

فهرست گزارش سوالات

2 (Regression)MLP – 1 سوال
7 (Classification) MLP – ۲ سوال
22 Dimension Reduction – 3 سوال

سوال 1 – MLP (Regression)

الف) در این قسمت ستون هایی که بیش از ۳۰ درصد داده NA دارند را به عنوان ویژگی های کم اهمیت حذف کرده ایم. در این صورت ابعاد داده ما ۷۶×۱۴۶۰ می شود. حال ستون های Categorical را در نظر گرفته و آن ها را به داده عددی کد می کنیم و برای آن ها NA به منفی یک مپ می گردد. در ادامه و برای ستون های نومریکال نیز به جای Missing values از میانگین آن ستون جایگذاری می کنیم. در نهایت و پس از تقسیم بندی داده به تست و ترین آن ها را توسط MinMaxscalar نرمالایز می کنیم. حالا داده ها آماده می باشند.

ب) ساختار های در نظر گرفته برای اینش بکه در شکل های ۱ و ۲ آورده شده. در این قسمت از در لایه های میانی از تابع فعالساز Relu استفاده شده و برای لایه آخر یک بار از Linear و بار دیگر از tanh استفاده شد. همچنین بعد از هر لایه یک لایه dropout به منظور عدم اوورفیت کردن مدل در نظر گرفته شده است.

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_18 (Dense)	(None, 75)	5700
dropout_12 (Dropout)	(None, 75)	0
dense_19 (Dense)	(None, 512)	38912
dropout_13 (Dropout)	(None, 512)	0
dense_20 (Dense)	(None, 1)	513
Total params: 45,125		
Trainable params: 45,125		
Non-trainable params: 0		

شکل ۱-۱) اولین ساختار دز نظر گرفته شده

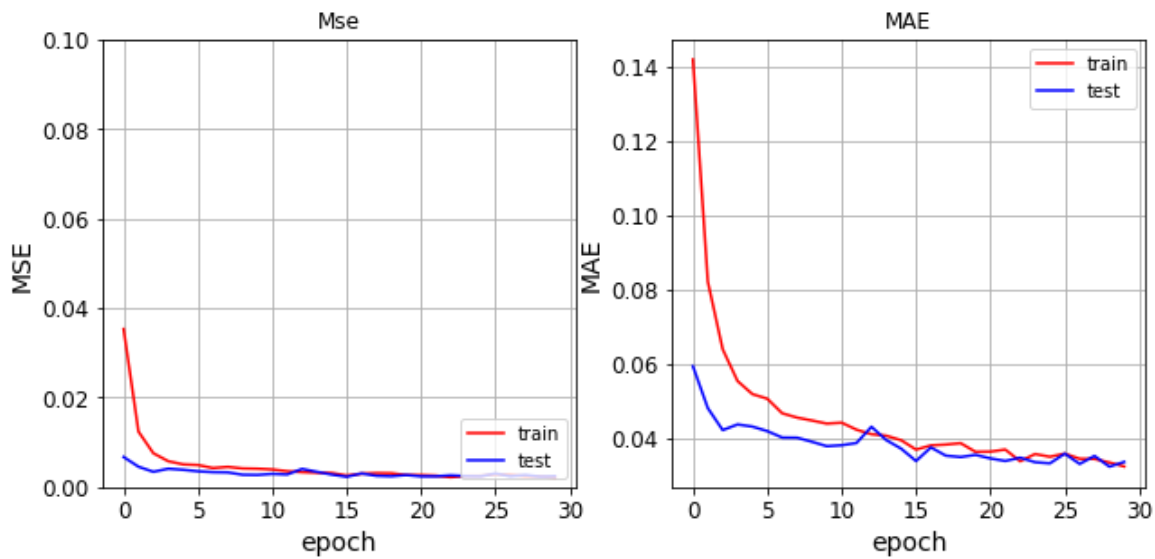
Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_21 (Dense)	(None, 75)	5700
dropout_14 (Dropout)	(None, 75)	0
dense_22 (Dense)	(None, 512)	38912
dropout_15 (Dropout)	(None, 512)	0
dense_23 (Dense)	(None, 256)	131328
dense_24 (Dense)	(None, 1)	257
Total params: 176,197		
Trainable params: 176,197		
Non-trainable params: 0		

شکل ۱-۲) دومین ساختار در نظر گرفته شده

در این قسمت در اولین ساختار یک شبکه با دو لایه مخفی داریم که با توجه به عملکرد مناسب آن با در نظر گرفتن پارامترهای خطا از آن استفاده می شود. هم چنین در لایه ی آخر از دو تابع فعالساز \tanh و Linear استفاده شد که تابع Linear در واقع مقدار دریافتی در ورودی خود را بدون تغییر در خروجی قرار می دهد. پس مدل نهایی انتخاب شده دارای دو لایه ی مخفی با تابع فعالساز Relu و لایه ی نهایی تابع فعالساز Linear دارد.

ج) با توجه به در نظر گرفتن مدل نهایی فوق نتایج زیر بدست می آید.

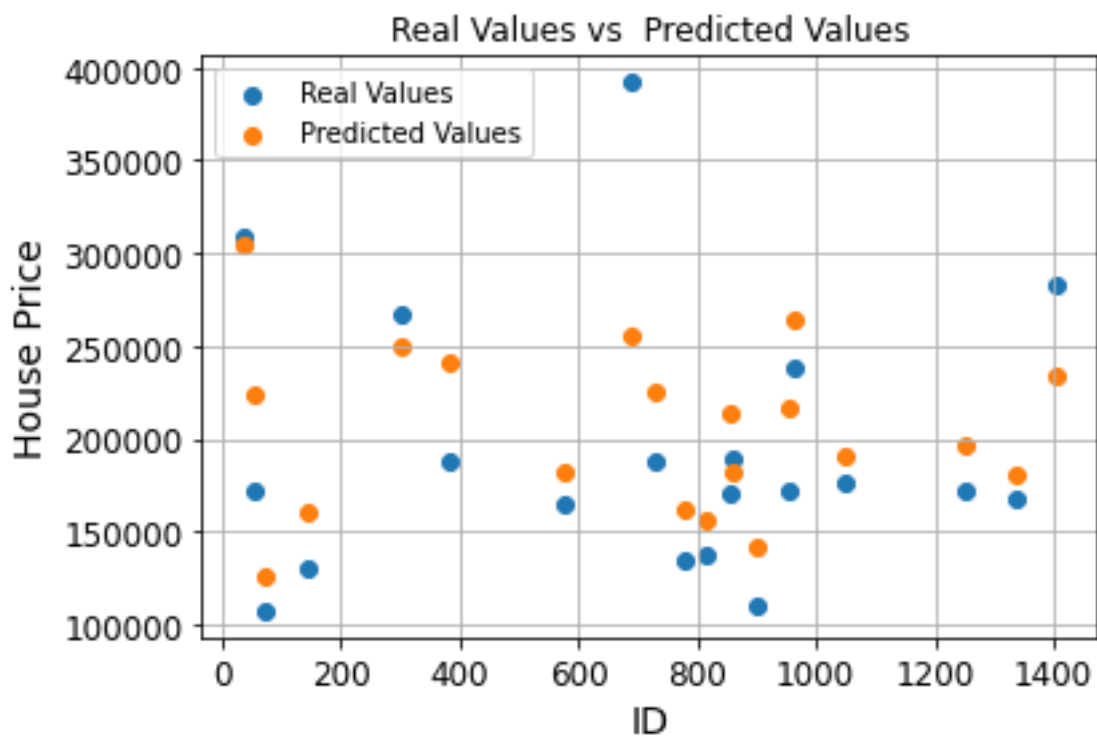
شبکه را در ۳۰ اپیاک آموزش می دهیم، در این قسمت MSE بعنوان Loss در نظر گرفته شده است. نتایج زیر بدست می آیند :



شکل (۳-۱) نتایج با در نظر گرفتن $Loss=MSE$

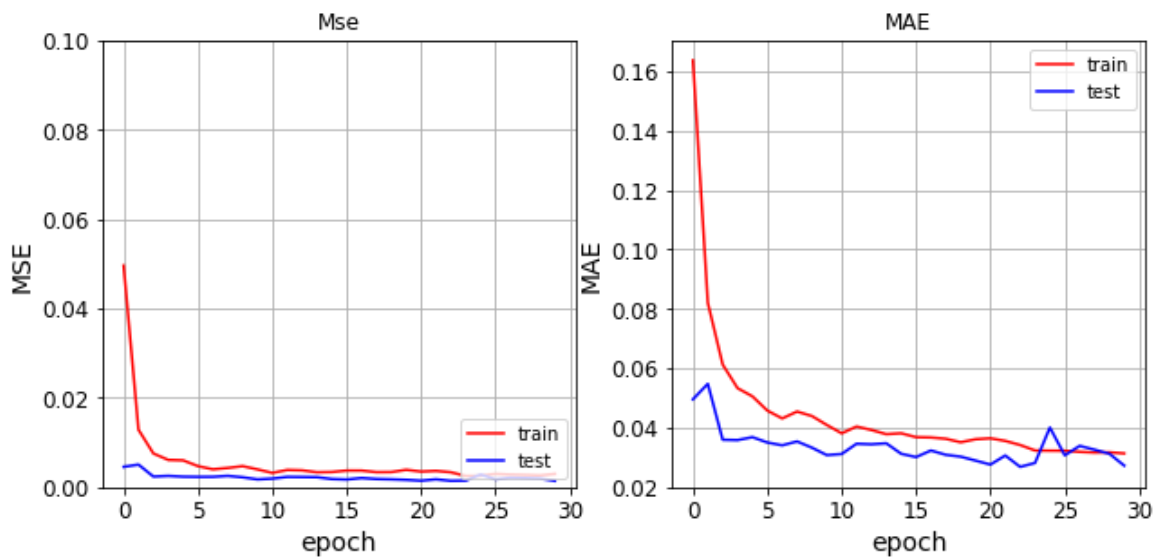
بنظر می رسد که در حدود ۱۵ اپیاک به مقدار بهینه ی خود دست پیدا می کنیم.

حال برای داده ی تست به ازای برخی داده بصورت رندوم (۲۰ تا) نمودار مقادیر واقعی و تخمین زده شده بر حسب Id رسم شده است.



