1 Понятие субстанциальной и локальной производных.

$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)$ - субстанциальная

$\frac{\partial}{\partial t}$ - локальная

2 Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой жидкости.

$\frac{d\rho}{dt} + \rho\,\mathrm{div}(\vec{v}) = 0,$

$\frac{d\rho}{dt} = 0$ - для несжимаемой$(\mathrm{div}(\vec{v}) = 0)$

3 Уравнение Эйлера в векторной форме и в проекциях на оси в декартовой системе координат.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} + f_i$$

4 Закон сохранения энергии идеальной жидкости. Поток энергии.

$\int\limits_V \left[\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\rho v^2}{2} + \rho\varepsilon) + \mathrm{div}(\frac{\rho v^2}{2} + W)\vec{(v)}\right] dV = 0,$ где

$W = \rho\varepsilon + p$ - энтальпия

или в дифференциальной форме

$\frac{\partial E}{\partial t} + div\vec{N} = 0,$ где

$E = \frac{\rho v^2}{2} + \rho\varepsilon$ - плотность энергии

$\vec{N} = \left[\frac{\rho v^2}{2} + \rho\varepsilon + p\right]\vec{v}$ - вектор плотности потока энергии

5 Закон сохранения импульса идеальной жидкости.Тензор плотности потока импульса и его представление в декартовой системе координат.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V p\vec{(v)}dV = -\oint\limits_S [p\vec{n} + \rho\vec{v}(\vec{v}\vec{n})]\, d\sigma$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) = -\sum_{k=1}^{3} v_k \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} + \rho f_i$$

$\Pi_{ik} = p\delta_{ik} + \rho v_i v_k$ - тензор ППИ

6 Уравнение гидростатики.

$\mathrm{grad}\, p = \rho\vec{f},\ p = p(\rho)$

7 Частота Брента-Вяйсяля.

$$N = \sqrt{\frac{g}{\rho}\frac{d\rho}{dz}}$$

8 Теорема Бернулли для потенциальных и непотенциальных, стационарных и нестационарных течений.

$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - gz = const$ - потенциальное безвихревое ($const$ во всём объёме)

$\frac{v^2}{2} + W - gz = const$ - стационарное вихревое ($const$ на линии тока)

$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - gz = const$ - нестационарное безвихревое

9 Теорема Томсона.

Циркуляция скорости вдоль замкнутого контура, перемещающегося в идеальной жидкости, остается постоянной.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint\limits_L d\left(\frac{v^2}{2} - W - u\right) = 0$$

$\Gamma = \oint\limits_L \vec{v}d\vec{r}$ - циркуляция

10 Потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Основные уравнения, граничные условия.

$\Delta\varphi = 0,\ \vec{v} = \mathrm{grad}(\phi)$

граничное условие не проникания:

$\vec{v}\vec{n}|_s = \frac{\partial\varphi}{\partial n} = \vec{v_0}\vec{n}$

Граничное условие на бесконечности?

11 Парадокс Д'Аламбера-Эйлера.

Ф1. При обтекании тела с гладкой поверхностью идеальной несжимаемой жидкостью сила лобового сопротивления, действующая на тело со стороны потока, равна нулю.

Ф2. Для тела, движущегося равномерно в идеальной несжимаемой жидкости постоянной плотности без границ, сила сопротивления равна нулю.

$\vec{F} = -\oint\limits_s p_s\vec{n}dS = 0$

12 Понятие присоединенной массы.Присоединенная масса сферы и единицы длины бесконечного кругового цилиндра.

$F - F_{\text{сопр}} = ma$

$M = F_{\text{сопр}}/a$

$F = (M + m)a$

$M_{\text{сферы}} = \frac{2}{3}\rho\pi R^3$

$M_{\text{цилиндра}} = \rho\pi R^2$

13 Функция тока и ее свойства.

Для плоского потенциального течения несжимаемой идеальной жидкости:

$\psi = \psi(x, y, t);\ v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y};\ v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$

$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x}dx + \frac{\partial\psi}{\partial y}dy = -v_y dx + v_x dy$

14 Комплексный потенциал.

$F(z) = \phi + i\Psi$ (действительная часть потенциал, мнимая – функция тока)

15 Линии тока и эквипотенциальные линии.

Линия тока - это линия, касательные к которой в данный момент времени и в каждой точке совпадают с вектором скорости $\vec{v}$

$\Psi = const$ - линии тока (постоянная функция тока)

$\varphi = const$ - эквипотенциальные линии (постоянный потенциал)

16 Формула Жуковского.

$F_y = -\int p_n y dl = \rho\Gamma v_0$

17 Точечные вихри и их взаимодействия.

