۱ گزینه ۲

$$-۲-\frac{x}{۴}<\frac{۱+x}{۳}\Rightarrow\frac{۱+x}{۳}+\frac{x}{۴}>-۲$$
$$\Rightarrow\frac{۴+۴x+۳x}{۱۲}>-۲\Rightarrow ۷x+۴>-۲۴$$
$$\Rightarrow ۷x>-۲۸\Rightarrow x>-۴\xrightarrow[\text{منفی}]{\text{x عدد صحیح}}x\in\{-۱,-۲,-۳\}$$

سه عدد صحیح منفی در نامعادله صدق می‌کند.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶
قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۲ گزینه ۱

جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:
پس بازهٔ $[-۳,۰)$ جواب نامعادله است.

		-۳		۰		۲		۳	
$x^۲$-۹	+	۰	−		−		−	۰	+
f(x)	+		+	۰	−	۰	−	۰	+
کل عبارت	+	۰	−	تن	+	تن	+	تن	+

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۳ گزینه ۱

عبارت P، در اطراف $x=-۲$ تغییر علامت می‌دهد، بنابراین $x=-۲$ ریشهٔ معادلهٔ $P=۰$ است. همچنین عبارت P، در اطراف $x=c$، تغییر علامت نمی‌دهد. این یعنی $x=c$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $P=۰$ است. باتوجه‌به حضور عبارت $(۲x-۱)$، نتیجه می‌شود که $c=\frac{۱}{۲}$ ریشهٔ مضاعف $P=۰$ است؛ بنابراین داریم:

$$P=(۲x-۱)\left(ax^۲+۳x+b\right)=A\,(۲x-۱)\,(۲x-۱)\,(x+۲)$$
$$=A\,(۲x-۱)\left(۲x^۲+۳x-۲\right)\Rightarrow A=۱\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\ b=-۲\end{cases}\Rightarrow abc=-۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۸

۴ گزینه ۱

حاصل‌ضرب دو عبارت زمانی مثبت است که هر دو عبارت هم‌علامت باشند. حال ابتدا عبارت $x^2 - x - 6$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2, 3$$

x		-2		3	
$x^2 - x - 6$	$+$	0	$-$	0	$+$

لذا عبارت $2x^2 + ax + b$ هم باید تعیین علامتی مشابه با عبارت $x^2 - x - 6$ داشته باشد؛ لذا داریم:

$$f(x) = 2x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 - 2a + b = 0 \\ 18 + 3a + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 8 \\ 3a + b = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -12 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2 - (-12) = 10$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۷

۵ گزینه ۳

عبارت $(x^2 + ax + b)(x - 4)$ می‌تواند حداکثر سه ریشه داشته باشد که حتماً یکی از آن‌ها $x = 4$ است. ازآنجایی‌که جواب نامعادله بازهٔ $[-2, +\infty)$ است، می‌فهمیم که $x = -2$ ریشهٔ عبارت $x^2 + ax + b$ است. از طرفی چون $x = 4$ در بازهٔ جواب نامعادله قرار دارد، پس حتماً $x = 4$ ریشهٔ مضاعف کل عبارت است؛ یعنی $x = 4$ ریشهٔ عبارت $x^2 + ax + b$ نیز است، پس عبارت $x^2 + ax + b$ درواقع به‌صورت $(x+2)(x-4)$ است:

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2 + 8 = 6$$

به تعیین علامت این عبارت توجه کنید:

$$(x+2)(x-4)(x-4) = (x+2)(x-4)^2$$

x		-2		4	
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$(x-4)^2$	$+$		$+$	0	$+$
$(x+2)(x-4)^2$	$-$	0	$+$	0	$+$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

۶ گزینه ۲

چون مخرج هر دو کسر همواره مثبت است، می‌توانیم عبارات را معکوس کرده و جهت نامعادله را عوض کنیم:

$$\frac{۱}{x^۲+۳x+۴}<\frac{۱}{۲x^۲-۴x+۱۴}\Rightarrow x^۲+۳x+۴>۲x^۲-۴x+۱۴$$

$$x^۲-۷x+۱۰<۰\Rightarrow x\in(۲,۵)\Rightarrow\begin{cases}a=۳\\ b=۴\end{cases}\Rightarrow b-a=۱$$

دام آموزشی: داوطلبان ممکن است به بازهٔ باز توجه نکنند و a را برابر با ۲ و b را برابر با ۵ اختیار کنند که در این صورت در دام آموزشی که گزینهٔ "۲" است قرار می‌گیرند.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

