1 Постулаты Эйнштейна

1.1 Постулат относительности

Законы природы одинаковы во всех ИСО. Другими словами, законы природы **ковариантны** по отношению к преобразованиям координат и времени от одной инерциальной СО к другой. Это значит, что уравнения, описывающие некоторый закон природы и выраженные через координаты и время различных ИСО, имеют один и тот же вид.

1.2 Постулат постоянства скорости света

Скорость света не зависит от движения источника и равнас во всех ИСО и по всем направлениям.

2 Каноническая форма уравнений Максвелла в вакууме: 4-потенциал и 4-плотность тока в 4-пространстве

$\overline{x} = (x, y, z, ict)$

$\Box\overline{A} = -\frac{4\pi}{c}\overline{j},\ div\overline{A} = 0,\ div\overline{J} = 0\ \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \sum\limits_{s=1}^{4}\frac{\partial^2}{\partial x_s^2} = \Box\right)$

$\overline{A} = (A_x, A_y, A_z, i\phi)$ -четырёхпотенциал, $\overline{J} = (j_x, j_y, j_z, ic\rho)$ -четырёхплотность тока

3 Интервал между мировыми координатами двух событий в ИСО. Инвариантность интервала

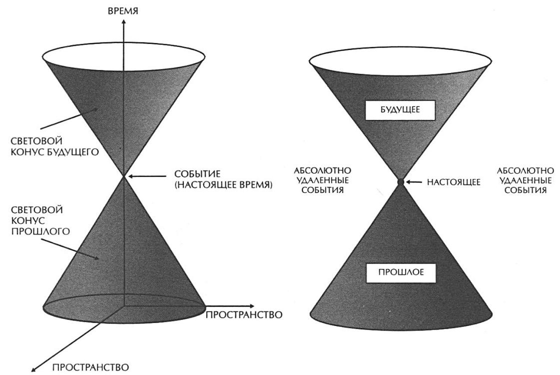
Интервал является инвариантом по отношению к преобразованию Лоренца. Это значит, что два события, разделенные пространственно- подобным интервалом в одной ИСО, разделены пространственно-подобным интервалом такой же величины и в любой другой ИСО. Аналогично два события, разделённые времени-подобным интервалом в одной СО, разделены таким же времени-подобным интервалом в любой иной ИСО.

4 Преобразования Лоренца

(частный случай, движение только по z)

$$x = x',\ y = y',\ z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}},\ t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}z'}{\sqrt{1-\beta^2}} \Leftrightarrow z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1-\beta^2}},\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}z}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

5 Световой конус и мировые линии в 4-мерном пространстве



6 Относительность одновременности двух событий

События, одновременные в ИСО К - разновременные в ИСО К'. Два одновременных события не могут быть причинно-следственно связаны.

7 Собственное время объекта

Собственное время объекта - время которое показывают часы двигающиеся вместе с объектом.
СО связная с часами неинерциальная. Разбиваем траекторию на маленькие кусочки где СО будет инерциальной, тогда:

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{dt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow dt' = dt\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow t_2' - t_1' = \int\limits_{t_1}^{t^2}\sqrt{1-\beta^2}dt$$

(связь собственными (t') и неподвижными (t) часами)

8 Лоренцево сокращение длины движущегося масштаба

$z_1' = \frac{z_1 - vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}},\ z_2' = \frac{z_2 - vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $(t_1 = t_2)$ - концы движутся вместе

$z_2' - z_1' = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\beta^2}}, L = L_0\sqrt{1-\beta^2}$

9 Закон сложения скоростей

$$V_{\text{отн}} = \frac{V + V'}{1 + \frac{VV'}{c^2}}$$

10 Эффект Допплера

$$\omega' = \frac{\omega - (k_z V)}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad k_z' = \frac{k_z - ((\omega V)/c^2)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

11 Действие и функция Лагранжа свободной материальной частицы в ИСО

$L = -m_0c^2\sqrt{1-\beta^2},\quad S_d = \int_{t_1}^{t_2} L(U^2)\,dt,\quad L = L(\vec{U}^2) = T - U$ - функция Лагранжа

U не зависит от $\vec{r}$, так как пространство однородное, U и T не зависят от времени, так как оно однородно, L и T зависят только от $\vec{V}$, L зависит только от направления $\vec{V}$
Действие S_d - инвариант, так как во всех СО все явления должны происходить одинаково, и не существует какой-либо выделенной СО

12 Импульс и энергия свободной материальной частицы

$$\vec{P} = \nabla_{\vec{v}}L = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad L = T - U$$

$$W = (\vec{P}\vec{V}) - L = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

При $V = 0$ получим конечную величину $W_0 = m_0c^2$ - энергия покоя

13 Уравнение движения релятивистской частицы в 3-мерном пространстве

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{m_0\vec{V}}{c^2(\sqrt{1-\beta^2})^3}\vec{V}\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{f}$$

Первое слагаемое - перпендикулярная к скорости компонента силы, второе - продольная