شکل (۴-۱) مقادیر واقعی و تخمین زده شده بر حسب ID

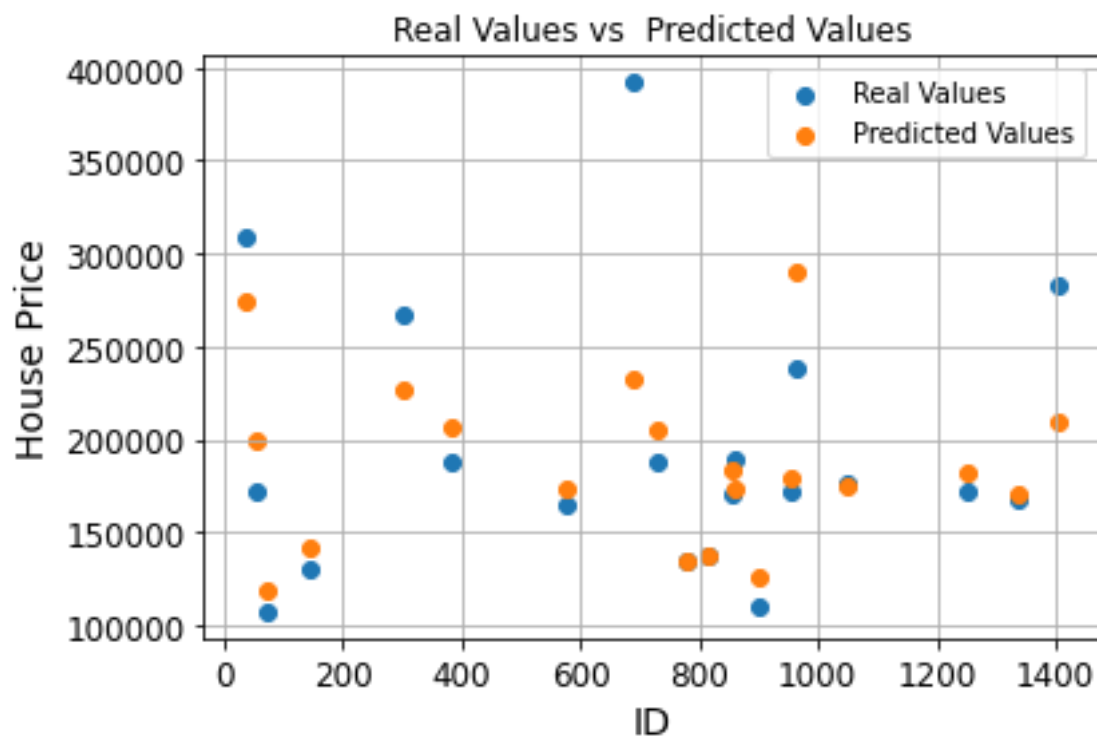
د) شبکه را در ۳۰ اپاک آموزش می دهیم، در این قسمت MAE بعنوان Loss در نظر گرفته شده است. نتایج زیر بدست می آیند:



شکل ۵-۱) نتایج با در نظر گرفتن $Loss=MAE$

بنظر می رسد که در حدود 20 اپاک به مقدار بهینه ی خود دست پیدا می کنیم.

حال برای داده ی تست به ازای برخی داده بصورت رندوم (۲۰ تا) نمودار مقادیر واقعی و تخمین زده شده بر حسب Id رسم شده است.



شکل ۶-۱) مقادیر واقعی و تخمین زده شده بر حسب ID

ه) معیارهای MAE , MSE و تعریف های مربوط به آن در ادامه آورده شده است.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y})^2$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}|$$

در این بخش و بررسی نمودار های مربوط به دو قسمت قبل مشاهده می شود که با توجه به آنکه هر دو معیار به نوعی میانگین اندازه خطا (در MSE توان دو آن را) بررسی می کنند عملکرد تقریباً مشابه ای دارند. گرچه بنظر می رسد در نظر گرفتن MAE به عنوان $Loss$ در این قسمت می تواند مناسب تر باشد) الگوریتم بهتر پارامتر های شبکه را ترین می کند.

سوال ۲ – MLP (Classification)

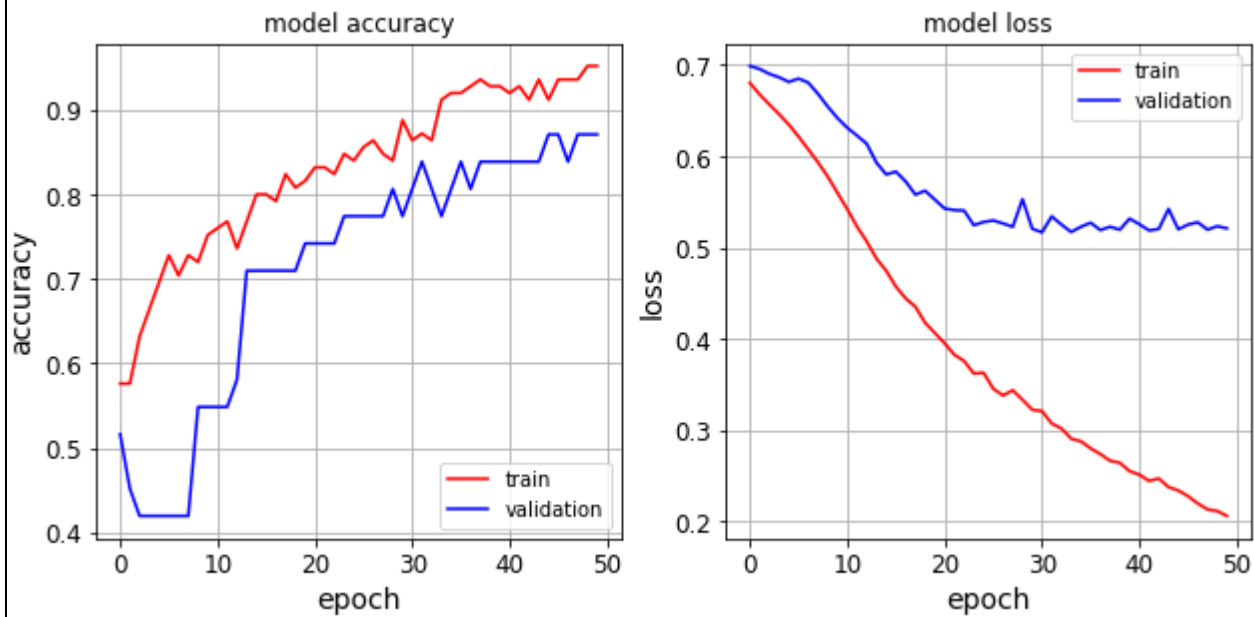
الف) ویژگی های X را نرمالایز کرده و Y را به عنوان Label : $(R \leftrightarrow 1)$ و $(M \leftrightarrow 0)$ در نظر می گیریم. برای تقسیم بندی داده، ابتدا داده را بطور رندوم ۲۵ درصد به تست اختصاص می دهیم. در ادامه با توجه به کم بودن تعداد داده ها از Cross Validation استفاده می کنیم (5 fold Cross Validation). ساختار زیر را برای شبکه با دو لایه ی مخفی در نظر میگیریم :

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_30 (Dense)	(None, 20)	1220
dense_31 (Dense)	(None, 256)	5376
dense_32 (Dense)	(None, 1)	257
Total params: 6,853		
Trainable params: 6,853		
Non-trainable params: 0		

شکل ۲-۱) ساختار معماری شبکه

در لایه های میانی شبکه از تابع فعالساز relu استفاده شده ، و در لایه ی نهایی از sigmoid استفاده شد.

ب) معیار دقت را Accuracy در نظر گرفته و $\text{loss} = \text{'binary_crossentropy'}$ در نظر می گیریم.



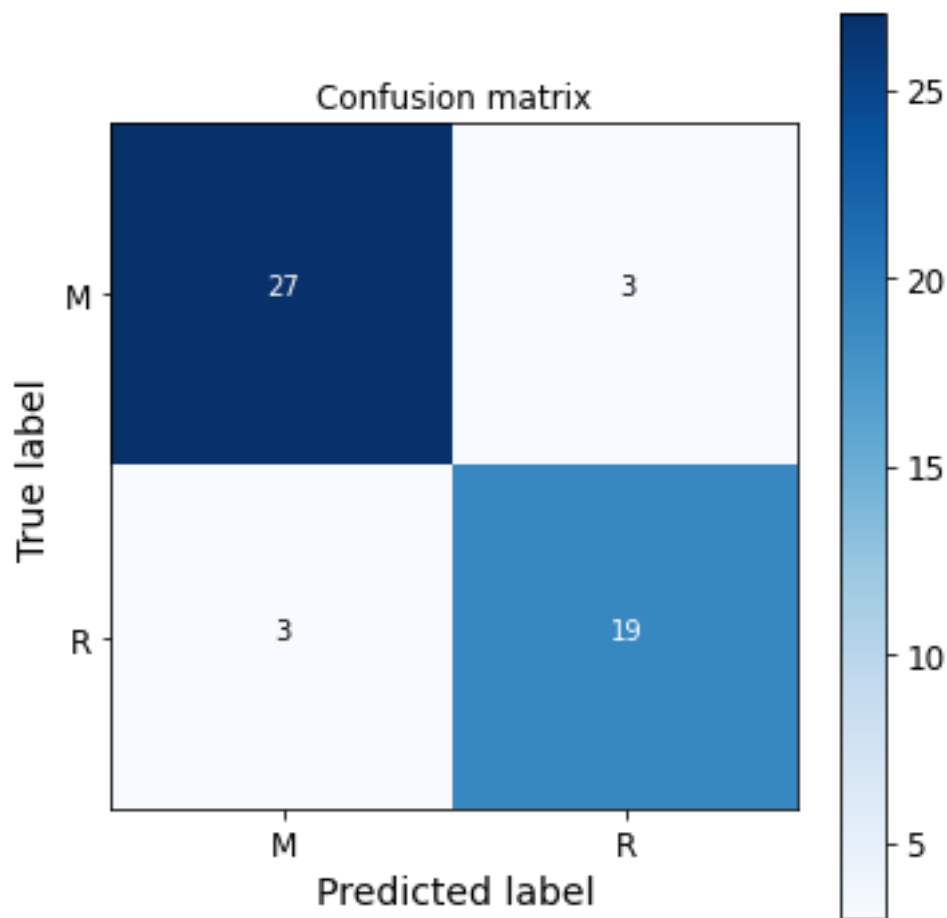
شکل ۲-۲) دقت و loss به ازای هر اپیاک

با توجه به نمودارهای بدست آمده در ۳۰ اپیاک به مقدار بهینه دست پیدا می کنیم.

ج) برای داده ی تست نتایج زیر بدست می آید:

Accuracy=88.46 %

Loss=0.31



شکل ۲-۳ Confusion Matrix برای داده تست

د) برای کلاسه بندی دو کلاسه از `binary_crossentropy` استفاده شده است. رابطه ی آن را به فرم

$$-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_i \log(\hat{y}_i) + (1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i)]$$

در نظر میگیریم. هم چنین در صورت `one hot` بودن فضای خروجی `sparse_binary_crossentropy` استفاده می شود. می توان از `Hinge Loss` برای فضای خروجی (۱-و ۱) می توان استفاده نمود. بهینه ترین حالت همان `binary_crossentropy` می باشد.

ه) معیار دقت استفاده شده `Accuracy` بود که مجموع لیبل های درست طبقه بندی شده به کل داده ها را نشان می دهد. اما به معیارهای دیگری نیز نیاز داریم تا در شرایطی بتوان عملکرد هر کلاس را نیز بررسی نمود. معیارهای `Precision` و `Recall` را در اینجا در نظر میگیریم.