۷ گزینه ۳

$$x^۳-۳x+۲>۰\Rightarrow x^۳-x-(۲x-۲)>۰$$

$$\Rightarrow x(x-۱)(x+۱)-۲(x-۱)>۰\Rightarrow(x-۱)(x^۲+x-۲)>۰$$

$$\Rightarrow(x-۱)(x-۱)(x+۲)>۰\Rightarrow(x-۱)^۲(x+۲)>۰$$

x		-۲		۱	
عبارت	−	۰	+	۰	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب}:\ (-۲,+\infty)-\{۱\}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-۲\\ b=۱\end{cases}\Rightarrow b-a=۱-(-۲)=۳$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

۸ گزینه ۱

$$x^۲-۴x+m=۵\Rightarrow x^۲-۴x+m-۵=۰$$

$$\Delta=۱۶-۴(m-۵)<۰\Rightarrow ۴m>۳۶\Rightarrow m>۹$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۴

۹

گزینه ۲

ابتدا ریشهٔ $x = 4$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$4a - 12 + 3b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 3b = 14$$

ازطرفی باتوجه‌به جدول، ضریب x باید منفی باشد.

$$a - 3 < 0 \Rightarrow a < 3$$

چون a عضو اعداد طبیعی است، پس می‌تواند ۱ یا ۲ باشد.

$$a = 1 \Rightarrow 3b + 4 = 14 \Rightarrow b = \frac{10}{3} \Rightarrow b + a = \frac{13}{3}$$

$$a = 2 \Rightarrow 3b + 8 = 14 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b + a = 4$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

۱۰

گزینه ۳

$$\frac{x^3 - x^2}{3(x^3 - 1)} > 1 \Rightarrow \frac{x^2(x-1)}{3(x-1)(x^2+x+1)} > 1 \xrightarrow{x \neq 1}$$

$$\frac{x^2}{3(x^2+x+1)} > 1 \xrightarrow[\text{چون } a>0 \text{ و } \Delta<0]{x^2+x+1>0}$$

طرفین نامعادله را بدون تغییر جهت نامعادله در عبارت مثبت $3(x^2 + x + 1)$ ضرب می‌کنیم:

$$3x^2 + 3x + 3 < x^2 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 3 < 0$$

چون در عبارت درجه دوم $2x^2 + 3x + 3$، دلتا منفی و ضریب x^2 مثبت است، پس این عبارت همواره مثبت است و نامعادله جواب ندارد.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۶

۱۱

گزینه ۲

ابتدا ریشه‌ها را یافته و عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

x		۰		۷		۲۹	
x − ۷	−		−	۰	+		+
$x^۳$	−	۰	+		+		+
۳x − ۸۷	−		−		−	۰	+
A	−	۰	+	۰	−	ن	+

$$A > ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۰ < x < ۷ \Rightarrow x = \{۱, ۲, ..., ۶\} \\ x > ۲۹ \Rightarrow x = \{۳۰, ۳۱, ..., ۱۰۰\} \end{cases}$$

بنابراین تعداد اعداد کوچک‌تر از ۱۰۱ که عبارت را مثبت می‌کنند برابر است با:

$$۶ + (۱۰۰ - ۳۰ + ۱) = ۶ + ۷۱ = ۷۷$$

۱۲

گزینه ۲

برای عبارت درجه‌اول $ax + b$ جدول تعیین علامت به‌صورت زیر است:

x		$-\frac{b}{a}$	
$ax+b$	مخالف علامت a	0	موافق علامت a

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$x < k \Rightarrow f(x) > 0$$
$$x > k \Rightarrow f(x) < 0$$

x		k	
f	$+$	0	$-$

پس علامت ضریب x در عبارت درجه‌اول f منفی است؛ یعنی:

$$2k < 0 \Rightarrow k < 0 \qquad (1)$$

ازطرفی $x = k$ ریشهٔ معادلهٔ $f(x) = 0$ است، پس:

$$f(k) = 0 \Rightarrow 2k(k) + k^2 - 27 = 0$$
$$\Rightarrow 2k^2 + k^2 = 27 \Rightarrow 3k^2 = 27 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -3 \end{cases} \xrightarrow{(1)} k = -3 \text{ ق ق}$$

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶
قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

