

1 Запись функции, определяющей зависимость полей и векторных потенциалов гармонической плоской волны в линии передачи от времени t и продольной координаты z . Понятия частоты, временного периода, продольного волнового числа, длины волны, фазовой и групповой скорости.

$\{\vec{E}, \vec{H}\} = \{\vec{E}_0, \vec{H}_0\} e^{i(\omega t - hz)}$, $\vec{A}^{e,m} = \vec{z}_0 \psi^{e,m}(r_\perp) e^{-ihz}$
 ψ - произвольная скалярная функция (амплитуда векторного потенциала), $(\omega t - hz)$ - фаза
 $\kappa^2 = k^2 - h^2$ - поперечное волновое число, $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu \varepsilon}$ - волновое число в среде, h - продольное волновое число.
 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, $\lambda_b = \frac{2\pi}{h}$, $V_\Phi = \frac{\omega}{h}$, $V_{гр} = \frac{d\omega}{dh}$. Для волновода без заполнения $V_\Phi V_{гр} = c^2$. $V_{гр} \leq c$.

2 Волновое уравнение для векторного потенциала в отсутствие источников при произвольной и гармонической зависимости от времени. Дифференциальное уравнение для скалярных поперечных волновых функций $\Psi^{(e),(m)}(r_\perp)$, определяющих зависимость полей в линии передачи от поперечных координат. Понятие поперечного волнового числа.

$$\Delta \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0, \Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta_\perp, \Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} = -h^2.$$

При гармонической зависимости от t : $\Delta \vec{A}_\perp + (k^2 - h^2) \vec{A}_\perp = 0$.

Решение: $\vec{a}^{e,m} = \vec{z}_0 \psi^{e,m}(r_\perp) e^{-ihz}$ (в отсутствие сторонних источников);

TE($E_z = 0$): $\Delta_\perp \psi^m + \kappa^2 \psi^m = 0$;

TM($H_z = 0$): $\Delta_\perp \psi^e + \kappa^2 \psi^e = 0$;

TEM($E_z = 0$): $\Delta_\perp \psi = 0$.

$\kappa^2 = k^2 - h^2$ - поперечное волновое число.

$$\kappa_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \mu \varepsilon + h_n^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots - \text{номер моды.}$$

3 Понятие о TE, TM и TEM волнах. Импедансная связь поперечных компонент полей. Определение поперечного волнового импеданса.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H} \\ \vec{E} \end{array} \right\} = \vec{z}_0 \left\{ \begin{array}{l} H_z \\ E_z \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \vec{H}_\perp \\ \vec{E}_\perp \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{TM}(H_z = 0) \\ E_z = \frac{\kappa^2}{ik_0 \varepsilon \mu} \psi^e \\ \vec{E}_\perp = \frac{-h}{k_0 \varepsilon \mu} \nabla_\perp \psi^e \\ \vec{H}_\perp = \frac{1}{\mu} [\nabla_\perp \psi^e, \vec{z}_0] \end{array} \right\} e^{i(\omega t - hz)} \quad \left. \begin{array}{l} \text{TE}(E_z = 0) \\ H_z = \frac{\kappa^2}{ik_0 \varepsilon \mu} \psi^m \\ \vec{H}_\perp = \frac{-h}{k_0 \varepsilon \mu} \nabla_\perp \psi^m \\ \vec{E}_\perp = \frac{-1}{\varepsilon} [\nabla_\perp \psi^m, \vec{z}_0] \end{array} \right\} e^{i(\omega t - hz)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{TEM}(E_z = H_z = 0) \\ \vec{E}_\perp = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \nabla_\perp \psi \\ \vec{H}_\perp = \frac{1}{\mu} [\nabla_\perp \psi, \vec{z}_0] \end{array} \right\} e^{i(\omega t - hz)}$$

$E_\perp = \zeta_\perp [\vec{H}_\perp, \vec{z}_0]$ - импедансная связь

Поперечный импеданс В БЕГУЩЕЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЕ (ζ_\perp):

$$\begin{array}{ccc} \text{TE} & \text{TM} & \text{TEM} \\ \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{k}{h} & \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{h}{k} & \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \end{array}$$

4 Граничные условия для полей и поперечных волновых функций $\Psi^{(e)}$ и $\Psi^{(m)}$ в линиях передачи с идеально проводящими границами. Математическая формулировка задачи отыскания собственных волн различных типов в идеальной линии.

