



مجید رفعتی

زمان برگزاری: ۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: معادلات گویا و گنگ

تاریخ آزمون: ۱۳۹۹/۰۶/۱۶

۱- سرعت یک قایق موتوری، در آب را کد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

۲۵ ⑨

۲۰ ⑩

۱۵ ⑪

۱۲ ⑫

۲- یکی از ریشه های معادله $x^3 + x + \frac{4}{x^2 + x + 2} + m = 0$ برابر ۲ است. مجموع ریشه های این معادله کدام است؟

-۴ ⑨

-۳ ⑩

-۱ ⑪

-۲ ⑫

۳- به ازای کدام مقدار m ، یک ریشه معادله $\frac{m}{x-2} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+4}{x^2-x-2}$ از قرینه ریشه دیگر یک واحد بیشتر است؟

-۳ ⑨

-۲ ⑩

۳ ⑪

۲ ⑫

۴- معادله $\frac{tx+2}{-2} = \frac{x+t-1}{x}$ فقط یک ریشه به ازای x دارد. مجموعه مقادیر t کدام است؟ ($t \neq 0$)

{-1, 1, 2} ⑨

{-1, 1} ⑩

{-2, 1} ⑪

{2, -1} ⑫

۵- نازنین، پازل را به تنهایی ۶ ساعت زودتر از پدرام، کامل می کرد. پس از پنج ماه تمرین، سرعت نازنین و پدرام در تکمیل پازل به ترتیب ۳ و ۲ برابر شده است به طوری که هر دو باهم، همان پازل را در ۴ ساعت کامل می کنند. در حال حاضر اختلاف مدت زمانی که طول می کشد تا هر یک به تنهایی پازل را کامل کنند، چند ساعت است؟

۸ ⑨

۶ ⑩

۴ ⑪

۲ ⑫

۶- مجموع جواب های حقیقی معادله $x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 1 = 0$ کدام است؟

معادله جواب حقیقی ندارد. ⑨

۳ ⑩

-۲ ⑪

۲ ⑫

۷- اگر تساوی $\frac{3x^3 - x + 2}{x^3 - 8} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+1}{x^2 + 2x + 4}$ یک اتحاد باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟ (عبارت ها تعریف شده هستند)

-۲ ⑨

۲ ⑩

-۱ ⑪

۱ ⑫

۸- علی و مهدی کاری را با هم در ۸ ساعت و ۴۵ دقیقه انجام می دهند. اگر هر کدام بخواهند به تنهایی این کار را انجام دهند، علی ۶ ساعت کار را زودتر انجام می دهد. مهدی به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می دهد؟

۱۵ ⑨

۱۸ ⑩

۲۱ ⑪

۲۴ ⑫

۹- دو کارگر با هم کاشی کاری یک ساختمان را در ۱۸ روز تمام می کنند اگر هر یک به تنهایی کار را انجام دهند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم این کار را انجام می دهد، مجموع روزهایی که دو کارگر کار را به تنهایی تمام می کنند، چند روز است؟

۷۵ ⑨

۸۰ ⑩

۴۵ ⑪

۱۸ ⑫

۱۰- معادله $\frac{1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۳ ⑨

۲ ⑩

۱ ⑪

صفر ⑫



۱۱- معادله $\frac{9^x + 1}{2 - x^2} = 3^x$ چند جواب دارد؟

(۲) بیش از ۲ جواب

(۳) هیچ

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۲- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\frac{4}{(x-1)^2} + \frac{3}{x^2 - 2x + 3} = \frac{3}{2}$ کدام است؟

-۳ (۲)

۳ (۳)

- $\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{16}{3}$ (۱)

۱۳- اگر محیط یک مستطیل برابر $5 + 8\sqrt{5}$ باشد و نسبت طلایی در این مستطیل برقرار باشد، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

(در مستطیلی به طول (L) و عرض (W)، اگر $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$ برقرار باشد، نسبت طلایی برقرار است.)

 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۲)

۸ (۳)

۲ (۲)

(۴) ۱

۱۴- جواب معادله $\frac{2x+1}{x-1} = 4$ در کدام بازه قرار دارد؟

(۲, ۳) (۲)

(۱, ۲) (۳)

(۰, ۱) (۲)

(-۱, ۰) (۱)

۱۵- خودرویی مسافت ۱۲۰ کیلومتری بین دو شهر را به صورت رفت و برگشت طی کرده است، به طوری که سرعت متوسط برگشت ۲۰ کیلومتر بر ساعت از سرعت متوسط رفت بیشتر و زمان برگشت ۱۸ دقیقه از زمان رفت کمتر بوده است. سرعت متوسط رفت بر حسب کیلومتر بر ساعت کدام است؟

۸۵ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۷۲ (۱)

۱۶- برای آنکه معادله $\frac{2}{x^2 - 1} + k = 0$ جواب داشته باشد، محدوده k کدام است؟

 $R = [0, 2)$ (۲)

(۰, ۲) (۳)

 $R = [0, 1]$ (۲) $R = \{\pm 1\}$ (۱)

۱۷- ریشه کوچک‌تر معادله $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$ کدام است؟

-۳ (۲)

-۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۸- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x^3 + 2x + 1}{x^3 - 6x + 9} = \frac{3x + 3}{x - 3} - 2$ کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۹- اگر $\frac{a+1}{a} = 3a + \sqrt{2a^3 + 4a} = 2$ باشد، عدد a کدام است؟

۴, ۵ (۲)

۳, ۵ (۳)

۲, ۵ (۲)

۱, ۵ (۱)

۲۰- معادله $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+x} = \sqrt{1+x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

(۲) ریشه حقیقی ندارد.

