع دو ضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم و سپس هر دو ضابطه را بطور جداگانه رسم می‌کنیم.

$$y=|x|+x-۱=\begin{cases}x+x-۱ & x\geq ۰\\ -x+x-۱ & x<۰\end{cases}=\begin{cases}۲x-۱ & x\geq ۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$$



۲۱ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

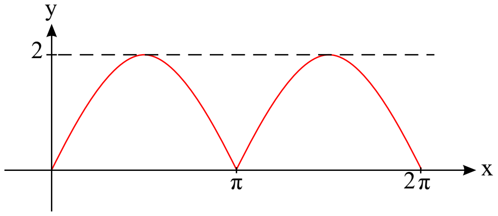
$$x^۲<-x\Rightarrow x^۲+x<۰\Rightarrow -۱<x<۰\Rightarrow \underbrace{|۲x-۱|}_{-}+\underbrace{|۲-x|}_{+}=-۲x+۱+۲-x=۳-۳x$$

۲۲ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

$$|x-۲|=\begin{cases}x-۲ & x\geq ۲\\ -(x-۲) & x<۲\end{cases}\Rightarrow x^۲<|x-۲|\Rightarrow\begin{cases}x^۲<x-۲ & x\geq ۲\\ x^۲<-x+۲ & x<۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^۲-x+۲<۰ \quad x\geq ۲ \;\rightarrow \Delta<۰\;,\;a>۰ \text{ غ.ق.ق}\\ x^۲+x-۲<۰ \quad x<۲ \;\rightarrow (x+۲)(x-۱)<۰\Rightarrow -۲<x<۱\xrightarrow{x<۲} x\in(-۲\;,\;۱)\end{cases}$$

۲۳ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] ابتدا می‌بایست $y_۱=|۲\sin x|$ را رسم کنیم.

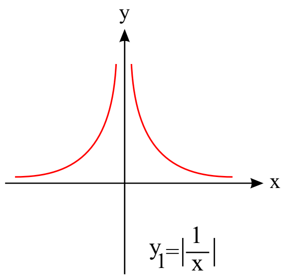


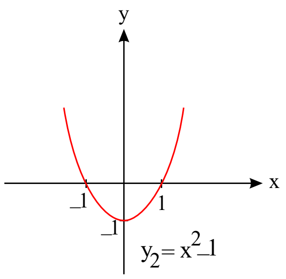
بنابراین با توجه به گزینه‌ها به ازای $k=۰$ معادله دارای ۳ جواب (تعداد فرد) جواب است.

۲۴ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ از روش رسم، معادله را حل می‌کنیم؛ داریم:

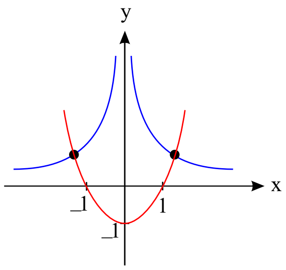
$$y_۱=\left|\frac{۱}{x}\right|$$

$$y_۲=x^۲-۱$$



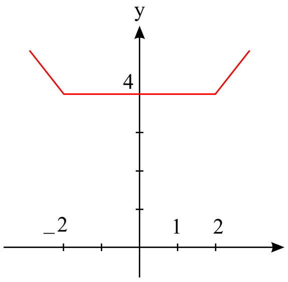


حال کافی است؛ $y_۱$ و $y_۲$ را در یک نمودار رسم کنیم.



بنابراین معادله دارای ۲ جواب است.

۲۵ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ از روش رسم، نامعادله را حل می‌کنیم ابتدا $y=|x-۲|+|x+۲|$ را رسم می‌کنیم.



$$|x-۲|+|x+۲|=\begin{cases}۲x & x\geq ۲\\ ۴ & -۲<x<۲\\ -۲x & x\leq -۲\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$x\geq ۲ \Rightarrow ۲x<۷\to x<\frac{۷}{۲}\Rightarrow x\in\{۲,۳\}$

$x\leq -۲ \Rightarrow -۲x<۷\to x>\frac{-۷}{۲}\Rightarrow x\in\{-۳,-۲\}$

$-۲<x<۲\Rightarrow ۴<۷\to$ عبارت همواره درست است. $\Rightarrow x\in\{-۱,۰,۱\}$

بنابراین جواب‌های مسئله عبارت است از: $\{-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳\}$

بنابراین نامعادله شامل ۷ جواب است.