$E_\tau = 0, H_n = 0$ - Г. У.

$$\begin{array}{ll} \text{TE:} & \text{TM:} \\ \left\{ \begin{array}{l} \Delta_\perp \psi^m + \kappa^2 \psi^m = 0 \\ \frac{\partial \psi^m}{\partial n} \Big|_L = 0 - \text{условие Неймана} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \Delta_\perp \psi^e + \kappa^2 \psi^e = 0 \\ \frac{\partial \psi^e}{\partial n} \Big|_L = 0 - \text{условие Дирихле} \end{array} \right. \end{array}$$

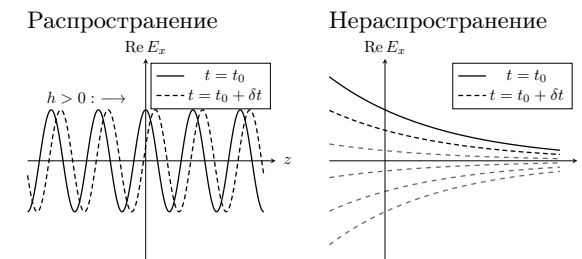
$$\begin{array}{l} \text{TEM:} \\ \left\{ \begin{array}{l} \Delta_\perp \psi = 0 \\ \psi = \text{const}_i \Big|_{L_i} \end{array} \right. \end{array}$$

5 Дисперсионное уравнение для волн в идеальных линиях. Понятие критической частоты и критической длины волны. Графики зависимости полей от продольной координаты в различные моменты времени при частотах, больших или меньших критической. Зависимости длины волны, фазовой и групповой скорости в линии передачи от частоты.

$$h_n = \pm \sqrt{k^2 - \kappa_n^2} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 \varepsilon \mu}{c^2} - \kappa_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots - \text{номер моды}$$

В ИЛП есть бесконечные наборы и волн, называемые модой. Любой моде соответствует своё дисперсионное соотношение. При этом κ_n не зависит от ω , ε , μ , а определяется геометрией ЛП. Существует критическая частота, при которой осуществляется переход от распространения волны ($\varepsilon > \varepsilon_{кр}$) к нераспространению ($\varepsilon < \varepsilon_{кр}$).

$$\omega_{кр\ n} = \frac{\kappa_n c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}; \quad \lambda_{кр\ n} = \frac{2\pi \varepsilon \mu}{\kappa_n}.$$

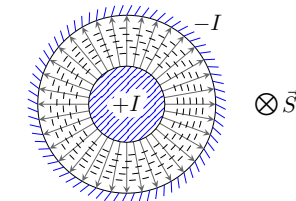


$$\lambda_b = 2\pi/h = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{кр}^2}{\omega^2}}}; \quad V_{гр} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_{кр}^2}{\omega^2}}; \quad V_\Phi = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_{кр}^2}{\omega^2}}}.$$

6 В каких линиях могут существовать главные (ТЕМ) волны? Поля ТЕМ волны в коаксиальной линии (форма силовых линий и зависимость от координат).

ТЕМ-волна – волна, где присутствуют только поперечные компоненты полей ($E_z = H_z = 0$) $\Rightarrow h = k$, $\kappa = 0$. Предположим, что в волноводе распространяется волна, у которой векторы \vec{E} и \vec{H} лежат в поперечной плоскости. Силовые линии вектора \vec{H} , являясь замкнутыми, должны охватывать линии тока. Но токи проводимости отсутствуют, поскольку внутри волновода проводников нет. Значит, током может быть только продольный ток смещения. Поэтому должна иметься продольная составляющая вектора. Следовательно, ТЕМ-волна (волна без продольной составляющей вектора) в волноводе не может распространяться. Из этих рассуждений ясно, что для существования ТЕМ-волны в замкнутой направляющей системе необходимо, чтобы последняя состояла **не менее чем из двух изолированных друг от друга проводников**, по которым может протекать ток проводимости (коаксиальная линия, полосковая и пр.)