14 4-скорость и 4-импульс свободной материальной частицы

4-х скорость - закон преобразования скорости при повороте системы координат:

$$\overline{U} = \left(\frac{\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \frac{\overline{R}}{d\tau},\quad \vec{U} \neq 0,\quad (\overline{U}\overline{U}) = -c^2$$

4-х импульс - параллелен 4-х скорости: $\overline{P} = m_0\overline{U} = \left(\frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}, i\frac{m_0c}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$

τ - собственное время объекта

15 Ковариантная форма уравнения движения частицы в ИСО и 4-сила Минковского

$$\frac{d\overline{P}}{d\tau} = \overline{F},\quad \overline{F} = \left(\frac{\vec{f}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{i}{c}\frac{(\vec{f}\vec{V})}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

16 Тензор электромагнитного поля и ковариантная форма уравнений электродинамики в вакууме

$F = \begin{vmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{vmatrix}$ - тензор электромагнитного поля; $a_{kl} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & i\beta\gamma \\ 0 & 0 & -i\beta\gamma & \gamma \end{vmatrix}$

$\sum_k \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c}j_i,\quad \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} = 0$ - уравнения Максвелла в ковариантной форме

$F_{ik} = a_{kl}a_{im}F_{lm}$

17 Форма и содержание закона преобразования полей

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}, \quad \vec{B}'_{\perp} = \frac{B_{\perp} - \frac{\left[\vec{V} \times \vec{E}\right]}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}, \quad \vec{E}'_{\perp} = \frac{\vec{E}_{\perp} + \frac{1}{c}\left[\vec{V} \times \vec{B}\right]}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

18 Инварианты тензора электромагнитного поля

1. $F_{ij} \cdot F_{ij} = inv \Rightarrow \vec{E}^2 - \vec{B}^2 = inv$
2. $F_{ij} \cdot \tilde{F}_{ij} = inv \Rightarrow (\vec{E} \cdot \vec{B}) = inv$

Следствия:

※ Если в некоторой СО $E>B$ - выполняется в любой СО

※ Если в некоторой СО $\vec{E} \perp \vec{B}$ - выполняется в любой СО

※ Если в некоторой СО $(\vec{E} \cdot \vec{B})$ - то существует СО, где или $\vec{E} = 0$, или $\vec{B} = 0$

※ Если в некоторой СО или $\vec{E} = 0$, или $\vec{B} = 0$ - то в любой другой $\vec{E} \perp \vec{B}$

19 4-вектор плотности силы Лоренца и его связь с тензором электромагнитного поля

$\vec{f} = \rho(\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{V}\vec{B}\right])$ - плотность силы Лоренца

$\overline{f} = (\vec{f}, \frac{i}{c}(\vec{f}\vec{V}))$ - 4-х вектор плотности силы Лоренца

$\overline{f} = \frac{1}{c}(\hat{F}\overline{j}), \quad \hat{F}$ - тензор э/м поля, $\quad f_i = \frac{1}{c}\sum_k F_{ik} j_k, \quad \vec{j} = \rho\vec{V}$

20 4-вектор плотности силы Лоренца и его связь с электромагнитным тензором энергии-импульса

$$T = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & -\frac{iS_x}{c} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & -\frac{iS_y}{c} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & -\frac{iS_z}{c} \\ -\frac{iS_x}{c} & -\frac{iS_y}{c} & -\frac{iS_z}{c} & \omega \end{vmatrix}$$ - э/м тензор энергии-импульса

$S = \frac{1}{4\pi}\left[\vec{E} \times \vec{B}\right]$ - вектор Пойтнинга, $\quad \omega = \frac{1}{8\pi}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$ - плотность энергии

$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}(E_\alpha E_\beta + B_\alpha B_\beta - \frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2))$

$\overline{f} = (\vec{f}, \frac{i}{c}(\vec{f}, \vec{V}))$ - 4-вектор плотности силы Лоренца

$f_i = \sum_k \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}$ - связь с тензором

21 Закон сохранения энергии в электродинамике

$\frac{\partial \omega}{\partial t} + div\vec{S} + (\vec{j}E) = 0, \quad (\vec{j}E)$ - джоулевы потери

$\vec{S} = \frac{1}{4\pi}\left[\vec{E} \times \vec{B}\right]$ - вектор Пойтнинга, $\quad \omega = \frac{1}{8\pi}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)$ - плотность энергии

22 Закон сохранения импульса в электродинамике

$\frac{d}{dt}(\vec{P} + \vec{G}) = \oiint_S \vec{T} d\vec{S}$ - ЗСИ

$\vec{G} = \frac{1}{c^2}\iiint \vec{S} dV = \iiint \vec{g} dV$ - э/м импульс, $\quad \vec{g} = \frac{\vec{S}}{c^2}$ - плотность э/м импульса

$\vec{P} + \vec{G} = const$ - закон сохранения полного импульса

23 Действие и функция Лагранжа заряженной частицы в заданном электромагнитном поле