۱۳

گزینه ۴

اگر $-1 < a < 0$ باشد، آنگاه:

$$\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < a < -a^2 < a^3 < -a^4$$

پس $-a^4$ از بقیهٔ گزینه‌ها بزرگ‌تر است. توجه کنید که اعداد a^3 و a و $\sqrt[3]{a}$ و $\sqrt[5]{a}$ منفی و اعداد a^4 و a^2 مثبت هستند.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶
قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶

۱۴ گزینه ۳

$$A = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲ - |x| = ۰ \Rightarrow |x| = ۲ \Rightarrow x = \pm ۲ \\ ۲x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = ۳ \end{cases}$$

x	$-\infty$		-۲		۲		۳		$+\infty$
$۲-\|x\|$		$-$	۰	$+$	۰	$-$		$-$	
$۲x-۶$		$-$		$-$		$-$	۰	$+$	
A		$+$	۰	$-$	۰	$+$	۰	$-$	

$$A < ۰ \Rightarrow x \in (-۲, ۲) \cup (۳, +\infty)$$

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۸

۱۵ گزینه ۴

دقت کنید که در تعیین علامت یک سهمی، اگر $\Delta \leq ۰$ باشد کل عبارت در $\mathbb{R}$ ، یا مثبت است یا منفی و اگر $\Delta > ۰$ باشد، دو ریشه و درنتیجه دو بار تغییرعلامت داریم. چون در صورت سؤال گفته شده تابع فقط به ازای $x \geq ۲$ تعریف شده است، پس عبارت زیر رادیکال باید یک خط باشد، یعنی $a = ۰$. در یک خط تغییر علامت در ریشهٔ عبارت اتفاق می‌افتد، یعنی $f(۲) = ۰$ پس داریم:

$$\begin{cases} f(۲) = ۰ \Rightarrow \sqrt{۲b + c} = ۰ \Rightarrow ۲b + c = ۰ \\ f(۶) = ۴ \Rightarrow \sqrt{۶b + c} = ۴ \Rightarrow ۶b + c = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow b = ۴ \ , \ c = -۸$$

پس ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x) = \sqrt{۴x - ۸}$ است. حال داریم:

$$f(۱۴) = \sqrt{۴(۱۴) - ۸} = \sqrt{۴۸} = ۴\sqrt{۳}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۵

۱۶ گزینه ۴

باتوجه‌به نامساوی $۰ < \sqrt[۳]{a} < \sqrt[۴]{a^۳}$ یا به عبارت دیگر $۰ < a^{\frac{۱}{۳}} < a^{\frac{۳}{۴}}$، نتیجه می‌شود که $a > ۱$ است. توجه کنید که برای اعداد بزرگ‌تر از یک، هرچه توان عدد بزرگ‌تر شود، مقدار عدد بزرگ‌تر می‌شود. لذا گزینهٔ ۴ درست نمی‌باشد.

$$\begin{cases} \sqrt[۶]{a^۵} = a^{\frac{۵}{۶}} \\ \sqrt[۴]{a} = a^{\frac{۱}{۴}} \end{cases} \xrightarrow[a>۱]{\frac{۵}{۶} > \frac{۱}{۴}} a^{\frac{۵}{۶}} > a^{\frac{۱}{۴}}$$

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۸

۱۷ گزینه ۳

$xf(x) - x^{۲} < ۰ \Rightarrow x(f(x) - x) < ۰$

مطابق شکل در فاصلهٔ $(۰, ۲)$ تابع $y = f(x)$ بالای خط $y = x$ قرار دارد، یعنی $f(x) - x > ۰$ و در فاصلهٔ $(-\infty, ۰) \cup (۲, +\infty)$ پایین خط $y = x$ قرار دارد؛ یعنی $f(x) - x < ۰$ می‌شود.

		۰		۲	
x	−	۰	+		+
f(x)−x	−	۰	+	۰	−
x(f(x)−x)	+	۰	+	۰	−

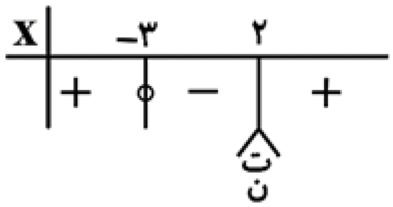
$\Rightarrow x \in (۲, +\infty)$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

