

**Экзаменационные вопросы по курсу
“Теория функций комплексного переменного”
(3 семестр 2013/14 учебного года)**

1. Предел последовательности комплексных чисел. Необходимое и достаточное условие сходимости.
2. Теорема об ограниченной последовательности. Критерий Коши.
3. Введение бесконечно удаленной точки (комплексного числа $z=\infty$). Сфера Римана.
4. Определение функции комплексного переменного, ее геометрический смысл. Многозначность и однолиственность отображения.
5. Определение предела функции комплексного переменного по Коши и по Гейне. Непрерывность и ее геометрический смысл.
6. Определение производной функции комплексного переменного. Необходимое условие дифференцируемости функции комплексного переменного (условия Коши-Римана). Формула нахождения производной.
7. Условия Коши-Римана в полярных координатах. Формула вычисления производной.
8. Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций.
9. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Свойства сохранения углов и постоянства растяжения.
10. Определение конформного отображения. Основная задача теории конформных отображений. Функции, осуществляющие конформные отображения.
11. Конформные отображения, осуществляемые линейной и степенной функциями. Поверхность Римана.
12. Конформное отображение, осуществляемое показательной функцией. Пример: отображение бесконечной вертикальной полосы на верхнюю полуплоскость.
13. Основные принципы конформного отображения.
14. Теорема Римана. Невозможность конформного отображения многосвязной области на односвязную. Условия единственности отображения.
15. Основные свойства конформного отображения, осуществляемого дробно-линейной функцией.
16. Отображение верхней полуплоскости на единичный круг с помощью дробно-линейной функции.
17. Определение интеграла от функции комплексного переменного, его вычисление.
18. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.
19. Теорема Коши для односвязной области.
20. Обобщение теоремы Коши на случай многосвязной области.
21. Теорема о первообразной аналитической функции в односвязной области.
22. Введение неопределенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Формула Коши. Следствия: формула среднего значения.
24. Принцип максимума модуля аналитической функции.
25. Аналитическая зависимость интеграла от параметра.
26. Теорема о существовании производных всех порядков у аналитической функции.
27. Теорема Морера.
28. Теорема Лиувилля.
29. Основная теорема алгебры.
30. Равномерная сходимость рядов функций комплексного переменного. Достаточный признак Вейерштрасса. Критерий Коши.
31. Первая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
32. Свойства равномерно сходящихся рядов. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.

33. Теорема Абеля об области абсолютной и равномерной сходимости степенного ряда.
34. Следствия теоремы Абеля. Круг и радиус сходимости степенного ряда.
35. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.
36. Теорема Тейлора.
37. Нули аналитической функции. Целая функция. Единственность определения аналитической функции.
38. Определение аналитического продолжения. Аналитическое продолжение в комплексную плоскость элементарных функций действительного переменного и соотношений между ними.
39. Аналитическое продолжение с помощью степенных рядов, через границу, на поверхность Римана. Полная аналитическая функция.
40. Определение ряда Лорана. Область его сходимости. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
41. Правильные и особые точки. Классификация изолированных особых точек. Теорема об устранимой особой точке.
42. Теорема о поведении функции в окрестности полюса.
43. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.
44. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, классификация изолированной особой точки $z=\infty$.
45. Определение вычета в конечной точке комплексной плоскости и в бесконечно удаленной точке. Вычисление вычетов.
46. Основная теорема теории вычетов.
47. Теорема о сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости.
48. Обобщение формулы Коши на случай неограниченной области.
49. Вычисление интегралов, содержащих тригонометрические функции, с помощью вычетов.
50. Определение главного значения по Коши несобственного интеграла.

Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ с помощью вычетов.

51. Лемма Жордана. Вычисление главных значений несобственных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) e^{imx} dx$ с помощью вычетов.

52. Вычисление главных значений несобственных интегралов смешанного типа.
53. Логарифмический вычет. Вычисление вычетов логарифмической производной функции.
54. Теорема о числе нулей и полюсов. Ее геометрический смысл.

Основная литература

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. –М.: Физматлит, 2004.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. –М.: Наука, 1987.
3. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. –М.: Физматлит, 2002.