(۳) دو ریشه منفی دارد.

(۲) یک ریشه مثبت دارد.



۲۱- اگر معادله $\frac{3-x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{ax+b}{x^2-9}$ کدام است؟

۰ ۹

۹ ۳

۱۶ ۷

۴ ۱

۲۲- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^3 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

۴ ۹

۲ ۳

۱ ۷

-۲ ۱

۲۳- اگر $x = a$ جواب معادله رادیکالی $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$ باشد، حاصل $a^3 + a^2 + a - 5$ کدام است؟

۱۴ ۹

۱۵ ۳

۱۲ ۷

۳ ۱

۲۴- در مورد معادله $x + \sqrt{2x-1} = 3$ کدام درست است؟

یک ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی منفی دارد. ۹

دو ریشه‌ی مثبت دارد. ۱

فاقد ریشه است. ۹

فقط یک ریشه‌ی مثبت دارد. ۳

۲۵- از معادله $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} = 1$ مقدار x کدام است؟

۳,۷۵ ۹

۳,۵ ۳

۳,۲۵ ۷

۲,۷۵ ۱

۲۶- به ازای چند مقدار صحیح a ، معادله $\frac{x}{x-1} = \frac{a}{x}$ جواب ندارد؟

۶ ۹

۵ ۳

۴ ۷

۳ ۱

۲۷- جواب معادله $x = 1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{a}{4x}$ است. جواب دیگر آن کدام است؟ ($a \neq 0$)

۹ جواب دیگری ندارد.

-۱ ۳

 $\frac{3}{2}$ ۷

۲ ۱

۲۸- حاصل عبارت $\sqrt[5]{64} - \sqrt[5]{2^{-5}} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{81}}$ برابر کدام است؟

 $\frac{1}{4}$ ۹ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۷

۱ ۱

۲۹- معادله $\sqrt{\sqrt{x+3} - x} = 1 + \sqrt{1-x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۳ ۹

۲ ۳

۱ ۷

هیچ ۱

۳۰- معادله $\frac{3}{2\sqrt{x}-5} = 10 - \frac{77}{2\sqrt{x}+5}$ چند ریشه دارد؟

۹ صفر

۳ ۳

۲ ۷

۱ ۱

۳۱- تعداد ریشه‌های معادله $2\sqrt{x^3 - 4x + 3} + \sqrt{2x^3 - 5x + 3} = 0$ کدام است؟

۳ ۹

۲ ۳

۱ ۷

۱ صفر

۳۲- معادله $\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} = 4 - x$ دارای دو جواب حقیقی است. قدرمطلق تفاضل این دو جواب کدام است؟

۸ ۹

۶ ۳

۴ ۷

۲ ۱



۳۳- اگر $g(f(x)) = x^3$ باشد، آنگاه معادله $g(x) = x^3$ و $f(x) = \sqrt[3]{x+2}$ چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت ۲) فقط یک ریشهٔ منفی ۳) یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی ۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۳۴- چند عدد حقیقی وجود دارد که تفاضل جذر آن از خودش ۲۰ واحد کمتر از ۲ برابر آن عدد باشد؟

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۵- معادله $x + \frac{4}{x} - 1 = 3\sqrt{x + \frac{4}{x} - 3}$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۰

۳۶- معادله $\sqrt{2x+1} + x = |x+2|$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۰ ۴) ۲

۳۷- اگر α جواب معادله $x^3 + x = 2x\sqrt{x+1} - 1$ باشد، حاصل $(2\alpha - 1)^2$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲

۳۸- معادله $1 + \sqrt{1+x^3} = \sqrt{1+x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) فقط یک جواب مثبت دارد. ۲) دو جواب دارد. ۳) فقط یک جواب منفی دارد. ۴) جواب ندارد.