۱۸ گزینه ۴

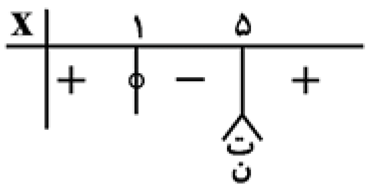
نامعادله‌های مفروض سؤال را به دو نامعادله تفکیک می‌کنیم:

$\text{I)}\ \dfrac{x + ۳}{x - ۲} < ۰$



$\Rightarrow x \in (-۳, ۲)$

$\text{II)}\ \dfrac{x - ۱}{x - ۵} > ۰$



$\Rightarrow x \in (-\infty, ۱) \cup (۵, \infty)$

جواب نهایی از اشتراک مجموعهٔ جواب‌های (I) و (II) به دست می‌آید:

$\xrightarrow{(\text{I})\cap(\text{II})} x \in (-۳, ۱) \Rightarrow \max(b - a) = ۱ - (-۳) = ۴$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

۱۹ گزینه ۱

$$۲ < \sqrt[۵]{x} < ۳ \Rightarrow ۲^۵ < x < ۳^۵ \Rightarrow ۳۲ < x < ۲۴۳$$

$$\text{تعداد اعداد طبیعی} : ۲۴۳ - ۳۲ - ۱ = ۲۱۰$$

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۰ گزینه ۳

ابتدا نامعادلهٔ $x^۲ - x - ۶ < ۰$ را به‌صورت $(x-۳)(x+۲) < ۰$ تجزیه می‌کنیم که جواب آن به‌صورت $-۲ < x < ۳$ است. حال برای آنکه جواب معادله، زیرمجموعهٔ $-m < x < m$ باشد، کمترین مقدار m برابر با ۳ خواهد بود.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۲۱ گزینه ۳

عدد $a_۳$ و $b_۳$: اگر $x > ۱$ باشد، آنگاه $\sqrt[۳]{x} < x$، پس در شکل داده‌شده، $a_۳ > b_۳$ و پیکان رسم شده درست است.

عدد $a_۱$ و $b_۱$: اگر $۰ < x < ۱$ باشد، آنگاه $\sqrt[۳]{x} > x$، پس در شکل داده‌شده، باید $a_۱ < b_۱$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است چون باید $a_۱$ سمت چپ $b_۱$ باشد.

عدد $a_۲$ و $b_۲$: اگر $-۱ < x < ۰$ باشد، آنگاه $\sqrt[۳]{x} < x$، پس در شکل داده‌شده، باید $a_۲ > b_۲$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است.

عدد $a_۴$ و $b_۴$: اگر $x < -۱$ باشد، آنگاه $\sqrt[۳]{x} > x$، پس در شکل داده‌شده، باید $a_۴ < b_۴$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است.

بنابراین سه پیکان نادرست رسم شده‌اند.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۲۲ گزینه ۱

اگر سهمی بالای خط $y = ۱$ نباشد، یعنی $y \leq ۱$؛ پس باید نامعادلهٔ $۲x^۲ + x \leq ۱$ را حل کنیم.

$$۲x^۲ + x - ۱ \leq ۰ \Rightarrow (۲x - ۱)(x + ۱) \leq ۰$$

ریشه‌های معادلهٔ فوق $x = -۱$ و $x = \frac{۱}{۲}$ است، پس با تعیین علامت داریم:

x		-۱		$\frac{۱}{۲}$	
$۲x^۲ + x - ۱$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$\text{مجموعه جواب} = [a, b] = [-۱, \frac{۱}{۲}] \Rightarrow b - a = \frac{۱}{۲} - (-۱) = \frac{۳}{۲}$$

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۷

۲۳

گزینه ۱

چون در مخرج کسر، $\Delta < ۰$ است، پس علامت عبارت مخرج کسر همواره موافق ضریب $x^۲$ یعنی مثبت است و می‌توانیم برای حل نامعادله طرفین نامعادله را در عبارت مخرج کسر ضرب کنیم.

$$mx^۲ - ۳mx + ۲ \leq x^۲ - x + ۲$$

$$\Rightarrow (m-۱)x^۲ - (۳m-۱)x \leq ۰$$

برای آنکه عبارت درجهٔ دوم همواره نامثبت باشد، باید $\Delta \leq ۰$ و ضریب $x^۲$ منفی باشد، درنتیجه:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta = (۳m-۱)^۲ \leq ۰ \Rightarrow m = \frac{۱}{۳} \\ m-۱ < ۰ \Rightarrow m < ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow m = \frac{۱}{۳}$$

