#### Плоская монохроматическая волна

Волна — изменение состояния среды, распространяющееся в данной среде и переносящее с собой энергию. С понятием волны тесно связано понятие физического поля. Поле характеризуется некоторой функцией, определенной в заданной области пространства и времени. Изменение в пространстве и времени большинства полей представляют собой волновой процесс Монохроматической волной называется волна, в которой поле зависит от времени t

 $U(\vec{r},t)=Acos(\omega t-k\vec{r}+arphi)$ , где A - действительная амплитуда,  $\omega$  - циклическая частота, arphi начальная фаза,  $\vec{k}$  - заданный волновой вектор ( $\vec{k} = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z$ ),  $\theta = (\omega t - \vec{k} \vec{r} + \varphi)$  - полная

### 2 Волновое уравнение

$$\Delta U - rac{1}{c^2}rac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$
 - волновое уравнение без поглощения

$$\triangle U - \beta \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$
 - волновое уравнение с поглощением

Описывает распространение воли различной природы в средах: U - компонента электрического поля / магнитного поля / скорость / потенциал, c - имеет смысл фазовой скорости волны,  $\beta$  коэффициент диссипации (учитывает, например, потери в вязкой среди или на нагрев)

Решение - в виде плоской монохроматической волны  $U = U_0 e^{(i\omega t - i\vec{k}\vec{r})}$ , если выполнено  $\frac{\omega^2}{k^2} = c^2$ .

# 3 Фазовая и групповая скорости

 $V_{\Phi} = \frac{\omega}{k}$  - фазовая скорость (скорость перемещения поверхности постоянной фазы), в некоторой литературе векторная величина, но на своем курсе он уточняет что данное представление не очень приемлемо (можно оставить векторный вид)

$$ec{V}_{
m rp} = rac{\partial \omega}{\partial ec{k}}igg|_{ec{k_0}}$$
 - групповая скорость в точке  $ec{k_0}$  (скорость перемещения огибающей квазимонохро-

матического волнового пакета, скорость переноса волновым пакетом энергии);  $\vec{k_0}$  - несущий волновой вектор - максимум спектра квазимонохроматического сигнала.

# 4 Уравнение непрерывности и уравнение Эйлера

 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{V}) = 0$  - уравнение непрерывности (выражает закон сохранения массы)

 $\vec{V}(\vec{r},t)$  - поле скоростей среды,  $[
ho]=\left[rac{\mathrm{K}\Gamma}{\mathrm{M}^3}
ight]$ 

$$ho\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{V}\right) = \vec{f} - \nabla p$$
 - уравн. Эйлера (движение идеал. жидкости в поле внешней силы)

ho - плотность жидкости, p - давление,  $ec{V}$  - вектор скорости,  $ec{f}$  - плотность объемной силы.

# 5 Скорость звука. Вектор Умова. Плотность энергии в звуковой волне

$$\sqrt{\frac{\gamma k T_0}{m}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}\Big|_{
ho_0} = C_s = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$$
 - адиабатическая скорость звука  $(V_\Phi$  для звуковой волны)

 $\gamma = \frac{C_p}{C}$  - показатель адиабаты для идеального газа,  $T_0$  - равновесное значение температуры, M

- молярная масса  $\left[\frac{\text{грамм}}{\text{моль}}\right]$ , R - универсальная газовая постоянная  $\left(8.31\left[\frac{\mathcal{J}_{\text{ж}}}{\text{моль} \cdot \text{K}}\right]\right)$ , k - постоянная Больцмана  $\left(1.38 \cdot 10^{-23}\left[\frac{\mathcal{J}_{\text{ж}}}{\text{K}}\right]\right)$ 

$$W=rac{
ho_0 V^2}{2}+rac{p_1^2}{2
ho_0 C_s^2}$$
 - плотность энергии звуковых волн СГС:  $\left[rac{
m 3pr}{
m cm^3}
ight]$  СИ:  $\left[rac{{
m Дж}}{
m m^3}
ight]$ 

 $ho_0$  - равновесное значение плотности,  $p_1$  - добавочное значение давления:  $p=p_0+p_1, \vec{V}$  - скорость распространения возмущения

$$\vec{\Pi} = p_1 \vec{V}$$
 - плотность потока энергии (вектор Умова) СГС:  $\left[ \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2} \right]$  СИ:  $\left[ \frac{\mathcal{J}_{\text{ж}}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ 

П - количество энергии, переносимое акустической волной через единичную площадку, перепендикулярную направлению переноса энергии  $(\bot k$  или  $\bot V)$  в единицу времени (закон сохранения энергии в дифференциальном виде). Направление вектора Умова - вдоль переноса энергии Абсолютная величина p равна количеству энергии, переносимому за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению потока энергии.