۳۹- مجموع ریشه‌های معادله $\sqrt{x-3} + \frac{7}{\sqrt{x-3}+1} = 7$ کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۳۹ ۳) ۷ ۴) ۴۲

۴۰- مجموع جواب‌های معادله $x - 2\sqrt{x+1} = -1$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱۹



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ می‌دانیم که $t = \frac{x}{v}$ است. اگر سرعت جریان آب را v در نظر بگیریم سرعت قایق در جهت حرکت آب $v + 100$ و در خلاف جهت حرکت آب $v - 100$ است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مسیر رفت} \quad t_1 = \frac{1200}{100 + v} \\ \text{مسیر برگشت} \quad t_2 = \frac{1200}{100 - v} \end{array} \right. \rightarrow t_2 - t_1 = 5 \rightarrow \frac{1200}{100 - v} - \frac{1200}{100 + v} = 5$$

$$\rightarrow \frac{1200(100 + v) - 1200(100 - v)}{(100 - v)(100 + v)} = 5 \rightarrow \frac{120000 + 1200v - 120000 + 1200v}{10000 - v^2} = 5$$

$$\rightarrow 2400v = 5(10000 - v^2) \rightarrow 480v = 10000 - v^2$$

$$\rightarrow v^2 + 480v - 10000 = 0 \rightarrow (v - 20)(v + 500) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} v = 20 & \text{قق} \\ v = -500 & \text{غقق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به راحتی به جواب $v = 20$ برسید.

۲ - گزینه ۲ ریشه معادله در معادله صدق می‌کند.

$$x = -2 \rightarrow 4 - 2 + \frac{4}{4 - 2 + 2} + m = 0 \rightarrow 2 + 1 + m = 0 \rightarrow m = -3$$

$$\text{بس: } x^r + x + \frac{4}{x^r + x + 2} - 3 = 0 \rightarrow x^r + x + 2 + \frac{4}{x^r + x + 2} - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{x^r + x + 2 = t} t + \frac{4}{t} - 5 = 0 \xrightarrow{\times t} t^r + 4 - 5t = 0 \rightarrow t^r - 5t + 4 = 0$$

مجموع ضرایب معادله برابر صفر است پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 1 \rightarrow x^r + x + 2 = 1 \rightarrow x^r + x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4 < 0 \text{ ریشه حقیقی ندارد.} \\ t = \frac{c}{a} = 4 \rightarrow x^r + x + 2 = 4 \rightarrow x^r + x - 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \rightarrow x = -2, x = 1 \end{array} \right.$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر ۱ است.

۳ - گزینه ۲ در طرف چپ تساوی مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{m}{x - 4} + \frac{x}{x + 1} &= \frac{4x + 4}{x^r - x - 4} \Rightarrow \frac{mx + m + x^r - 4x}{x^r - x - 4} = \frac{4x + 4}{x^r - x - 4} \\ &\xrightarrow{x \neq -1, 4} mx + m + x^r - 4x = 4x + 4 \Rightarrow x^r + (m - 4)x + (m - 4) = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

اگر ریشه‌های معادله را α و β در نظر بگیریم، با توجه به این که یک ریشه معادله از قرینه ریشه دیگر یک واحد بیشتر است، داریم:

$$\alpha = -\beta + 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \quad (**)$$

توجه به معادله $(*)$ جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m - 4}{1} \xrightarrow{(**)} -\frac{m - 4}{1} = 1 \Rightarrow m = 3$$



$$\frac{tx+2}{-2} = \frac{x+t-1}{x}, x \neq 0 \Rightarrow x(tx+2) = -2(x+t-1)$$

$$\Rightarrow tx^2 + 2x = -2x - 2t + 2 \Rightarrow tx^2 + 4x + 2t - 2 = 0.$$

برای این که معادله فوق فقط یک ریشه داشته باشد، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

(۱) معادله ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4t(2t-2) = 0 \Rightarrow 4 - t(2t-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 2, t = -1$$

(۲) معادله دو ریشه داشته باشد و یکی از آنها $x = 0$ باشد که قابل قبول نیست.

$$tx^2 + 4x + 2t - 2 = 0 \xrightarrow{x=0} 0 + 0 + 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

پس مقادیر t عبارت اند از: $t = -1, 1, 2$
۵ - گزینه ۳

$$\text{میزان تکمیل پازل در یک ساعت } = t \Rightarrow \text{مدت زمان نازنین به تهایی قبل از تمرین} = \frac{1}{t}$$

$$\text{میزان تکمیل پازل در یک ساعت } = t+6 \Rightarrow \text{مدت زمان پدرام به تهایی قبل از تمرین} = \frac{1}{t+6}$$

حال پس از ۵ ماه تمرین داریم:

$$\frac{3}{t} = \frac{2}{t+6}, \quad \text{سرعت نازنین} = \frac{2}{t+6}$$

$$\text{میزان تکمیل پازل در یک ساعت } = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{مدت زمان هردو باهم} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{t} + \frac{2}{t+6} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 4t(t+6)} 12(t+6) + 8t = t^2 + 8t$$

$$\Rightarrow 12t + 72 + 8t = t^2 + 8t \Rightarrow t^2 - 14t - 72 = 0 \Rightarrow (t-18)(t+4) = 0$$

$$\Rightarrow t = -4, \quad \text{غیرقابلاً}, \quad t = 18$$

۱۸ ساعت برای قبل از ۵ ماه تمرین است، پس در حال حاضر داریم:

$$\frac{t}{3} = \frac{18}{3} = 6, \quad \text{زمان نازنین} = \frac{t+6}{2} = \frac{18+6}{2} = 12$$