TP=true Positive , FN=False Negative

$$\text{Recall} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FP})$$

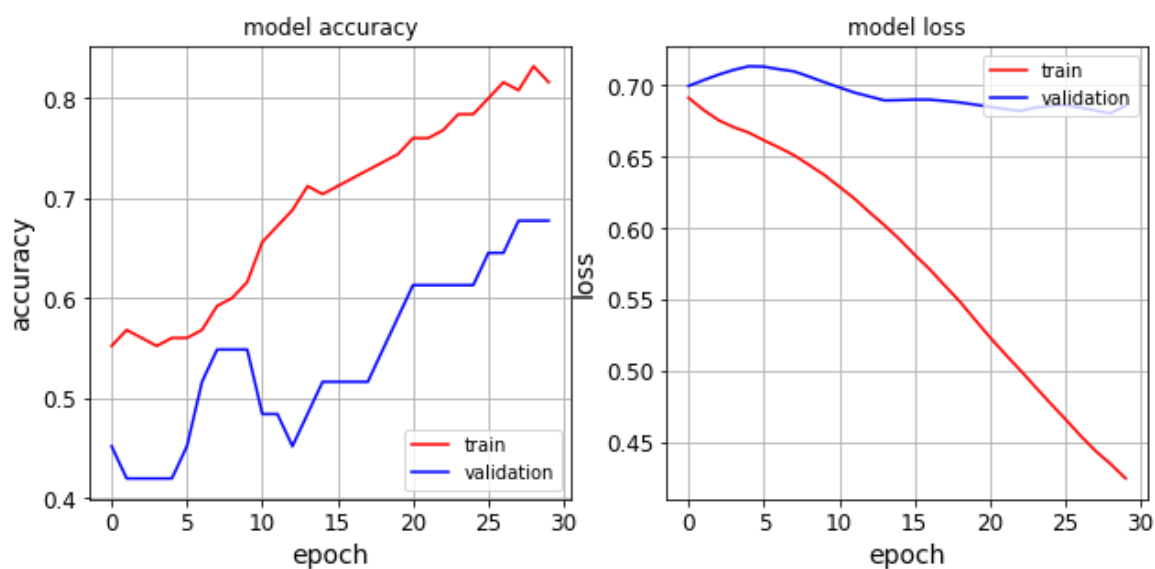
$$\text{Precision} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$

که در این مثال مقادیر زیر بدست آمدند.

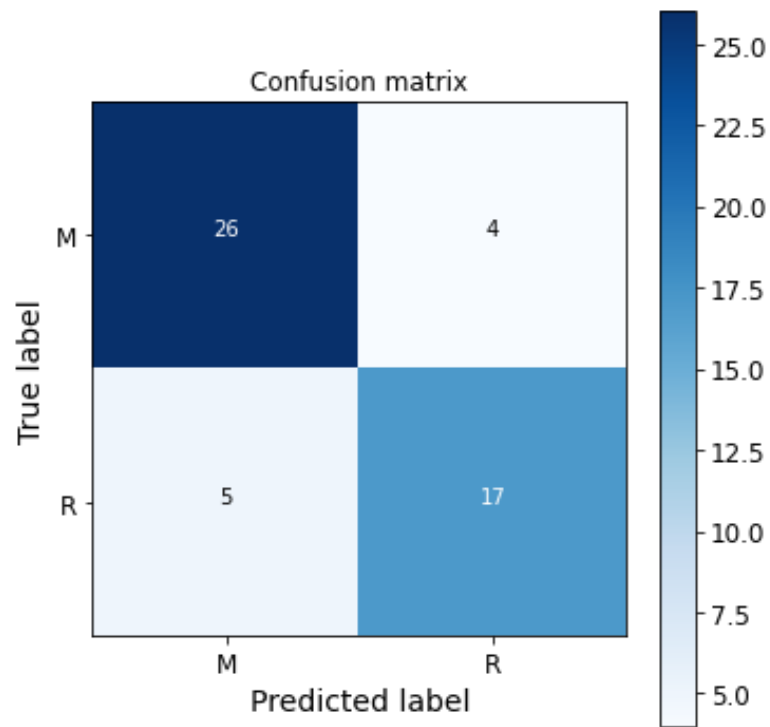
	precision	recall	f1-score	support
0.0	0.90	0.90	0.90	30
1.0	0.86	0.86	0.86	22

(و در این قسمت در model.fit یک پارامتر batch_size را مطابق اعداد ۳۲ و ۶۴ و ۱۲۸ در نظر می گیریم، این اعداد بیان می کنند که در هر iteration چه قسمتی از داده ترین مورد استفاده قرار می گیرد. (به عنوان یک iteration داخل epoch)

