

1 Гармонический осциллятор

Задачи, обычно, выглядят так: "Построить фазовый портрет и описать возможные колебательные режимы системы:  $\ddot{x} + f(x) = 0$ "

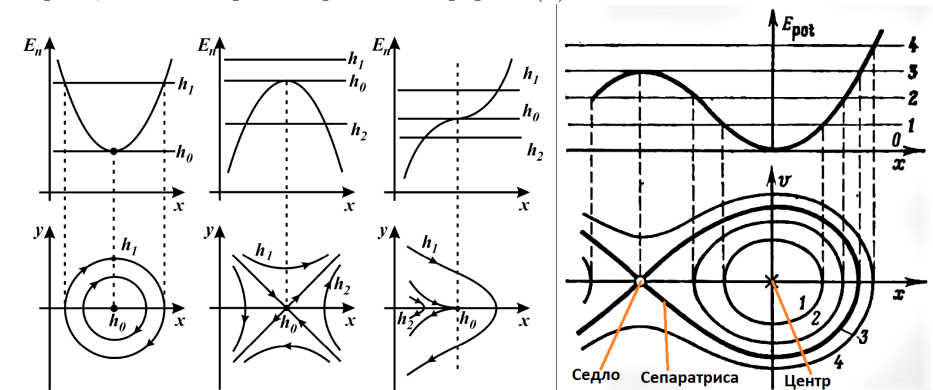
Построение фазового портрета:

Сначала составляем систему, принимая  $\dot{x} = y$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -f(x) \end{cases}$$

Приравниваем  $\dot{y} = 0$ , чтобы, решив уравнение, найти количество состояний равновесия и их координаты по  $x$ .

Затем рассчитываем  $U(x) = -\int f(x) dx$  - взятую с обратным знаком работу действующих в системе сил, или же - потенциальную энергию системы. Подставляя полученные выше состояния равновесия, находим значения энергии в состояниях равновесия, т.е. их координаты по  $y$ . Для получившегося выражения энергии строится график  $U(x)$ , а затем, сносая различные уровни энергии, под ним строится фазовый портрет  $\dot{x}(x)$ .



Анализ колебательных режимов:  
не буду

2 Задачи на системы быстрых и медленных движений

Задачи, обычно, выглядят так: "Исследовать динамику системы" или "Построить разбиение фазовой плоскости на фазовые траектории для системы, описываемой уравнениями":

$$\begin{cases} \mu \dot{x} = f(x, y) \\ \dot{y} = f(x) \end{cases}$$

В задаче должен быть задан параметр  $\mu$ . В отличие от задач на Ван-Дер-Поля, должно быть ограничение значения параметра, например  $0 < \mu \leq 1$ .

Задача заключается в построении систем медленных и быстрых движений, поиске состояний равновесия, построении фазового портрета и поиска возможного предельного цикла.

От расположения параметра  $\mu$  в системе уравнений (либо около  $x$ , либо около  $y$ ) зависит направление прямых на фазовом портрете. Если параметр расположен около  $x$  – прямые горизонтальные, если около  $y$  – вертикальные.

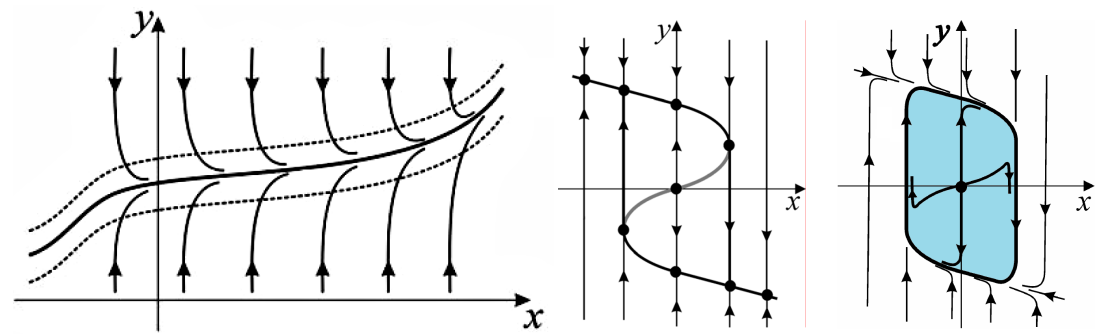
По уравнению системы с параметром определяется направление стрелок путем подстановки различных точек выше и ниже фазовой траектории. Направление стрелок на самой же фазовой траектории определяется ??????. Система медленных движений определяет сам вид основной траектории и используется для нахождения состояний равновесия.

Составление системы БД:

1. Делим уравнение с параметром на сам параметр – получаем 1-е уравнение
2. Делим одно уравнение исходной системы на второе и выявляем, что в данном случае является константой (например  $x = x_0 = const$ ) – получаем 2-е уравнение.

Составление системы МД:

1. Первое уравнение остается неизменным
2. Кладём параметр  $\mu = 0$  – получаем 2-е уравнение. Затем, решая уравнение, находим точки пересечения с осью, после берём производную от полученного выше выражения, кладём её равной 0 и находим состояния равновесия.



3 Классификация состояний равновесия