اختلاف زمان هر دو نفر = $12 - 6 = 6$

۶ - گزینه ۳

$$x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$$

با فرض $x + \frac{1}{x} = t$ داریم:

$$x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = t^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = t^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

$$t^2 - 2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 3, t = -1$$

$$t = -1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + 1 = -x \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0$$

معادله فوق ریشه ندارد.

$$t = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5 > 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3 \quad \text{مجموع ریشه‌ها}$$

۱ - گزینه ۱ از آنجایی که $x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$ کافیست طرفین تساوی را در x^2 ضرب کنیم. لذا تساوی به شکل زیر درمی‌آید:

$$x^2 - x + 4 = A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + 1)(x - 2)$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 4 = (A+B)x^2 + (2A - B + 1)x + 4A - 2$$

حال با مقایسه ضرایب نتیجه می‌گیریم:



$$\begin{cases} 4A - 2 = 2 \\ A + B = 3 \\ 2A - 2B + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow A = 1, B = 2$$

$$B - A = 2 - 1 = 1$$

بنابراین:

۸ - گزینه ۲ ساعت و ۴۵ دقیقه یعنی $\frac{3}{4}$ ساعت که می شود ساعت.

نکته: اگر شخص اول کاری را در A ساعت، شخص دوم همان کار را در B ساعت و هر دو با هم آن کار را در C ساعت انجام دهند، داریم:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{C}$$

اگر فرض کنیم مهدی کار را در x ساعت انجام می دهد، علی آن کار را ۶ ساعت زودتر یعنی در $6 - x$ ساعت انجام می دهد. با توجه به نکته بالا داریم:

$$\frac{1}{x-6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{35}{4}} \Rightarrow \frac{x+x-6}{x^2-6x} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{35}{4}} \Rightarrow 4x^2 - 24x = 70x - 210 \Rightarrow 2x^2 - 47x + 105 = 0$$

دلتا را حساب می کنیم:

$$\Delta = (-47)^2 - 4(2)(105) = 1369$$

$$x = \frac{47 \pm \sqrt{1369}}{4} = \frac{47 \pm 37}{4} \xrightarrow{x > 6} \begin{cases} x = 21,5 & X \\ x = 21 & \checkmark \end{cases}$$

۹ - گزینه ۹

فرض کنیم کارگر اول در x_1 روز و کارگر دوم در x_2 روز کاشی کاری را تمام کنند، بنابراین مقدار کاری که کارگر اول در هر روز انجام می دهد $\frac{1}{x_1}$ و مقدار کاری که کارگر دوم در هر روز انجام

می دهد برابر $\frac{1}{x_2}$ است.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{18}, \quad x_2 = x_1 + 15$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1 + 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x_1 + 15}{x_1(x_1 + 15)} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow x_1^2 - 21x_1 - 270 = 0 \Rightarrow (x_1 - 30)(x_1 + 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 30 \Rightarrow x_2 = 45 \Rightarrow x_1 + x_2 = 75$$

۱۰ - گزینه ۱ می دانیم که مجموع هر جمله مثبت با معکوس خودش همواره بزرگتر یا مساوی عدد ۲ است و در صورتی دقیقاً برابر عدد ۲ است که هر دو برابر عدد ۱ باشند.

$$x + \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2$$

عبارت سمت چپ جمع دو عدد مثبت است که معکوس یکدیگرند پس در صورتی جمعشان عدد ۳ است که هر کدام دقیقاً عدد ۱ باشند.

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$$

چون $0 < \Delta$ است معادله جواب ندارد.

۱۱ - گزینه ۱۱

$$\frac{3^x + 1}{2 - 3^x} = 3^x \Rightarrow \frac{3^x + 1}{3^x} = 2 - 3^x \Rightarrow \frac{(3^x)^2 + 1}{3^x} = 2 - 3^x$$

$$3^x + \frac{1}{3^x} = 2 - 3^x$$

اگر $f(x) = 3^x$ در نظر بگیریم ($3^x > 0$)، بنابراین $Min\{f\} = 2$ یعنی $2 \leq b > 0$ و $b + \frac{1}{b} \geq 2$ باشد، بنابراین $3^x + \frac{1}{3^x} \geq 2$.

بنابراین $f(x) = g(x)$ زمانی جواب دارد که هر دو برابر با ۲ باشند، یعنی $x = 0$ بنا براین معادله فقط یک جواب دارد.

۱۲ - گزینه ۱۲

$$\frac{4}{x^2 - 2x + 1} + \frac{3}{x^2 - 2x + 3} = \frac{3}{2}$$

اگر $t = x^2 - 2x + 1$ داریم:



$$\frac{4}{t} + \frac{3}{t+2} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2t(t+2)} 4(t+2) + 6t = 3t(t+2)$$

$$\Rightarrow 4t + 16 + 6t = 3t^2 + 6t \Rightarrow 3t^2 - 4t - 16 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4 \times 3(-16) = 256$$

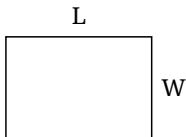
$$t = \frac{4 \pm 16}{6} = 4, -\frac{4}{3} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = -\frac{4}{3} \Rightarrow (x-1)^2 = -\frac{4}{3}$$