Поле в коаксиальном кабеле



7 Спектр поперечных волновых чисел прямоугольного волновода. Низшая мода (поперечное волновое число, графики поля, картина силовых линий). Низшая мода круглого волновода (поперечное волновое число, картина силовых линий).

$$\kappa_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2, \quad \{m, n\} = (0), 1, 2, 3, \dots$$

Низшая мода – мода, которой соответствует наименьшее волновое число ($\kappa = \kappa_{min}$)

Прямоугольный

$$\kappa_{mn} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

Низшая мода

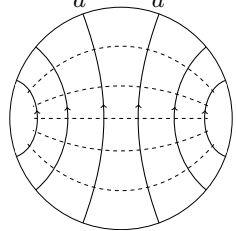
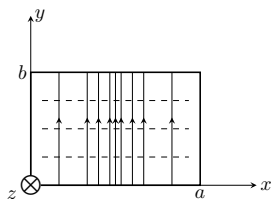
$$\kappa_{\min} = \frac{\pi}{a}$$

Круглый

$$\begin{cases} \frac{\mu_{mn}}{a}, & \text{ТЕ} \\ \frac{\nu_{mn}}{a}, & \text{ТМ} \end{cases}$$

ТЕ₁₀

$$\frac{\mu_{11}}{a} = \frac{1.84}{a}$$



Распределение поля

(\vec{H} пунктиром)

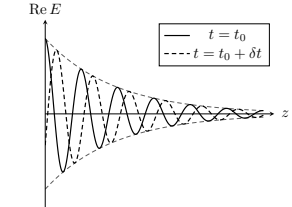
8 Причины затухания волн в линиях передачи. Описание затухания, обусловленного потерями энергии в заполняющей среде. Графики зависимости поля в линии передачи с потерями от продольной координаты в различные моменты времени.

Потери могут быть вызваны потерями энергии в заполняющей среде и на стенках (конечная проводимость).

$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'', \mu = \mu' + i\mu'' \Rightarrow h = h' + ih''$ - Потери в заполняющей среде

$\text{Re}(E_x) \sim e^{i(\omega t - hz)} = e^{h''z} e^{i(\omega t - h'z)}, |h''|$ - Декремент затухания.

Зависимость поля в линии передачи с потерями



9 Описание главных волн в линиях передачи в терминах тока и напряжения: определения величин тока и напряжения, погонной емкости и индуктивности, определения волнового сопротивления, импеданса нагрузки, импеданса в любом сечении линии с произвольной нагрузкой на конце.

$$V = \int_1^2 E_l dl$$
$$\frac{\partial Q_{\text{лин}}}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial z}, \text{ где } Q_{\text{лин}} - \text{линейный заряд на единицу длины; } I - \text{сила тока в направлении } z$$

Главные волны можно описать с помощью телеграфных уравнений:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial V}{\partial t}$$
$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{c^2} L \frac{\partial I}{\partial t}$$

где $C = \frac{Q_{\text{лин}}}{V}$ - погонная ёмкость; L - погонная индуктивность.

Из них можно получить волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{LC}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0, U = \frac{c}{\sqrt{LC}} - \text{скорость распространения волны.}$$
$$Z_{\text{в}} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{волновое сопротивление; } Z_{\text{н}} = \frac{V_{\text{н}}}{I_{\text{н}}} - \text{импеданс нагрузки;}$$
$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} - \text{комплексный импеданс линии передачи;}$$
$$Z(z) \neq Z_{\text{в}} - \text{по причине отражения.}$$

10 Коэффициент отражения волны от нагрузки на конце линии. Понятие согласования линии с нагрузкой.

На нагрузке: $\Gamma = \frac{V_r}{V_i}$, где r, i - обозначают отражённую и падающую волну соответственно.

$$\Gamma = \frac{Z_{\text{н}} - Z_{\text{в}}}{Z_{\text{н}} + Z_{\text{в}}}$$

$Z_{\text{н}} = 0 \Rightarrow \Gamma = -1$ - коротко замкнут;

$Z_{\text{н}} = \infty \Rightarrow \Gamma = 1$ - разомкнут;

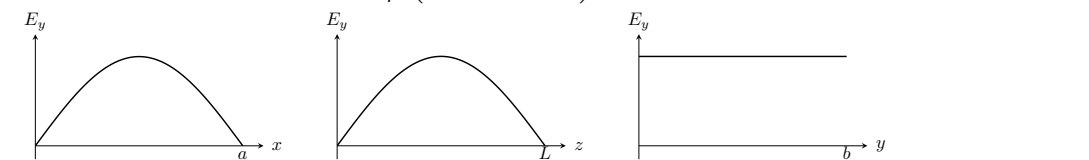
$Z_{\text{н}} = Z_{\text{в}} \Rightarrow \Gamma = 0$ - **согласование** (отсутствие отражения).

