

1 Понятие субстанциальной и локальной производных.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) - \text{субстанциальная}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} - \text{локальная}$$

2 Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой жидкости.

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{v}) = 0,$$

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 - \text{для несжимаемой} (\operatorname{div}(\vec{v}) = 0)$$

3 Уравнение Эйлера в векторной форме и в проекциях на оси в декартовой системе координат.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{f}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i$$

4 Закон сохранения энергии идеальной жидкости. Поток энергии.

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon \right) + \operatorname{div} \left(\frac{\rho v^2}{2} + W \right) (\vec{v}) \right] dV = 0,$$

где $W = \rho \varepsilon + p$ - энтальпия

или в дифференциальной форме

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{N} = 0, \text{ где}$$

$$E = \frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon - \text{плотность энергии}$$

$$\vec{N} = \left[\frac{\rho v^2}{2} + \rho \varepsilon + p \right] \vec{v} - \text{вектор плотности потока энергии}$$

5 Закон сохранения импульса идеальной жидкости. Тензор плотности потока импульса и его представление в декартовой системе координат.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{p}(\vec{v}) dV = - \oint_S [p \vec{n} + \rho \vec{v}(\vec{v} \vec{n})] d\sigma$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = - \sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} + \rho f_i$$

$\Pi_{ik} = \rho \delta_{ik} + \rho v_i v_k$ - тензор ППИ

6 Уравнение гидростатики.

$$\operatorname{grad} p = \rho \vec{f}, \quad p = p(\rho)$$

7 Частота Брента-Вейсяля.

$$N = \sqrt{\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}$$

8 Теорема Бернулли для потенциальных и непотенциальных, стационарных и нестационарных течений.

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - gz = \text{const} - \text{потенциальное}$$

$$\frac{v^2}{2} + W - gz = \text{const} - \text{стационарное}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - gz = \text{const} - \text{нестационарное не}$$

вихревое

не полностью, проверить!!!

9 Теорема Томсона.

Циркуляция скорости вдоль замкнутого контура, перемещающегося в идеальной жидкости, остается постоянной.

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint_L d \left(\frac{v^2}{2} - W - u \right) = 0$$

$$\Gamma = \oint_L \vec{v} d\vec{r} - \text{циркуляция}$$

10 Потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Основные уравнения, граничные условия.

$$\Delta \varphi = 0, \quad \vec{v} = \operatorname{grad}(\varphi)$$

граничное условие непроникания:

$$\vec{v} \vec{n}|_s = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = v_n \vec{n}$$

Граничное условие на бесконечности?

11 Парадокс Д'Аламбера-Эйлера.

Ф 1. При обтекании тела с гладкой поверхностью идеальной несжимаемой жидкостью сила лобового сопротивления, действующая на тело со стороны потока, равна нулю.

Ф 2. Для тела, движущегося равномерно в идеальной несжимаемой жидкости постоянной плотности без границ, сила сопротивления равна нулю.

$$\vec{F} = - \oint_s p_s \vec{n} dS = 0$$

12 Понятие присоединенной массы. Присоединенная масса сферы и единицы длины бесконечного кругового цилиндра.

$$F - F_{\text{сопр}} = ma$$

$$M = F_{\text{сопр}}/a$$

$$F = (M + m)a$$

$$M_{\text{сферы}} = \frac{2}{3} \rho \pi R^3$$

$$M_{\text{цилиндра}} = \rho \pi R^2$$

13 Функция тока и ее свойства.

Для плоского потенциального течения несжимаемой идеальной жидкости:

$$\psi = \psi(x, y, t); \quad v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = -v_y dx + v_x dy$$

14 Комплексный потенциал.

$F(z) = \phi + i\Psi$ (действительная часть потенциал, мнимая - функция тока)

15 Линии тока и эквипотенциальные линии.

Линия тока - это линия, касательные к которой в данный момент времени и в каждой точке совпадают с вектором скорости \vec{v}

$\Psi = \text{const}$ - линии тока (постоянная функция тока)

$\varphi = \text{const}$ - эквипотенциальные линии (постоянный потенциал)

16 Формула Жуковского.

$$F_y = \int p_n y dl = \rho \Gamma v_0$$

17 Точечные вихри и их взаимодействия.

хз что тут хотят

18 Поверхностные гравитационные волны (длинные, короткие, гравитационно-капиллярные) и их основные свойства (траектории движения частиц, дисперсионные уравнения, фазовые и групповые скорости).

19 Уравнение Навье-Стокса для несжимаемой вязкой жидкости в векторной форме и в проекциях на оси в декартовой системе координат.

20 Тензор вязких напряжений, физический смысл, представление в декартовой системе координат.

21 Граничные условия для несжимаемой вязкой жидкости на поверхности твердого тела и свободной поверхности.

22 Формула Пуазейля для расхода жидкости.

$$Q = 2\pi \int_0^R v(r) r dr = \frac{\pi}{8\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) R^4$$

вроде как оно)))

23 Скин-слой.

Поскольку среда вязкая, возмущения передаются вверх, но затухают на характерном масштабе толщины скин-слоя. Второй сомножитель описывает запаздывание.

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$$

24 Числа Рейнольдса, Фруда, Струхала и их физический смысл.

$$Re = \frac{v_0 l}{\mu} = \frac{2v_0 R}{\mu}$$

Число Рейнольдса показывает относительное влияние нелинейных эффектов. Если Re мало, то можно пренебречь в уравнении движения вязкой жидкости всем, кроме давления.

$$Fr = \frac{v_0^2}{gl}$$

Число Фруда описывает отношение кинетической энергии жидкости к потенциальной (энергии гравитационных сил).

$$Sh = \frac{v_0 T}{l}$$

Число Струхала характеризует стационарность. Если $Sh \gg 1$ можно пренебречь нестационарностью.

25 Формула Стокса.

$$F = 6\pi\eta R v_0, \quad Re \ll 1$$

$$F = 6\pi\eta R v_0 \left(1 + \frac{3}{16} Re \right)$$

26 Зависимость ширины пограничного слоя от параметров.

27 Уравнения линейной акустики. Волновое уравнение.

28 Монохроматические волны, уравнение Гельмгольца

29 Закон сохранения энергии (звуковой волны)