غیر قابل قبول

$$x^2 - 2x + 1 = 4 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x-1 = \pm 2 \Rightarrow x = 3, -1$$

حاصل ضرب جوابها = $3 \times (-1) = -3$

گزینه ۱ - ۱۳



$$2(L+W) = 16 + 4\sqrt{5} \Rightarrow L+W = 8 + 2\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{L}{W} = \frac{L+W}{L} \Rightarrow \frac{L}{W} = \frac{L}{L} + \frac{W}{L} \Rightarrow \frac{L}{W} = 1 + \frac{W}{L}$$

با فرض $\frac{L}{W} = t$ داریم:

$$t = 1 + \frac{1}{t} \Rightarrow t^2 = t + 1 \Rightarrow t^2 - t - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 5 \Rightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$t > 0 \Rightarrow t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{L}{W} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow L = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)W \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)W + W = 8 + 2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)W = 8 + 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow W = \frac{16 + 8\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{8(2 + \sqrt{5})}{3 + \sqrt{5}} \times \frac{3 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{8(8 - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5)}{9 - 5} = 2(1 + \sqrt{5})$$

$$L - W = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)W - W = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)W = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right) \times 2(1 + \sqrt{5}) = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 4$$

گزینه ۴ - ۱۴

$$\frac{2x+1}{x-1} = 4 \Rightarrow 2x+1 = 4x-4 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$\frac{5}{2}$ در باره (۲، ۳) قرار دارد.

۱۵ - گزینه ۲ سرعت متوسط رفت را v در نظر می‌گیریم، به طبع آن سرعت متوسط برگشت $v + 20$ است. همچنین زمان رفت و زمان برگشت برحسب ساعت به ترتیب برابر $\frac{120}{v}$ و

است. زمان برگشت از زمان رفت ۱۸ دقیقه کمتر بوده است، یعنی: $\frac{120}{v+20} < \frac{120}{v}$

$$\frac{120}{v} - \frac{120}{v+20} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 120 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v+20} \right) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 40 \left(\frac{v+20-v}{v(v+20)} \right) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow v^2 + 20v - 8000 = (v+100)(v-80) = 0$$

$$\xrightarrow{v>0} v = 80 \text{ km/h}$$



۱۶ - گزینه ۴ ابتدا معادله $\frac{2}{x^2 - 1} + k = 0$ را بر حسب k حل می‌کنیم.

$$\frac{2}{x^2 - 1} = -k \Rightarrow x^2 - 1 = \frac{-2}{k} \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{2}{k} \Rightarrow x^2 = \frac{k - 2}{k}$$

با توجه به این که $x^2 \geq 0$ می‌باشد، داریم:

$$\frac{k - 2}{k} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} k-2 & 0 & 2 \\ \hline k & + & - & + \end{array} \Rightarrow k < 0 \text{ یا } k \geq 2 \Rightarrow k \in (-\infty, 0) \cup [2, +\infty)$$

می‌توان جواب را بصورت $k \in \mathbb{R} - [0, 2]$ نیز نشان داد.

۱۷ - گزینه ۱

$$\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{5}{x} \xrightarrow{\times x(x+1)} 5x(x-1) + x(x+1) = 5x(x+1)$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 5x + x + 5 = 5x^2 + 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

$\Rightarrow x = 2, x = 3 \Rightarrow$ هردو قابل قبول است.

۱۸ - گزینه ۱

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 5x + 9} - 3\left(\frac{x+1}{x-3}\right) + 2 = 0 \Rightarrow \left(\frac{x+1}{x-3}\right)^2 - 3\left(\frac{x+1}{x-3}\right) + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\frac{x+1}{x-3} = t} t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-2) = 0 \Rightarrow t = 1, 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x-3} = 2 \Rightarrow 2x - 6 = x + 1 \Rightarrow x = 7 \\ \frac{x+1}{x-3} = 1 \Rightarrow x - 3 = x + 1 \Rightarrow -3 = 1 \text{ خطا} \end{cases}$$

۱۹ - گزینه ۴

$$7a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 \rightarrow \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 7a \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2a^2 + 4a = 4 + 49a^2 - 28a \rightarrow 7a^2 - 14a + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 256 - 112 = 144 \xrightarrow{\quad} \begin{cases} a = \frac{16 + 12}{14} = 2 \text{ (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ a = \frac{16 - 12}{14} = \frac{2}{7} \end{cases}$$

پس: $\frac{a+1}{a} = \frac{\frac{2}{7} + 1}{\frac{2}{7}} = \frac{\frac{9}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{9}{2} = 4,5$

۲۰ - گزینه ۴

$$1 + \sqrt{1 + x^2} = \sqrt{1 + x} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + 1 + x^2 + 2\sqrt{1 + x^2} = 1 + x$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{1 + x^2} = \underbrace{-x^2 + x - 1}_{a < 0, \Delta < 0}$$

مت چپ تساوی فوق همواره مثبت و سمت راست آن همواره منفی است، پس معادله ریشه ندارد. توجه کنید که یک عبارت درجه دوم وقتی همواره منفی است که $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد.



