1 Плоская монохроматическая волна

Волна — изменение состояния среды, распространяющееся в данной среде и переносящее с собой энергию. С понятием волны тесно связано понятие физического поля. Поле характеризуется некоторой функцией, определенной в заданной области пространства и времени. Изменение в пространстве и времени большинства полей представляют собой волновой процесс
Монохроматической волной называется волна, в которой поле зависит от времени t

$U(\vec{r},t) = Acos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$, где A - действительная амплитуда, ω - циклическая частота, φ - начальная фаза, $\vec{k}$ - заданный волновой вектор ($\vec{k} = k_x\vec{e}_x + k_y\vec{e}_y + k_z\vec{e}_z$), $\theta = (\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$ - полная фаза поля

2 Волновое уравнение

$\triangle U - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2} = 0$ - волновое уравнение без поглощения

$\triangle U - \beta\dfrac{\partial\vec{U}}{\partial t} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2} = 0$ - волновое уравнение с поглощением

Описывает распространение волн различной природы в среде без диссипации. U - компонента электрического поля / магнитного поля / скорость / потенциал, c - имеет смысл фазовой скорости волны, β - коэффициент диссипации (учитывает, например, потери в вязкой среди или на нагрев)

Решение - в виде плоской монохроматической волны $U = U_0e^{(i\omega t - ik\vec{r})}$, если выполнено $\dfrac{\omega^2}{k^2} = c^2$.

3 Фазовая и групповая скорости

$\vec{V}_{\text{ф}} = \dfrac{\omega}{k^2}\vec{k} = \dfrac{\omega}{k}$ - фазовая скорость (скорость перемещения поверхности постоянной фазы)

$\vec{V}_{\text{гр}} = \left.\dfrac{\partial\omega}{\partial\vec{k}}\right|_{\vec{k_0}}$ - групповая скорость в точке $\vec{k_0}$ (скорость перемещения огибающей квазимонохроматического волнового пакета); $\vec{k_0}$ - несущий волновой вектор - максимум спектра квазимонохроматического сигнала.

4 Уравнение непрерывности и уравнение Эйлера

$\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{V}) = 0$ - уравнение непрерывности (выражает закон сохранения массы)

$\vec{V}(\vec{r},t)$ - поле скоростей среды, $[\rho] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right]$

$\rho\left(\dfrac{\partial\vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{V}\right) = \vec{f} - \nabla p$ - уравн. Эйлера (движение идеал. жидкости в поле внешней силы)

ρ - плотность жидкости, p - давление, $\vec{V}$ - вектор скорости, $\vec{f}$ - плотность объемной силы.

5 Скорость звука. Вектор Умова. Плотность энергии в звуковой волне

$\sqrt{\dfrac{\gamma kT_0}{m}} = \sqrt{\left.\dfrac{dp}{d\rho}\right|_{\rho_0}} = C_s = \sqrt{\dfrac{\gamma RT_0}{M}}$ - адиабатическая скорость звука ($V_{\text{ф}}$ для звуковой волны)

$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ - показатель адиабаты для идеального газа, T_0 - равновесное значение температуры, M - молярная масса, R - универсальная газовая постоянная $\left(8.31\left[\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\right]\right)$, k - постоянная Больцмана $\left(1.38\cdot10^{-23}\,[\text{Дж}\cdot\text{К}]\right)$

$W = \dfrac{\rho_0V^2}{2} + \dfrac{p_1^2}{2\rho_0{}_s^2}$ - плотность энергии звуковых волн СИ: $\left[\dfrac{\text{Дж}^2}{\text{м}^3}\right]$

ρ_0 - равновесное значение плотности, p_1 - добавочное значение давления: $p = p_0 + p_1$, $\vec{V}$ - скорость распространения возмущения

$\vec{\Pi} = p_1\vec{V}$ - плотность потока энергии (вектор Умова) СИ: $\left[\dfrac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}^2}\right] = \left[\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right]$

Π - количество энергии, переносимое акустической волной через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса энергии ($\perp\vec{k}$ или $\perp\vec{V}$) в единицу времени (закон сохранения энергии в дифференциальном виде). Направление вектора Умова - вдоль переноса энергии
Абсолютная величина p равна количеству энергии, переносимому за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению потока энергии.

6 Уравнение Ламэ

$\rho_0\dfrac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\nabla div\vec{U} + \mu\triangle\vec{U}$ - уравнение движения физически бесконечно малого объема изотропного (движение в любых направлениях) упругого тела при малых деформациях

ρ_0 - плотность до деформации, μ - модуль сдвига, $\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$ - коэффициент Ламэ, K - модуль всестороннего сжатия, $\vec{U}(\vec{r},t)$ - вектор смещения элемента сплошной среды при деформации, μ и K - переобозначения модулей упругости Юнга и Пуассона.