1) batch_size=32

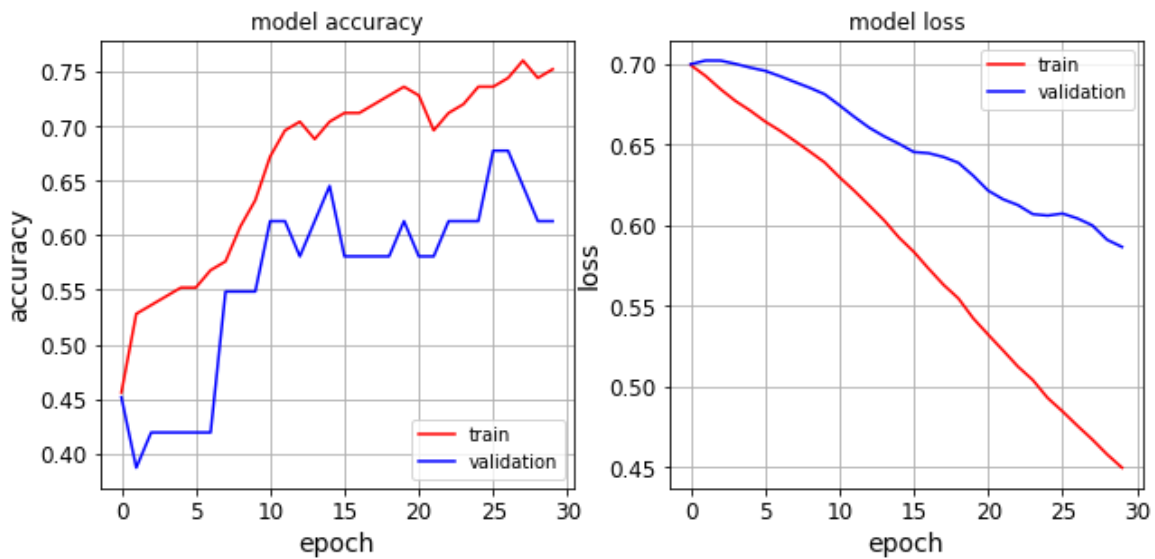


شکل ۲-۴ (دقت و loss به ازای هر اپاک batch size=32

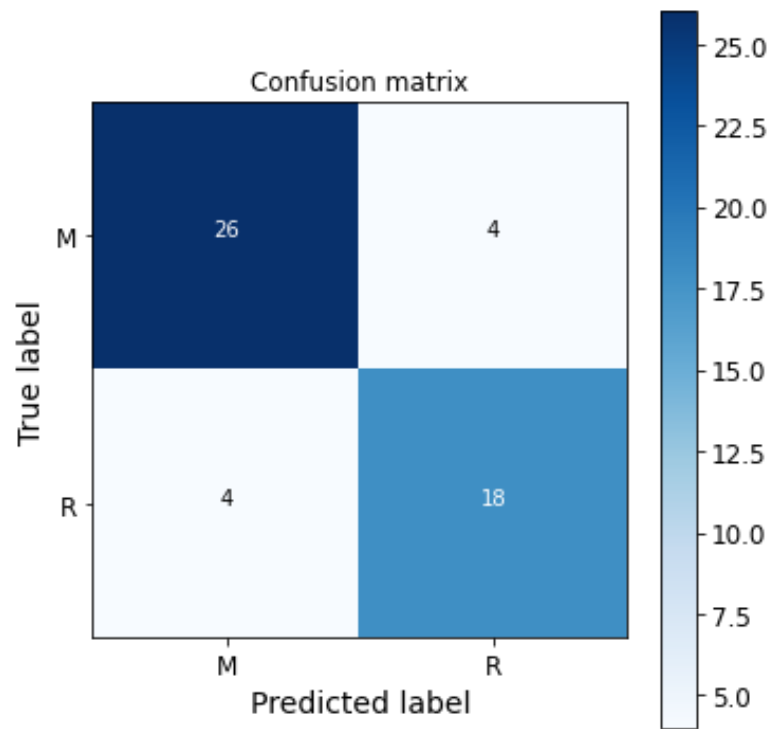


شکل ۵-۲ Confusion Matrix برای داده تست

2) batch_size=64

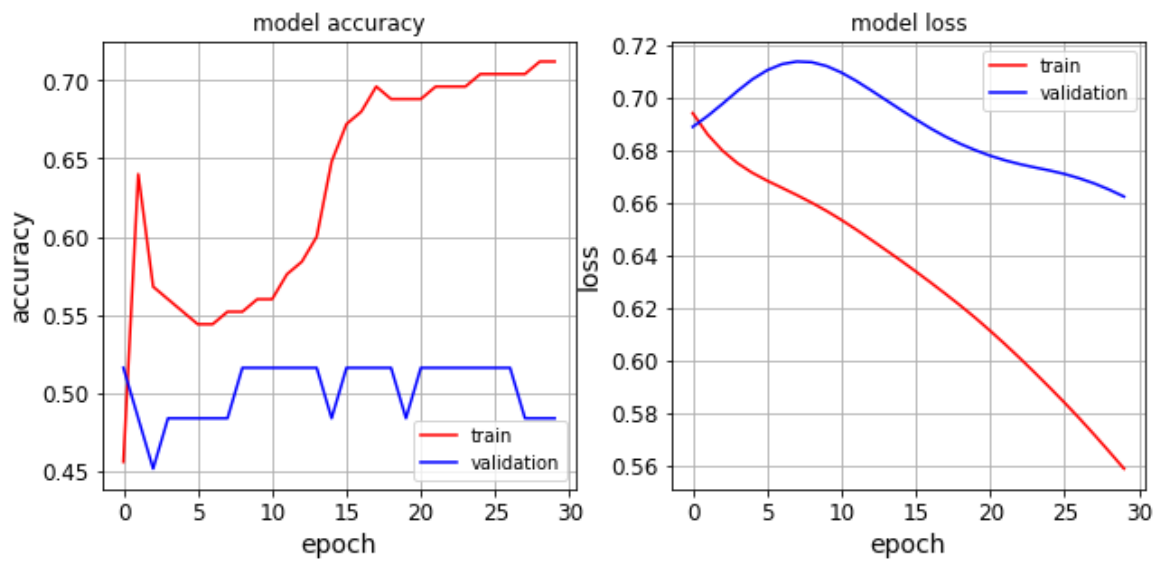


شکل ۶-۲ دقت و loss به ازای هر اپاک batch size=64

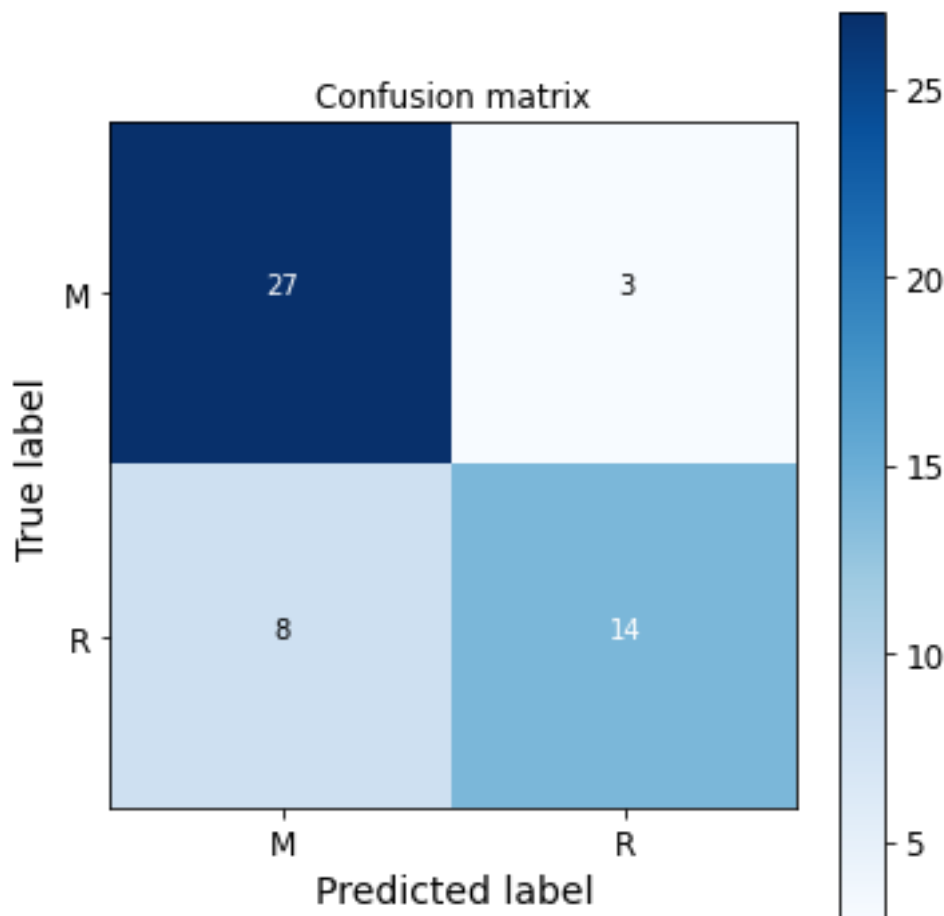


شکل ۷-۲ Confusion Matrix برای داده تست

3) batch_size=128



شکل ۸-۲ دقت و loss به ازای هر اپاک batch size=128



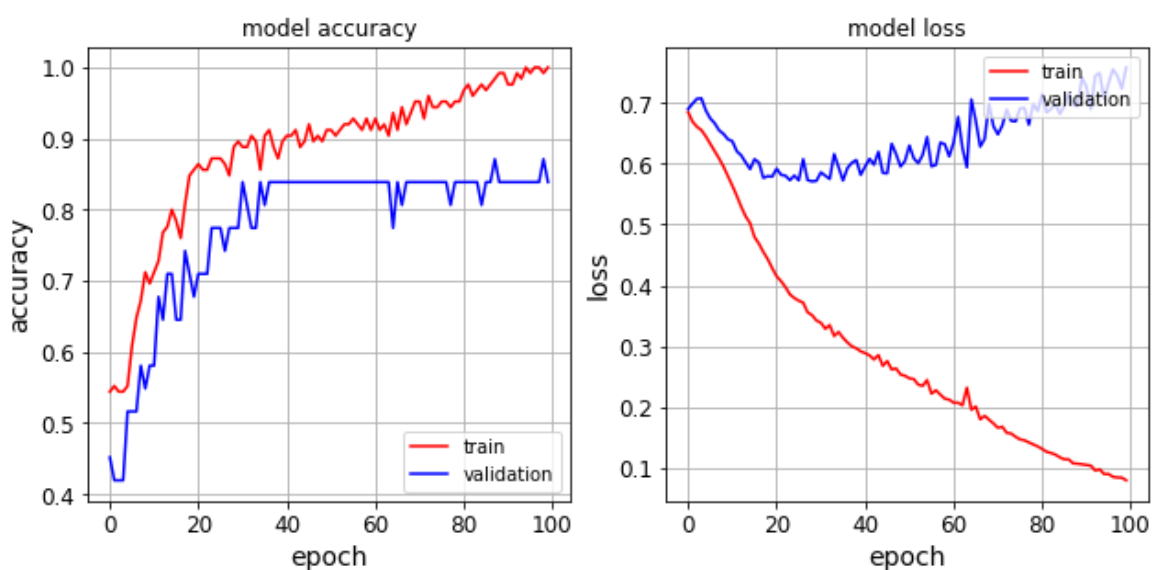
شکل ۹-۲ Confusion Matrix برای داده تست

بررسی نتایج فوق نشان می دهد با توجه به کم بودن تعداد داده انتخاب $patch_size=128$ نمی تواند انتخاب مناسبی برای این شبکه باشد و در ۳۰ اپاک نتوانسته به خوبی مدل را آموزش دهد در رابطه با دو مدل دیگر در $batch\ size=32$ بنظر می رسد که تابع $Loss$ بهتر کاهش پیدا می کند گرچه در ۶۴ نیز عملکرد مناسبی را برای این مدل داریم (از نظر دقت و خطا).

ح) $epoch$ را معادل تعداد کل بار های اعمال تغییرات بر روی کل داده ی ترین در نظر می گیریم در حالیکه هر $Iteration$ اعمال قوانین آپدیت بر روی یک ست پیچ در نظر گرفته شده در هر مرحله می باشد. برای مثال در حالتی که $batch_size=32$ می باشد با توجه به آنکه تعداد سطرهای داده ترین ۱۲۵ می باشد ۴ ایتريشن در این مثال خواهیم داشت. به همین نحو برای حالت ۶۴ تعداد ایتريشن در هر اپاک ۲ و در حالت ۱۲۸ این مقدار برابر یک ایتريشن می شود.

مقدار بهینه ی ایپاک را طوری در نظر می گیریم که خطا برای داده ترین و ولیدیشن کاهش یابد تا جایی که مقدار لاس افزایش یابد دیگر ادامه نمی دهیم.

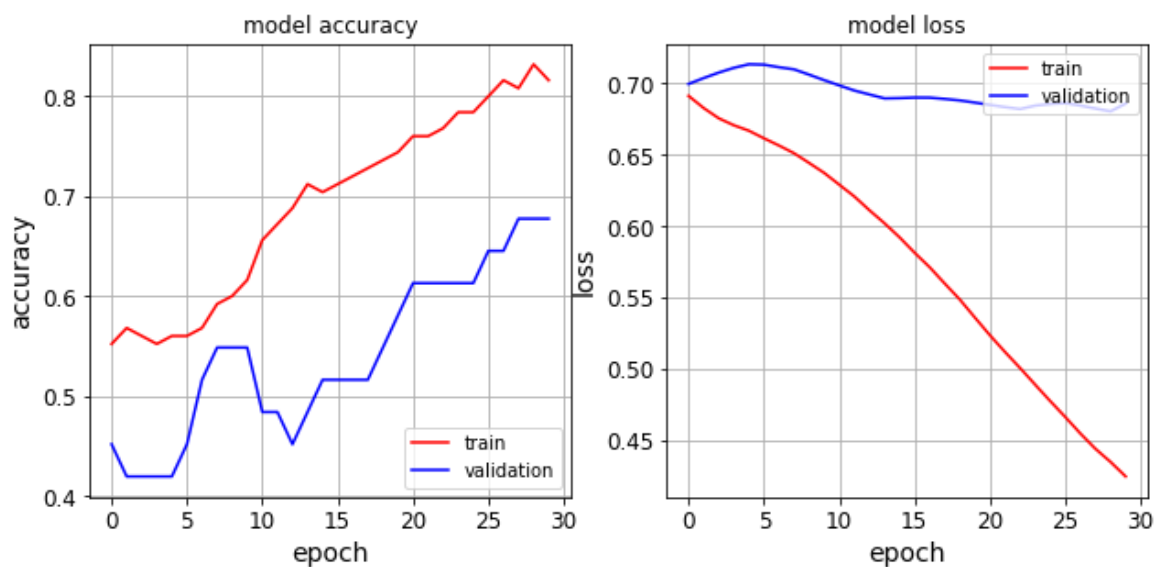
با افزایش تعداد ایپاک ها مدل برای داده ترین می تواند بطور کامل ترین شود و خطا و دقت به مقدار کامل و بهینه ی خود برسند، در حالیکه ولیدیشن نشان می دهد که نمی تواند ترین را دنبال کند و خطای آن افزایش می یابد گرچه نتایج برای داده تست بنسبت مناسب می باشد که می تواند ناشی از مدل داده ها یا جداسازی نامناسب تست و ترین باشد. این نشان از اوورفیت کردن مدل ما بر روی داده ی ترین (آموزشی) می باشد. مثال زیر خطا و دقت را برای $batch_size=32$ و در ۱۰۰ ایپاک نمایش می دهد.



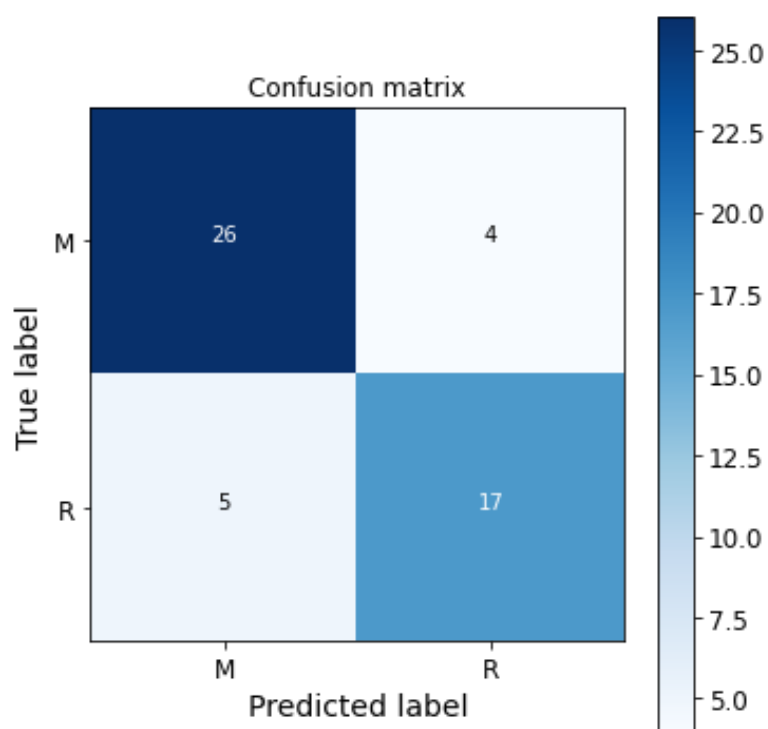
شکل ۲-۱۰) دقت و loss به ازای هر ایپاک $batch_size=32$

ط (نتایج قبلی در لایه های میانی Relu بود. حال در حالت $Batch_size=32$ در لایه های میانی یکبار $tanh$ و بار دیگر sigmoid گذاشته و نتایج را بیان می کنیم.