$$\frac{۳-x}{x+۳} + \frac{x+۱}{x-۳} = \frac{ax+b}{x^۲-۹} \Rightarrow \frac{(۳-x)(x-۳) + (x+۱)(x+۳)}{x^۲-۹} = \frac{ax+b}{x^۲-۹}$$

$$\Rightarrow -x^۲ + ۶x - ۹ + x^۲ + ۴x + ۳ = ax + b \Rightarrow ۱۰x - ۶ = ax + b$$

اگر $a = ۱۰$ و $b = -۶$ باشد، تساوی اخیر به ازای هر x حقیقی به جز ۳ و -۳ - برقرار است، یعنی معادله بی شمار جواب دارد. لذا:

$$a + b = ۱۰ - ۶ = ۴$$

۲۲ - گزینه ۲ با استفاده از تغییر متغیر $t = x^۲ + ۴x + ۵$ داریم:

$$x^۲ + ۴x + ۵ - ۲ = \sqrt{x^۲ + ۴x + ۵} \Rightarrow t - ۲ = \sqrt{t} \quad (I)$$

چون عبارت سمت راست همواره مثبت است باید عبارت سمت چپ هم همواره مثبت باشد.

$$t - ۲ \geq ۰ \Rightarrow t \geq ۲$$

حال طرفین عبارت I را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(t - ۲)^۲ = (\sqrt{t})^۲ \Rightarrow t^۲ - ۴t + ۴ = t \Rightarrow t^۲ - ۵t + ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \rightarrow t \geq ۲ \\ t = \frac{c}{a} = ۴ \rightarrow x^۲ + ۴x + ۵ = ۴ \rightarrow x^۲ + ۴x + ۱ = ۰ \rightarrow \Delta = ۱۶ - ۱۶ = ۰ > ۰ \end{cases}$$

با توجه به اینکه است پس غیرقابل قبول است
: حاصلضرب ریشه‌ها $x_۱ \cdot x_۲ = \frac{c}{a} = ۱$

۲۳ - گزینه ۲ معادله گنگ داده شده را به گونه‌ای می‌نویسیم که رادیکال‌ها در طرفین تساوی باشند. سپس طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\sqrt{x+۱} - ۱ = \sqrt{۲x-۵} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (x+۱) + ۱ - ۲\sqrt{x+۱} = ۲x - ۵ \Rightarrow -x + ۷ = ۲\sqrt{x+۱}$$

حال باز هم به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(-x+۷)^۲ = (۲\sqrt{x+۱})^۲ \Rightarrow x^۲ - ۱۴x + ۴۹ = ۴(x+۱)$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۱۸x + ۴۵ = ۰ \Rightarrow (x-۱۵)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \\ x = ۱۵ \end{cases}$$

غیره (در معادله صدق نمی‌کند.)

در نتیجه:

$$a = ۳ \Rightarrow a^۲ + a = ۹ + ۳ = ۱۲$$

۲۴ - گزینه ۳

$$x + \sqrt{۲x-۱} = ۳ \Rightarrow \sqrt{۲x-۱} = ۳ - x$$

$$\Rightarrow (۲x-۱) = x^۲ - ۶x + ۹ \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۱۰ = ۰ \quad (I)$$

$$\text{شرط معادله} \left\{ \begin{array}{l} ۲x-۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq \frac{۱}{۲} \\ ۳-x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۳ \end{array} \right\} \cap \boxed{\frac{۱}{۲} \leq x \leq ۳} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(I)} \Delta = ۶۴ - ۴۰ = ۲۴ \Rightarrow x = \frac{۸ \pm ۲\sqrt{۶}}{۲} = ۴ + \sqrt{۶} > ۳ \quad \text{غیره}$$

$$\xrightarrow{(1)} x = ۴ - \sqrt{۶} > ۰ \quad \text{جواب}$$

۲۵ - گزینه ۲

$$\sqrt{x+۳} = ۱ + \sqrt{x-۱} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+۳ = ۱+x-۱+۲\sqrt{x-۱} \Rightarrow \frac{۳}{۲} = \sqrt{x-۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۴} = x-۱ \Rightarrow x = ۱ + \frac{۹}{۴} = ۳,۲۵$$

۲۶ -

گزینه ۲

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\text{حالت اول: اگر } a = ۰ \text{ باشد، معادله به صورت } \frac{x}{x-۱} = ۰ \text{ در می‌آید که جواب آن } x = ۰ \text{ و غیرقابل قبول است؛ زیرا مخرج کسر } \frac{x}{x-۱} \text{ را صفر می‌کند.}$$

حالت دوم: اگر $a \neq ۰$ باشد، داریم:

$$x^۲ = ax - a \Rightarrow x^۲ - ax + a = ۰$$



اگر معادله بالا جواب نداشته باشد، باید Δ آن منفی باشد:

$$\Rightarrow \Delta = a^2 - 4a < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

در نتیجه اگر $0 < a < 4$ باشد، معادله اصلی جواب ندارد. این بازه شامل اعداد صحیح صفر، ۱، ۲ و ۳ است.