$dS_g = -mc^2\sqrt{1-\beta^2}dt + (q/c(\vec{A}\vec{V}) - q\varphi)dt$ - действие заряженной частицы

$L = -mc^2\sqrt{1-\beta^2} + q/c(\vec{A}\vec{V}) - q\varphi$ - функция Лагранжа

24 Импульс заряженной частицы в заданном электромагнитном поле

$\vec{\mathsf{P}}_q = (\frac{\partial L}{\partial V_q}) = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{q}{c}\vec{A}$ - обобщенный импульс

$\vec{\mathsf{P}} = \vec{P} + \frac{q}{c}\vec{A}, \quad \vec{P}$ - обычный импульс

25 Энергия заряженной частицы в заданном электромагнитном поле

$$W_q = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + q\varphi = W + q\varphi$$

26 Уравнение движения заряженной частицы в заданном электромагнитном поле

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{q}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - q\nabla\varphi + \frac{q}{c}\left[\vec{V} \times rot\vec{A}\right], \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = qE + \frac{q}{c}\left[\vec{V} \times \vec{B}\right]$$

27 Поле равномерно движущегося заряда

$$\vec{E}_{\Uparrow} = \frac{-|e|\Delta z_{21}}{s^3\sqrt{1-\beta^2}}\vec{z}_0; \quad \vec{E}_{\perp} = \frac{-|e|}{s^3\sqrt{1-\beta^2}}[\vec{x}_0\Delta x_{21} + \vec{y}_0\Delta y_{21}];$$

$$\vec{B}_{\Uparrow} = 0; \quad \vec{B}_{\perp} = \frac{-|e|\beta}{s^3\sqrt{1-\beta^2}}[-\vec{x}_0\Delta y_{21} + \vec{y}_0\Delta x_{21}].$$

28 Потенциалы Льенара-Вихерта неравномерно движущегося заряда. Выражение для поля излучения

$\vec{A} = \frac{-|e|\vec{\beta}}{R[1-(\vec{\beta}\vec{n})]}; \ i\varphi = \frac{-|e|}{R[1-(\vec{\beta}\vec{n})]}$ - Потенциалы Льенара-Вихерта.

$$\vec{E} = \vec{E}_\varphi + \vec{E}_A = \frac{-|e|(\vec{e} - \vec{\beta})(1-\beta^2)}{R^2[1-(\vec{\beta}\vec{n})]^3} + \frac{-|e|[\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]]}{cR^2[1-(\vec{\beta}\vec{n})]^3} = \vec{E}_{st} + \vec{E}_{rd};$$

$$\vec{B} = [\vec{n} \times \vec{E}] \equiv [\vec{n} \times (\vec{E}_{st} + \vec{E}_{rd})] \equiv \vec{B}_{st} + \vec{B}_{rd}.$$

29 Излучение неравномерно движущегося на малой скорости заряда (формула Лармора)

$$\vec{E}_{rd} \cong \frac{-|e|}{cR}[\vec{n} \times [\vec{n} \times \dot{\vec{\beta}}]] = \frac{-|e|}{cR}[\{\vec{n}(\vec{n}\dot{\vec{\beta}}) - \dot{\vec{\beta}}\}$$

30 Тормозное излучение заряда

$$\vec{E}_{rd} = \frac{-|e|[\vec{n} \times [\vec{n} \times \dot{\vec{\beta}}]]}{cR[1-(\vec{\beta}\vec{n})]^3}$$

31 Синхротронное (магнитотормозное) излучение заряда

$$\vec{E}_{rd} = \frac{-|e|}{cR[1-\beta\cos\theta]^3}\left\{(\vec{n} - \vec{\beta})\dot{\beta}\sin\theta\cos\alpha - \dot{\vec{\beta}}[1-\beta cos\theta]\right\}$$

32 Излучение Вавилова-Черенкова

33 Гипотезы теории электромагнитной массы и радиус электрона

34 Сила реакции излучения и уравнение Абрагама-Лоренца

Задачи электродинамики можно разделить на 2 класса: известны источники и вычисляются результирующие электромагнитные поля, и задается внешнее электромагнитное поле и определяется движение заряженных частиц в нем. При рассмотрении тормозного излучения задача носит комбинированный поэтапный характер: сначала определяется траектория движения заряженной частицы в заданном внешнем поле (без учета излучения), а затем вычислялось излучение, возникающее при ее ускоренном движении по полученной траектории - это приближение, так как ускоренное движение заряженных частиц во внешних силовых полях неизбежно сопровождается излучением. Возникающее излучение приводит к потере энергии, импульса и момента количества движения и поэтому влияет на последующее движение заряженных частиц. Поэтому необходимо включать учёт реакции излучения на движение частицы.

$m_e{}^0(\dot{\vec{V}} - \tau\ddot{\vec{V}}) = F_e$ - уравнение Абрагама - Лоренца, учитывающее реакцию излучения

τ - запаздывание распространения э/м поля от центра до края электрона, $\quad F_e$ - внешняя сила