به ازای $m = \frac{۱}{۳}$، رابطه به‌صورت $-\frac{۲}{۳}x^۲ \leq ۰$ درمی‌آید که همواره برقرار است.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۲۴

گزینه ۲

$$\frac{x^۲ + x - ۲}{x^۲ - ۳x + ۲} - ۱ \leq ۰ \Rightarrow P(x) = \frac{۴x - ۴}{x^۲ - ۳x + ۲} \leq ۰$$

$$۴x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

$$x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \; , \; x = ۲$$

x	$-\infty$	۱		۲	$+\infty$
۴x−۴	−	۰	+		+
x۲−۳x+۲	+	۰	−	۰	+
p(x)	−	ت.ن	−	ت.ن	+

باتوجه‌به جدول، اگر نامعادله در بازهٔ $(-\infty, a)$ برقرار باشد، بیشترین مقدار a، برابر با ۱ است.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۲۵ گزینه ۳

$$\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x}\geq -1 \Rightarrow \frac{x^2-(x^2-1)}{x(x+1)}\geq -1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2+x}+1\geq 0 \Rightarrow \frac{1+x^2+x}{x^2+x}\geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{صورت کسر} : x^2+x+1 \Rightarrow \Delta = 1-4=-3<0 \quad (*) \\ \text{مخرج کسر} : x^2+x>0 \Rightarrow x(x+1)>0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \end{cases}$$

در $(*)$ علامت عبارت x^2+x+1 همواره موافق ضریب x^2، یعنی همواره مثبت است؛ پس برای آنکه کل عبارت بزرگ‌تر از صفر باشد، کافی است $x^2+x>0$ باشد.

x		-1		0	
x^2+x	+ ج		−		+ ج

$$\text{مجموعه جواب} : (-\infty,-1)\cup(0,+\infty) \Rightarrow a=-1,\ b=0$$

$$\Rightarrow b-a=0-(-1)=1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۷

۲۶ گزینه ۱

$$3y-ax+a^2-7=0 \Rightarrow 3y=ax-a^2+7 \Rightarrow y=\frac{ax-a^2+7}{3}$$

نقطهٔ $(6,0)$ متعلق به نمودار خط است؛ یعنی:

$$0=\frac{6a-a^2+7}{3} \Rightarrow a^2-6a-7=0 \Rightarrow (a-7)(a+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=7 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

توجه کنید که باتوجه‌به صورت سؤال و تعیین علامت عبارت خطی داده‌شده باید $a<0$ باشد.

x	$-\infty$	6	$+\infty$
y	+	0	−

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۷

۲۷ گزینه ۳

$$2x^2 - 20x + 72 > 120 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 10x + 36 > 60 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 > 0$$

عبارت $P = x^2 - 10x - 24 > 0$ را تعیین علامت می‌کنیم.

$$x^2 - 10x - 24 > 0 \Rightarrow (x-12)(x+2) > 0$$

x		-2		12	
$x^2 - 10x - 24$	+	0	−	0	+

بنابراین $x > 12$ جواب قابل‌قبول است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۷

۲۸ گزینه ۴

اگر نمودار تابع $y = \frac{x^2-1}{2x-1}$ پایین‌تر از خط $y = x+1$ قرار نگیرد، $\frac{x^2-1}{2x-1}$ یا بزرگ‌تر از $x+1$ است یا با آن مساوی است:

$$\frac{x^2-1}{2x-1} \geq x+1 \Rightarrow \frac{x^2-1}{2x-1} - x - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1 - 2x^2 + x - 2x + 1}{2x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 - x}{2x-1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه‌های صورت} : -x^2 - x = 0 \Rightarrow -x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \\ \text{ریشهٔ مخرج} : 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

x		-۱		۰		$\frac{1}{2}$	
$-x$	+		+	0	−		−
$x+1$	−	0	+		+		+
$2x-1$	−		−		−	0	+
کل کسر	+	0	−	0	+	ت ن	−

قسمت‌هایی که مثبت یا مساوی صفر است جواب مسئله است:

$$\text{جواب} = (-\infty, -1] \cup [0, \frac{1}{2})$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۴ تابستان ۱۳۹۸