۲۷ - گزینه ۴ با جایگذاری $x = 1$ ، مقدار a را بدست می‌آوریم:

$$1 - \frac{1}{1+a} = \frac{a}{4} \Rightarrow \frac{a}{a+1} = \frac{a}{4} \xrightarrow{a \neq 0} a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

بنابراین معادله به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{4x} \Rightarrow \frac{3}{x^2 + 3x} = \frac{3}{4x} \Rightarrow x^2 + 3x = 4x \Rightarrow x^2 - x = x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

معادله، جواب دیگری ندارد.

۲۸ - گزینه ۱ تک تک عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} = 2$$

$$\sqrt[5]{2^{-5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{81}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^4}} = \sqrt[5]{3^{-4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[5]{64} - \sqrt[5]{2^{-5}} - \frac{3}{2} \sqrt[5]{\frac{1}{81}} = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - 1 = 1$$

۲۹ - گزینه ۲ طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x+3} - x = 1 + 1 - x + 2\sqrt{1-x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3} = 2 + 2\sqrt{1-x} \Rightarrow x+3 = 4 + 4 - 4x + 4\sqrt{1-x}$$

$$\Rightarrow 4x - 4 = 4\sqrt{1-x} \Rightarrow 4(x-1)^2 = 4(1-x) \Rightarrow 4(x-1)^2 + 4(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(4x-4+4) = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot (4x+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{4}{4} = -1 \end{cases} \text{ در معادله صدق نمی‌کند و معادله دارای یک جواب } x = 1 \text{ است. جواب } x = -\frac{4}{4} = -1 \text{ است.}$$

۳۰ - گزینه ۲

$$\frac{3}{2\sqrt{x-5}} + \frac{77}{2\sqrt{x+5}} = 10 \Rightarrow \frac{6\sqrt{x} + 15 + 154\sqrt{x} - 385}{(2\sqrt{x}-5)(2\sqrt{x}+5)} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{160\sqrt{x} - 370}{4x - 25} = 10 \Rightarrow 160\sqrt{x} - 370 = 40x - 250 \Rightarrow 160\sqrt{x} = 40x + 120$$

$$\xrightarrow{-40} 4\sqrt{x} = x + 3$$

با فرض $\sqrt{x} = t$ داریم:

$$4t = t^2 + 3 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow t = 1, t = 3$$

معادله ۲ ریشه دارد. $\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$ قابل قبول ۱، $\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$ قابل قبول ۹.

۳۱ - گزینه ۲ نکته: مجموع چند عبارت نامنفی زمانی صفر است که همگی باهم صفر باشند.

$$\underbrace{2\sqrt{x^2 - 4x + 3}}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}_{\text{نامنفی}} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1, 3 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1, \frac{3}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ریشه مشترک}} x = 1 \Rightarrow \text{معادله یک ریشه دارد.}$$

۳۲ - گزینه ۴ با تجزیه $x - 4$ توسط اتحاد مزدوج داریم:

$$\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} = (2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x}) \Rightarrow (2+\sqrt{x}) = (2-\sqrt{x})^2(2+\sqrt{x})$$



باتوجه به این که $\sqrt{x} \neq x + 2$ داریم:

$$(2 - \sqrt{x})^2 = 1 \Rightarrow 2 - \sqrt{x} = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} 2 - \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ 2 - \sqrt{x} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

$$x = 1 \xrightarrow{\text{امتحان در معادله}} \frac{2+1}{2-1} = 3 = 3 \Rightarrow 3 = 3 \quad \text{قابل قبول}$$

$$x = 9 \xrightarrow{\text{امتحان در معادله}} \frac{2+3}{2-3} = 5 = -5 \Rightarrow -5 = -5 \quad \text{قابل قبول}$$

قدرمطلق تفاضل جواب‌ها $|9 - 1| = 8$

۳۳ - گزینه ۱ باید تابع $(f(x))$ را تشکیل دهیم. ابتدا دامنه gof را می‌یابیم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \geq -2 | \sqrt{x+2} \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D_{gof} = [-2, +\infty)$$

حال تابع gof را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = g(\sqrt{2+x}) = (\sqrt{2+x})^2 = 2+x$$

بنابراین:

$$g(f(x)) = 5 \Rightarrow 2+x = 5 \Rightarrow x = 3$$

پس معادله فقط یک ریشه مثبت دارد.

۳۴ - گزینه ۲ عدد مجهول را x در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x - \sqrt{x} = 2x - 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 - x, \sqrt{x} = t \Rightarrow t = 2 - t^2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ غیرقابل قبول} \\ t = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

فقط یک جواب برای x وجود دارد.