хз что тут хотят

18 Поверхностные гравитационные волны (длинные, короткие, гравитационно-капиллярные) и их основные свойства (траектории движения частиц, дисперсионные уравнения, фазовые и групповые скорости).

Траектории и описываются:

$$\frac{\xi^2}{a_\xi^2} + \frac{\eta^2}{a_\eta^2} = 1, \quad a_\xi = \frac{a\,\mathrm{ch}\,k(z+H)}{\mathrm{sh}\,kH}, \quad a_\eta = \frac{a\,\mathrm{sh}\,k(z+H)}{\mathrm{sh}\,kH}$$

Где ξ и η смещения частицы по вертикали и горизонтали соответственно.

$\xi = -\frac{a}{\mathrm{sh}\,kH}\mathrm{ch}\,k(z+H)\sin(kx - \omega t)$

$\eta = \frac{a}{\mathrm{sh}\,kH}\mathrm{sh}\,k(z+H)\cos(kx - \omega t)$

Дисперсионное уравнение:

$\omega^2 = (gk + \gamma k^3)\,\mathrm{th}\,kH$

$v_{\text{ф}}^2 = \omega^2 k^2 = gk + \gamma k$

$k_* = \sqrt{gk}$ - минимум $v_{\text{ф}}$

$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{гр}} = \frac{v_{\text{ф}}}{2}\frac{k_*^2 + 3k^2}{k_*^2 + k^2}$

Если $k \gg k_*$, это капиллярные волны. Если $H \ll k \ll k_*$, то это гравитационные короткие волны (дно ещё не чувствуется). Если же $k \ll H$, то это длинные гравитационные волны.

19 Уравнение Навье-Стокса для несжимаемой вязкой жидкости в векторной форме и в проекциях на оси в декартовой системе координат.

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\nabla)\vec{v}\right) = -\nabla p + \eta\Delta\vec{v} + \left(\frac{\eta}{3} + \xi\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{v}$$

проекция...

20 Тензор вязких напряжений, физический смысл, представление в декартовой системе координат.

Общий вид тензора вязких напряжения (при относительном смещении слоёв жидкости, зависимость $\sim\eta$ линейна, жидкость будем считать изотропной):

$$\sigma_{ik} = a\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + c\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + b\sum\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\delta_{ik}$$

Переобозначим константы $a = \eta$, $b = \xi$. Тогда тензор вязких напряжений перепишется как

$$\sigma_{ik} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + \xi\sum_l\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\delta_{ik}$$

21 Граничные условия для несжимаемой вязкой жидкости на поверхности твердого тела и свободной поверхности.

В случае вязкой жидкости на поверхности твердого неподвижного тела модуль скорости на поверхности равна нулю:

$\vec{v} = (v_x(y), 0, 0)$

При рассмотрении гидродинамики слоя жидкости на верхней границе жидкости

$f_i = \sigma_{ik}n_k = \eta\frac{\partial v_x}{\partial y} = 0$

22 Формула Пуазейля для расхода жидкости.

$$Q = 2\pi\int\limits_0^R v(r)rdr = \frac{\pi}{8\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)R^4$$

23 Скин-слой.

Поскольку среда вязкая, возмущения передаются наверх, но затухают на характерном масштабе толщины скин-слоя. Второй сомножитель описывает запаздывание.

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$$

24 Числа Рейнольдса, Фруда, Струхаля и их физический смысл.

$Re = \dfrac{v_0 l}{\mu} = \dfrac{2v_0 R}{\mu} = \dfrac{V_{\text{ср}} H}{\nu}$

$\nu = \dfrac{\eta}{\rho}$ - кинематический коэффициент вязкости

Число Рейнольдса показывает относительное влияние нелинейных эффектов. Если Re мало, то можно пренебречь в уравнении движения вязкой жидкости всем, кроме давления.

$Fr = \dfrac{v_0^2}{gl}$

Число Фруда описывает отношение кинетической энергии жидкости к потенциальной (энергии гравитационных сил).

$Sh = \dfrac{v_0 T}{l}$

Число Струхаля характеризует стационарность. Если $Sh >> 1$ можно пренебречь нестационарностью.

25 Формула Стокса.

$F = 6\pi\eta R v_0,\ Re << 1$

$F = 6\pi\eta R v_0 \left(1 + \frac{3}{16} Re\right)$

26 Зависимость ширины пограничного слоя от параметров.

27 Уравнения линейной акустики.Волновое уравнение.

28 Монохроматические волны, уравнение Гельмгольца

29 Закон сохранения энергии (звуковой волны)