#### 6 Уравнение Ламэ

 $ho_0 \frac{\sigma}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla div \vec{U} + \mu \triangle \vec{U}$  - уравнение движения физически бесконечно малого объема изотропного (движение в любых направлениях) упругого тела при малых деформациях  $\rho_0$  - плотность до деформации,  $\mu$  - модуль сдвига,  $\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$  - коэффициент Ламэ, K - модуль всестороннего сжатия,  $\dot{U}(\vec{r},t)$  - вектор смещения элемента сплошной среды при деформации, *μ* и *K* - переобозначения модулей упругости Юнга и Пуассона.

#### Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах

- 1. Вихревое электрическое поле пораждается переменным магнитным полем.
- 2. Вихревое магнитное поле порождается токами проводимости и переменным эл. полем.
- 3. Потенциальное электрическое поле порождается электрическими зарядами.
- 4. Магнитное поле имеет вихревой характер и не имеет сосредоточенных зарядов как источников

# Граничные условия для векторов ЭМ поля

Для нормали из среды 1 в среду 2:

$$\begin{bmatrix} \vec{n}_{12} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \end{bmatrix} = 0 \qquad \qquad \begin{pmatrix} \vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \end{pmatrix} = 4\pi \rho_{\text{пов}}$$
 
$$\begin{bmatrix} \vec{n}_{12} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \end{bmatrix} = \frac{4\pi}{c} \vec{\jmath}_{\text{пов}} \qquad \begin{pmatrix} \vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \end{pmatrix} = 0$$
 9 Вектор Пойнтинга. Плотность энергии ЭМ поля в вакууме

 $rac{\partial W}{\partial t} + div \vec{S} = -(\vec{j} \vec{E})$  - теорема Пойнтинга

$$W = \frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}E^2 + \mu H^2)$$
 - плотность энергии ЭМ поля СГС:  $\left[\frac{\mathrm{эрr}}{\mathrm{см}^3}\right]$  СИ:  $\left[\frac{\mathcal{I}_{\mathrm{ж}}}{\mathrm{m}^3}\right]$   $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]$  - плотность потока энергии СГС:  $\left[\frac{\mathrm{эрr}}{\mathrm{c} \cdot \mathrm{cm}^2}\right]$  СИ:  $\left[\frac{\mathcal{I}_{\mathrm{x}}}{\mathrm{c} \cdot \mathrm{m}^2}\right] = \left[\frac{\mathrm{Br}}{\mathrm{m}^2}\right]$ 

|S| - энергия, переносимая ЭМ волной через единичную площадку ( $\perp S$ ) в единицу времени.

# 10 Основные параметры плазмы (плазменная частота и дебаевский радиус)

$$r_{De} = \sqrt{\frac{kT_eT_i}{4\pi Ne^2(T_e+T_i)}} = \sqrt{\frac{kT}{4\pi Ne^2}}$$
 - расстояние, за которое волна спадет в  $e$  раз при прохождении через плазму / расстояние, которое проходит  $\overline{e}$  в плазме за время, порядка  $\tau_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ 

 $T_e$  - температура электронного газа,  $T_i$  - температура ионного газа,  $N,\ e$  и m - концентрация электронов, заряд и масса соответственно, k - постоянная Больцмана

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}$$
 - плазменная частота СИ, СГС:  $\left[\frac{\mathrm{рад}}{\mathrm{c}}\right]$ 

Это частота собственных продольных колебаний пространственного заряда в однородной плазме

#### 11 Комплексная диэлектрическая проницаемость холодной изотропной плазмы

Диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз сила взаимодействия двух электрических зарядов в конкретной среде меньше, чем в вакууме, для которого она равна 1

$$\mathcal{E}(\omega)=1-\frac{\omega_p^2}{\omega(\omega-i\nu_e)}$$
, где  $\nu_e$  - частота соударений электронов. Эта величина связывает напря-

женность и индукцию поля:  $D = \mathcal{E}E$ , комплексная ее составляющая отвечает за усиление или затухание волны. Вводятся абсолютная ( $\mathcal{E}_a$ ) и относительная ( $\mathcal{E}_r$ ) проницаемости. Величина  $\mathcal{E}_r$ безразмерна, а  $\mathcal{E}_a$  по размерности совпадает с электрической постоянной  $\mathcal{E}_0$  - СИ:  $\left[\frac{\Phi apa_A}{M}\right]$