I) $Activation_func = Linear$

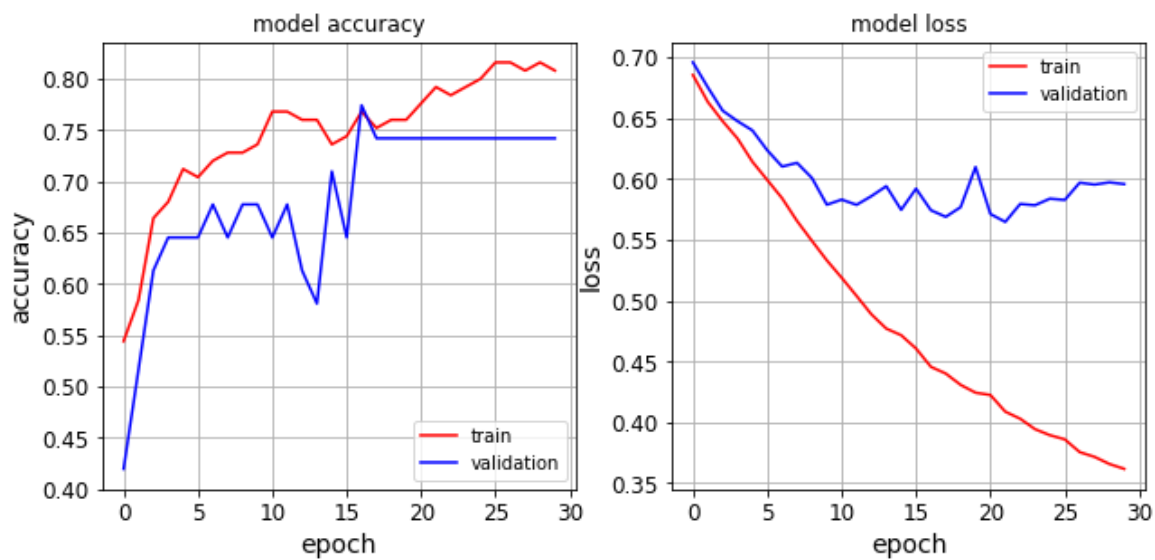


شکل ۱۱-۲ (دقت و loss به ازای هر اپاک batch size=32

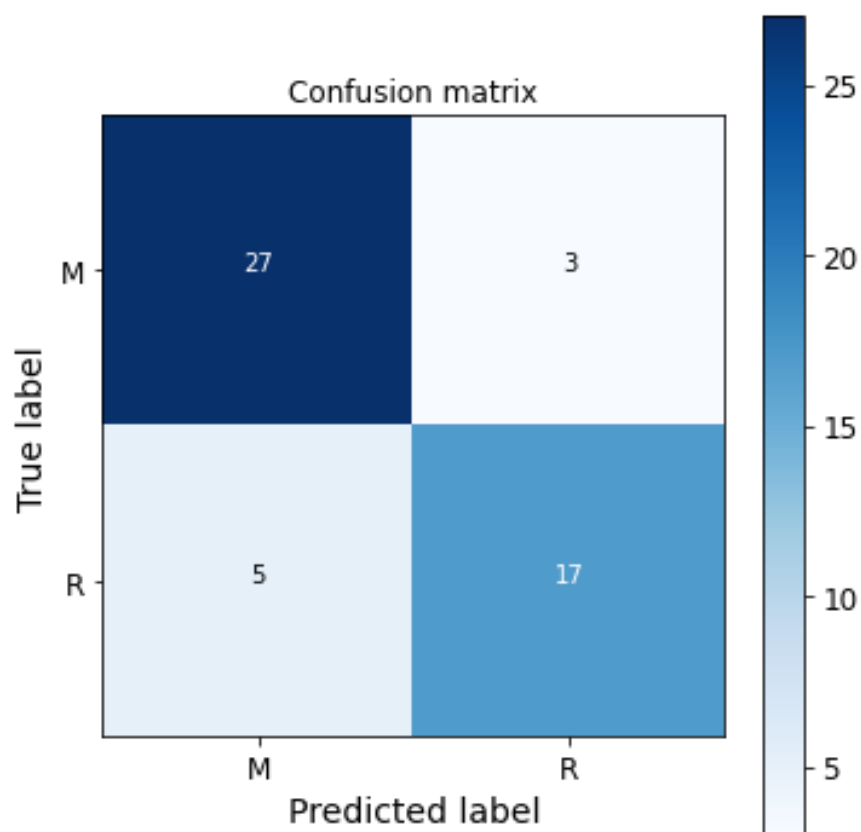


شکل ۱۲-۲ Confusion Matrix برای داده تست

II) Activation_func = tanh

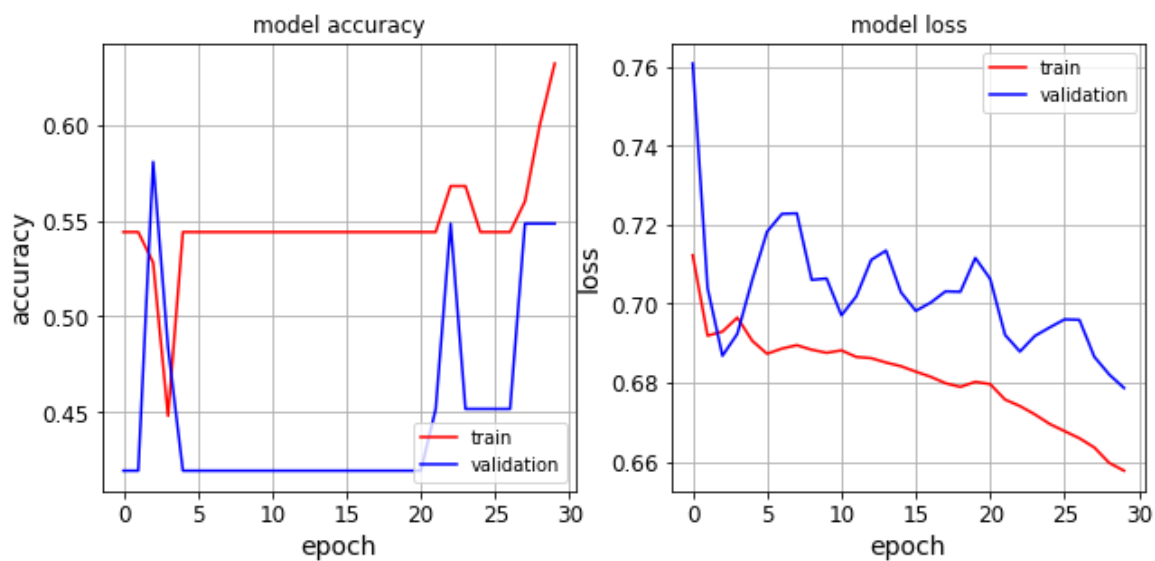


شکل ۲-۱۳) دقت و loss به ازای هر اپیک batch size=32 و تابع فعالساز tanh

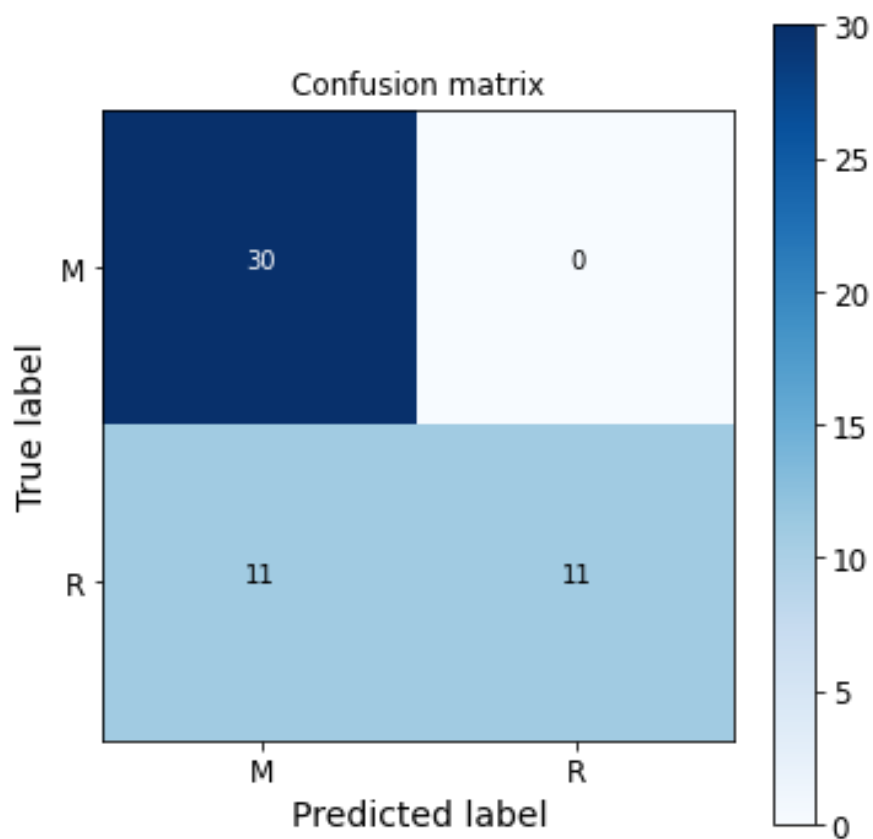


شکل ۲-۱۴) Confusion Matrix برای داده تست

III) Activation_func = Sigmoid



شکل ۱۵-۲ دقت و loss به ازای هر اپیاک batch size=32 و تابع فعالساز Sigmoid



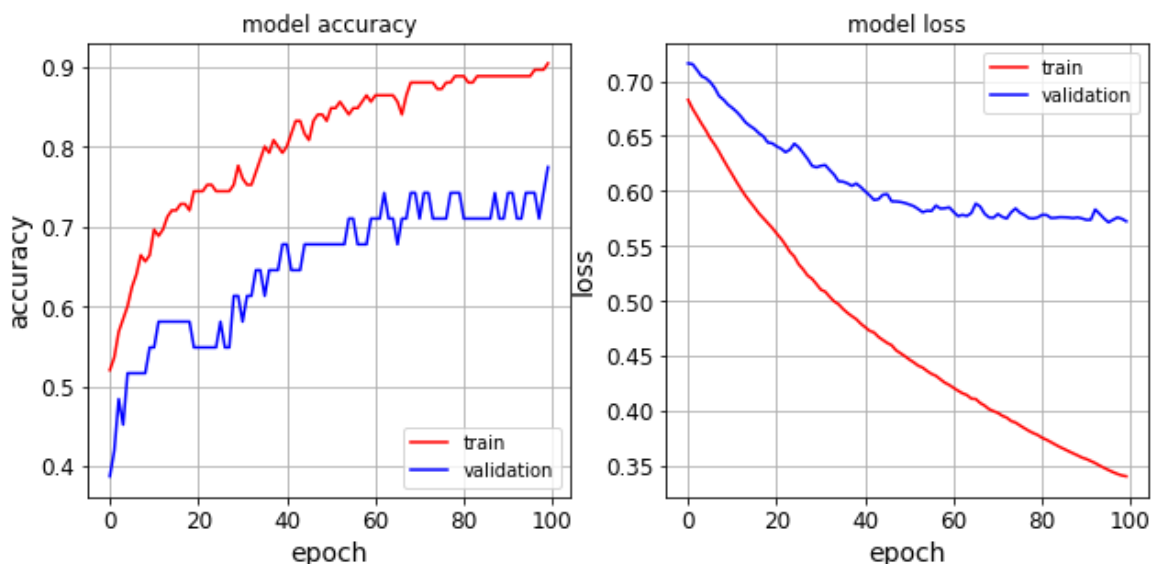
شکل ۱۶-۲ Confusion Matrix برای داده تست

با بررسی نتایج فوق مشاهده می شود خروجی های مرتبط با Relu, Tanh دقت و خطا تقریباً مشابه هم می باشند در حالیکه با قرار دادن Sigmoid با خطای زیادی مواجه شدیم. تابع Relu به ازای ورودی های مثبت عیناً عبور می دهد و منفی ها را صفر میکند در این تابع و حسنی که نسبت به حالت tanh داریم عدم اشباع در گرادینان مربوط آن می باشد که به Convergence کمک می کند در حالیکه تابع tanh smooth می باشد و مشتق های مرتبه بالای آن نیز برای تحلیل های ریاضی موجود می باشد. در این مصال هر دوی آن ها عملکرد مناسبی دارند. اما در مجموع sigmoid, tanh می توانند مشکلاتی را در Gradient بوجود آورند.

