

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Trabalho

GA030 - Estatística

Prof.: Marcio Borges **email:** *mrborges@lncc.br*

Sala: 2A40

Petrópolis-RJ 11 de julho de 2025

- 1. Após abordarmos a *Lei dos Grandes Números* e o *Teorema do Limite Central*, chegamos a um ponto crucial do curso: a estimação de parâmetros (desconhecidos) associados à distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
 - O presente trabalho tem como objetivo a fixação das ideias introduzidas até aqui. Para isso, utilizaremos dados armazenados em quatro arquivos, que contêm amostras de diferentes variáveis aleatórias, conforme a Tabela 1.

Tabela 1: Descrição das variáveis aleatórias.

Variável	Arquivo	Distribuição
$Q \sim \mathbb{N}(1,2)$	data1q.dat	Normal
$X \sim \mathbb{U}[-3, 3]$	data1x.dat	Uniforme
$\mathbf{Y} \sim \mathbb{E}(\lambda = 0.1)$	data1y.dat	Exponencial
$T \sim \mathbb{B}(20, 0.20)$	data1t.dat	Binomial

- (a) Dado que conhecemos a distribuição de probabilidades de cada variável aleatória e os parâmetros que as caracterizam (Tabela 1), calcule a expectância e a variância (teóricas) de cada uma delas, usando as definições que vimos em aula.
- (b) Utilize o R (ou outro programa) para ler cada arquivo e calcule estimativas para a média e a variância do conjunto de dados (usando todos os dados disponíveis nos arquivos). Em seguida, compare com os resultados obtidos no exercício anterior. Faça comentários.
- (c) Construa os histogramas com as frequências relativas de cada uma das variáveis, verificando se estes são condizentes com os modelos teóricos (Tabela 1).
- (d) Considere cada uma das amostras das variáveis aleatórias, contidas nos arquivos, e suas diferentes distribuições de probabilidades. Tome **amostras aleatórias** de tamanho n (n = 5, 10 e 50) de cada uma das variáveis aleatórias e construa as variáveis aleatórias (**estatísticas**):

• média amostral:
$$\bar{\mathbf{W}}^{(n)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{W}_{i}$$

• variância amostral:
$$S_{\mathsf{W}}^{2(n)} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\mathsf{W}_i - \bar{\mathsf{W}}_n \right)^2$$

onde W = Q, X, Y ou T. Use 10000 amostras simples (pontos amostrais) para gerar as variáveis aleatórias **média amostral** e **variância amostral**. Obs.: Lembre-se das características que as **amostras aleatórias** devem ter. Apresente o código.

- (e) Usando o código da questão anterior, construa os histogramas de frequências das variáveis aleatórias **média amostral** e **variância amostral**, para os diferentes valores de *n* e compare com as distribuições teóricas esperadas para estas variáveis. Faça isso para as variáveis (Q, X, Y e T).
- (f) Compare os histogramas, para os diferentes valores de n, e discuta os resultados.