۲۹

گزینه ۱

برای آنکه اعداد a، b و c اضلاع یک مثلث باشند، باید ۳ شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} a+b>c \\ a+c>b \\ b+c>a \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$x^۲+۳x>۴ \quad (I)$$
$$x^۲+۴>۳x \quad (II)$$
$$۳x+۴>x^۲ \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(I)} x^۲+۳x-۴>۰ \Rightarrow (x+۴)(x-۱)>۰ \Rightarrow x>۱ \text{ یا } x<-۴ \xrightarrow{\text{چون طول نمی‌تواند منفی باشد}} x>۱ \quad (*)$$

$$\xrightarrow{(II)} x^۲-۳x+۴>۰$$

باتوجه‌به اینکه Δ برای معادلهٔ $x^۲-۳x+۴$ منفی است، پس این عبارت همواره مثبت خواهد بود؛ یعنی:

$$x\in\mathbb{R} \xrightarrow{\text{چون طول نمی‌تواند منفی باشد}} x>۰ \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(III)} x^۲-۳x-۴<۰ \Rightarrow (x-۴)(x+۱)<۰ \Rightarrow -۱<x<۴$$

$$\xrightarrow{\text{چون طول منفی نیست}} ۰<x<۴ \quad (***)$$

$$\xrightarrow{(*)\cap(**)\cap(***)} ۱<x<۴$$

پس به ازای $x=۲$ و $x=۳$ اعداد مذکور می‌توانند اضلاع مثلث باشند.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۷

۳۰

گزینه ۴

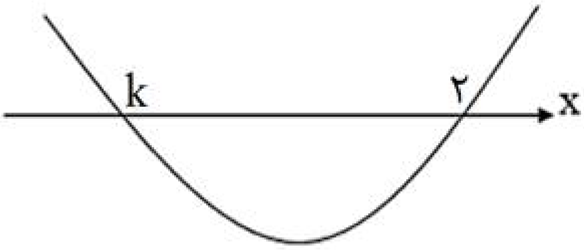
منحنی بالای محور xها است پس $y>۰$ یا $\frac{۱}{۲}x^۲+(m-۲)x+۱>۰$ چون تابع درجه دوم مینیمم دارد. کافی است معادلهٔ درجه دوم حاصل فاقد ریشه باشد. $(m-۲)^۲-۴(\frac{۱}{۲})<۰$ پس $(m-۲)^۲<۲$ درنتیجه: $۲-\sqrt{۲}<m<۲+\sqrt{۲}$

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۵

۳۱

گزینه ۲

ازآنجایی‌که مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $f(x)=۲x^{۲}+ax+۴\geq ۰$ به‌صورت بازهٔ بستهٔ $\mathbb{R}-(k,۲)$ است، پس حتماً نمودار تابع
f به‌صورت زیر است:



پس $x=۲$ یک جواب معادلهٔ $۲x^{۲}+ax+۴=۰$ است:

$$۲(۲)^{۲}+a(۲)+۴=۰\Rightarrow ۱۲+۲a=۰\Rightarrow a=-۶$$

پس نامعادله به‌صورت $۲x^{۲}-۶x+۴\geq ۰$ است، درنتیجه:

$$۲\left(x^{۲}-۳x+۲\right)\geq ۰\Rightarrow x^{۲}-۳x+۲\geq ۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x-۲)\geq ۰\Rightarrow x\leq ۱ \quad \text{یا} \quad x\geq ۲\Rightarrow x\in\mathbb{R}-(۱,۲)$$

$$\Rightarrow k=۱\Rightarrow a+k=-۵$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۵

۳۲

گزینه ۳

نکته: اگر $۰<a<۱$ و $m>n>۰$، آنگاه: $a^{m}<a^{n}$

ابتدا از شرط $a^{۲}-a<۰$، نتیجه می‌شود $a(a-۱)<۰$ که طبق جدول زیر به محدودهٔ $۰<a<۱$ می‌رسیم:

a		۰		۱	
a(a−۱)	+	۰	−	۰	+

باتوجه‌به نکتهٔ بالا، ترتیب اعداد به‌صورت زیر است:

$$a^{\frac{۱}{۳}}>a^{\frac{۱}{۲}}>a^{۳}>a^{۵}$$

پس گزینهٔ ۳ پاسخ است.