7 Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах

	Дифференциальная форма		Интегральная форма
1	$\text{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\Rightarrow$	$\oint\limits_L \vec{E}\text{d}\vec{L} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\text{d}}{\text{d}t}\int\limits_S \vec{B}\,\text{d}\vec{S}$
2	$\text{rot}\,\vec{H} = \dfrac{4\pi}{c}\vec{j} + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\Rightarrow$	$\oint\limits_L \vec{H}\text{d}\vec{L} = \dfrac{4\pi}{c}I + \dfrac{1}{c}\dfrac{\text{d}}{\text{d}t}\int\limits_S \vec{D}\,\text{d}\vec{S}$
3	$\text{div}\,\vec{D} = 4\pi\rho$	$\Rightarrow$	$\oint\limits_S \vec{D}\,\text{d}\vec{s} = 4\pi Q$
4	$\text{div}\,\vec{B} = 0$	$\Rightarrow$	$\oint\limits_S \vec{B}\,\text{d}\vec{s} = 0$

1. Вихревое электрическое поле поражается переменным магнитным полем.
2. Вихревое магнитное поле порождается токами проводимости и переменным эл. полем.
3. Потенциальное электрическое поле порождается электрическими зарядами.
4. Магнитное поле имеет вихревой характер и не имеет сосредоточенных зарядов как ист. поля.

8 Граничные условия для векторов ЭМ поля

Для нормали из среды 1 в среду 2:

$\left[\vec{n}_{12}\times(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\right] = 0$ | $\left(\vec{n}_{12}\cdot(\vec{B}_1 - \vec{B}_2)\right) = 0$

$\left[\vec{n}_{12}\times(\vec{H}_1 - \vec{H}_2)\right] = \dfrac{4\pi}{c}\vec{j}_{\text{пов}}$ | $\left(\vec{n}_{12}\cdot(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\right) = 4\pi\rho_{\text{пов}}$

9 Вектор Пойнтинга. Плотность энергии ЭМ поля в вакууме

$\dfrac{\partial W}{\partial t} + div\vec{S} = -(\vec{j}\vec{E})$ - теорема Пойнтинга

$W = \dfrac{1}{8\pi}(\mathcal{E}E^2 + \mu H^2)$ - плотность энергии ЭМ поля СГС: $\left[\dfrac{\text{эрг}}{\text{см}^{-3}}\right]$ СИ: $\left[\dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\right]$

$\vec{S} = \dfrac{c}{4\pi}\left[\vec{E}\times\vec{H}\right]$ - плотность потока энергии СГС: $\left[\dfrac{\text{эрг}}{\text{с}\cdot\text{см}^2}\right]$ СИ: $\left[\dfrac{\text{Дж}}{\text{с}\cdot\text{м}^2}\right] = \left[\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right]$

$|S|$ - энергия, переносимая ЭМ волной через единичную площадку ($\perp S$) в единицу времени.

10 Основные параметры плазмы (плазменная частота и дебаевский радиус)

$r_{De} = \sqrt{\dfrac{kT_eT_i}{4\pi Ne^2(T_e + T_i)}} = \sqrt{\dfrac{kT}{4\pi Ne^2}}$ - расстояние, за которое волна спадет в e раз при прохождении через плазму / расстояние, которое проходит $\overline{e}$ в плазме за время, порядка $\tau_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$

T_e - температура электронного газа, T_i - температура ионного газа, N, e и m - концентрация электронов, заряд и масса соответственно, k - постоянная Больцмана

$\omega_p = \dfrac{4\pi e^2N}{m}$ - плазменная частота СИ, СГС: $\left[\dfrac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$

Это частота собственных продольных колебаний пространственного заряда в однородной плазме в отсутствие магнитного поля.

11 Комплексная диэлектрическая проницаемость холодной изотропной плазмы

Диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз сила взаимодействия двух электрических зарядов в конкретной среде меньше, чем в вакууме, для которого она равна 1

$\mathcal{E}(\omega) = 1 - \dfrac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\nu_e)}$, где комплексная составляющая отвечает за усиление или затухание волны.

Вводятся абсолютная ($\mathcal{E}_a$) и относительная ($\mathcal{E}_r$) проницаемости. Величина $\mathcal{E}_r$ безразмерна, а $\mathcal{E}_a$ по размерности совпадает с электрической постоянной $\mathcal{E}_0$ - СИ: $\left[\dfrac{\text{фарад}}{\text{м}}\right]$

Эта величина связывает напряженность и индукцию поля: $D = \mathcal{E}E$.