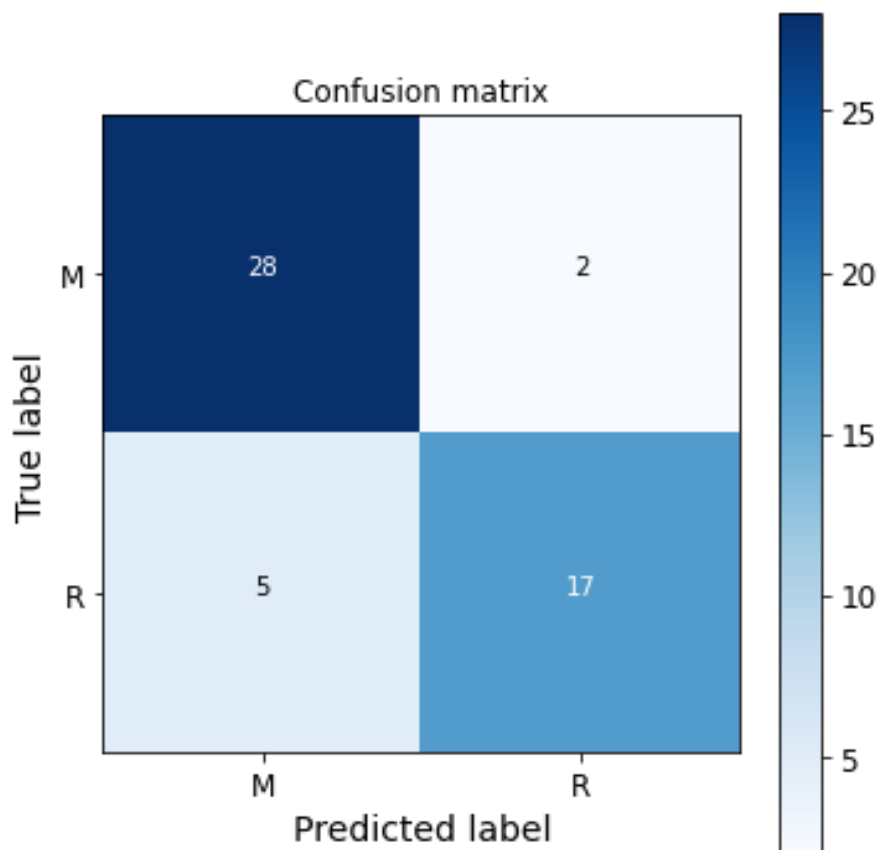
ی) تمام تحلیل های فوق دارای دو لایه ی مخفی بودند حال در این قسمت قصد داریم در حالت ۳ و ۱ لایه ی مخفی نیز شرایط را بررسی نماییم

۱) شبکه با یک لایه مخفی:

در این قسمت با در نظر گرفتن تنها یک لایه قبل از نورونت کلاسیفایر با ۲۰ نورون به نتیجه ی زیر برای داده ی تست دست پیدا می کنیم. در اینجا با شیب ملایم تری به سمت فیت شدن و در تعداد بالاتری ایپاک به این مهم دست پیدا می کنیم. (شکل زیر نتایج مرتبط با دقت و خطا را در ۱۰۰ ایپاک نمایش می دهد).



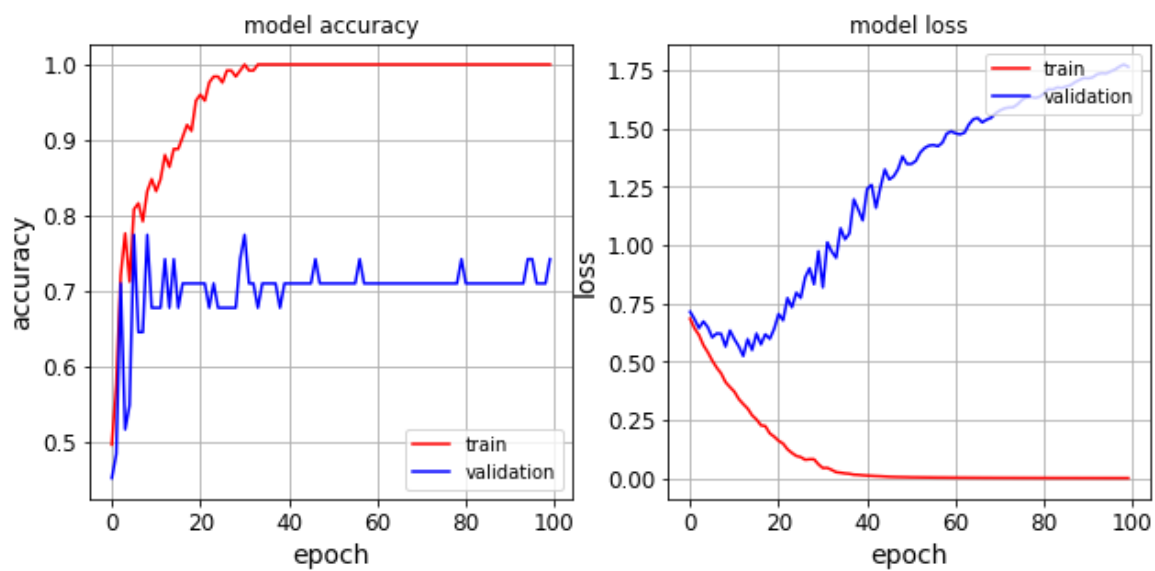
شکل ۲-۱) دقت و loss به ازای هر ایپاک batch size=32



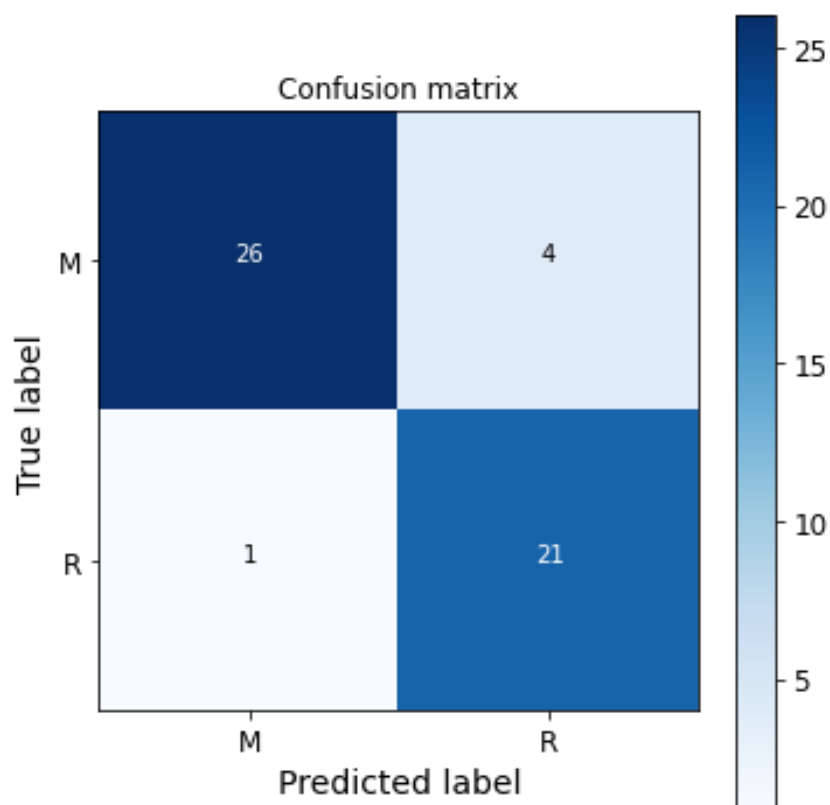
شکل ۱۸-۲ Confusion Matrix برای داده تست

(2) شبکه با سه لایه ی مخفی :

در این حالت با توجه به افزایش پارامترهای شبکه در صورت مدل دهی مناسب دقت ی تواند کمی افزایش پیدا کند اما با توجه به هزینه ی محاسباتی زیاد بنظر می رسد که در این قسمت این کار بهینه نباشد، شکل مربوط به Confussion Matrix آن در ادامه آورده شده است.هم چنین مطابق شکل ۱۹-۲ مشاهده می شود که خیلی زود اوورفیت شده است.



شکل ۱۹-۲ (دقت و loss به ازای هر اپاک batch size=32



شکل ۲۰-۲ Confusion Matrix برای داده تست

ک) بهترین شبکه در شبکه های بررسی شده فوق با معیار Accuracy را شبکه با سه لایه مخفی مرتبط با شکل ۲۰-۲ و ۱۹-۲ می توان گفت اما با توجه به افزایش پارامترها همان شبکه دو لایه ی بیان شده با batch_size =64 می تواند به صرفه تر باشد. برای عملکرد بهتر شبکه و دقت بالاتر علی رغم اینکه هم چنان می توان با پارامترهای شبکه باز هم در جهت بهینگی بازی کرد اما راه حل مناسب تر پیدا کردن داده با ابعاد مناسب تر برای دادن به ورودی شبکه و از بین بردن correlation و ... اقدام نمود. در ادامه پارامترهای منتسب به شبکه آورده شده است.

Layer (type)	Output Shape	Param #
dense_30 (Dense)	(None, 20)	1220
dense_31 (Dense)	(None, 256)	5376
dense_32 (Dense)	(None, 1)	257
Total params: 6,853		
Trainable params: 6,853		
Non-trainable params: 0		

شکل ۲-۲۱) ساختار نهایی انتخاب شده با دو لایه ی نهان

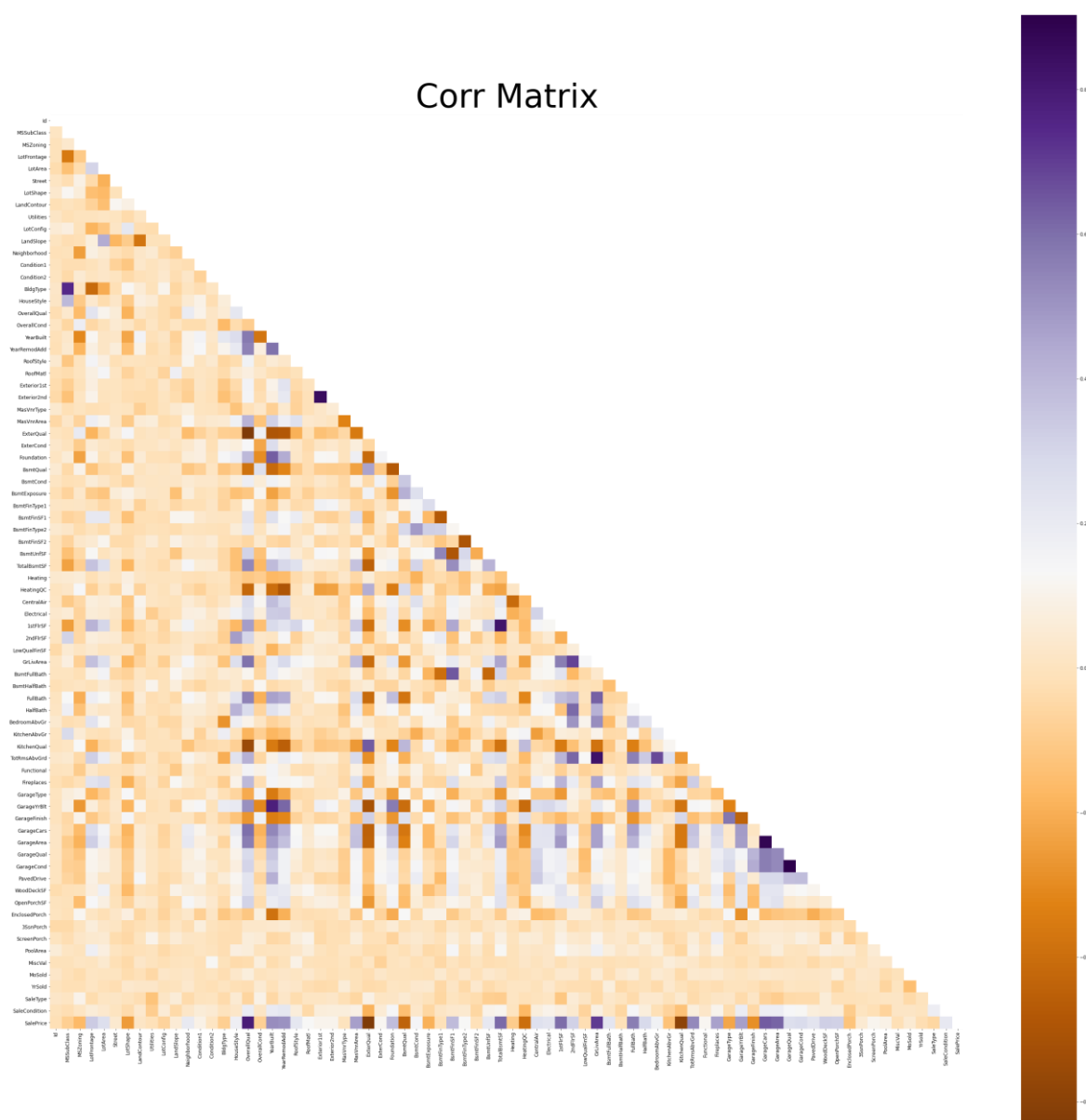
در این شبکه تابع فعالساز های میانی Relu بوده و در لایه ی انتهایی یک sigmoid با حد آستانه ۰,۵ قرار گرفته است.