گزینه دو ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

۳۳

گزینه ۴

$$\frac{1}{\sqrt{x-|x|+2}} > 0 \Rightarrow \sqrt{x-|x|+2} > 0 \Rightarrow x-|x|+2 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : x - x + 2 > 0 \Rightarrow 2 > 0 \ \text{همواره برقرار است} \Rightarrow x \in [0,+\infty) & (1) \\ x < 0 : x-(-x)+2 > 0 \Rightarrow 2x > -2 \Rightarrow x > -1 \Rightarrow x \in (-1,0) & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)\cup(2)} [0,+\infty) \cup (-1,0) = (-1,+\infty)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۰ ۱۳۹۷

۳۴

گزینه ۳

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 > \frac{3}{2}x(x-1)^2 \Rightarrow (x-1)^3 > \frac{3}{2}x(x-1)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x(x-1)^2 - (x-1)^3 < 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2\left(\frac{3}{2}x-(x-1)\right) < 0 \Rightarrow P = (x-1)^2\left(\frac{1}{2}x+1\right) < 0$$

معادلهٔ $P = 0$ دارای ریشهٔ سادهٔ -2 و ریشهٔ مضاعف ۱ است، بنابراین در $x = -2$ تغییر علامت داریم و در $x = 1$ تغییر علامت نداریم و جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
P		$-$	0	$+$	0	$+$	

پس مجموعه جواب برابر $\{x : x < -2\}$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۸

۳۵ گزینه ۴

$$\frac{4}{x^2}-\frac{2}{x}-2\geq 0 \Rightarrow \frac{4-2x-2x^2}{x^2}\geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2-2x+4}{x^2}\geq 0 \Rightarrow p(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2}\leq 0$$

$$\begin{cases} x^2+x-2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases} \\ x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

x		-2		0		1	
x^2+x-2	+	0	−		−	0	+
x^2	+		+	0	+		+
$p(x)$	+	0	−	ت.ن	−	0	+

$$p(x)\leq 0 \Rightarrow -2\leq x<0 \quad \text{یا} \quad 0<x\leq 1 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-1 \\ x=1 \end{cases}$$

مجموعه جواب شامل ۳ عدد صحیح است.

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

۳۶ گزینه ۱

مقادیر f کمتر از یک هستند، یعنی:

$$\frac{3x^2+2x+k}{x^2-4x+5}<1 \Rightarrow \frac{3x^2+2x+k}{x^2-4x+5}-1<0$$
$$\Rightarrow \frac{3x^2+2x+k-x^2+4x-5}{x^2-4x+5}<0 \Rightarrow \frac{2x^2+6x+k-5}{x^2-4x+5}<0$$

عبارت مخرج یک عبارت همواره مثبت است (چون در معادلهٔ $x^2-4x+5=0$، $\Delta<0$ است. همچنین ضریب x^2 مثبت است)، پس باید:

$$\Rightarrow 2x^2+6x+k-5<0 \quad (*)$$

چون مجموعه جواب این نامعادله فاصلهٔ $(m,1)$ است، پس یک جواب معادلهٔ $2x^2+6x+k-5=0$، $x=1$ است و در آن صدق می‌کند:

$$x=1:\ 2(1)^2+6(1)+k-5=0 \Rightarrow k=-3$$

$$\xrightarrow{(*)} 2x^2+6x-8<0 \xrightarrow{\div 2} x^2+3x-4<0$$
$$\Rightarrow (x-1)(x+4)<0 \Rightarrow -4<x<1$$

پس حداقل مقدار m برابر با -4 است.

۳۷

گزینه ۴

ابتدا مجموعه جواب نامعادلهٔ $۲x - ۱ < \frac{x+۱}{۲} < ۲x$ را به دست می‌آوریم:

$$۲x - ۱ < \frac{x+۱}{۲} < ۲x \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+۱}{۲} < ۲x \Rightarrow x+۱ < ۴x \Rightarrow x > \frac{۱}{۳} \\ ۲x - ۱ < \frac{x+۱}{۲} \Rightarrow ۴x - ۲ < x+۱ \Rightarrow x < ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۳} < x < ۱$$

راه‌حل اول:

به کمک $\frac{۱}{۳} < x < ۱$ نامعادلهٔ دوم را می‌سازیم:

$$\frac{۱}{۳} < x < ۱ \xrightarrow{\times(-۳)} -۳ < -۳x < -۱ \xrightarrow{+۲} -۱ < ۲ - ۳x < ۱ \xrightarrow{\div ۲} -\frac{۱}{۲} < \frac{۲-۳x}{۲} < \frac{۱}{۲}$$

