

БИЛЕТ 1

- 1) Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности $z = \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ в точке $\left(1, \frac{\pi}{2}, 1\right)$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $x^2 + y^2 = 2x$.
- 3) Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arccos \frac{n}{2n+1}\right)^n$.

БИЛЕТ 2

- 1) Найти $y'(x)$ для функции, заданной уравнением $\ln\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + y^2}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$.
- 2) Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{\frac{1}{9}x^2}^x f(x, y) dy$.
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^n}{(n+1)^n}$.

БИЛЕТ 3

- 1) Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.
- 2) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z + x = 4$, $z = 0$, $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$.
- 3) Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.

БИЛЕТ №4

1) Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ функции $z = f\left(\frac{x}{y}\right)$, где

$$x = u \cdot \cos v, \quad y = \sin^2 v.$$

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$.

3) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2n}}{5 + n^3}$.

БИЛЕТ №5

1) Найти $d^2 z$ для $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \operatorname{ctg} x, \quad y = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}.$$

3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{\sqrt{(4n+1) \cdot 5^n}}$.

БИЛЕТ №6

1) Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности $z = xy\sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 4)$.

2) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 4x, \quad z = x, \quad z = 2x.$$

3) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5 + n^3}$.

БИЛЕТ №7

- 1) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, где $z = 2^{x\sqrt{y}} \cdot \arcsin \frac{x}{y}$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\rho \cdot \cos \varphi = a$, $\rho = 2a$.
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n}$.

БИЛЕТ №8

- 1) Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$.
- 2) Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^4 dy \int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(x-1)^n}{\sqrt{n^2 + 3} \cdot 10^n}$.

БИЛЕТ №9

- 1) Найти частные производные функции $u = \cos \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$.
- 2) Найти площадь части поверхности конуса $x^2 + y^2 = z^2$, расположенной внутри цилиндра $z^2 = 2px$.
- 3) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{n+1}}$.

БИЛЕТ №10

- 1) Найти dz , где $z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2})$.
- 2) Вычислить интеграл $\iiint_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, где $G: x^2 + y^2 + z^2 \leq x$.
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$.

БИЛЕТ №11

- 1) Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - 2xy + 4y^3$.
- 2) Найти центр тяжести однородного полушара $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ ($z \geq 0$).
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$.

БИЛЕТ №12

- 1) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$, где $z = \frac{y}{f(x^2 - y^2)}$.
- 2) Найти часть площади поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.
- 3) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$.

БИЛЕТ №13

- 1) Найти $\frac{dy}{dx}$ для функции $y(x)$, заданной уравнением $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$.
- 3) Вычислить $\sqrt[3]{1,015}$ с точностью до 0,001 с помощью разложения в ряд Маклорена.

БИЛЕТ №14

- 1) Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2 y - x^3 - y^4$.
- 2) Изменить порядок интегрирования
$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^0 dy \int_{-y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$$
.
- 3) Вычислить приближённо интеграл $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$, взяв три первых члена разложения в ряд Маклорена. Оценить погрешность.

БИЛЕТ №15

- 1) Вычислить приближенно $(1,04)^{2,02}$ с помощью дифференциала.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x + y = 1$, $y = 1$, $y = \ln x$.
- 3) Вычислить приближённо интеграл $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$, взяв три первых члена разложения в ряд Маклорена. Оценить погрешность.

БИЛЕТ №16

- 1) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$, где $z = \frac{y \cdot \arcsin(xy)}{x^2 - y^2}$.
- 2) Вычислить массу сферического слоя между поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$, если плотность в каждой точке обратно пропорциональна расстоянию от начала координат.
- 3) Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$.

БИЛЕТ №17

- 1) Найти дифференциал для функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$.
- 2) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2y$.
- 3) Вычислить приближённо интеграл $\int_0^{0,1} e^{-x^2} \cdot dx$ с точностью 0,0001.

БИЛЕТ №18

- 1) Найти частные производные функции $z = \ln \left(x + \frac{y}{2x} \right)$ в точке (1,2).
- 2) Найти площадь части поверхности конуса $x^2 + y^2 = z^2$, отсеченной плоскостями $x = a$, $y = a$, $x = 0$, $y = 0$.
- 3) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)(n+3)}$.