ل) توضیحات زیر با توجه به نتایج بیان شده در قسمت ک آورده شده است.

با توجه به شکل های ۲-۱۷ تا ۲-۲۰ مشاهده می گردد که برای شبکه ی دارای تعداد نوروں بالا و لایه های زیادتر اورفیت در ایپاک کمتر صورت می گیرد و این فرضیه غلط می باشد. علت این موضوع را با توجه به آپدیت شدن وزن ها با توجه به قاعد گرادیان شبکه دارای هایپر پارامترهای زیاد همگرایی بیشتری دارد و در ایپاک پایین تر به مقدار بهینه ی خود دست پیدا می کند.

سوال 3 – Dimension Reduction

الف) با توجه به بزرگ بودن دیتا برای رزولوشن بهتر است به نوتبوک این قسمت مراجعه گردد.*



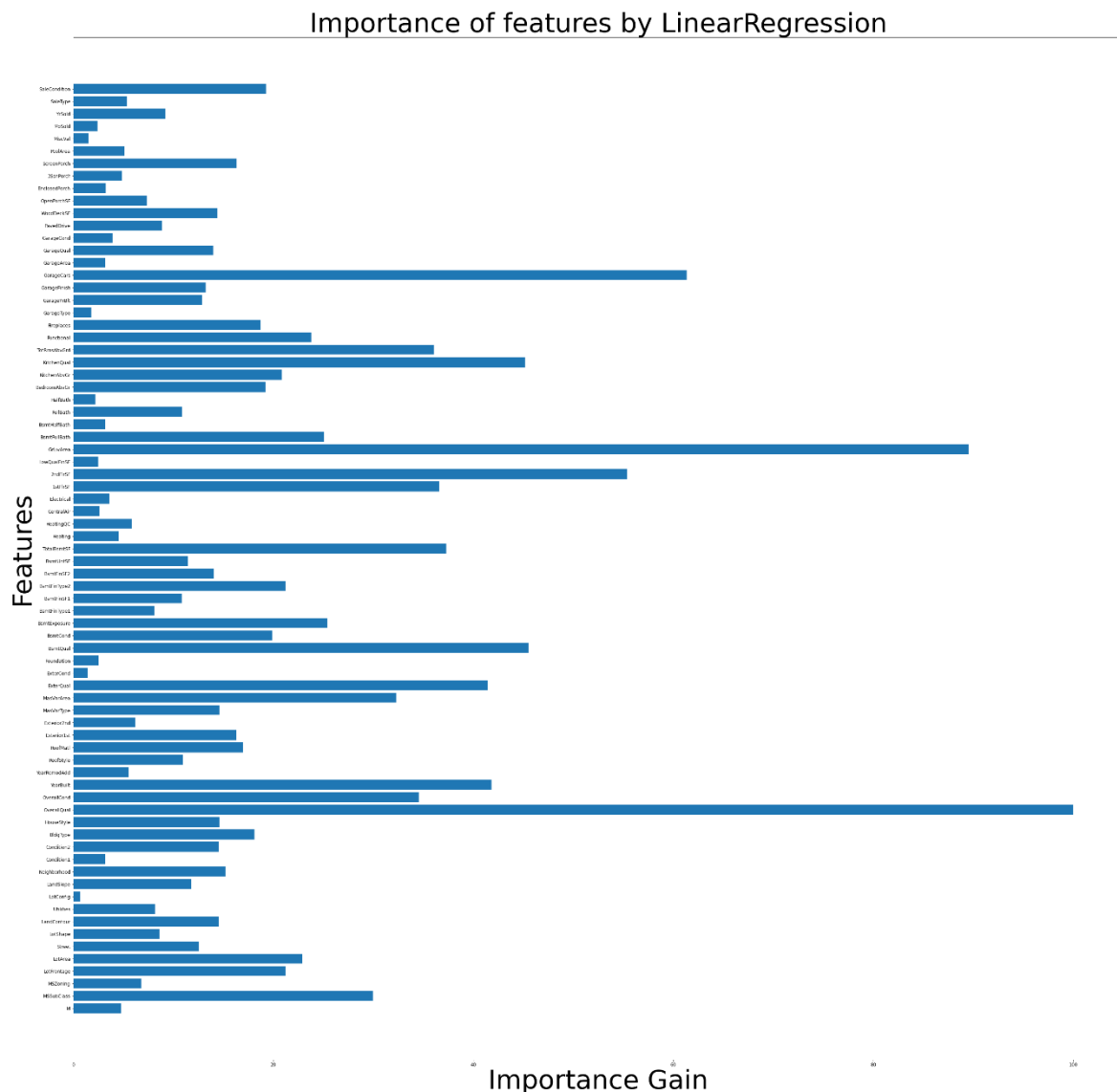
شکل ۳-۱) ماتریس کواریانس ویژگی ها

با توجه به شکل فوق ماتریس همبستگی نشان می دهد که دو feature در نظر گرفته شده چه ارتباطی (از رنج ۰ تا ۱) با یک دیگر دارند که نزدیکی به یک نشان دهنده ی ارتباط زیاد بین آن دو بعد می باشد و

می توان یکی از آن دو را برای مثال در نظر گرفت.هم چنین طبیعتا بر روی قطر اصلی همواره یک داریم که نشان دهنده ی correlation هر بعد از فضای ویژگی با خودش می باشد. هم چنین با توجه به تقارن کامل ماتریس کواریانس با توجه به تعریف صورت گرفته تنها نیمی از آن ماتریس توسط heatmap فوق صورت گرفته است.

ب (**) (امتیازی)

1 (بار پلات اول اهمیت هر ویژگی را بطور نرمالایز شده با توجه به الگوریتم Linear Regression موجود در scikit_Learn نمایش می دهد.




```

Step 01 Execution Time is : 0.025 seconds --- LowQualFinSF
Step 02 Execution Time is : 0.030 seconds --- LotConfig
Step 03 Execution Time is : 0.031 seconds --- BsmtUnfSF
Step 04 Execution Time is : 0.028 seconds --- GarageArea
Step 05 Execution Time is : 0.028 seconds --- ExterCond
Step 06 Execution Time is : 0.028 seconds --- GarageType
Step 07 Execution Time is : 0.026 seconds --- GarageCond
Step 08 Execution Time is : 0.032 seconds --- MiscVal
Step 09 Execution Time is : 0.025 seconds --- Foundation
Step 10 Execution Time is : 0.027 seconds --- HalfBath
Step 11 Execution Time is : 0.025 seconds --- CentralAir
Step 12 Execution Time is : 0.024 seconds --- MoSold
Step 13 Execution Time is : 0.028 seconds --- BsmtHalfBath
Step 14 Execution Time is : 0.025 seconds --- Electrical
Step 15 Execution Time is : 0.023 seconds --- YearRemodAdd
Step 16 Execution Time is : 0.028 seconds --- Exterior2nd
Step 17 Execution Time is : 0.024 seconds --- EnclosedPorch
Step 18 Execution Time is : 0.026 seconds --- Condition1
Step 19 Execution Time is : 0.024 seconds --- SaleType
Step 20 Execution Time is : 0.021 seconds --- 3SsnPorch
Step 21 Execution Time is : 0.025 seconds --- Heating
Step 22 Execution Time is : 0.023 seconds --- PoolArea
Step 23 Execution Time is : 0.021 seconds --- GrLivArea
Step 24 Execution Time is : 0.020 seconds --- GarageYrBlt
Step 25 Execution Time is : 0.021 seconds --- BsmtFinType1
Step 26 Execution Time is : 0.023 seconds --- HeatingQC
Step 27 Execution Time is : 0.021 seconds --- Id
Step 28 Execution Time is : 0.019 seconds --- Utilities
Step 29 Execution Time is : 0.020 seconds --- MSZoning
Step 30 Execution Time is : 0.019 seconds --- OpenPorchSF
Step 31 Execution Time is : 0.018 seconds --- FullBath
Step 32 Execution Time is : 0.019 seconds --- LotShape
Step 33 Execution Time is : 0.019 seconds --- PavedDrive
Step 34 Execution Time is : 0.020 seconds --- YrSold
Step 35 Execution Time is : 0.022 seconds --- GarageFinish
Step 36 Execution Time is : 0.026 seconds --- TotalBsmtSF
Step 37 Execution Time is : 0.017 seconds --- RoofStyle
Step 38 Execution Time is : 0.017 seconds --- BldgType
Step 39 Execution Time is : 0.025 seconds --- Exterior1st
Step 40 Execution Time is : 0.015 seconds --- HouseStyle

```

در نهایت ویژگی های باقی مانده به صورت زیر می شوند که به کمک آن dataframe جدیدی برای ویژگی ها می سازیم لازم به ذکر است Id نیز به ستون اول آن به منظور استفاده در پلات ها آورده شده است.