از مقایسهٔ نامعادلهٔ بالا با $a < \frac{۲-۳x}{۲} < b$ می‌توان نتیجه گرفت $a = -\frac{۱}{۲}$ و $b = \frac{۱}{۲}$، بنابراین:

$$a + b = -\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۰$$

راه‌حل دوم:

نامعادلهٔ دوم را هم حل می‌کنیم:

$$a < \frac{۲-۳x}{۲} < b \Rightarrow ۲a < ۲ - ۳x < ۲b \Rightarrow ۲a - ۲ < -۳x < ۲b - ۲$$
$$\Rightarrow \frac{۲b-۲}{-۳} < x < \frac{۲a-۲}{-۳}$$

چون مجموعه جواب هر دو نامعادله یکسان است، پس:

$$\frac{۲b-۲}{-۳} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۲b - ۲ = -۱ \Rightarrow ۲b = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۲}$$
$$\frac{۲a-۲}{-۳} = ۱ \Rightarrow ۲a - ۲ = -۳ \Rightarrow ۲a = -۱ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$$

بنابراین:

$$a + b = -\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۰$$

گزینه دو علوم تجربی دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶
گزینه دو ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۳۸ گزینه ۲

باتوجه‌به جدول تعیین علامت زیر، عبارت $x^2 + mx + m$ باید همواره مثبت باشد یا تنها در $x = \frac{3}{2}$ برابر با صفر باشد (ریشهٔ مضاعف $\frac{3}{2}$ داشته باشد).

x		$\frac{3}{2}$	
$2x-3$	$-$	0	$+$
x^2+mx+m	$+$		$+$
$(2x-3)(x^2+mx+m)$	$-$	0	$+$

برای این منظور باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m(m-4) < 0 \Rightarrow 0 < m < 4 \\ \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } 4 \end{cases}$$

m		0		4	
m^2-4m	$+$	0	$-$	0	$+$

اگر $m = 0$ باشد از پاسخ نامعادله باید $x = 0$ حذف شود، بنابراین $m \neq 0$ است.

اگر $m = 4$ باشد نیز باید از پاسخ نامعادله $x = -2$ حذف شود، بنابراین $m \neq 4$ است. درنتیجه $0 < m < 4$ است.

۳۹ گزینه ۲

$$2x^2 - x - 3 \leq 5x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 2 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 1 \leq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2} \\ x = \dfrac{3-\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

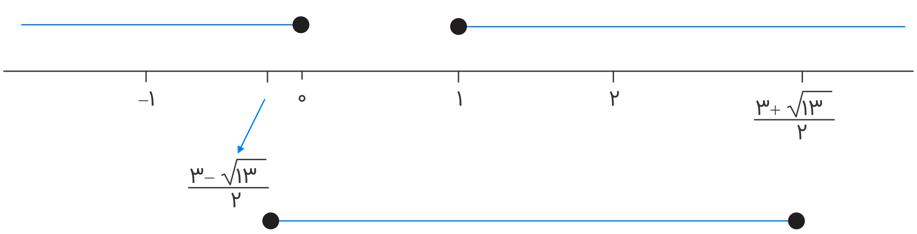
x		$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$		$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	
x^2-3x-1	+	0	−	0	+
		ج	ج	ج	

$$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{13}}{2} \quad (1)$$

$$x - 3 \leq 2x^2 - x - 3 \Rightarrow 2x^2 - 2x \geq 0 \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

x		0		1	
x^2-x	+	0	−	0	+
	ج	ج		ج	ج

$\Rightarrow x \geq 1$ یا $x \leq 0 \quad (2)$



$\xrightarrow{(1),(2)}$ مجموعه جواب : $[\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}, 0] \cup [1, \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}]$

در مجموع چهار عدد صحیح ۰ ,۱ ,۲ ,۳ در این مجموعه جواب وجود دارد.

۴۰ گزینه ۳

بنابه‌فرض داریم:

$$۲x^۲ + mx > x - ۲ \quad \Rightarrow \quad ۲x^۲ + (m - ۱)x + ۲ > ۰$$

نامعادلۀ درجه دوم مفروض وقتی همواره مثبت است که فاقد ریشه باشد، پس:

$$\Delta = (m - ۱)^۲ - ۱۶ < ۰ \quad \Rightarrow \quad (m - ۱)^۲ < ۱۶ \quad \Rightarrow \quad -۴ < m - ۱ < ۴$$

درنتیجه: $-۳ < m < ۵$

آزمایشی سنجش ریاضی و فیزیک چهارم مرحله اول ۱۳۹۳