11 Спектр собственных частот идеального прямоугольного резонатора. Низшая мода прямоугольного резонатора (собственная частота, структура поля).

$$\omega_{mnp}^2 = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \left(\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2 \right), \{m, n, p\} = (0), 1, 2, 3, \dots$$

$b < a, \quad b < L$, где L - продольный размер резонатора

Низшая мода: $\text{TEM}_{101} \rightarrow \omega_{101}^2 = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \left(\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \right)$

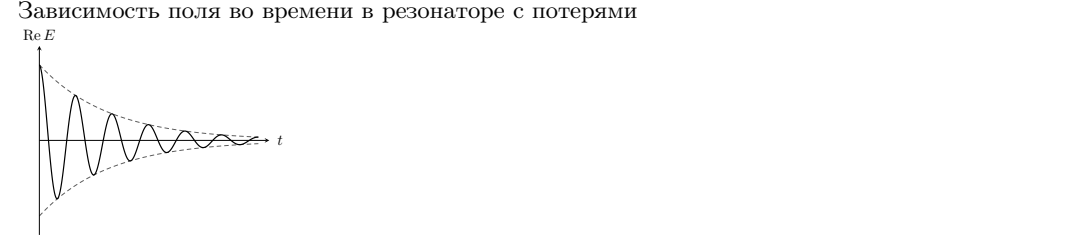


12 Причины затухания колебаний в реальных резонаторах. Описание затухания, обусловленного потерями энергии в заполняющей среде. График зависимости поля собственного колебания в реальном резонаторе от времени.

Основные причины затухания - это потери в среде и потери в стенках.

$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'', \mu = \mu' + i\mu'', \omega_{\text{рез}} = \omega'_{\text{рез}} + i\omega''_{\text{рез}}, \text{Re}(E_x) \sim \cos(\omega't) e^{-\omega''t}$

$\left. \begin{matrix} \varepsilon'' \\ \mu'' \end{matrix} \right\}$ обуславливают потери

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{ck_{\text{рез}}}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad \vec{E}, \vec{H} \sim e^{i\omega_{\text{рез}}t} = e^{i\omega'_{\text{рез}}t} e^{-\omega''t}$$


13 Представление полей, создаваемых в волноводе заданными сторонними токами, в виде суперпозиции полей собственных мод (общий вид формул возбуждения волноводов).

$$\vec{E} = \sum_{p=1}^{\infty} a_p \vec{E}_p, \quad \vec{H} = \sum_{p=1}^{\infty} a_p \vec{H}_p \quad \text{при распространении } \rightarrow$$
$$\vec{E} = \sum_{p=1}^{\infty} a_{(-p)} \vec{E}_{(-p)}, \quad \vec{H} = \sum_{p=1}^{\infty} a_{(-p)} \vec{H}_{(-p)} \quad \text{при распространении } \leftarrow$$

\vec{E}_p, \vec{H}_p - собственные моды, $p = 1, 2, 3$ - индексы мод

$$\left. \begin{aligned} a_p &= \frac{1}{N_p} \int_V (\vec{j}^e \vec{E}_{-p} - \vec{j}^m \vec{H}_{-p}) dV \\ a_{(-p)} &= \frac{1}{N_{(-p)}} \int_V (\vec{j}^e \vec{E}_p - \vec{j}^m \vec{H}_p) dV \end{aligned} \right\} \text{коэффициенты возбуждения, } p = 1, 2, 3, \dots$$

$N_p = \pm 4\Pi_{zp}$ - мощность волны (поток волны в положительном направлении по оси Z за 1

секунду). N_p - норма волны
Для $TM \rightarrow +$, для $TE \rightarrow -$

14 Представление полей, создаваемых в резонаторе заданными сторонними токами, в виде суперпозиции полей собственных колебаний (общий вид формул возбуждения резонатора). Резонансные свойства полей.