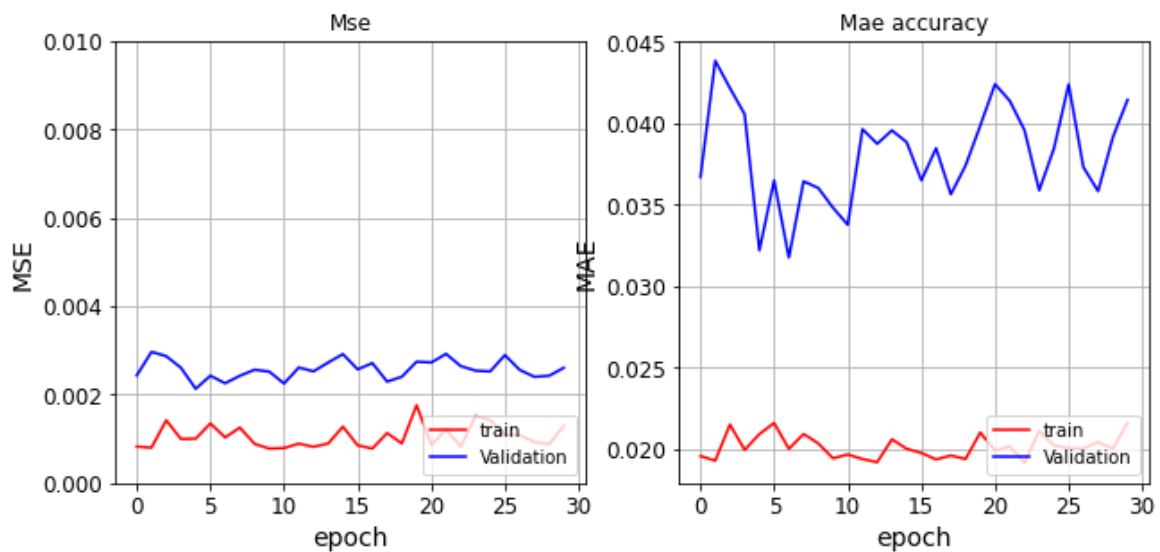
```

significant Features are , ['MSSubClass', 'LotFrontage', 'LotArea',
'Street', 'LandContour', 'LandSlope', 'Neighborhood', 'Condition2',
'OverallQual', 'OverallCond', 'YearBuilt', 'RoofMatl', 'MasVnrType',
'MasVnrArea', 'ExterQual', 'BsmtQual', 'BsmtCond', 'BsmtExposure',
'BsmtFinSF1', 'BsmtFinType2', 'BsmtFinSF2', '1stFlrSF', '2ndFlrSF',
'BsmtFullBath', 'BedroomAbvGr', 'KitchenAbvGr', 'KitchenQual',
'TotRmsAbvGrd', 'Functional', 'Fireplaces', 'GarageCars',
'GarageQual', 'WoodDeckSF', 'ScreenPorch', 'SaleCondition']

```

۳۶ ویژگی فوق باقی می ماند.

حال مدل را با داده کاهش بعد یافته را با همان معماری قبلی آموزش می دهیم نتایج زیر بدست می آیند:



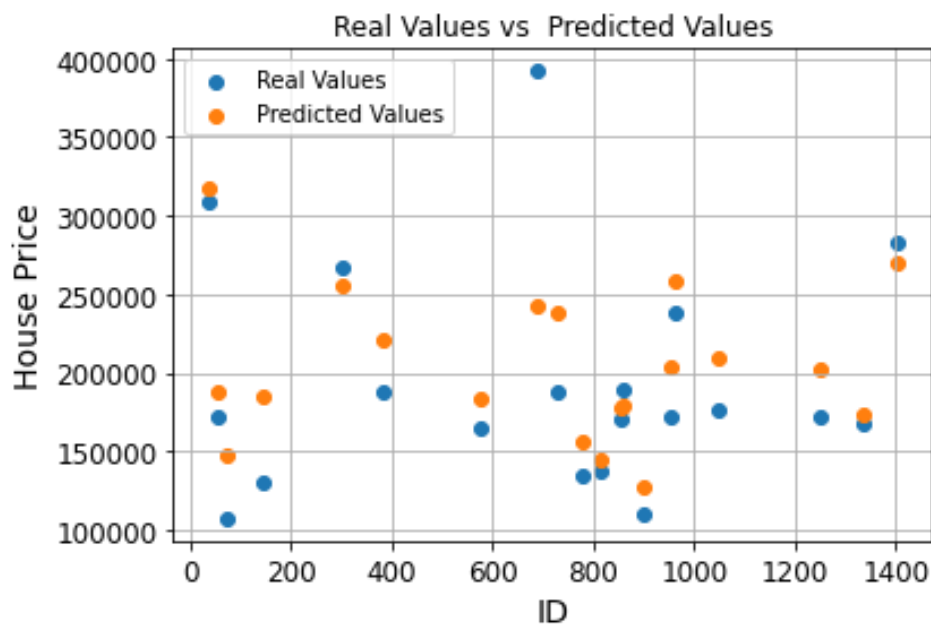
شکل ۳-۴) MAE و MSE مربوط به ترین و ولیدیشن

زمان این آموزش 3.3 ثانیه می باشد.

برای داده تست نیز معیارهای زیر بدست می آیند:

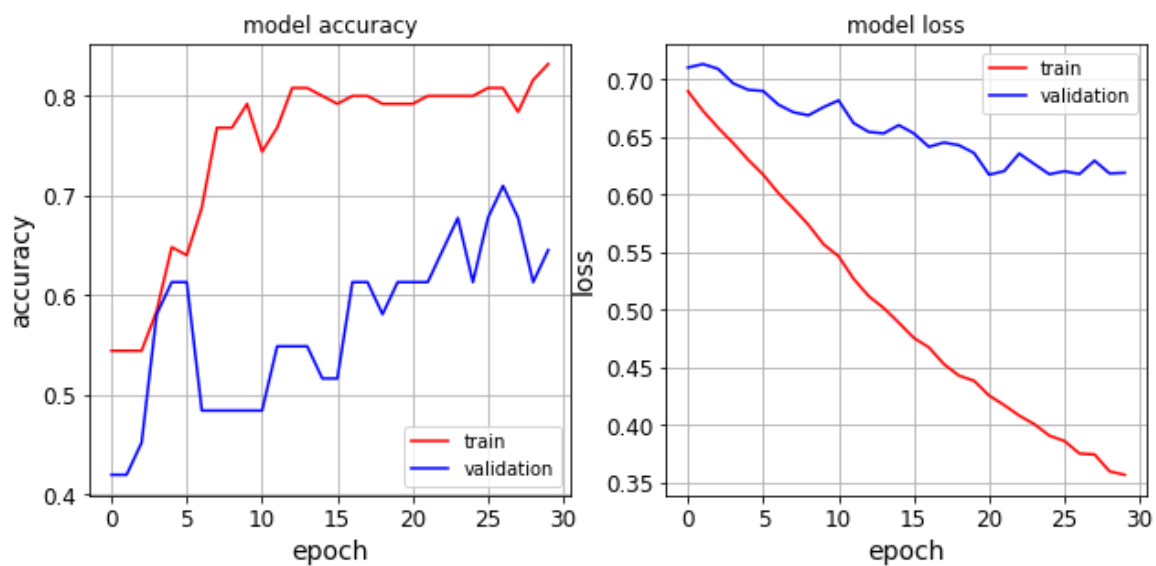
$$MAE=0.036, MSE=0.002$$

شکل نهایی مقادیر واقعی بر حسب مقادیر تخمینی در شکل ۳-۵ آورده شده است.



شکل ۳-۵) مقادیر واقعی و مقادیر تخمینی بر حسب برخی آیدی های رندوم

د) در این قسمت به کمک متود PCA موجود در کتابخانه SCikit learn ابعاد داده را به ۳۰ کاهش می دهیم.نتیج زیر حاصل می شود.



شکل ۳-۶) نمودار های خطا و دقت برای داده ی کاهش مرتبه یافته توسط PCA

زمان انجام این آموزش به شرح زیر می باشد.

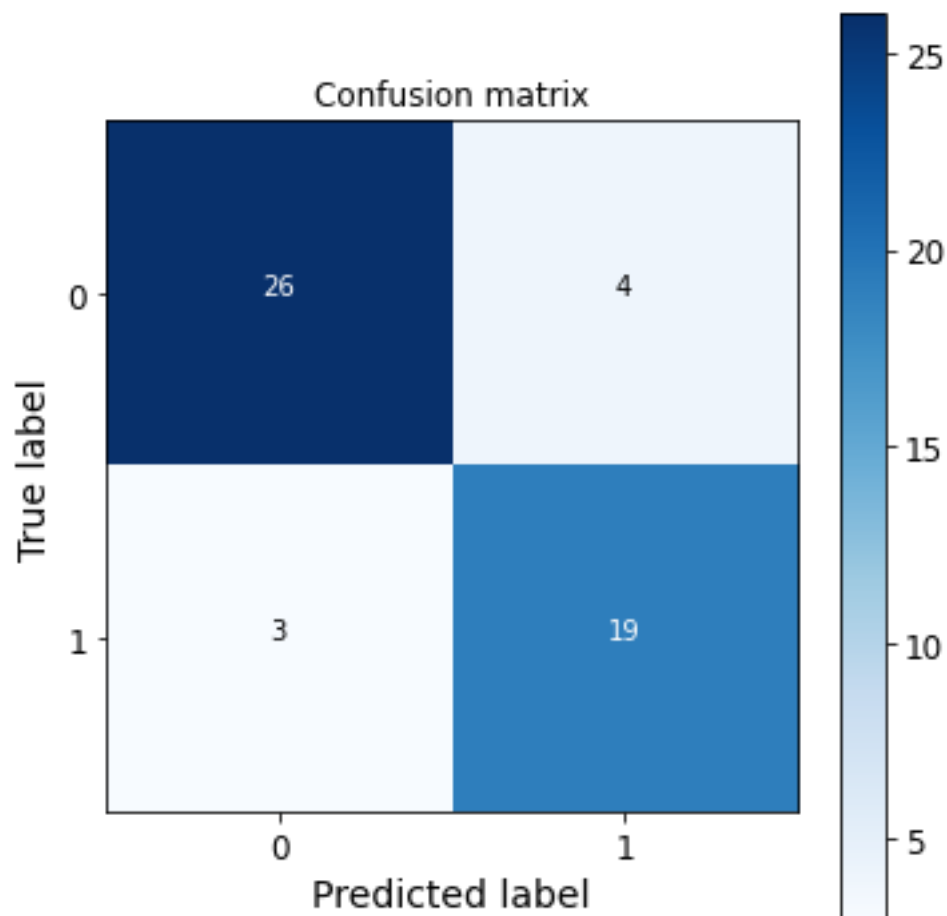
PCA time=0.012 s

Training Time=11.47s

زمان training با توجه به انجام kfold validation زیاد می باشد.

با توجه به داده ی تست نیز به مقادیر زیر دست پیدا می کنیم:

Loss=0.35 , Accuracy=86.54 %



شکل ۳-۷) confusion matrix در روش PCA

با توجه به نتایج فوق به دقت بسیار مناسبی در مقایسه با بهترین شبکه بدست آمده در بخش قبلی رسیدیم.

ه) در این بخش از یک آتوانکودر به منظور کاهش ابعاد داده به ۳۰ ویژگی و تست دوباره می پردازیم.

زمان آموزش انکودر=2.78 ثانیه

زمان آموزش شبکه=12.25 ثانیه

هم چنین دقت و خطای مدل نیز بصورت

Accuracy=85.71 % , Loss=0.54

می گردد.

(و)

زمان	خطای داده تست	دقت داده تست	
10.43s	0.38	84.46%	بهترین شبکه سوال ۲
15.03 s	0.54	85.71%	AutoEncoder
11.48s	0.35	86/54%	PCA

جدول ۳-۱)

همان طور که از جدول ۳-۱ پیداست روش PCA با کاهش ابعاد داده توانسته به خوبی دقت و خطای متناسب با بهترین شبکه را ایجاد کند در حالیکه زمان زیادی را صرف نکرده است و از نظر مموری لازم برای ذخیره داده ها بهینه است، در اینجا روش AutoEncoder دقت مناسبی دارد که البته با در نظر گرفتن تغییر پارامترها کمی توان عملکرد آن را نیز بهبود بخشید اما مشاهده می شود که زمان به نوبه زیادی را صرف می کند. در نهایت در راهکار بدون Dimension Reduction بیان شده نیز علی رغم عملکرد مناسب نیاز به حجم کافی برای ذخیره داده ها داریم که بهینه نیست (گرچه در اینجا به علت کوچک بودن حجم داده شاید زیاد به چشم نیاید). در مجموع و با توصیفات صورت گرفته بنظر می رسد که PCA در این مثال بهترین عملکرد را دارد.