۲۶ ۴ ۳ ۲ **۱**

$x^{۲}-۵x+۶<۰\to(x-۲)(x-۳)<۰\to ۲<x<۳$

بنابراین برای $f(x)$ داریم:

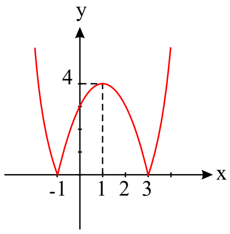
$f(x)=|x-۲|-|x-۳|\xrightarrow{۲<x<۳}f(x)=x-۲+x-۳=۲x-۵$

$\Rightarrow f(x)=۲x-۵$

در نتیجه برای fof داریم:

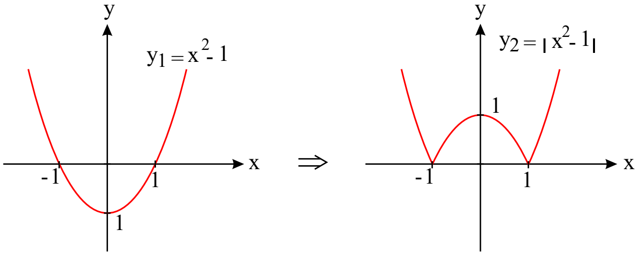
$fof=۲(۲x-۵)-۵=۴x-۱۵$

۲۷ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا نمودار عبارت $\left|(x-۱)^{۲}-۴\right|$ را رسم می‌کنیم و خواهیم داشت:



بنابراین به ازای $k=۴$ معادله دارای ۳ جواب است.

۲۸ **۴** ۳ ۲ ۱ برای بدست آوردن تعداد تغییر علامت در شیب تابع از روش ترسیم استفاده می‌کنیم:



با توجه به شکل و مماس‌های رسم شده در می‌یابیم که عبارت در دو نقطه ۱− و $x=۱$ شیب آن تغییر علامت می‌دهد. همچنین در نقطهٔ $x=۰$ شیب نمودار از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد.

بنابراین $f(x)$ در ۳ نقطه شیب آن تغییر علامت می‌دهد.

۲۹ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم اگر $k>۰$ و $|x|<k$ خواهیم داشت:

$|x|<k\Rightarrow -k<x<k$

با استفاده از نکته فوق در حل نامعادله مسئله خواهیم داشت:

$|\frac{۳}{۲}-|x-۲||<۲\to -۲<\frac{۳}{۲}-|x-۲|<۲\to -\frac{۷}{۲}<-|x-۲|<\frac{۱}{۲}$

$$\rightarrow \frac{۷}{۲} > \underbrace{|x-۲| > -\frac{۱}{۲}}_{\text{بدیهی}} \rightarrow |x-۲| < \frac{۷}{۲} \rightarrow -\frac{۷}{۲} < x-۲ < \frac{۷}{۲} \rightarrow -\frac{۳}{۲} < x < \frac{۱۱}{۲}$$

۳۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ **نکته ۱:** دو نامساوی (تساوی) معادل‌اند، هرگاه دارای جواب یکسان باشند.