$\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_П, \quad \vec{H} = \vec{H}_B + \vec{H}_П$ - сумма вихревых и потенциальных компонент

$\vec{E}_B = \sum_{p=1}^{\infty} e_p \vec{E}_p, \quad \vec{H}_B = \sum_{p=1}^{\infty} h_p \vec{H}_p$

\vec{E}_p и \vec{H}_p - поля собственных мод (они вихревые, т.к. нет источников)
 $e_p \neq h_p$

$$e_p = \frac{i}{\omega^2 - \omega_p^2} \frac{1}{N_p} \int_V (\omega \vec{j}^e \vec{E}_p - \omega_p \vec{j}^m \vec{H}_p) dV$$

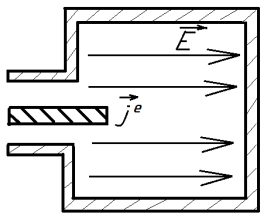
$$h_p = \frac{i}{\omega^2 - \omega_p^2} \frac{1}{N_p} \int_V (\omega_p \vec{j}^e \vec{E}_p - \omega \vec{j}^m \vec{H}_p) dV$$

$$N_p = \frac{1}{4\pi} \int_V \varepsilon (\vec{E}_p)^2 dV = -\frac{1}{4\pi} \int_V \mu (\vec{H}_p)^2 dV$$
 - норма волны

Резонансными свойствами обладают только вихревые поля. При резонансе поле $\vec{E}_{\text{вихр}}$ находится в противофазе с электрическим током \vec{j}^e . Из этого следует, что эл. ток совершает **положительно** работу над полем. Поле забирает энергию от источника, она расходуется на потери в резонаторе.

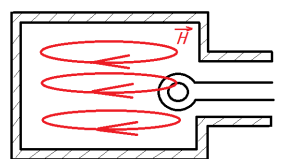
15 Способы возбуждения волноводов и резонаторов при помощи штыря и петли.

Возбуждение штырём



штырь ~ электрическая диполь

Возбуждение петлёй



петля ~ магнитный диполь

$\vec{P} \sim e^{i\omega t}$

Условия возбуждения:

$\vec{j}^e \parallel \vec{P}^e \parallel \vec{j}^m \parallel \vec{P}^m$

$\vec{E}_p \parallel \vec{P}^e \parallel \vec{H}_p \parallel \vec{P}^m$

расположены в максимальном собственном поле резонатора

16 Определения дифференциального и полного сечений рассеяния тела. Выражение для амплитуды поля и плотности потока энергии рассеянной волны в дальней зоне через дифференциальное сечение рассеяния.

$$\sigma_{\text{диф}} = \frac{dP}{d\Omega S_{\text{пад}}}$$
, где $S_{\text{пад}}$ - величина вектора Пойтнинга в падающей волне, Ω — телесный угол,

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$
, $\sigma_{\text{диф}}$ — дифференциальное сечение рассеяния — характеристика интенсивности рассеянной волны

$$dP = S_{\text{пад}} d\sigma$$
 - дифференциал ???, $\sigma_{\text{полн}} = \int_{4\pi} \sigma_{\text{диф}} d\Omega = \frac{P_{\text{полн}}}{S_{\text{пад}}}$, $P_{\text{полн}} = \int_{4\pi} \frac{dP}{d\Omega} d\Omega$

ГДЕ АМПЛИТУДА, ЧТО ТУТ ПРОИСХОДИТ

$$E_{\text{расс}} = E_{\text{пад}} \frac{\sqrt{\sigma_{\text{диф}}}}{r}, \quad \sigma_{\text{полн}} = \frac{P_{\text{расс}}}{S_{\text{пад}}} = \frac{\int_{4\pi} \sigma_{\text{диф}} d\Omega}{S_{\text{пад}}}$$

Определение дальней зоны: 1. $R \gg \lambda$; 2. $R \gg l$; 3. $\frac{\sqrt{\lambda R}}{l} \gg 1$

17 Приближение геометрической оптики и условия его применимости в задачах дифракции плоской волны на теле. Понятие луча и лучевой трубки.

Приближения ГО:

1. $\lambda \ll L$, L - характерный размер волновода
2. Неприменимость для описания вблизи границы свет-тень, в фокусе, на острие или изломе, на каустической поверхности
3. Падающее поле не может стремиться к бесконечности

Луч - линия, вдоль которой течет энергия. Лучи в лучевой трубке при отражении от выпуклой поверхности - расходятся, при отражении от вогнутой поверхности - сходятся.