۳۵ - گزینه ۳

$$x + \frac{4}{x} - 1 = 2\sqrt{x + \frac{4}{x} - 2}$$

با استفاده از تغییر متغیر $t = x + \frac{4}{x}$ داریم:

$$t = 2\sqrt{t-2} \Rightarrow t^2 = 4(t-2) = 4t - 8 \Rightarrow t^2 - 4t + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow 2 = 2\sqrt{2-2} \Rightarrow 2 = 2 \Rightarrow t = 2 \text{ قابل قبول} \\ t = 6 \Rightarrow 6 = 2\sqrt{6-2} \Rightarrow 6 = 2 \times 2 \Rightarrow t = 6 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

$$x + \frac{4}{x} - 1 = 2 \Rightarrow x + \frac{4}{x} - 2 = 0 \xrightarrow{\times x} x^2 + 4 - 2x = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + \frac{4}{x} - 1 = 6 \Rightarrow x + \frac{4}{x} - 6 = 0 \xrightarrow{\times x} x^2 + 4 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\Delta = 36 - 16 = 20 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2}$$

بنابراین معادله ۳ جواب حقیقی متمایز دارد.

۳۶ - گزینه ۲ با توجه به عبارت $1 + \sqrt{2x+1}$ باید $0 \leq \sqrt{2x+1} \leq 2x+1$ باشد، یعنی $x \geq -\frac{1}{2}$ است که در این صورت عبارت $2x+1 + x$ همواره مثبت خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \sqrt{2x+1} + x = |x+2| = x+2 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 2 \Rightarrow 2x+1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \geq -\frac{1}{2}$$

بنابراین معادله یک جواب دارد.



$$\begin{aligned} x^2 + x &= 2x\sqrt{x+1} - 1 \Rightarrow x^2 - 2x\sqrt{x+1} + x + 1 = 0 \\ \Rightarrow (x - \sqrt{x+1})^2 &= 0 \Rightarrow x = \sqrt{x+1} ; x > 0 \end{aligned}$$

$$\xrightarrow[2]{\text{به توان}} x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} & \text{غ.ق.ق} \\ x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2} & \end{cases} \Rightarrow 2\alpha - 1 = \sqrt{5} \Rightarrow (2\alpha - 1)^2 = 5$$

۳۸ - گزینه ۴

$$\begin{aligned} 1 + \sqrt{1+x^2} &= \sqrt{1+x} \xrightarrow[2]{\text{طرفین به توان}} 1 + 1 + x^2 + 2\sqrt{1+x^2} = 1 + x \\ \Rightarrow (x^2 - x + 1) + 2\sqrt{1+x^2} &= 0. \end{aligned}$$

عبارت $1 + \sqrt{1+x^2} = \sqrt{1+x}$ همواره مثبت است. بنابراین تساوی فوق هیچ گاه نمی‌تواند برقرار باشد. چون مجموع دو عبارت مثبت هیچ گاه صفر نمی‌شود. پس معادله فاقد جواب است.

۳۹ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \sqrt{x-3} + 1 + \frac{y}{\sqrt{x-3} + 1} &= y + 1 \xrightarrow{\sqrt{x-3}+1=t} t + \frac{y}{t} = 1 \Rightarrow t^2 - t + y = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x-3} + 1 = 1 \Rightarrow x = 3 \\ t = y \Rightarrow \sqrt{x-3} + 1 = y \Rightarrow x - 3 = 3y \Rightarrow x = 3y \end{cases} & \end{aligned}$$

مجموع ریشه‌ها = ۳ + ۳y = ۴۲

۴۰ - گزینه ۲

$$\begin{aligned} x - 2\sqrt{x+1} &= -1 \Rightarrow x + 1 = 2\sqrt{x+1} \xrightarrow[2]{\text{توان}} x^2 + 2x + 1 = 4(x+1) \\ x^2 + 2x + 1 &= 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 3 &\xrightarrow{\text{امتحان در معادله}} 3 - 2\sqrt{4} = -1 \Rightarrow 3 - 4 = -1 \Rightarrow x = 3 \\ x = -1 &\xrightarrow{\text{امتحان در معادله}} -1 - 2\sqrt{0} = -1 \Rightarrow -1 = -1 \Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

مجموع ریشه‌ها = -1 + 3 = 2

پاسخنامه کلیدی

(۱) - ۳	(۷) - ۱	(۱۳) - ۱	(۱۹) - ۴	(۲۵) - ۲	(۳۱) - ۲	(۳۷) - ۳
(۲) - ۲	(۸) - ۲	(۱۴) - ۴	(۲۰) - ۴	(۲۶) - ۲	(۳۲) - ۴	(۳۸) - ۴
(۳) - ۲	(۹) - ۴	(۱۵) - ۲	(۲۱) - ۱	(۲۷) - ۴	(۳۳) - ۱	(۳۹) - ۱
(۴) - ۴	(۱۰) - ۱	(۱۶) - ۴	(۲۲) - ۲	(۲۸) - ۱	(۳۴) - ۲	(۴۰) - ۲
(۵) - ۳	(۱۱) - ۱	(۱۷) - ۱	(۲۳) - ۲	(۲۹) - ۲	(۳۵) - ۳	
(۶) - ۳	(۱۲) - ۴	(۱۸) - ۱	(۲۴) - ۳	(۳۰) - ۲	(۳۶) - ۲	