نکته ۲:

$$|u| \leq a \Leftrightarrow -a \leq u \leq a$$
$$|u| \geq a \Leftrightarrow u \leq -a \ \text{یا}\ u \geq a$$

راه اول: ابتدا نامعادله‌ی $|x-۲| < ۰٫۲$ را حل کرده و جواب را به دست می‌آوریم:

$$|x-۲| < ۰٫۲ \Rightarrow -۰٫۲ < x-۲ < ۰٫۲ \Rightarrow ۱٫۸ < x < ۲٫۲$$

جواب به دست آمده را به صورت نامعادله‌ی دوم می‌نویسیم:

$$۱٫۸ < x < ۲٫۲ \Rightarrow ۷٫۲ < ۴x < ۸٫۸ \Rightarrow ۴٫۲ < ۴x-۳ < ۵٫۸ (I)$$
$$A < ۴x-۳ < B \xrightarrow{(I)} A = ۴٫۲ \ , \ B = ۵٫۸ \Rightarrow A+B = ۱۰$$

راه دوم:

$$|x-۲| < ۰٫۲ \Rightarrow -۰٫۲ < x-۲ < ۰٫۲ \xrightarrow{\times ۴} -۰٫۸ < ۴x-۸ < ۰٫۸$$
$$\xrightarrow{+۵} ۴٫۲ < ۴x-۳ < ۵٫۸ \Rightarrow A+B = ۱۰$$

۳۱ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

$$|x-۱| < ۲ \Rightarrow -۱ < x < ۳ \quad (I)$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq ۱ & \rightarrow ۳x-۱ > ۵ \Rightarrow x > ۲ \xrightarrow{\cap} x > ۲ \quad (II) \\ x < ۱ & \rightarrow ۲x-x+۱ > ۵ \Rightarrow x > ۴ \xrightarrow{\cap} \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$
$$I \cap II \Rightarrow (۲,۳)$$

۳۲ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

$$\begin{cases} ۵x+۶ \geq ۰ \Rightarrow x \geq \frac{-۶}{۵} : \ x^۲ < ۵x+۶ \Rightarrow x^۲-۵x-۶ < ۰ \\ ۵x+۶ < ۰ \Rightarrow x < \frac{-۶}{۵} : \ x^۲ < -۵x-۶ \Rightarrow x^۲+۵x+۶ < ۰ \end{cases}$$
$$\begin{cases} \Rightarrow (x-۶)(x+۱) < ۰ \Rightarrow x \in (-۱,۶) \xrightarrow{x \geq -\frac{۶}{۵}} x \in (-۱,۶) \\ \Rightarrow (x+۲)(x+۳) < ۰ \Rightarrow x \in (-۳,-۲) \xrightarrow{x < -\frac{۶}{۵}} x \in (-۳,-۲) \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = (-۳,-۲) \cup (-۱,۶)$$

۳۳ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱

می‌دانیم $|a|^۲ = a^۲$ بنابراین:

$$(|x-۱|)^۲ - ۵|x-۱| + ۴ = ۰ \Rightarrow (|x-۱|-۴)(|x-۱|-۱) = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} |x-۱| = ۱ \Rightarrow x-۱ = \pm ۱ \Rightarrow x = ۲ \ , \ x = ۰ \\ |x-۱| = ۴ \Rightarrow x-۱ = \pm ۴ \Rightarrow x = ۵ \ , \ x = -۳ \end{cases} \Rightarrow \text{مجموعه ریشه ها} = ۰+۲-۳+۵ = ۴$$

۳۴ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

نکته :
$$\begin{cases} |v| = v \Leftrightarrow v \geq ۰ \\ |v| = -v \Leftrightarrow v \leq ۰ \end{cases}$$

$$|x^۳-۸| = ۸-x^۳ \Rightarrow \text{با توجه به آنکه مقدار قدر مطلق همواره مثبت است} \Rightarrow ۸-x^۳ \geq ۰ \Rightarrow x^۳ \leq ۸ \Rightarrow x \leq ۲$$

در نتیجه مجموعه جواب برابر $(-\infty, ۲]$ می باشد.

۳۵ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

نکته:
$$\begin{cases} |v| = v \Leftrightarrow v \geq ۰ \\ |v| = -v \Leftrightarrow v \leq ۰ \end{cases}$$

$$\text{با توجه به فرض سوال} : \begin{cases} \frac{۱-x}{x-۳} \geq ۰ \Rightarrow \frac{x-۱}{x-۳} \leq ۰ \\ x \neq ۳ \end{cases} \Rightarrow ۱ \leq x < ۳$$

		1		3	
x -1	-	○	+		+
x- 3	-		-	○	+
p	+	○	-	ت ن	+

۳۶ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

نکته: $a < x < b \ \Rightarrow \ |x| \leq max\{|a|,|b|\}$

$$|۲x+۳| < ۹ \Rightarrow -۹ < ۲x+۳ < ۹ \Rightarrow -۱۲ < ۲x < ۶$$
$$\Rightarrow -۶ < x < ۳ \Rightarrow \max\{|-۶|,۳\} = ۶ \Rightarrow |x| < ۶$$

۳۷ [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

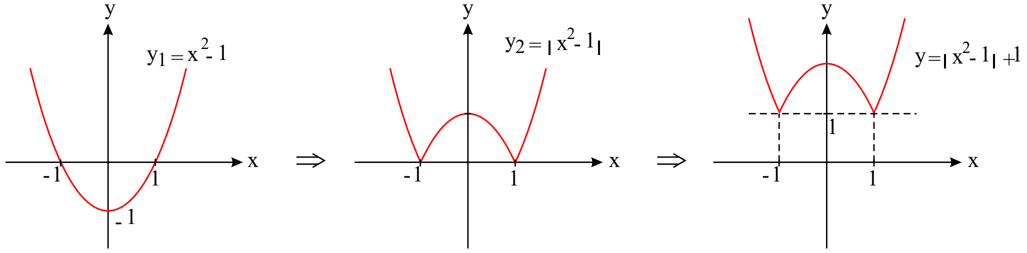
$$x \leq ۳ : |۳-x+x| < ۱ \Rightarrow ۳ < ۱ \ \text{غیر ممکن}$$

$x > ۳ : |x - ۳ + x| < ۱ \Rightarrow |۲x - ۳| < ۱ \Rightarrow -۱ < ۲x - ۳ < ۱$

$\Rightarrow ۲ < ۲x < ۴ \Rightarrow \begin{cases} ۱ < x < ۲ \\ x > ۳ \end{cases} \Rightarrow$ اشتراک می‌گیریم $\Rightarrow \phi$

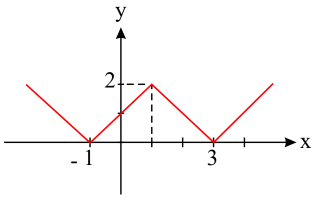
پس نامعادله جواب ندارد و گزینه‌ی ۴ صحیح است.

۳۸ ۴ [✓ ۳] ۲ ۱ برای حل معادله از روش ترسیم استفاده می‌کنیم و برای رسم $|x^۲ - ۱| + ۱$ خواهیم داشت:



با توجه به شکل روشن است که به ازای $k = \{۱\} \cup (۲, +\infty)$ معادله دارای ۲ جواب است.

۳۹ ۴ ۳ ۲ [✓ ۱] ابتدا نمودار y را رسم می‌کنیم:

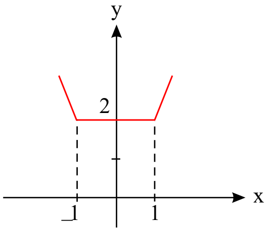


بنابراین شکل حاصل از اتصال نقاط شکستگی تابع یک مثلث به ارتفاع ۲ و قاعده ۴ می‌باشد مساحت آن برابر است با: $S_\triangle = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۴$

۴۰ ۴ ۳ [✓ ۲] ۱ از روش رسم معادله را حل می‌کنیم و داریم:

$y_۱ = |x + ۱| + |x - ۱|$

حال می‌بایست $y_۱$ را رسم کنیم.



بنابراین به‌ازای $k = ۲$ معادله دارای بیشمار جواب است.